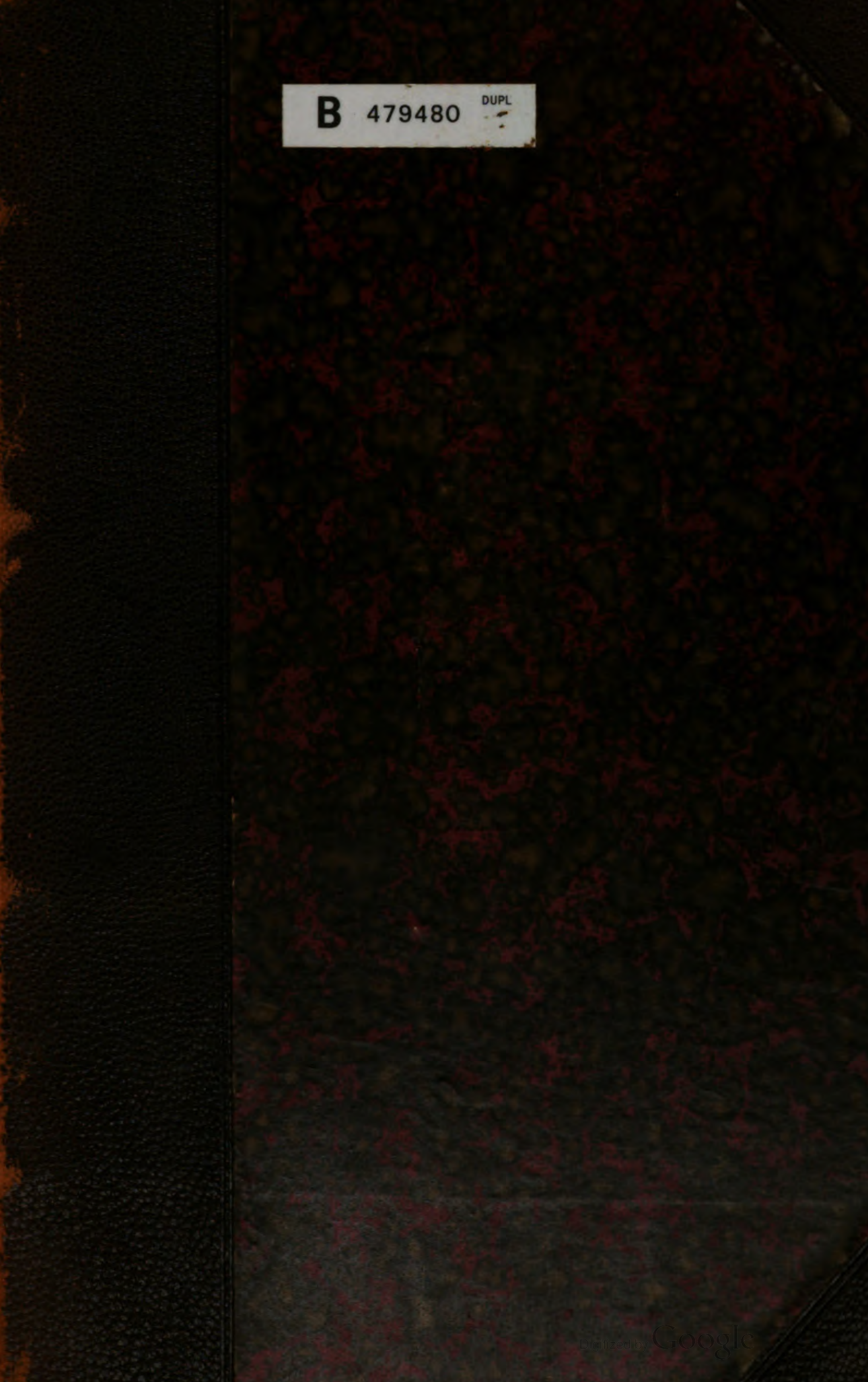
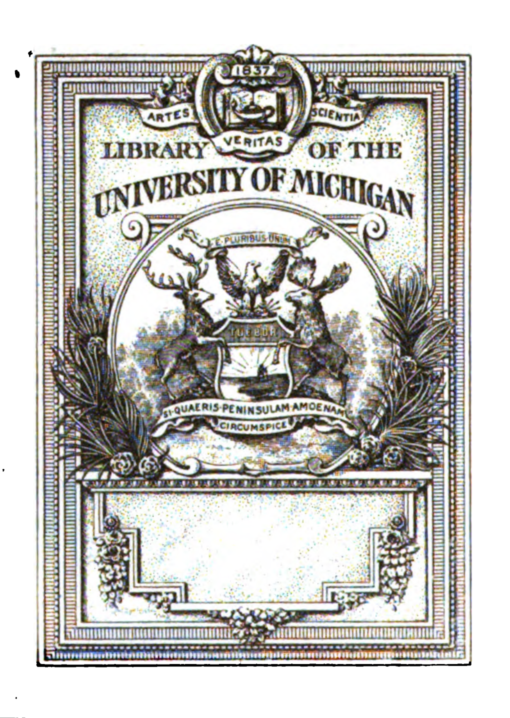
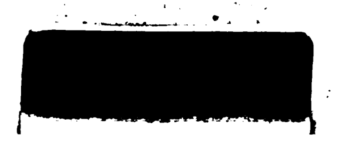

B 479480
DUPL


1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE



Zeitschrift

für

mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht.

Ein Organ für Methodik, Bildungsgehalt und Organisation der exakten Unterrichtsfächer an Gymnasien, Realschulen, Lehrerseminarien und gehobenen Bürgerschulen.

(Zugleich Organ der Sektionen für math. und naturw. Unterricht in den Versammlungen der Philologen, Naturforscher, Seminar- und Volksschul-Lehrer; giebt auch Mitteilungen über den „Verein zur Förderung des Unterrichts i. d. Mathematik und i. d. Naturw.")

Unter Mitwirkung

der Herren Prof. Dr. Bauer in Karlsruhe, Univ.-Prof. Dr. Frischauf in Graz, Dr. Günther, Prof. a. d. techn. Hochschule in München, Prof. Dr. Haas in Wien, Geh.-R. Dr. Hauck, Prof. an der techn. Hochschule in Berlin, Gewerbeschul-Dir. Dr. Holzmüller in Hagen, Realgymnasial.-Prof. Dr. Lieber in Stettin, Gymnas.-Prof. v. Lühmann in Königsberg i/N., O.-R.-Dir. Dr. Schotten in Halle und Prof. Wertheim in Frankfurt a/M.

herausgegeben

von

J. C. V. Hoffmann.

Achtundzwanzigster Jahrgang.



Leipzig,

Druck und Verlag von B. G. Teubner.

1897.

Inhaltsverzeichnis des 28. Bandes.

I. Abteilung.

Abhandlungen, gröfsere Aufsätze, kleinere Mitteilungen. Sprech- und Diskussions-Saal. Aufgaben-Repertorium.

A. Organisation des math.-natw. Unterrichts im Allgemeinen.

Man sehe auch „Zur Schul-Organisation“ in Abt. III.

B. Spezielle Methodik und Didaktik des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts.

I. Mathematik.

a) Allgemeines.

b) Arithmetik.

Kleine Mitteilungen. Diskussions- u. Sprech-Saal.

c) Geometrie.

II. Naturwissenschaften.

a) Physik.

b) Naturgeschichte und Geographie.

Vacat.

C. Beiträge zum Aufgaben-Repertorium.

A. Auflösungen.

B. Neue Aufgaben.

C. Aufgaben aus nichtdeutschen Fachzeitschriften nebst deren Lösungen.

Briefkasten zum A.-R. nebst Berichtigungen.

Anhang zum Aufgaben-Repertorium.

Genauere Nachweise über das Aufgaben-Repertorium.

Nr. der Aufgabe	Gattung d. Aufg.	Aufgaben-steller	Band Heft Seite der Aufgabe	Der Auflösungen Zahl	Art	Verfasser	Seite d. Aufl.
1527	sphär. Trg.	Stoll.	XXVII_7,505	1	R.	Fhrm., Lcht., Lkl., Plg., Stl.	499
1528	unendlich. Produkt	"	"	1	"	Plg., Stl.	500
1529	gm. Konst.	Kleiber	"	5	gm. u. R.	Bckg., Hck., Lcht., Lkl., Plg., Stl.	501
1530	stereom. Konstr.	"	"	1	gm.	Gr., Lcht., Lkl., Plg.	503
1531	Determin.	"	"	2	R.	Bmb., Gr., Fhrm., Plg., Stl.	503
1532	stereom. Satz	"	"	1	gm.	Bsk., Bckg., Lcht., Lkl., Plg., Stl., Vllh.	504
1533	Steiner-sche Ell.	Bücking	XXVII_7,506	2	gm. u. R.	Stgm., Stl.	569
1534	"	"	"	2	"	Stgm., Stl.	571
1535	"	"	"	1	gm.	Stgm., Stl.	"
1536	"	"	"	1	"	Stgm., Stl.	"
1537	"	"	"	1	"	Stgm., Stl.	572
1538	Apollon. Kreise	Haberland	"	vgl. Nr. 353 u. 383		Bsk., Bckg., Fhrm., Hbrld., Knt., Lcht., Lkl., Plg., Stgm., Stl., Trg.	"
1539	"	"	"	2	gm. u. R.	Bsk., Bckg., Fhrm., Hbrld., Knt., Lcht., Lkl., Plg., Stgm., Stl., Trg.	"
1540	"	"	"	1	gm.	Bsk., Bckg., Fhrm., Lcht., Lkl., Plg., Stgm., Stl.	573
1541	gm. Satz	Moser	"	1	"	Hbrld., Lcht., Lkl., Plg., Stgm.	"
1542	Apollon. Kreise	"	XXVII_7,507	identisch		mit 1539	
1543	"	"	"	1	R.	Fhrm., Hbrld., Plg., Stl.	574
1544	Ptolemäus d. Tangenten-vierecks	"	"	1	"	Bsk., Fhrm., Hbrld., Lcht., Plg., Stgm., Stl., Trg., Vllh.	575

Abkürzungen der Namen der Mitarbeiter am Aufg.-Repert.

Ad. = Adami
Bmb. = Bermbach
Bsk. = Beseke
Bml. = Böhmländer
Bhm. = Bohm
Bkl. = Bökle
Bckg. = Bücking
Eckh. = Eckhardt
Emm. = Emmerich
Frk. = von Frank
Frz. = Franz
Fhrm. = Fuhrmann
Gr. = Geuer
Gls. = Glaser
Ghm. = Gühme

Hbrld. = Haberland
Hck. = Hack
Hhff. = Heckhoff
Hllm. = Hellmann
Hrm. = Hermes
Isk. = Isak
Jmr. = von Jettmar
Jnk. = Junker
Klb. = Kleiber
Knt. = Kniat
Knps. = Knops
Kch. = Koch
Ktt. = Kotte
Kckr. = Kücker
Lcht. = Lachnit

Lm. = Leman
Lkl. = Lökle
Lkc. = Lukácsi
Mfsf. = Mafsfeller
M.-S. = Mating-Sammler
Mior. = von Miorini
Mch. = Michnik
Mos. = Moser
Np. = Nopper
Ptzk. = Pietzker
Plg. = Pilgrim
Rnl. = Reinöhl
Rch. = Richter
Rtg. = Ritgen
Rlf. = Rulf

II. Abteilung. Litterarische Berichte.

Rezensionen und Anzeigen. Programmschau. Zeitschriftenschau. Bibliographie.

A. Rezensionen und Anzeigen.

I. Reine Mathematik.

A) Compendien, Wörterbücher und Übungsbücher, Formelsammlungen.

B) Einzelne Zweige der Mathematik.

a) *Arithmetik und Algebra.*

Physikalische, geognostische und geologische Physik.

δ) Chemie und Mineralogie.

b) Naturgeschichte.

α) Allgemeines.

β) Zoologie (inclus. Anatomie und Physiologie).

γ) Botanik.

Litterarisches und Geschichtliches.

Pädagogisches (Didaktisches).

Alphabetisches Rezensionen-Verzeichnis zu diesem Bande.

(Vergl. die Fuſsnote zu dem ähnl. 1. Verzeichnis Bd. XV, S. XVI.)

Verfasser	Abgekürzter Titel des angezeigten Buches	Angezeigt von	Anf.-Seite der Anzeige.
Abendroth . . .	Leitfaden der Physik etc. 2. Aufl. . .	v. Z.*)	603
Arendt	Didaktik u. Methodik (Sep.-Abdr. aus Baumeister)	Pe.	197

*) Abkürzungen der Namen der Referenten: Do. = Domsch, Die. = Dietel, Dre. = Dreſsler, Gu. = Gutzmer, Gü. = Günther, Ha = Haas, Hey. = Heymann, Hls. = Holzmüller, Kor. = Korselt, Kr. = Krancher, Lu. = Lucke, Lud. = Ludwig, Nor. = Norrenberg, Pe. = Petzold, Ri. = Richter, Scho. = Schotten, Ste. = Stegemann, Tr. = Traumüller, Wrth. = Wertheim, Z. = v. Zahn, Zü. = Züge.

B. Programmschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme der Staaten resp. Provinzen:

Genauerer Nachweis der in diesem Bande angezeigten Programme, nach den Verfassern alphabetisch geordnet.*)

(Angelegt auf Wunsch vieler Leser in Bd. XXV und weitergeführt.)

*) Abkürzungen der Schulgattungen: G. = Gymnasium. R. = Realschule. RG. = Realgymnasium. G.-Sch. = Gewerbeschule. HBS. = Höhere Bürgerschule. HS. = Handelsschule. ORS. = Oberrealschule. Pr.-G. = Progymnasium. RL. = Reallehranstalt.

**) Abkürzungen der Namen der Berichterst.: A. = Ackermann; Bei. = Beifswanger; Mey. = Meyer; Norr. = Norrenberg; Sch. = Schaeffer; Sie. = Sievers; Ste. = Stegemann.

†) Wo O. (= Ostern) od. M. (= Michaelis) nicht angegeben, da fehlt es im Titel des Progr.

Verfasser	Abgekürzter Titel des Programms	Ort u. Schule	Termin d. Ersch.	Bericht-erstatter	Seite
Baisch	Erweiterung d. Satzes v. Reversionspendel	Heilbronn R.	96	Beißwanger	531
Barnewitz. . .	Wissenschaftl. Botanik i. h. Schulen	Brandenburg a. H. RG.	O. 97	Stegemann	617
Bernhard . . .	Lineare Scharen von Kurven u. Flächen	Ehingen G.	97	Bei.	532
Blasendorf . .	Teilung d. Kreisbogens	Berlin 8. R.	O. 96	Ste.	136
Blind	Handelsgeographie	Köln R.	O. 94	Norr.	450
Bockwoldt . .	Anal. Geom. i. d. Gymnas.-Prima	Neustadt W.-Pr. G.	O. 96	Meyer	49
Böklen.	Projekt. Geom. a. Oberrealschulen	Reutlingen G.	94	Bei.	530
Böttger	Naturw. Exkursionen	Berlin Dor. R.-G.	O. 97	Ste.	615
Breuer.	Gemeine Logarithmen	Wipperfürth Pr.-G.	O. 94	Norr.	448
Brömel.	Flüfsigkeit i. e. kapillaren konischen Röhre	Pirna R.	O. 96	Sievers	210
Buchrucker. .	Einführung ins mathem. Rechnen	Elberfeld R.	O. 95	Norr.	526
Busch	Propädeut. Physik	Mülheim a. d. Ruhr. II. T.	O. 93	"	142
Chemnitzer. .	Koordinaten - Transformation	Annaberg RG.	O. 96	Sie.	206
Cremer.	Potenzialbegriff in der Elektr. - Lehre. T. I. El. - Statik	Cleve G.	O. 94	Norr.	450
Degenhardt. .	Praktische Geometrie auf Gymn.	Frankfurt a. M. K.-Fr.-G.	O. 96	Ackermann	288
Dette	Analyt. Geom. d. Ebene Einl.	Elberfeld RG.	O. 93	Norr.	139
Dietz.	Flügeldecken d. Gattung „Carabus“	Reutlingen G.	1894/95	Bei.	530
Eichel	Nahrungsmittel - Untersuchung	Metz OR.	M. 1896	Schaeffer	366
Esser.	Botan. Pflanzenmaterial. II. T.	Köln RG.	93	Norr.	143
Fachlehrer in Wetzlar . . .	Naturw. Lehrstoff f. mittlere u. untere Kl.	Wetzlar G.	93	"	"
Fernbach . . .	D. Violine als akkust. Apparat	Berlin 7. R.	O. 96	Ste.	136
Freitag	Untersuch. 2er Kurven	Schneeberg G.	O. 96	Sie.	206
Fritsch	Chlorophyll d. Dikotyledonen	Osterode i. Pr. R.-Pr.-G.	O. 96	Mey.	48
Gallien	Physik für I des R.-G.	Neifse RG.	O. 96	"	51
Goldbeck . . .	Galileis u. Borellis Gravitationshypothese	Berlin Louisst. G.	O. 97	Ste.	612
Goldscheider.	Gaufssche Osterformel	Berlin Louisst. RG.	O. 96	Ste.	134
Grede.	s. Stelz u. Grede				
Gutsche	Beweis zu Steinerschen Lehrsätzen	Breslau ORS.	O. 96	Mey.	51
Haas	Graphische Darstellung höh. Plankurven	Stuttgart E.-L.-G.	95	Bei.	531
Hecht	Interferenzerscheinungen an Zwillingskrystallen	Königsberg RG.	O. 96	Mey.	48
Heilermann. .	Reihen bei Begründung algebr. Regeln	Essen RG.	O. 93	Norr.	140
Hermes	Einfachste Vielflache	Berlin Köln. G.	O. 96	Ste.	131

Verfasser	Abgekürzter Titel des Programms	Ort u. Schule	Termin. d. Ersch.	Bericht-erstatter	Seite
Tischer	Begründung d. Infinitesimalrechn. durch Newton u. Leibnis	Leipzig Nik.-G.	O. 95	Sie.	205
Velten	D. naturw. Unterr. a. Gymn.	Köln Apost.-G.	O. 94	Norr.	450
Voigt	Eisenbahnhygiene	Gleiwitz OR.	O. 96	Mey.	51
Weber	Mathem. Lernstoff der IIIb u. IIIa	Kottbus Fr.-W.-G.	O. 96	Ste.	131
Wedekind. . .	Aufl. algebr. Gl. 2.—4. Gr. durch symm. Funktion.	Köln Marz.-G.	O. 93	Norr.	140
Weigand . . .	Phys. Erdkunde i. d. OR. des Reichsl.	Strafsburg OR.	M. 96	Sch.	369
Weltzien . . .	Produkte u. Potenzen von Determinanten	Berlin Fr.-W.-OR.	O. 97	Ste.	618
Zeppenfeld . .	Konstr. v. Kugelschatten, K.-Perspektiven u. Erdgradnetzen	Elberfeld RG.	O. 94	Norr.	449
Ziaja	Aristotelische Anschauung vom Wesen etc. des Lichts	Breslau K.-W.-G.	O. 96	Mey.	50
Zöllner	Bedeutung d. Elbe für d. mittelalt. Handel Sachsens	Chemnitz R.	O. 96	Sie.	208

C. Zeitschriftenschau.

D. Bibliographie.

E. Kritischer Sprechsaal (Entgegnungen und Erwiderungen, Repliken und Dupliken).

III. Abteilung. Pädagogische Zeitung.

Berichte über Versammlungen und in denselben gehaltene Vorträge.

Zur Schul-Organisation.

Bekanntmachungen und Einladungen zu Versammlungen (nebst Programmen).

Ankündigungen neuer Werke.

Verschiedenes.

Abdrücke aus Zeitschriften.

Nekrologe.

Frage- und Antwortkasten.

Bei der Redaktion eingelaufene Druckschriften.

Berichtigungen.

Briefkästen.

Figuren-Verzeichnis.

Alphabetisches Verzeichnis der Mitarbeiter an diesem Bande.

(Die Mitarbeiter am Aufgaben-Repertorium sind nicht hier, sondern hinter dem A.-R.-Verz. (S. X) aufgeführt.)

Name	Wohnort	Name	Wohnort
Ackermann	Cassel	Meyer (E.)	Freiburg i. Schl.
Baumann	Göttingen	Merkelbach	Cassel
Beifswanger	Reutlingen	Müller (C. H.)	Frankfurt a/M.
Dietel	Reichenbach i. V.	Müsebeck	Waren
Domsch	Chemnitz	Norrenberg	Düsseldorf
Drefsler	Dresden	Neumann	Berlin
Emmerich	Mülheim a. Ruhr	Petzold	Zerbst
(Fink)	Frankfurt a/M.	Quensen	Gandersheim i. Brsch.
(Graf)	Bern	Richter	Wandsbeck b. Hamb.
Gutzmer (G)	Halle a. S.	”	Leipzig
Günther	München	Schaeffer	Buchsweiler i. E.
Haas	Wien	Schotten	Halle a. S.
Häbler	Grimma	Schülke	Osterode O.-Pr.
Henke	Dresden	Sievers	Frankenberg i. S.
Hermes	Lingen a. Ems	Simon	Strafsburg
Heymann	Chemnitz	Stammer	Düsseldorf
Holzmüller	Hagen	Stegemann	Prenzlau
v. Jettmar	Wien	Thiede	Köslin
Kewitsch	Freiburg i. B.	Thieme	Posen
Korselt	Merane	Traumüller	Leipzig
Krancher	Leipzig	(Wagner)	Darmstadt
Lakowitz	Danzig	Wernicke	Braunschweig
Löschhorn	Prov. Posen	Wertheim	Frankfurt a. M.
Ludwig	Greiz	Wilhelm	Pilsen
Meyer	Freiburg i. Schl.	Witting	Dresden
		Züge	Wilhelmshaven

Die Maturitätsprüfung an den österreichischen Realschulen.

Mit besonderer Berücksichtigung der Prüfung aus der Mathematik nebst einigen anderen Bemerkungen über österr. Schuleinrichtungen.

Von Franz Wilhelm Prof. a. d. Staatsgewerbeschule in Pilsen.

Im 25. Jahrgange ds. Z. (1894, Heft 4) befindet sich als Anhang zum Aufgaben-Repertorium eine Abhandlung über „Die mathematischen Aufgaben bei den Abschlufs- resp. Reifeprüfungen an Gymnasien resp. Progymnasien in Preufsen für das Jahr 1893", die gewifs alle „mathematischen" Collegen sehr interessiert hat: zum ersten deswegen, weil darin eine Reihe von erprobten Aufgaben mitgeteilt wurde, zum zweiten aber auch deshalb, weil durch die Veröffentlichung solcher zu dem gleichen Zwecke an verschiedenen Lehranstalten erteilten Aufgaben jeder Fachmann an ihnen seine Ansicht beziehungsweise sein Urteil über den Grad des Umfanges und der Schwierigkeit, sowie nicht minder über die Art derselben, wo nicht ganz genaue Vorschriften diese regeln, verbessern, beziehungsweise festigen kann, wie schon der Verfasser der erwähnten Abhandlung, Herr Dr. Quensen, an einem speziellen Beispiele (bezüglich der zulässigen oder nicht zulässigen planimetrischen Prüfungsarbeiten) gezeigt hat.

Aber auch für die Fachgenossen anders organisierter Lehranstalten desselben Landes, wie auch für jene gleich (oder ähnlich) eingerichteter Anstalten verschiedener Länder (Provinzen, Staaten) bleibt eine solche vergleichsweise Betrachtung nicht ohne Nutzen; denn „eine Sammlung von wirklich gegebenen Prüfungsaufgaben läfst immer den Standpunkt erkennen, auf dem sich der Unterricht in dem Gegenstande zur gegebenen Zeit befand und enthält sonach gewissermafsen ein Stückchen Schulgeschichte" des betreffenden Landes. Aus diesen Gründen glaube ich auch mit den vorliegenden Mitteilungen, die sich aufserdem nicht blofs auf die einfache Wiedergabe von Prüfungsbeispielen aus der Mathematik, sondern auch noch auf einige für jeden Schulmann wissenswerte Einrichtungen einer ganzen Kategorie von österreichischen Lehranstalten erstrecken, nicht allein das Interesse der inländischen Collegen sondern auch der „im Reiche" zu treffen. Für die österreichischen Amtsgenossen werden die Darlegungen, selbstverständlich nichts Neues bringen können, da jeder Mittelschullehrer im Besitze ihrer Kenntnis zu

sein gehalten ist. Dem gröfsten Teile der Leser aber (im Auslande) dürfte das Gebrachte nicht ganz geläufig und darum willkommen sein.

Wenn ich nun auch vornehmlich nur das Wichtigste über die Realschulen hier anzuführen gedenke, so soll doch gelegentlich — zur Unterscheidung und Vergleichung — auch den Gymnasien ein Wort gegönnt sein. Bezüglich der an beiden gleichzeitig gelehrten mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer (Mathematik, Physik und Naturgeschichte) stehen die Forderungen an den beiden Anstaltskategorien ohnehin einander gleich. Im übrigen gelten auch, namentlich wo dies nicht speziell hervorgehoben wird, insbesondere in Bezug auf Lehrkräfte, Prüfungswesen etc. die gleichen Bestimmungen.

Nach dem bezüglichen Gesetze ist der Zweck der Realschulen: erstens eine höhere allgemeine Bildung mit besonderer Berücksichtigung der mathematisch-naturwissenschaftlichen Disciplinen zu gewähren; zweitens für die auf diesen Disciplinen beruhenden höheren Fachschulen (polytechnische Institute, Forstakademien, Bergakademien, landwirtschaftliche Hochschulen u. s. w.) vorzubereiten. Vollständige Realschulen bestehen aus sieben Klassen, deren jede einen Jahreskurs bildet, und zerfallen in vierklassige Unter- und dreiklassige Oberrealschulen. Die Unterrealschule bereitet auf die Oberrealschule vor und bezweckt zugleich für jene, welche nach Absolvierung derselben ins praktische Leben übertreten, eine bis zu einem gewissen Grade abschliefsende allgemeine Bildung. Als Vorbereitung für die Oberrealschule kann auch das vierklassige Realgymnasium*) dienen. Die Oberrealschule setzt den in der

*) Das Realgymnasium ist rücksichtlich des Obergymnasiums ein Untergymnasium, welches den Lehrplan des Untergymnasiums im allgemeinen festhält und durch alle vier Klassen obligatorischen Unterricht im Freihandzeichnen erteilt; rücksichtlich der Oberrealschule aber ist es jenes Untergymnasium mit obligatorischem Zeichenunterrichte, das den vom obligatorischen Unterrichte im Griechischen zu enthebenden Schülern der III. und IV. Klasse einen solchen aus der französischen Sprache zugänglich macht. — An den reinen Realschulen Böhmens beginnt der obligatorische Unterricht im Französischen in der II. Klasse, an den übrigen Realschulen Österreichs schon in der I. Klasse, wobei noch festgehalten werden mag, dafs wir in unserer Prima (I. Kl.) nicht die ältesten, sondern die jüngsten Schüler, also die Zählung der Kurse nach Schuljahren von unten herauf haben. Gymnasien, Realgymnasien und Realschulen führen den gemeinsamen Namen Mittelschulen. Der Eintritt aus der Elementar-(Volks-)Schule in die Mittelschule ist erst mit dem vollendeten zehnten Lebensjahre gestattet. Die Aufnahme erfolgt auf Grund einer Aufnahmsprüfung aus der Religion, dem Rechnen und der deutschen Sprache. — Nebenbei kann hier noch Kenntnis genommen werden von unseren dreiklassigeu Knaben- und Mädchen-Bürgerschulen, welche die Aufgabe haben, — ohne Fachschule zu sein — denjenigen, die eine Mittelschule nicht besuchen, eine über das Lehrziel der allgemeinen Volksschule hinausreichende Bildung zu gewähren. Sie stehen meistens mit fünfklassigen Volksschulen in Verbindung, als deren Fortsetzung sie anzusehen sind. Der Besuch der Volksschule ist obligatorisch, d. h. die Eltern oder deren Stellvertreter dürfen ihre Kinder oder Pflegebefohlenen nicht ohne den

Unterrealschule begonnenen Unterricht fort und ist spezielle Vorbereitungsschule für die auf den mathematisch-naturwissenschaftlichen Disciplinen beruhenden höheren Studien. Das Recht zur Ausstellung staatsgiltiger Zeugnisse kann den vom Lande, von Gemeinden, Korporationen oder Privaten errichteten Realschulen zuerkannt werden, wenn ihre Einrichtung nicht in wesentlichen Punkten von der für die Staatsrealschulen vorgeschriebenen abweicht.

Die obligatorischen Lehrgegenstände der deutschen Realschulen Böhmens (und auch der Mehrzahl der übrigen Kronländer Österreichs) sind aus der folgenden Stundenübersicht für Realschulen zu ersehen, der wir auch gleich jene für Gymnasien folgen lassen. Als freie Gegenstände werden dann an beiden Anstalten noch gelehrt: die zweite (in Böhmen die czechische) Landessprache, Stenographie und Gesang, zu denen an den Realschulen noch Modellieren und analytische Chemie kommen. Andere freie Gegenstände können nach Bedürfnis mit Genehmigung des Unterrichtsministeriums eingeführt werden.

(Tabelle siehe folgende Seite.)

Die Verteilung der Lehrgegenstände auf die einzelnen Klassen, sowie der Umfang, in welchem die einzelnen Disciplinen zu lehren sind, und die für dieselben zu verwendende Stundenzahl ist für sämtliche österreichische Realschulen durch einen „Normallehrplan" (vom Jahre 1879) geregelt, in welchem deutlich ausgesprochen erscheint, dafs bei der im Jahre 1870 erfolgten Umgestaltung der Realschulen diesen die heterogene Aufgabe, einen mittleren Grad der Vorbildung für gewerbliche Beschäftigungen zu gewähren, abgenommen wurde, wodurch die Realschulen zu den technischen Hochschulen viel bestimmter in das gleiche Verhältnis traten, in welchem die Gymnasien zu den Universitäten sich seit jeher befinden.

Die Zahl der Schüler einer Klasse soll in der Regel fünfzig (in einigen Kronländern vierzig) nicht übersteigen. Wo die Anzahl

---

Unterricht lassen, welcher für öffentliche Volksschulen vorgeschrieben ist. Die Schulpflicht beginnt mit dem vollendeten sechsten und dauert bis zum vollendeten vierzehnten Lebensjahre. Der frühere Eintritt in eine Mittelschule — doch nicht eher, als nach vollendetem zehnten Lebensjahre — ist natürlich gestattet. — Die Heranbildung der nötigen Lehrkräfte für die Volksschulen erfolgt in, nach dem Geschlechte der Zöglinge gesonderten je vier Jahreskurse umfassenden, Lehrerbildungsanstalten, mit denen zum Zwecke der praktischen Ausbildung der Kandidaten eine Volksschule als Übungs- und Musterschule mit selbständigen Lehrern verbunden ist. Zur Aufnahme in den ersten Jahrgang einer Lehrerbildungsanstalt wird das zurückgelegte fünfzehnte Lebensjahr, physische Tüchtigkeit, sittliche Unbescholtenheit und die entsprechende Vorbildung gefordert. Diese kann entweder in den eigens hierzu errichteten Vorbereitungsklassen, den Bürgerschulen oder in anderer Weise erworben werden. — Das Einjährig-Freiwilligenrecht geniefsen die Absolventen der Realschulen und Gymnasien, sowie die der Lehrerbildungsanstalten und einiger höheren Fachschulen.

Stundenübersicht an den Realschulen (Böhmens).

A. Obligatorische Lehrgegenstände:	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	Summe
Religion	2	2	2	2	2	2	2	14
Deutsche Sprache	6	3	4	3	3	3	3	25
Französische Sprache . . .	—	4	4	3	3	3	3	20
Englische Sprache	—	—	—	—	3	3	3	9
Geographie	3	2	2	2	—	—	—	9
Geschichte	—	2	2	2	3	3	3	15
Arithemetik	4	3	3	4	—	—	—	14
Mathematik	—	—	—	—	5	5	5	15
Geometrie und geometrisches Zeichnen	—	3	3	3	—	—	—	9
Darstellende Geometrie . .	—	—	—	—	3	3	3	9
Physik	—	—	3	3	—	3	4	13
Chemie	—	—	—	3	3	3	—	9
Naturgeschichte	3 1)	3 2)	—	—	2 1)	2 3)	2 4)	12
Freihandzeichnen	6	4	4	4	4	2	4	28
Kalligraphie	2	1	—	—	—	—	—	3
Turnen	2	2	2	2	2	2	2	14
Summe . . .	28	29	29	31	33	34	34	218
B. Freie Lehrgegenstände:								
Böhmische Sprache	4	3	4	3	3	3	3	26
Analytische Chemie	—	—	—	—	2	2		4
Stenographie	—	—	—	—	2	2	—	4
Gesang	2	2	2	2	2	2	2	14

Stundenübersicht an Gymnasien.

Obligatorische Lehrgegenstände:	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.	Summe
Religion	2	2	2	2	2	2	2	2	16
Latein	8	8	6	6	6	6	5	5	50
Griechisch	—	—	5	4	5	5	4	5	28
Deutsche Sprache . .	4	4	3	3	3	3	3	3	26
Geographie	3	2	3	2	—	—	—	3	27
Geschichte		2		2	3	4	3		
Arithmetik	3	3	3	3	2	3	3	2	24
Geometrie					2				
Philosoph. Propädeutik .	—	—	—	—	—	—	2	2	4
Naturgeschichte . . .	2 5)	2 5)	2 6)	—	2 3)	2 1)	—	—	10
Physik	—	—		3			3	3	9
Summe . . .	22	23	24	25	25	25	25	25	194

1) Zoologie. 2) Mineralogie im I. Semester, Botanik im II. Semester. 3) Botanik. 4) Mineralogie und Geologie. 5) Zoologie und Botanik. 6) Mineralogie im II. Semester, Physik und Chemie im I. Semester.

der Schüler in einem dreijährigen Durchschnitte sechzig erreicht hat, darf die Aufnahme von mehr als fünfzig Schülern in die betreffende Klasse nur unter der Voraussetzung stattfinden, daſs Parallel-Abteilungen errichtet werden. — Das Schuljahr beginnt an den meisten Mittelschulen Österreichs am 15. September und endet mit dem 15. Juli; am Samstage vor dem 16. Februar schlieſst das erste Semester eines jeden Schuljahres.

Semestral- und Jahresprüfungen finden für öffentliche Schüler (wie ehedem) nicht statt, sondern es entscheidet die Lehrerkonferenz auf Grund der Gesamtleistungen eines Schülers während des Schuljahres über das Vorrücken desselben in den nächst höheren Jahrgang. Stellt sich ein ungenügender Erfolg bezüglich eines einzigen Gegenstandes heraus, so kann der Lehrkörper dem Schüler die Erlaubnis zur Ablegung einer Wiederholungsprüfung vor Beginn des neuen Schuljahres erteilen, von deren günstigem Erfolge das Vorrücken in die höhere Klasse abhängt. Zum Behufe des Nachweises aber, daſs die Mittelschüler sich die für das Aufsteigen in die Hochschule oder eine andere der früher genannten Anstalten, bezw. für den Eintritt in bestimmte Berufsarten (Post-, Finanzwesen etc.) erforderlichen Kenntnisse erworben haben, werden Maturitätsprüfungen abgehalten, mit deren Vornahme besondere Kommissionen betraut sind. Diese bestehen zunächst aus einem Landesschulinspektor oder dem vom Vorsitzenden des Landesschulrates Delegierten als dem Leiter der Prüfung, dann aus dem Direktor und den sämtlichen Lehrern der letzten (obersten) Klasse der betreffenden Studienanstalt. — Externe, welche keiner öffentlichen Mittelschule als öffentliche oder Privatschüler — d. h. eingeschriebene, aber nicht am öffentlichen Unterrichte teilnehmende Schüler — angehören, können zur Maturitätsprüfung zugelassen werden, wenn sie das siebenzehnte (für Realschulen) bezw. achtzehnte Lebensjahr (für Gymnasien) zurückgelegt haben.

Bezüglich der Lehrkräfte gilt, daſs nur diejenigen, welche sich ein Befähigungszeugnis erworben haben, als wirkliche Lehrer an den Mittelschulen angestellt werden können. Die Befähigung wird durch eine Prüfung ermittelt, mit deren Abhaltung eigene, vom Minister für Kultus und Unterricht bestellte Kommissionen betraut sind, deren Mitglieder ausschlieſslich der Reihe der Hochschul-Dozenten entnommen werden.

Um zu dieser Prüfung zugelassen zu werden, hat sich der Kandidat auszuweisen: a) mit dem Zeugnisse der Maturität für die Universitätsstudien, beziehungsweise für Studien an der technischen Hochschule; b) mit einem, auch das legale Verhalten bestätigenden Abgangszeugnisse von der Universität, welches darthut, daſs er mindestens vier Jahre an einer Universität und davon wenigstens drei Jahre an der philosophischen Fakultät als ordentlicher Studierender zugebracht und während dieser Zeit seine

Fachstudien betrieben habe. Kandidaten der naturwissenschaftlichen Lehrfächer (Physik, Naturgeschichte, Chemie) haben sich über die Teilnahme an den praktischen Arbeiten in den betreffenden Instituten und Laboratorien auszuweisen.

Das Realschul-Maturitäts-Zeugnis (für Studien an der technischen Hochschule) samt dem Nachweise vierjähriger Universitätsstudien an der philosophischen Fakultät in der Eigenschaft eines aufserordentlichen Studierenden begründet für einen Kandidaten den Anspruch auf Zulassung zur Prüfung für das Lehramt an Realschulen mit der Beschränkung auf die mathematisch-naturwissenschaftlichen Fächer (Mathematik, geometrisches Zeichnen, darstellende Geometrie, Physik, Naturgeschichte, Chemie, Geographie). Für die Ablegung der Lehrbefähigungsprüfungen aus der Stenographie, dem Freihandzeichnen, Singen und Turnen sind je besondere Kommissionen eingesetzt. Eine für das Gymnasium erworbene Lehrbefähigung hat auch für die Realschule Giltigkeit. Eine Verschiedenheit hinsichtlich der Anforderungen bei der wissenschaftlichen Prüfung jener Gegenstände, welche dem Gymnasium und der Realschule gemeinsam sind, besteht jedoch nicht.

Bei der Prüfung werden Haupt- und Nebenfächer unterschieden. Das Bestehen der Prüfung aus einem Hauptfache befähigt zum Lehrer der betreffenden Disciplin im ganzen Gymnasium oder in der ganzen Realschule, dagegen das Bestehen der Prüfung aus einem Nebenfache zum Unterrichte blofs im Untergymnasium oder in der Unterrealschule.

Die einzelnen Lehrgegenstände des Gymnasiums und der Realschule sind für die Prüfung in Gruppen zusammengestellt, von denen uns hier zunächst folgende interessieren:

1) Geographie und Geschichte als Hauptfächer;

2) Mathematik und Physik als Hauptfächer;

3) Naturgeschichte als Hauptfach, dazu Mathematik und Physik als Nebenfächer.

Mit Beschränkung auf Realschulen:

4) Mathematik als Hauptfach in Verbindung entweder mit darstellender Geometrie, oder mit geometrischem Zeichnen und Physik als Nebenfächer;

5) Naturgeschichte und Chemie entweder als Hauptfächer mit einander verbunden, oder eines von ihnen als Hauptfach in Verbindung mit zwei Nebenfächern, als welche Mathematik, Physik, Chemie, Naturgeschichte und Geographie beliebig kombiniert, geometrisches Zeichnen aber nur mit Mathematik verbunden werden kann;

Zu diesen Gruppen der mathematisch-naturwissenschaftlichen Richtung kommen noch die folgenden den übrigen obligatorischen Gegenständen der österr. Mittelschulen entsprechenden Zusammenstellungen:

6) Klassische Philologie, d. i. lateinische und griechische Sprache und Literatur als Hauptfächer, dazu die Unterrichtssprache als Nebenfach;

7) Deutsche Sprache oder irgend eine andere Landessprache (Unterrichtssprache) als Hauptfach, dazu Latein und Griechisch als Nebenfächer;

8) Philosophie, in Verbindung entweder mit Griechisch als Hauptfach und Latein als Nebenfach, oder mit Mathematik als Hauptfach und Physik als Nebenfach;

9) Zwei der modernen Kultursprachen: Französisch, Englisch, Italienisch, für gewisse Anstalten (Realschulen) mit nichtdeutscher Unterrichtssprache auch Deutsch, in Verbindung mit Deutsch oder irgend einer Landessprache (Unterrichtssprache) als Nebenfächer.

10) Die englische Sprache als Hauptfach, dazu die französische Sprache und die deutsche oder irgend eine Landessprache (Unterrichtssprache) als Nebenfächer.

Eine Änderung dieser Gruppen ist insofern nicht zulässig, als weder eine geringere Zahl von Lehrgegenständen noch eine andere Verbindung derselben als die hier angegebene den Anspruch auf Zulassung zur Prüfung gewähren kann. Für das Bestehen der Prüfung aus Physik als Hauptfach sowie aus der darstellenden Geometrie ist das Bestehen der Prüfung aus Mathematik als Hauptfach erforderlich, wogegen die Prüfung aus Mathematik als Hauptfach in Verbindung mit einer selbständigen Gruppe gestattet ist.

Über die Anforderungen bei der Prüfung hinsichtlich der einzelnen Gegenstände im Besonderen kann hier hinweggegangen werden; doch sei noch bemerkt, dafs jeder Kandidat während seiner Studienzeit sich auch diejenige allgemeine philosophische und pädagogische Bildung anzueignen hat, die dem Lehrer was immer für eines Faches unentbehrlich ist. Der Erfolg dieses Studiums ist durch die häusliche Bearbeitung eines Themas allgemeineren philosophischen, pädagogischen oder didaktischen Inhaltes darzuthun. Ebenso wird für jedes gewählte Hauptfach zunächst eine Hausaufgabe gestellt, in welcher dem Kandidaten Anlafs zu bieten ist, die Befähigung zu wissenschaftlicher Arbeit und die Gründlichkeit seiner Fachkenntnisse zu beweisen. — Aus den zu einer Gruppe gehörenden Nebenfächern ist im allgemeinen blofs eine Hausaufgabe zu erteilen. — Zur Bearbeitung der Hausaufgaben wird dem Examinanden ein Zeitraum von drei Monaten für jede Aufgabe gewährt. Diese Frist kann von der Prüfungskommission über Ansuchen des Kandidaten höchstens auf das Doppelte erstreckt werden.

Haben die schriftlichen Hausarbeiten Anlafs zur Zurückweisung nicht gegeben, so erhält der Examinand die Vorladung zur Klausurarbeit und zur mündlichen Prüfung. Für jeden Gegenstand der Prüfung ist eine Klausurarbeit unter unausgesetzt strenger Aufsicht durchzuführen. Die Arbeitszeit beträgt zehn Stunden für

ein Hauptfach, fünf für ein Nebenfach. Die mündliche Prüfung betrifft neben den Fachgegenständen, für welche der Kandidat die Lehrbefähigung zu erwerben wünscht, auch die Unterrichtssprache und wo sie nicht die deutsche ist, auch diese. In keinem der Prüfungsstadien können vorzügliche Leistungen in einem Gegenstande als Ersatz für Mängel in einem anderen betrachtet werden. — Das Zeugnis, daſs ein Kandidat die Prüfung vollständig bestanden habe, berechtigt ihn zunächst das Probejahr*) an einer Anstalt zu bestehen und macht ihn dann fähig an Gymnasien oder Realschulen angestellt zu werden.

Für die Obligat-Fächer werden an jeder vollständigen (siebenklassigen) Realschule neben dem Religions- und dem Turnlehrer noch zwölf, an einer (vierklassigen) Unterrealschule noch sieben (an Gymnasien fünf, bezw. elf) wirkliche Lehrer mit Einschluſs des Direktors bestellt. Eine Vermehrung der Lehrkräfte nach Maſsgabe des Bedürfnisses (z. B. wenn Parallelklassen errichtet werden muſsten) ist nicht ausgeschlossen. Der Direktor ist mit der unmittelbaren Leitung der Anstalt betraut und an vollständigen Realschulen zu sechs bis acht, an Unterrealschulen zu acht bis zehn wöchentlichen Unterrichtsstunden verpflichtet. (An Gymnasien zu fünf bis acht, bezw. zehn bis vierzehn Stunden.) Die Lehrer des Zeichnens und des Turnens können bis zu vierundzwanzig, die der Sprachfächer aber nur bis zu siebenzehn Stunden wöchentlich verhalten werden; den übrigen wirklichen Lehrern sollen in der Regel nicht mehr als zwanzig Stunden wöchentlich zugewiesen werden. (In einigen Kronländern zeigen die im Vorangehenden gegebenen Stundenzahlen geringe Abweichungen.)

An Gehalt bezieht ein wirklicher Lehrer (der vom Zeitpunkte seiner definitiven Anstellung den Titel Professor führt,) nach dem z. Z. giltigen Gehalts-Schema (aus dem Jahre 1873) ein Anfangsgehalt von 1000 (in Wien 1200) Gulden (= 1700 bezw. 2040 Mark), das nach je fünf weiteren Dienstjahren (bis einschlieſslich zum fünfundzwanzigsten) um 200 fl (= 340 Mark) steigt, und eine in die Pensionsbemessung (Ruhegenuſs**) nicht einrechenbare (als Wohnungsentschädigungsbeitrag gedachte) Aktivitätszulage, welche sich im

*) Nach Ablauf des Probejahres hat der Direktor auf Grund einer Beratung mit dem leitenden Professor, dem der Kandidat zur praktischen Ausbildung seiner Lehrfähigkeit zugewiesen war, ein Zeugnis auszustellen, in welchem die Thätigkeit des Kandidaten bezeichnet und der Grad der von ihm bewiesenen Fertigkeit im Unterrichten und im Aufrechthalten der Zucht unverholen beurtheilt wird. Erst durch dieses (im günstigen Sinne ausgefallene) Zeugnis wird die Befähigung zur Anstellung als ordentlicher Lehrer vollständig erworben.

**) Der Ruhegenuſs im Umfange des vollen zuletzt bezogenen Gehaltes gebürt einem Mittelschullehrer nach zurückgelegten dreiſsig Dienstjahren (den übrigen Staatsbeamten in der Regel erst nach zurückgelegten vierzig Dienstjahren).

allgemeinen nach der Einwohnerzahl des Dienstortes richtet und zwischen 200 und 600 fl. beträgt. Es sei aber bemerkt, daſs eben eine Gehaltsregulierung im Zuge ist, nach welcher sich die Gehälter (und sonstigen Verhältnisse) der genannten Lehrpersonen bedeutend günstiger gestalten werden.*) Das Mehrgehalt des Direktors (gegenüber einem wirklichen Lehrer) besteht im Wesentlichen aus einer in die Pensionsbemessung einrechenbaren Funktionszulage von 3—400 fl. (nach dem unten angegebenen Gesetze von 500 fl.) und im Genusse einer Amtswohnung (mit auf die Hälfte reduzierter Aktivitätszulage).

Die Direktoren und wirklichen Lehrer (Professoren) an Staatslehranstalten sind Staatsbeamte. Sämtliche mit Gehalt angestellte Staatsbeamte werden in elf Rangklassen geteilt. Die Direktoren der Staatsmittelschulen (Gymnasien und Realschulen) und Lehrerbildungsanstalten stehen in der siebenten, die Professoren in der neunten Rangklasse; doch können die Letzteren nach Erlangung der dritten Quinquennalzulage vom Unterrichtsminister in die achte Rangklasse befördert werden. Der Antrag auf Zuerkennung derselben kann von der Landesschulbehörde aber nur zu Gunsten solcher bereits im Genusse der dritten Quinquennalzulage befindlichen Professoren gestellt werden, deren Dienstleistung das Maſs ordentlicher Pflichterfüllung in solcher Weise überragt, daſs dieselben einer besonderen Auszeichnung würdig erscheinen. Ein Mehrgehalt ist mit dieser Rangeserhöhung nicht verbunden. Nur die Aktivitätszulage erhöht sich — je nach der Einwohnerzahl des Dienstortes — um vierzig bis hundert Gulden.

Was nun die oben erwähnte mit den Schülern der siebenten (am Gymnasium der achten) Klasse vorzunehmenden Maturitätsprüfung betrifft, so zerfällt diese in einen schriftlichen und in einen mündlichen Teil. Der erstere besteht an den deutschen Realschulen Böhmens aus nachstehenden sechs mit der zweiten Hälfte des vorletzten Monats im Schuljahre zum Abschluſs zu bringenden Arbeiten:

1) in einem Aufsatze aus der deutschen Sprache;

2) in einer Übersetzung aus der französischen Sprache in das Deutsche;

3) in einer Übersetzung aus der deutschen Sprache in die französische;

*) Nach dem vom Reichsrate bereits angenommenen, aber erst in einem noch nicht bestimmten Zeitpunkte in Wirksamkeit tretenden neuen „Beamten-Gehaltsgesetze“ wird ein österr. Mittelschullehrer künftighin als Anfangsgehalt 1400 fl. (= 2380 Mk.), als erste und zweite Quinquennalzulage je 200 fl. und als dritte, vierte und fünfte Quinquennalzulage je 300 fl. (bei gleichbleibender Aktivitätszulage) beziehen, so daſs er nach dreiſsigjähriger Dienstzeit mit dem Betrage von 2700 fl. (= 4590 Mk.) in den Ruhestand tritt.

4) in einer Übersetzung aus der englischen Sprache in die deutsche;

5) aus einer mathematischen Arbeit;

6) aus einer Arbeit über darstellende Geometrie.

Für die Arbeiten sub 1) und 6) können je fünf, für jene sub 5) vier, für alle anderen je drei Stunden verwendet werden.

Die Themata zu den einzelnen Klausurarbeiten wählt der Landesschulinspektor aus einer gröfseren Anzahl von solchen, welche die Lehrer der betreffenden Gegenstände in der obersten Klasse vorschlagen. Diese Aufgaben übernimmt der Direktor versiegelt und legt sie dem Landesschulinspektor vor, welcher die gewählten Arbeiten unter Siegel an die Anstalt sendet. Der Landesschulinspektor hat auch das Recht selbst Aufgaben statt der vorgeschlagenen zu stellen.

Die mündliche Prüfung ist von allen Kandidaten der Realschulen aus Mathematik, Physik, Geographie und Geschichte, aus einzelnen der übrigen Gegenstände aber nur in gewissen Fällen abzulegen. An Gymnasien soll in der Regel kein Examinand von der mündlichen Prüfung in irgend einem oligaten Gegenstande dispensiert werden; doch steht es dem Vorsitzenden der Prüfungskommission frei, im Einvernehmen mit dem Fachlehrer ausnahmsweise einen Gegenstand für einzelne Examinanden ausfallen zu lassen. Diejenigen Abiturienten, deren Durchschnittsleistung aus den vier letzten Semestern in der Geschichte und Physik durch die Noten „lobenswert“ oder „vorzüglich“ charakterisiert werden kann, werden von der Prüfung aus diesen beiden Gegenständen losgezählt und die ihnen zukommenden Durchschnittsnoten aus diesen zwei Gegenständen mit Einflufs auf den Gesamtkalcül in das Maturitätszeugnis eingetragen.

Bezüglich der Prüfung aus der Mathematik, die hier näher zur Besprechung kommen soll, gilt die Vorschrift, dafs der Examinand in der Planimetrie und Trigonometrie (ebene und sphärische) so geübt sein mufs, dafs er die Beweise von Lehrsätzen und die Lösung von Aufgaben, welche in nächster und einfachster Beziehung zu den Hauptsätzen jener Gebiete stehen, nach kurzer Überlegung selbst zu finden vermag. In den übrigen Gebieten der Geometrie (Stereometrie und analytischer Geometrie) mufs er Kenntnis und Verständnis der Hauptlehrsätze und ihrer Beweise darthun. Ferner mufs er einfache Gleichungen des ersten Grades mit einer oder mehreren Unbekannten und des zweiten Grades mit einer Unbekannten leicht zu lösen, mit Logarithmen geläufig zu rechnen verstehen und in den übrigen Gebieten der Arithmetik und Algebra (Kettenbrüche, unbestimmte und reciproke Gleichungen, Progressionen, Zinseszinsen- und Rentenrechnung, Kombinationslehre, binomischer Lehrsatz, Wahrscheinlichkeits- und Lebensversicherungsrechnung etc.) mit den Hauptsätzen und ihrem wissenschaftlichen Zusammenhange

bekannt sein. Im allgemeinen aber ist nicht sowohl die nur durch besondere Vorbereitung zu erlangende Gewandtheit und Sicherheit in der Ableitung aller Lehrsätze, sondern vielmehr die Fähigkeit zu erproben, von denselben auf Grund klaren Verständnisses wissenschaftlichen Gebrauch zu machen. Die Vorschrift hebt hier nur einige bestimmte Gebiete, und zwar diejenigen hervor, deren Beherrschung vom Schüler am ehesten zu erreichen ist und deshalb auch am entschiedensten gefordert werden kann, weil sie den Zugang zu allen anderen Gebieten sicher öffnen. Selbstverständlich werden insbesondere für den schriftlichen Teil der Prüfung aus der Mathematik solche Aufgaben vorzuziehen sein, die zugleich eine geometrische, arithmetische und trigonometrische Bearbeitung zulassen.

Für alle Gegenstände ist zu bemerken, dafs der Examinator dem Entwickelung und Leistungfähigkeit der Prüflinge in der Regel aus jahrelanger Beobachtung ohnehin bekannt sind, durch die Maturitätsprüfung nicht so sehr erst selbst ein Urteil über die Reife des Abiturienten zum Übertritte an die Hochschule wird zu gewinnen brauchen, als vielmehr die Gelegenheit zu bieten haben, dafs die Prüfungskommission sich darüber ein begründetes Urteil bilden könne. Zum Mafsstabe der Beurteilung für die schriftlichen sowohl, wie für die mündlichen Leistungen dienen im allgemeinen die Forderungen, welche gemäfs der Lehraufgabe*) der Oberrealschule (bezw. des Obergymnasiums) an die Schüler zu stellen sind, so dafs Prüfung und Beurtheilung sich weder auf den Lehrstoff des letzten Schuljahres beschränken, noch auch diesen überwiegend hervorheben, sondern vielmehr die aus dem ganzen Unterrichte gewonnene Bildung ins Auge fassen. Die Maturitätsprüfung soll auch keineswegs eine Gesamtprüfung über das ganze, auf den einzelnen Lehrstufen der Mittelschule erlangte Wissen sein, sie hat vielmehr — im Unterschiede von anderen Prüfungen — den selbständigen Zweck, die geistige Reife des Schülers zu einem akademischen Studium zu erproben; deshalb ist bei ihr das ganze Gewicht nicht auf die einzelnen Kenntnisse der Schüler, sondern einzig und allein auf die erreichte allgemeine Bildung, auf den allmählich gewonnenen geistigen Gesichtskreis und auf jene formale Schulung des Geistes zu legen, welche zu wissenschaftlichen Studien, wie sie auf den Hochschulen betrieben werden, die notwendige Voraussetzung ist. Man wird es aber

*) Bezüglich der Mathematik lautet diese Lehraufgabe: Gründliche Kenntnis und sichere Durchübung der elementaren Mathematik. — Dieses Ziel zu erreichen, dienen u. a. Schularbeiten (aller vier Wochen) und Übungsaufgaben von Stunde zu Stunde. — Als Lehrbücher, und zwar sowohl in den Unter-, wie auch in den Oberklassen werden an den meisten österreichischen Mittelschulen die von Močnik benützt, welche teils im Texte, teils in einem Anhange auch eine ganz vorzügliche Aufgabensammlung besitzen. Aufserdem stehen auch vielfach die Aufgabensammlungen von Gajdeczka, Hartl, Heis, Hočevar, Martus, Wallentin u. a. in Verwendung.

trotzdem — oder vielleicht eben deswegen — begreiflich finden, wenn gerade aus der Mathematik im mündlichen Teile der Prüfung einem begabteren Schüler mitunter etwas schwierigere Fragen vorgelegt werden, als sie nach den vorstehenden Erörterungen im allgemeinen zu erwarten wären; denn es darf im Ganzen doch nicht übersehen werden, dafs die formale Schulung des Geistes allein, ohne den sicheren Besitz positiver Kenntnisse, manchem ernsten Bedenken unterläge, und dafs jeder Abiturient aus der Mittelschule unbedingt auch jene positiven Kenntnisse mitnehmen mufs, ohne welche ihm für den erfolgreichen Betrieb eines Fachstudiums die unentbehrliche Grundlage und für die dem Gebildeten zustehende Teilnahme am geistigen Leben der Nation und der Welt Verständnis und Interesse fehlen würde.

Die für die einzelnen Gegenstände sowohl in den Maturitäts- als auch in den Semestral-Zeugnissen zu verwendenden Censurnoten sind:

a) für den Fortgang (in Deutschland Fortschritt): vorzüglich, lobenswert, befriedigend, genügend, nicht genügend, ganz ungenügend;

b) für das sittliche Betragen: lobenswert, befriedigend, entsprechend, minder entsprechend, nicht entsprechend;

c) für den Fleifs (nur auf den Semestralzeugnissen ausgewiesen): ausdauernd, befriedigend, hinreichend, ungleichmäfsig, gering.

Auf Grund des Mafsstabes für die Forderungen in den einzelnen Lehrgegenständen, welcher auch schon bei der Korrektur und Censur der schriftlichen Maturitätsarbeiten in Anwendung zu bringen ist, beratet sich die Kommission nach Beendigung der mündlichen Prüfung, die an keinem Tage die Zeit von 8—12 Uhr vorm. und von 3—7 Uhr nachm. überschreiten soll, welches Urteil in den einzelnen Gegenständen und welches Gesamturteil einem jeden der Geprüften nach den Abstufungen: „reif mit Auszeichnung“, „reif“ oder „noch nicht reif zum Besuche einer technischen Hochschule“ (bezw. einer Universität) zu bestimmen sei, wobei beziehentlich dieselbe Norm, wie bei der Semestralklassifikation für die Erteilung der allgemeinen „ersten Fortgangsklasse mit Vorzug“, der „ersten“ und der „zweiten“ bezw. „dritten“ Fortgangsklasse“ gilt, d. i. also, ob bei tadelfreiem Sittenzeugnisse bezüglich kein Prädikat unter „befriedigend“ und wenigstens eines auf „vorzüglich“ lautet und aufserdem jedes im Zeugnisse vorkommende „befriedigend“ durch ein „vorzüglich“ aufgewogen wird, oder dafs den Bedingungen der Vorzugsklasse zwar nicht entsprochen, aber doch kein Prädikat unter „genügend“ ist, oder auch dieser Bedingung nicht mehr entspricht. Analog der Bestimmung, nach welcher die nicht genügende Semestralleistung aus einem Lehrgegenstande repariert werden kann, darf einem Kandidaten, der bei dem Haupttermine (im Sommer) aus einem Gegenstande nicht genügt, gestattet werden, nach den Ferien (im

Herbsttermine) eine Wiederholungsprüfung aus diesem einen Gegenstande abzulegen, jedoch nur dann, wenn die minder entsprechende Beschaffenheit der Leistungen in diesem Gegenstande einer mangelhaften Übung des Gedächtnisses, nicht aber einem vollkommenen Abgange des nötigen Verständnisses zuzuschreiben ist, so daſs die Beseitigung des Mangels bei ernstem Fleiſse in der Frist von 8 bis 10 Wochen erwartet werden kann. Die Wiederholungsprüfung aus einem einzelnen Gegenstande darf nur an jener Studienanstalt abgelegt werden, an welcher die Prüfung begonnen worden ist. Entspricht ein Abiturient bei derselben wieder nicht oder unterläſst er es, diese Prüfung rechtzeitig abzulegen, so wird er für unreif erkannt und die Frist bestimmt, wann er sich frühestens zur neuerlichen Ablegung der Maturitätsprüfung melden darf. Bei dieser Wiederholungsprüfung haben aber dann diejenigen Gegenstände unbedingt zu entfallen, aus welchen der Kandidat im vorangegangenen Sommertermine wenigstens die Note „befriedigend“ erhalten hat; ferner hat bei den übrigen Gegenständen, woferne die Prüfung sonst regelmäſsig mündlich und schriftlich abzuhalten ist, die schriftliche Prüfung zu entfallen, wenn das bezügliche Elaborat bei der vorangegangenen Prüfung wenigstens als „genügend“ befunden worden ist. Mit Rücksicht darauf sind in das Maturitätszeugnis eines solchen Kandidaten (auſser den Gesamtnoten) auch die Noten der schriftlichen Arbeiten einzutragen.

Sind von den schriftlichen Arbeiten eines Examinanden vier als nicht genügend befunden worden, so ist derselbe für den laufenden Termin von der Maturitätsprüfung zurückzuweisen und als reprobiert zu behandeln. Diese Reprobation ist als ein in der Vorkonferenz gefaſster Beschluſs der Prüfungskommission auszusprechen. Schüler der letzten (obersten) Klasse, welchen im zweiten Semester ein Zeugnis der „zweiten“ oder „dritten“ Fortgangsklasse erteilt wurde, sind in der Regel nicht vor Ablauf eines weiteren Schuljahres zur Maturitätsprüfung zuzulassen. Eine Ausgleichung ungenügender Leistungen in einem einzelnen Fache durch besonders tüchtige Leistungen in einem anderen Fache, wie sie Berücksichtigung in anderen Prüfungsordnungen, z. B. in dem „Sächsischen Realschul-Regulativ vom 15. Februar 1884“ oder (als „Kompensation“) in Preuſsen findet, gibt es hier weder an Gymnasien noch an Realschulen. Die Frist, auf welche ein bei der Maturitätsprüfung noch nicht reif befundener Kandidat zurückgewiesen wird, hat nicht weniger als ein Jahr zu betragen. Kann einem Examinanden auch nach der zweiten Prüfung das Zeugnis der Reife nicht zuerkannt werden, so muſs sein allfälliges Ansuchen um Zulassung zu einer dritten Prüfung durch den Landesschulrat an das Ministerium (für Kultus und Unterricht) geleitet werden. Eine vierte Prüfung ist schlechterdings unzulässig. — Tritt ein Kandidat während der mündlichen Maturitätsprüfung, ohne an der Fortsetzung der Prüfung

thatsächlich gehindert zu sein, zurück, so hat die Prüfungskommission in dem Falle, als nach den bereits vorliegenden Prüfungsergebnissen die Unreife desselben bereits aufser Zweifel steht, ein Schlufsurteil auszusprechen und im Maturitätsprüfungsprotokolle vorzumerken.

Kandidaten, welche sich mit einem gesetzlich erworbenen Maturitätszeugnisse für Studien an technischen Hochschulen ausweisen, ist bei der Ablegung der Maturitätsprüfung für Universitätsstudien die Prüfung aus Mathematik, Physik und Naturgeschichte unbedingt zu erlassen und die Prüfung aus Geschichte auf die Prüfung der Geschichte der klassischen Völker des Altertums zu beschränken. Das an einem Obergymnasium erworbene Maturitätszeugnis berechtigt auch zum Eintritte als ordentlicher Hörer in eine technische Hochschule; doch haben solche Aufnahmswerber eine hinreichende Fertigkeit im geometrischen und Freihandzeichnen nachzuweisen und sich aus diesen Fächern an den technischen Hochschulen einer Aufnahmsprüfung zu unterziehen.

Bevor ich meine Darlegungen über die wichtigsten Bestimmungen, welche für die Maturitätsprüfung an den österreichischen Mittelschulen Giltigkeit haben, mit der Mitteilung zunächst der Aufgaben (I.—IX.), die im Schuljahre 1895 an den neun deutschen Realschulen Böhmens zur schriftlichen Bearbeitung vorgelegen waren, und dann noch einiger Beispiele (X.—XXIII.), welche bei einer mündlichen Prüfung gegeben wurden, schliefse, bemerke ich, dafs ich in einem künftigen Artikel auch noch den Stand der österreichischen Gesetzgebung über die Frage der Zulassung der Frauen zur Maturitätsprüfung und dem damit im Zusammenhange stehenden eben jetzt wieder stark ventilierten Thema des Frauenstudiums an den Universitäten den Lesern dieser Zeitschrift zur Kenntnis zu bringen gedenke.*)

Die oben erwähnten Aufgaben für die schriftlichen Maturitätsprüfungen an den neun deutschen Oberrealschulen Böhmens im Schuljahre 1894—95 lauten:

I.

1) Eine Dampfmaschine kostet 26700 K;**) die jährlichen Unterhaltungskosten betragen 2400 K und alle 10 Jahre ist eine neue Maschine nötig; welches Kapital ist erforderlich, eine solche Maschine anzuschaffen und für immer zu erhalten, die Zinsen zu 4% gerechnet?

2) Ein Haus besitzt die Höhe h und der darauf angebrachte Blitzableiter die Höhe b; in welcher Entfernung x erscheint der Blitzableiter unter dem Winkel α?

*) Wir haben diesen letzten Teil des vorstehenden Artikels, der streng genommen ein Thema für sich bildet, dennoch aber sehr interessant und zeitgemäfs erscheint, für das nächste Heft aufgespart, umsomehr, als der geehrte Herr Verfasser zu demselben in letzter Stunde noch einen längeren Zusatz gemacht hatte, der die Fertigstellung des laufenden Heftes nur verzögert haben würde. Die Redaktion.

**) K = Krone = 50 Kreuzer österr. Währung.



3) Wie grofs ist der Inhalt einer Kugel, aus der sich ein Kegel von $v = 432{\cdot}8 m^3$ Inhalt herausschneiden läfst, dessen Scheitel im Mittelpunkte der Kugel liegt und dessen Grundkreis gleich der Hälfte des gröfsten Kugelkreises ist?

4) Die Gleichung eines Kreises ist $x^2 + y^2 = 9$, die Gleichung einer Geraden $y = x - 4$. Es soll durch den Punkt $x_1 = 2$, $y_1 = 0$ eine Sehne parallel zu der Geraden gezogen und die Länge dieser Sehne sowie ihre Entfernung vom Mittelpunkt des Kreises bestimmt werden; auch sind die Durchschnittspunkte der gegebenen Geraden mit dem Kreise anzugeben.

II.

1) Jemand legt 12 Jahre hindurch am Anfange eines jeden Jahres 380 fl. in eine Bank, die mit $4\frac{1}{4}\%$ verzinst, und nimmt in den darauf folgenden 8 Jahren am Ende jedes Jahres einen bestimmten, sich gleich bleibenden Betrag heraus, wodurch sein Guthaben aufgezehrt wird; wie grofs ist dieser Betrag?

2) Die Achse eines schiefen Kreis-Cylinders ist $a = 15$, ihr Neigungswinkel gegen die Grundfläche $\alpha = 67^\circ 18' 50''$, die Höhe ist dem Umfange der Basis gleich; wie grofs ist das Volumen?

3) Die Parabel $y^2 = 20x$ wird von den beiden Geraden $3y = 20x - 10$ und $3y = 10x - 20$ geschnitten; wie grofs ist die von diesen Geraden und der Parabel begrenzte Fläche?

III.

1) Bei der Geburt eines Knaben will der Pathe desselben eine solche Summe Geldes in eine Rentenbank einzahlen, dafs dieser Knabe, wenn er das Alter von 20 Jahren erreicht hat, 3 Jahre lang studieren und aufserdem seine Militärdienstzeit von einem Jahre ableisten und zu diesem Zwecke am Anfange eines jeden halben Jahres die Summe von 500 fl. beziehen kann; welche Summe mufs der Pathe bei der Geburt des Knaben bar einzahlen, wenn der Zinsfufs 4% beträgt?

2) Über derselben kreisförmigen Grundfläche, deren Halbmesser 512 cm ist, erheben sich zwei gerade Kegel. Die Seitenlinie des einen ist gegen die Grundfläche unter dem Winkel $\alpha = 78^\circ 47' 50''$, die des anderen unter dem Winkel $\beta = 19^\circ 33' 10''$ geneigt. Es soll Inhalt und Oberfläche des zwischen beiden Kegelmänteln liegenden Raumes angegeben werden.

3) Die Gleichung eines Kreises ist:

$$x^2 + y^2 + 12y - 22x + 57 = 0.$$

Wie lauten die Gleichungen der Tangenten in den Schnittpunkten mit der Abscissenachse und wie grofs ist das Volumen eines Kegels, welcher diesen Kreis als Basis hat und dessen Mantellinien gegen die Grundfläche dieselbe Neigung besitzen, wie jene Tangenten gegen die Abscissenachse?

IV.

1) Ein Vater hinterläfst seinen vier Kindern ein Vermögen von 50000 fl, welche zu 4% anliegen. Am Ende jedes Jahres beziehen die Kinder zusammen 1600 fl; wie grofs ist das Vermögen nach 12 Jahren?

2) Ein Dreieck mit der Seite $a = 6$ und den anliegenden Winkeln $\beta = 97^\circ 12'$ und $\gamma = 13^\circ 18'$ wird um die Seite a als Achse gedreht; wie grofs ist das Volumen des dadurch entstandenen Rotationskörpers?

3) Von $M(-1,0)$ werden an die Linie $6x - y^2 = 12$ Tangenten gezogen; wie grofs ist der von den Tangenten eingeschlossene Winkel und wie grofs ist die Fläche der von diesen Geraden und dem parabolischen Bogen begrenzten Figur?



V.

1) Von einem Walde, dessen jährlicher Zuwachs $2\frac{1}{2}\%$ beträgt, ist der gegenwärtige Bestand $51619\,m^3$; wie groſs ist der Bestand nach 20 Jahren, wenn am Ende jedes Jahres $1878\,m^3$ gefällt werden?

2) Ein regelmäſsiges Polygon hat 497502 Diagonalen; a) wie viele Seiten hat dasselbe; b) wie groſs ist eine Seite und wie groſs ist die Differenzfläche des umgeschriebenen Kreises und des Polygones bei einem Kreishalbmesser $r = \cdot 1$?

3) Eine Röhre aus Kupfer ist $a = 1 \cdot 2$ m lang und wiegt $p = 90$ kg, ihr äuſserer Durchmesser beträgt $d = 0 \cdot 75$ m; wie dick ist die Wandung derselben, wenn das specifiſche Gewicht des angewendeten Kupfers $s = 9$ ist, und wieviel kg Wasser kann die Röhre aufnehmen?

4) Die Gleichung einer Ellipse ist:

$$\left(\frac{x}{5}\right)^2 + \left(\frac{y}{3}\right)^2 = 1.$$

In einem Brennpunkte wird eine Ordinate errichtet und durch deren Endpunkt eine Tangente zur Ellipse gezogen; wie groſs ist die Fläche jenes Dreiecks, welches von dieser Tangente und den von ihr getroffenen Coordinatenachsen begrenzt wird?

VI.

1) Eine Schuld von 20000 K soll bei 4% Zinseszins durch eine jährliche Rate getilgt werden, die vom Ende des ersten Jahres beginnt und 30 Jahre dauert; wie groſs muſs die jährliche Zahlung sein?

2) Man berechne das Volumen eines schiefen Kreiskegels aus der kleinsten Seite s, die gegen die Basis unter dem Winkel α geneigt ist, wenn die gröſste (nicht gegebene) Seite mit der Basis den Winkel β einschlieſst.

3) Die Gleichung einer Parabel P ist $y^2 = 12x$; von dem Punkte $M\,(2,5)$ werden die Tangenten an P gezogen; a) wie groſs ist der Neigungswinkel, den die beiden Tangenten miteinander einschlieſsen; b) wie groſs ist das von den beiden Tangenten und dem zugehörigen Berührungsbogen der Parabel begrenzte Flächenstück? (Konstruktion.)

VII.

1) Es zahlt jemand einem Banquier 10 Jahre hindurch jährlich zu Anfang des Jahres eine bestimmte Summe, läſst die folgenden 10 Jahre das Geld bei demselben auf Zinseszins liegen und erhält alsdann die folgenden 20 Jahre eine Jahresrente von 4500 fl am Schlusse jedes Jahres ausgezahlt; wie hoch waren die ersten Einzahlungen bei $4\frac{1}{2}\%$ Zinseszins?

2) Ein Dreieck, dessen eine Seite $c = 6\,m$, dessen anliegende Winkel $\alpha = 97^\circ\,12'$ und $\beta = 13^\circ\,18'$ sind, wird um die Seite c als Achse gedreht; es soll der Inhalt und die Oberfläche des dadurch entstehenden Körpers berechnet werden.

3) Eine Parabel $y^2 = 4x$ hat mit einer zweiten dieselbe Achse; der Scheitel der letzteren ist der Brennpunkt der ersteren, die Durchschnittspunkte beider haben die Ordinaten $+6$ und -6; wie groſs ist die gemeinschaftliche Fläche?

VIII.

1) Jemand legt am 1. Jänner 1890 bei einer Rentenanstalt ein Kapital von 9000 fl an; welche jährliche Rente wird er vom 1. Jänner 1896 an

durch 15 Jahre hindurch beziehen können, wenn die Zinseszinsen zu 4% bei ganzjähriger Kapitalisierung gerechnet werden?

2) Von einem gleichschenkligen Trapez sei die Differenz der Parallelseiten $d = 280$, ein Winkel $\alpha = 50^\circ\, 41'\, 32''$ und die Diagonale $e = 555$ gegeben. Berechne die Seiten und den Flächeninhalt.

3) Von dem Punkte $(-3{,}4)$ werden an die Parabel $y^2 = 8x$ Tangenten gelegt; wie lang ist die Berührungssehne und welchen Abstand hat der Brennpunkt von derselben?

IX.

1) Sämtliche Wurzeln der Gleichung $x^6 = 64$ sind zu berechnen und die Probe ist zu machen.

2) Wie grofs sind die mit der Einrichtung einer Lehranstalt verbundenen Kosten, wenn eine in 20 Jahren mit jährlich 2736 fl bei $3\frac{1}{2}$% Zinseszins zu amortisierende Anleihe dazu ausreicht?

3) Wie grofs ist der Inhalt einer Kugelschichte, welche begrenzt ist von einem gröfseten und einem fünfmal kleineren Kugelkreise, wenn die Höhe der Kugelschichte 20 cm beträgt?

4) Die Coordinaten der Eckpunkte eines Dreieckes sind: $A(-2, -2)$, $B(1, 3)$, $C(3, -1)$; wie grofs ist der Flächeninhalt des dem Dreiecke eingeschriebenen Kreises?

Die bei der erwähnten mündlichen Maturitätsprüfung gegebenen Aufgaben waren folgende:

X.

1) Auflösung der Gleichung:

$$x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x = -1.$$

2) Die Winkel eines Dreieckes sind:
a) 30°, 60° und 90°,
b) 45°, 60° und 75°;
wie verhalten sich die Seiten zueinander?

3) Scheitelgleichungen der Kegelschnittslinien; Ableitung jener der Ellipse.

XI.

1) Bestimmung der sphärischen Entfernung zweier Punkte der Erdoberfläche.

2) Die Mantelfläche eines gleichseitigen Kegels ist 6 dm²; wie grofs ist das Volumen desselben?

3) Wie grofs ist die Wahrscheinlichkeit, mit zwei Würfeln a) zuerst 7 und dann 8 Punkte, b) entweder 7 oder 8 Punkte und c) mit drei Würfeln einen Pasch zu werfen?

XII.

1) Die Diagonale eines Rechteckes ist 13 cm; verlängert man jede Seite desselben um 2 cm, so wächst der Flächeninhalt um 38 cm²; wie grofs sind die Seiten des Rechteckes?

2) Wie lautet das siebente Glied in der Entwicklung:

$$\left(\frac{5ax^2}{6by^2} - \frac{3by}{5ax}\right)^{10}?$$

3) Mittelpunktsgleichung der Hyperbel.



XIII.

1) Auflösung der Gleichung:

$$\frac{1}{5-\log x}+\frac{1}{1+\log x}=1.$$

2) Aus einer Seite a und den Winkeln α, β, γ eines Dreiecks die zur Seite a gehörige Höhe h und den Flächeninhalt f zu finden.

3) Die Gleichung einer Geraden g ist:

$$4y+3x=25.$$

Man suche die Gleichung des Kreises, der die gegebene Gerade berührt und dessen Mittelpunkt im Ursprunge des Coordinatensystems liegt.

XIV.

1) Das Vierfache einer ganzen positiven Zahl um das Siebenfache einer anderen positiven ganzen Zahl vermehrt, giebt 75; welches sind die beiden Zahlen?

2) Von einem rechtwinkligen Dreiecke kennt man die Hypotenuse ($h=5$) und die Summe s der beiden Katheten ($=7$). Das rechtwinklige Dreieck ist zu konstruieren und wie würde man diese Aufgabe analytisch behandeln?

3) Welche Wahrscheinlichkeit hat man, im österreichischen Zahlenlotto ein Terno zu gewinnen?

XV.

1) Auflösung der goniometrischen Gleichung:

$$1+\operatorname{tg} x=6\operatorname{cotg} x.$$

2) Bei einem geraden Kreiscylinder ist die Summe der beiden Grundflächen gleich der Mantelfläche; wie verhält sich der Basisdurchmesser zur Höhe?

3) Die Gleichung einer Hyperbel ist:

$$4x^2-5y^2=20,$$

die eines Punktes $M(x_1=-1,\ y_1=-2)$; in welchem Punkte schneidet die Polare des Punktes M die Abscissenachse?

XVI.

1) Das Volumen eines rechtwinkligen Parallelepipeds ist $v=480\ \text{dm}^3$, die Maſszahlen der drei in einer Ecke zusammenstoſsenden Kanten verhalten sich zu einander wie $3:4:5$; wie groſs sind die einzelnen Kanten?

2) Die Höhe eines Turmes zu bestimmen, zu dessen Fuſs man nicht gelangen kann.

3) Ableitung der Polargleichung des Kreises.

XVII.

1) Auflösung der Gleichung:

$$\sqrt{x^{\log\sqrt{x}}}=10.$$

2) Wie weit müſste man sich in der Richtung der Erdachse entfernen, damit man die kalte Zone überblicken könnte?

3) Natur und Konstruktion der Kegelschnittslinie, die durch die Gleichung:

$$x^2 + y^2 - 6x - 10y + 30 = 0$$

dargestellt ist.

XVIII.

1) Die Summe aus dem ersten und dritten Gliede einer geometrischen Progression ist 50, die aus dem zweiten und vierten Gliede 150; wie lautet die Progression?

2) Legt man durch die Grundkante eines Würfels eine Ebene, die zur Basis unter dem Winkel $\alpha = 36^\circ 52' 11''$ geneigt ist, so enthält die Schnittfläche 205 cm^2; wie grofs ist der Kubikinhalt des Würfels?

3) Unter welchen Winkeln schneiden die beiden krummen Linien

$$A \cdots x^2 + y^2 = 16$$

und

$$B \cdots \quad y^2 = 6x$$

einander? (Mit genauer Konstruktion!)

XIX.

1) Der Ausdruck: $1 + \sin 2\alpha$ ist für die logarithmische Rechnung geeigneter zu machen.

2) Wie grofs ist der Flächeninhalt eines rechtwinkligen sphärischen Dreiecks, von dem man die Hypotenuse $a (= 60^\circ)$ und den anliegenden Winkel $C (= 45^\circ)$ kennt? $(r = 1)$.

3) Wie lautet die Gleichung des Kreises, der den Halbmesser $r = 7$ besitzt und dessen Mittelpunktscoordinaten $p = 5$ und $q = 3$ sind?

XX.

1) Die simultanen Gleichungen:

$$\frac{13}{16} = \cfrac{1}{1 + \cfrac{1}{2x + \cfrac{1}{y}}} \quad \text{und} \quad \frac{5}{17} = \cfrac{1}{y + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2}}}$$

sind aufzulösen.

2) Bestimmung des Flächenwinkels am regelmäfsigen Octaeder.

3) Flächeninhaltsformeln des Dreieckes.

XXI.

1) Jemand legt am Anfange eines jeden Jahres 366 K in eine Sparkasse, welche die Zinsen nach jedem halben Jahre zum Kapitale schlägt und mit $3\frac{3}{4}\%$ verzinst; über welchen Betrag kann man am Ende des einundzwanzigsten Jahres verfügen?

2) Analogien in der ebenen und sphärischen Trigonometrie.

3) Die Gleichung einer Ellipse ist:

$$x^2 + 4y^2 = 100;$$

in dem Punkte $M(-8, 3)$ werden die Tangente und Normale gezogen; wie grofs ist der von den begrenzten Teilen dieser Linien umschlossene Rotationskörper, der durch ihre Drehung um die Abscissenachse entsteht?

XXII.

1) Eine arithmetische Reihe besteht aus fünf Gliedern, deren Summe $s = 10$ und deren Produkt $p = 320$ ist; wie lautet die Reihe?

2) Aus einem Kreisringausschnitt mit den Bestimmungsstücken R, r und α wird ein Kegelstumpf gebildet; wie grofs ist das Volumen desselben?

3) Die Halbachsen einer Ellipse sind a und b; wie grofs ist die Fläche des Quadrates, das sich dieser Ellipse einschreiben läfst?

XXIII.

1) Auflösung der Gleichung:

$$3^x \cdot 4^{5x} = 3^5 \cdot 2^{2x^2}.$$

2) Wie lautet der Modulus und das Argument des komplexen Ausdruckes: $(6 + 7\sqrt{-1})(5 - 3\sqrt{-1})$?

3) In welcher Entfernung vom Fufspunkte eines a Meter hohen Turmes erscheint die auf demselben befindliche b Meter lange Blitzableiterstange am längsten?

Nachbemerkung der Redaktion.

Unsere geehrten Leser machen wir aufmerksam auf die aus den vorangehenden Mitteilungen hervorleuchtende Sicherheit und Zweckmäfsigkeit der im österr. Unterrichts-Lehrplan enthaltenen Bestimmungen besonders hinsichtlich der Versetzungen und Prüfungen. Wir dürfen uns hierin um so kompetenter halten, als wir während unserer mehrjährigen Lehrthätigkeit in Österreich (Wien) dieselbe zu erproben und mit den norddeutschen (spez. sächsischen) zu vergleichen reichlich Gelegenheit hatten. Manche dieser Bestimmungen wären auch dem deutschen höheren Schulwesen zu wünschen. — Die im Anfange dieses Artikels berührten ähnlichen Mitteilungen aus Preufsen von Dr. Quensen sollen im nächsten Hefte ihre Fortsetzung finden.

Kleinere Mitteilungen. — Sprech- und Diskussions-Saal.

Bemerkungen zu Aufsätzen früherer Jahrgänge dieser Zeitschrift.

Von Prof. Dr. Kewitsch in Freiburg i/B.

I. Gegen Sauer, B. 24. 1893. S. 529.

Geehrte Redaktion! Da ich der Urheber der Namen „Umkreis, Inkreis, Ankreis" bin*), so gestatten Sie mir wohl ein Wort zu ihrer Verteidigung. Jene Namen sind nur Abkürzungen der vorher üblichen: umbeschriebener, einbeschriebener, anbeschriebener Kreis. Das Verbum „schreiben" mutet ebenso wenig als „beschreiben" bei einer Thätigkeit an, wo man nicht die Feder sondern den Zirkel führt. Kommt nun gar zu der einen Vorsilbe „be-" noch eine zweite hinzu, so erhält das Wort etwas Geschraubtes, dem man sich unwillkürlich, ohne erst lange darüber nachzudenken, zu entziehen sucht. So mag es gekommen sein, dafs statt der Silbe „be-" die Silbe „ge-" vom Partizipium hergenommen, oder ganz fortgelassen wurde. Der vielfache Streit in Ihrer Zeitschrift über „umbeschrieben, umgeschrieben, umschrieben" hatte mich mit Widerwillen erfüllt**), und so suchte ich und fand die Abhilfe. Die sofortige Annahme meines Vorschlages war mir ein Beweis, dafs auch andere den Wortstreit satt hatten. Die Namen sind kurz, treffen die Sache und schliefsen sich an die vorher üblichen unmittelbar an; was will man mehr? Ein Name ist doch nichts weiter als der Ausdruck für einen Begriff. Wollte man nun in jedem Namen die Entstehung, Sein und Werden des Begriffs zur Anschauung bringen, so würde das viel Umstand und Weitläufigkeit geben,

*) S. Bd. VII ds. Z. (1876) S. 119, Bd. VI (1875) S. 435. D. Red.

**) Das ist das Schicksal jedes Streits! Aber hier gilt: durch Kampf zur Wahrheit, durch Finsternis zum Licht! Wenn irgend jemand von „Widerwillen erfüllt sein" oder von „satt haben" sprechen könnte, so ist es in erster Linie der Redakteur, bei dem alle Beschwerden und Anträge bezw. Vorschläge wie in einem Brennpunkte sich sammeln. Jeder hält natürlich seinen Vorschlag, wenn nicht für den besten, doch für annehmbar. Dafs die (allerdings kurzen) Namen Umkreis, Ankreis, Inkreis einstimmige Billigung und Annahme gefunden haben, wagen wir nicht zu behaupten. Die Kürze allein thut es nicht. Für Ankreis liefse sich z. B., da der Ausdruck „Berührungskreis" zu lang ist, „Grenzkreis" sagen (analog „Grenzland").

Für völlig inkorrekt müssen wir aber wiederholt den Ausdruck der „umschriebene" Kreis bezeichnen. Sagt man etwa der „einschriebene" Kreis? Übrigens wolle man den ausführlichen Artikel „Eine sprachliche Studie für Mathematiker" von Dan. Sanders (XXI, 465) hierüber wiederholt nachlesen. Dafs die Sprechweise „Die Kreise berühren sich (besser einander!) von innen" inkorrekt ist, hat schon Scherling (XII, 121 Recens. Leesekamp) nachgewiesen.

Dagegen stimme ich der Verwerfung des Ausdrucks einen Kreis „beschreiben" völlig zu. Warum sagt man nicht einen Kreis (Kreisbogen) „ziehen", wie man eine Linie zieht? (s. unsere Vorschule der Geom. § 5, S. 26, Anm.). Auch gegen Pythagoras (= P. Lehrsatz) haben wir nichts einzuwenden. D. Red.

ohne zu nützen. Man will vorwärts, und die Namen sind die besten, welche schnell und ohne Aufenthalt die Gedanken vermitteln. Aus diesem Grunde halte ich auch das Aufmutzen entstandener Kürzen wie „der Pythagoras“ statt „der pythagoreische Lehrsatz“ ganz und gar nicht angebracht. Wenn ich sage: „nach dem Pythagoras“, so denke ich hierbei nicht an den Mann, sondern an seinen Satz, der eben wegen der Wichtigkeit einen Namen erhalten hat. Der Name „Pythagoras“ ist doppeldeutig geworden, wie andere Namen auch, z. B. Atlas; er bedeutet 1) den Mann *P.*, 2) den Satz *P.* Der Sprachgebrauch unterstützt dies durchaus. Niemand findet etwas Unklares, wenn der Lehrer zu den Schülern sagt: „Nehmt den Caesar vor!“ Oder soll er sagen: „Bringet morgen den Gallischen Krieg mit!?“ Es ist ganz geläufig zu sagen: „Das steht im Kambly § 13.“ Wie wenig aber an die Person, sondern an das Buch gedacht wird, das eben ganz von selbst den Namen des Urhebers erhält, lehrt die Redeweise: „Schlagt den Lieber und Lühmann auf!“ Daran ist gar nichts auszusetzen, und wer es thut, spaltet Haare. Zu diesen Nichtigkeiten gehört auch, wenn in der Stundentabelle statt der überall gebräuchlichen Schreib- und Redeweise: 5 Math., 2 Nat. u. s. w. gedruckt wird: 5 St. Math., 2 St. Nat.; die ganze Tabelle ist mit diesen „St.“ übersäet. „Wer es mag, der wird es ja wohl mögen“, sagt Fritz Reuter.

Da die Namen „Umkreis, Inkreis, Ankreis“ so schnell Eingang fanden, so war mir das ein Antrieb, in ähnlicher Weise auch bei den Winkeln kurze Namen vorzuschlagen; die Namen „Gegenwinkel, entgegengesetzte W., korrespondierende W., Supplemente, Complemente (beides ist „Ergänzung“), Implemente (Ergänzung zu 4 R) sind ein altes Kreuz.

Entweder ist dieser Aufsatz verloren gegangen, oder er hat nicht Ihren Beifall gefunden; ich vermute das letztere.*) Schade darum, es waren so hübsche kurze Namen; ich kenne sie jedoch selbst nicht mehr.

Hiermit empfehle ich mich Ihnen, überlasse den etwaigen Abdruck der Rettung meiner Kinder ganz Ihrem Ermessen und verbleibe unter Bezeigung meiner Hochachtung

Ihr ganz ergebener

Kewitsch.

Wir haben Herrn Dr. Sauer diese Entgegnung zugestellt. Er hat es jedoch abgelehnt etwas darauf zu erwidern, da er sich hinreichend klar und scharf in seinem Wiener Vortrage (s. oben a. a. O.) ausgesprochen habe und seine Gründe von Herrn Kewitsch nicht widerlegt seien. Aus seinem Briefe dürften etwa folgende Äußerungen hier Platz finden:

„Ist denn blos Kürze das Ziel des mathematischen Unterrichts? Haben wir denn an Formeln nicht schon Kürzungen genug? Hat nicht schon jeder Lehrer die Erfahrung gemacht, daſs sich hinter bloſsen Buchstaben und Namen gerade das verbirgt, was der Todfeind des mathematischen Unterrichts ist — die Gedankenlosigkeit und der Gedächtniskram? Für den Lernenden sind die mathematischen Gedanken oft recht schwer, daher ziehe ich selbst einen etwas langen Satz bei den Beweisführungen vor, wenn er volle Klarheit zu Wege bringt, als eine Kürze, die sich auf inhaltlose, der Sprache aufgezwungene Wörter stützt. Besser wäre es, wenn aus dem mathematischen Unterricht eine Menge Redensarten stufen-

---

*) Es ist uns nicht erinnerlich, jemals einen derartigen Beitrag erhalten zu haben. Wir hätten ihn bei unserem damaligen Interesse für die Sache sicher veröffentlicht. Vielleicht besinnt sich der Herr Kollege noch auf die kurzen Namen und legt sie auf den Tisch des Sprechsaals nieder? Dies wäre um so erwünschter, als gerade in diesem Punkte auch heute noch die Übereinstimmung der Fachkollegen vollständig mangelt.
D. Red.

weise verschwänden, die allmälich zu Gedankenlosigkeiten sich abschwächen. Es ist kein neuer Gedanke mehr, wenn ein Primaner die Worte braucht „Setzen wir diese Werte in die vorige Gleichung ein", oder „Lösen wir die Klammern auf", oder „also gilt die Gleichung" u. s. w. Doch was sollen hier die vielen Einzelheiten; eine hinlängliche Menge habe ich in meinem damaligen Vortrage angeführt und ein Teil davon ist in Ihrer Zeitschrift seiner Zeit wiedergegeben worden. — Übrigens habe ich gegen den „Pythagoras" auch nichts, habe auch nicht, so viel ich mich erinnere, dagegen gesprochen. Es ist mir nicht recht erklärlich, wie sich die Polemik um dieses Wort unter meinen Namen mit eingedrängt hat. Dagegen bin ich nicht Ihrer Meinung für „den Kreis beschreiben" zu sagen „den Kreis ziehen". Ich halte dafür, dafs der Kreis eigentlich die Fläche und nicht die Grenzlinie dieser Fläche bedeutet, und diese Fläche entsteht, wenn man den Radius, etwa wie einen Stab um einen Endpunkt in der Ebene herumführt; damit scheint auch der Ausdruck einen „Kreis schlagen" im Einklang zu stehen. Doch bin ich leider in der Geschichte der Entwickelung dieser Begriffe nicht genügend bewandert, um Beweise dafür vorzubringen, ich schliefse dies nur nach meinem Sprachgefühl." Vergl. jedoch hierüber unsern Artikel „Ein bedenklicher Zwiespalt" in Heft 6 d. vor. Jahrg. S. 410—416. D. Red.

Zu dem Satze Heft 3, S. 179 des vorigen Jahrg. (1896).

(„Jede Wurzel beliebigen Gr. läfst sich etc.")

Notiz von Hrn. Dr. Häbler in Grimma.

Hr. Dr. H. teilt uns mit, dafs er in seiner Programmabhandlung der Fürstenschule zu Gr. vom J. 1888 („Maxima und Minima symmetr. Funktionen. Beobachtungen über Determination" S. 14 u.) nebenbei gezeigt habe, wie man $(n+1)^{te}$ Wurzeln durch Ausziehen von n^{ten} Wurzeln berechnen kann.

Die Stelle aus der oben genannten Abhandlung lautet:

„Nebenbei sei folgendes bemerkt: Allgemein ist [wenn $n^2 > 1$]

$$\frac{1}{n+1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^3} - \cdots, \qquad \text{also} \qquad \sqrt[n+1]{a} = \frac{\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n^3]{a}\cdots}{\sqrt[n^2]{a}\cdot\sqrt[n^4]{a}\cdots}$$

Man kann mithin die $(n+1)^{te}$ Wurzel durch Ausziehen von n^{ten} Wurzeln berechnen. Der erhaltene Wert wird (wenn $a > 1$) zu grofs oder zu klein, je nachdem man mit einem Faktor des Zählers oder Nenners aufhört. Für $\sqrt[3]{2}$ erhält man, wenn man auf die Einschliefsung in Grenzen verzichtet, bis auf vier Dezimalen genau:

$$\sqrt[3]{2} = \sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[16]{2}\cdots = 1{,}18\,921 \cdot 1{,}04\,427 \cdot 1{,}01\,089 \cdot 1{,}00\,271 \cdot 1{,}00\,068 \cdot 1{,}00\,017 \cdot 1{,}00\,004 \cdot 1{,}00\,001 = 1{,}2599."$$

Mit denselben 8 Zahlen läfst sich berechnen:

$$\sqrt[5]{2} = \frac{\sqrt[4]{2}\cdot\sqrt[64]{2}\cdots}{\sqrt[16]{2}\cdot\sqrt[256]{2}\cdots} = \frac{1{,}18\,921 \cdot 1{,}01\,089 \cdot 1{,}00\,068 \cdot 1{,}00\,004}{1{,}04\,427 \cdot 1{,}00\,271 \cdot 1{,}00\,017 \cdot 1{,}00\,001} = 1{,}1487.$$

Die Gleichung auf S. 179 a. obgen. Orte $\sqrt[7]{a} = \sqrt[8]{a}\cdot\sqrt[64]{a}\cdots$ erhält man, wenn man von $\frac{1}{n-1} = \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2} + \frac{1}{n^3} + \cdots$ ausgeht.

Zum Aufgaben-Repertorium.

Redigiert vom Gymnas.-Oberl. C. Müsebeck-Waren in Mecklenburg.

(Fortsetzung von Jahrg. 1896, Heft 8, S. 590.)

A. Auflösungen.

1457. (Gestellt von Stoll XXVI_8, 579.) Man errichte in B und C auf der Dreiecksseite BC senkrecht stehende Strecken BR' und CQ', so daſs $BR' + CQ' = 2s$, und fälle von R' auf AB die Senkrechte RR' und von Q' auf AC die Senkrechte $Q'Q$. Die Enveloppe von QR ist eine Parabel; die Lage des Brennpunktes und der Achsen und der Parameter sind anzugeben.

1. Lösung: B sei der Ursprung der rechtwinkeligen Koordinatenachsen, BC die Abscissenachse, $BR' = m$ und $CQ' = 2s - m$, dann ist $x_r = m \cdot \sin\beta \cdot \cos\beta$ und $y_r = m \cdot \sin\beta$. Ist $BC = a$, so ist $a - x_q = (2s - m)\sin\gamma \cdot \cos\gamma$, also $x_q = a - (2s - m)\sin\gamma\cos\gamma$ und $y_q = (2s - m)\sin\gamma^2$, folglich ist die Gleichung von $QR: (y - y_r)(x_r - x_q) = (x - x_r)(y_r - y_q)$ oder:
1) $(y - m \cdot \sin\beta^2)[m \cdot \sin\beta\cos\beta - a + (2s - m)\sin\gamma \cdot \cos\gamma] = (x - m\sin\beta\cos\beta)[m\sin\beta^2 - (2s - m)\sin\gamma^2]$. Wird 1) nach m differenziert, so erhält man $m = [x(\sin\beta^2 + \sin\gamma^2) + y\cos\alpha\sin(\beta - \gamma) + 2s \cdot \sin\alpha \cdot \sin\beta\sin\gamma - a\sin\beta^2]: 2\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma$. Durch Einsetzung dieses Wertes in 1) erhält man die Gleichung der Einhüllungskurve, die eine Parabel ist. Stegemann.

2. Lösung: AB und AC seien die Koordinatenachsen, u und v die Linienkoordinaten, $BR' = p$ und $CQ' = 2s - p$, also $BR = p \cdot \sin\beta$ und $QC = (2s - p) \cdot \sin\gamma$, folglich wird für die Achsenschnitte mit der veränderlichen Geraden $1 : u = - c + p \cdot \sin\beta$; $1 : v = - b + (2s - p)\sin\gamma$, mithin die Gleichung in Linienkoordinaten 1) $u \cdot \sin\beta + v \cdot \sin\gamma + (b\sin\beta - 2s \cdot \sin\beta\sin\gamma + c \cdot \sin\gamma)uv = 0$, dieselbe stellt, weil eine Fundamentallinie unendlich fern ist, eine Parabel dar, die AB und AC berührt. Die zu 1) gehörige Form in Punktkoordinaten ist: 2) $x^2\sin\beta^2 + y^2\sin\gamma^2 - 2xy\sin\beta \cdot \sin\gamma - 2ky\sin\gamma - 2kx\sin\beta + k^2 = 0$, wenn $k = b \cdot \sin\beta - 2s \cdot \sin\beta\sin\gamma + c \cdot \sin\gamma$ gesetzt wird; also ist die Achsenrichtung $x\sin\beta - y \cdot \sin\gamma = 0$. Wählt man diese und die zu ihr senkrechte

Gerade $x(\sin\beta\cos\alpha+\sin\gamma)+y(\sin\beta+\sin\gamma\cos\alpha)=0$ zu Achsen so hat man, wenn $\sin\beta^2+\sin\gamma^2+2\sin\beta\sin\gamma\cos\alpha=\lambda^2$ ist, die Transformationsformeln $\lambda\mathfrak{Y}=\sin\alpha\,(x\sin\beta-y\sin\gamma)$; $\lambda\mathfrak{X}=-x\cdot(\sin\gamma+\sin\beta\cos\alpha)-y(\sin\beta+\sin\gamma\cos\alpha)$. Man verschiebt dann noch die neuen Achsen parallel, so dafs das Glied mit $\mathfrak{y}$ und das absolute Glied verschwinden. Diese Transformation ist bei Salmon-Fiedler Kegelschnitte 1873, Artikel 216 allgemein durchgeführt, die Resultate können darnach gleich hingeschrieben werden. Für den Parameter findet man: $-4k\sin\alpha^2\sin\beta\sin\gamma:\lambda^2$.

HELLMANN.

3. Lösung. Weil $BR=RR'\sin\beta$ und $CQ=(2s-R'B)\sin\gamma$, so beschreiben die Punkte R und Q auf AB und AC ähnliche Punktreihen, die Einhüllungskurve ist also eine Parabel; läfst man R und dann Q in A fallen, so ergeben sich AC und AB als Parabeltangenten. Sind q und r die Punkte, die man erhält, wenn R mit B und Q mit C zusammenfällt, so ist $Cq=2s\cdot\sin\gamma$ und $Br=2s\cdot\sin\beta$ und die Kreise ABq und ACr schneiden sich im Brennpunkt F. Ist P der Schnittpunkt des Kreises ABq mit BC, so ist $CP\cdot CB=CA\cdot Cq$, also $CP=2s\cdot\sin\beta\sin\gamma:\sin\alpha$. Die Potenz der Mitte m von BC ist $mP\cdot mB=r\cdot\sin\alpha\,(CP-r\cdot\sin\alpha)$ $=r\,(2s\cdot\sin\beta\sin\gamma-r\cdot\sin\alpha^2)$, folglich liegt m auf der Potenzlinie der Kreise ABq und ACr und also F auf der Mittellinie. Ist deren Länge t_1, so ist $mF\cdot t_1=r\,(2s\cdot\sin\beta\sin\gamma-r\sin\alpha^2)$. Fällt man die Lote FR und FQ auf AB und AC, so ist QR die Scheiteltangente und das Lot FD auf QR ist der Halbparameter. Da $\sphericalangle FRQ=FAQ$, so bildet FD mit AR auch den Winkel FAQ, mithin ist die Achse mit der Gegenmittellinie gleichlaufend. Der Halbparameter FD ist $=FR\sin FAQ=AF\cdot\sin mAB\sin mAC$

$$=\frac{t_1^2-2rs\sin\beta\sin\gamma+r^2\cdot\sin\alpha^2}{t_1}\cdot\frac{r\sin\alpha\cdot\sin\beta}{t_1}\cdot\frac{r\sin\alpha\cdot\sin\gamma}{t_1},$$ was

nach einigen Umformungen ergiebt

$$2r^3\left[\frac{r\cdot\sin(\alpha+w)}{\sin w}-s\right]\sin\alpha^2\sin\beta^2\sin\gamma^2:t_1^3,$$

wenn w den Brocardwinkel bedeutet.

STOLL.

4. Lösung. Die Punktreihen (Q) und (R) sind ähnlich, daher umhüllt QR eine Parabel, die AB und AC berührt. Sind R_1' und Q_2' diejenigen Punkte, für die R_1 beziehlich Q_2 mit A zusammenfallen, so sind R_2 und Q_1 die Berührungspunkte der Parabel auf AB und AC. Weil nun $Q_1'Q_2'=R_1'R_2'$ und $AQ_1=Q_1'Q_2'\sin\gamma$, $AR_2=R_1'R_2'\sin\beta$, so ist $\triangle AQ_1R_2$ gegenwendig ähnlich $\triangle ABC$, mithin ist die Parabelachse der Gegenmittellinie AG des Dreiecks ABC gleichlaufend und der Brennpunkt liegt auf der Mittellinie AD. Trifft letztere den Kreis AQ_1R_2 in E, so ist die Mitte F von AE der Brennpunkt. Sind FH und FI die Lote auf Q_1A und R_2A,

so ist HI die Scheiteltangente. Ist K die Mitte von Q_1R_2, so ist der Parameter $p = AQ_1 \cdot AR_2 \sin KAQ_1 \cdot \sin KAR_2 : 2AK$, oder, wenn man $\sphericalangle DAB = \alpha_1$, $\sphericalangle DAC = \alpha_2$, $AD = t_a$, $AQ_1 = \lambda C$, $AR_2 = \lambda b$, $AK = \lambda t_a$ setzt, $p = \lambda bc \sin\alpha_1 \sin\alpha_2 : 2t_a$. Nun ist $Q_1'Q_2' = R_1'R_2' = 2s - BR_1' - CQ_2' = 2s - (b\sin\beta + c\cdot\sin\gamma) : \sin\beta\cdot\sin\gamma$, daher $AQ_1 = Q_1'Q_2' \sin\gamma = [4\triangle s - a(b^2 + c^2)] : ab = \lambda c$, mithin $p = [4\triangle s - a(b^2 + c^2)] \sin\alpha_1 \sin\alpha_2 : 2at_a$.

Stegemann. Troghitz ähnlich.

5. Lösung. D sei der Schnittpunkt der Mittellinie AA_0 mit dem Umkreise. Wird auf dem Mittellote von A_0 aus s nach oben bis P, nach unten bis P_1 abgetragen, so bestimmen je zwei durch P oder P_1 gehende Strahlen auf den Loten in B und C gleiche Strecken, mithin bilden die Projektionen der Endpunkte dieser Strecken auf AB und AC ähnliche Punktreihen, folglich umhüllen die Geraden QR zwei Parabeln. Dem Strahle BP entspreche auf AC der Punkt E und dem Strahle CP entspreche auf AB der Punkt G, dann sind BE und CG zwei Parabeltangenten. Da die Mitte von BE auf der Gleichlaufenden durch A_0 zu AC und auf dem Lote von P auf AC liegt, so ist die Verbindungslinie der Mitten von BE und CG die mit BC antiparallele Tangente, mithin liegt der Brennpunkt F auf der Mittellinie A_0A und die Achse ist mit der Gegenmittellinie gleichlaufend. Die Ähnlichkeit der Dreiecke BDF und BCE liefert: $DF = BD \cdot CE : a = b \cdot CE : 2t_a = sh_a : t_a$; trägt man daher auf dem Lote von D auf BC die Strecke s von D aus bis U und U_1 ab, so sind die Brennpunkte F und F_1 die Projektionen von U und U_1 auf AD. Die Strecken AF und AF_1 sind augenscheinlich $\pm\left(t_a^2 + \frac{1}{4}a^2 - sh_a\right) : t_a$ und $\left(t_a^2 + \frac{1}{4}a^2 + sh_a\right) : t_a$, dieselben seien k und k_1; dann ist der Parameter offenbar $\frac{k}{t_a} \cdot 2 \cdot \frac{1}{2}h_b \cdot \frac{1}{2}h_c : t_a$ und $kh_b \cdot h_c : 2t_a^2 = k\triangle \sin\alpha : t_a^2$.

Köcker.

1458. (Gestellt von Stoll XXVI_8, 579.) Man errichte in den Punkten R' und Q' der Dreiecksseite auf ihr Senkrechte, die bezüglich AB und AC in R und Q schneiden, wähle aber die Punkte R' und Q' so, daſs $RR' + QQ' = 2s$. Die Enveloppe von QR ist eine Parabel; die Lage des Brennpunktes und der Achse und der Parameter sind anzugeben.

1. Lösung: B sei der Koordinatenursprung und BC die Abscissenachse; $RR' = m$; $QQ' = 2s - m$; dann ist $y_r = m$; $x_r = m \cdot \operatorname{cotg}\beta$; $y_q = 2s - m$; $x_q = a - (2s - m)\cdot\operatorname{cotg}\gamma$; daher die Gleichung für QR: 1) $(y - m)(m \operatorname{cotg}\beta - a + (2s - m)\cot\gamma = 2(m - s)(x - m\operatorname{cotg}\beta)$. Wird 1) nach m differenziert, so erhält man $m = [2x - y(\cot\beta - \operatorname{cotg}\gamma) + 2s(\operatorname{cotg}\beta + \operatorname{cotg}\gamma) - a] : 2(\operatorname{cotg}\beta + \cot\gamma)$. Wird dieser Wert in 1) eingesetzt, so entsteht

die Gleichung $4x^2 - 4xy(\operatorname{cotg}\beta - \operatorname{cotg}\gamma) + y^2(\operatorname{cotg}\beta - \operatorname{cotg}\gamma)^2$
$$- 4ax - 2y[2s(\operatorname{cotg}\beta + \operatorname{cotg}\gamma)^2 - a(\operatorname{cotg}\beta + \operatorname{cotg}\gamma)] + [2s(\operatorname{cotg}\beta + \operatorname{cotg}\gamma) - a]^2 = 0,$$
die eine Parabel darstellt. STECKELBERG.

2. **Lösung:** Es sei $RR' = p$ und $QQ' = 2s - p$, so ist in Linienkoordinaten für AB und AC als Achsen:
$$1 : u = -c + p : \sin\beta; \quad 1 : v = -b + (2s - p) : \sin\gamma,$$
also nach Beseitigung von p erhält man
$$u \sin\gamma + v \sin\beta + (b \sin\gamma - 2s + c \sin\beta) uv = 0,$$
mithin wieder eine Parabel, die AB, AC und die unendlich ferne Gerade berührt. Die zugehörige Gleichung in Punktkoordinaten lautet:
$$x^2 \sin y^2 + y^2 \sin\beta^2 - 2xy \sin\beta \sin\gamma - 2kx \sin\gamma - 2ky \sin\beta + k^2 = 0,$$
wenn $k = b \sin\gamma - 2s + c \sin\beta$ gesetzt wird und die Achsen wieder AC und AB sind: Die Achsenrichtung der Parabel ist demnach $x \sin\gamma - y \sin\beta = 0$. Die Bestimmung des Parameters der Achse geschieht nach dem in Nr. 1457, Lösung 2 angeführten Artikel von Salmon-Fiedler. HELLMANN.

3. **Lösung:** Weil $BR = RR' : \sin\beta$ und $CQ = (2s - RR') : \sin\gamma$, so beschreiben R und Q ähnliche Punktreihen, also ist die Einhüllungskurve eine Parabel; wird R und dann Q nach A verlegt, so erkennt man, dafs AC und AB Tangenten sind. Fällt R' in B, so ist $CQ = 2s : \sin\gamma$ und fällt Q' in C, so ist $BR = 2s \cdot \sin\beta$. Die Kreise ABQ und ACR schneiden sich im Brennpunkt F. Ist P der Schnittpunkt des Kreises ABQ mit BC, so hat man $a \cdot CP = b \cdot CQ$ oder $CP = 2s \cdot \sin\beta : \sin\alpha \sin\gamma$. Die Fufspunkte der Mittellinie und der Gegenmittellinie seien m und m', ferner $\sphericalangle\, mAB = m'AC = \alpha$, und $\sphericalangle\, mAC = m'AB = \alpha_2$, so ist $Cm' : 2r \sin\beta = \sin\alpha_1 : \sin(\alpha_1 + \gamma)$, also
$$Cm' = 2r \sin\beta : [\cos\gamma + \sin\gamma(2 \operatorname{cotg}\alpha + \operatorname{cotg}\beta)] = 2r \sin\alpha \sin\beta^2 : (\sin\beta^2 + \sin\gamma^2),$$
mithin
$m'B \cdot m'P = 4r \sin\beta \sin\gamma [s(\sin\beta^2 + \sin\gamma^2) - r \sin\alpha^2 \sin\beta \cdot \sin\gamma] : (\sin\beta^2 + \sin\gamma^2)^2$, folglich liegt m' auf der Potenzlinie der Kreise ABQ und ACR und F auf der Gegenmittellinie, mithin ist die Achse gleichlaufend der Mittellinie. Ferner ist $m'F \cdot m'A = m'B \cdot m'P$ und $m'A = 2t_1 \sin\beta \cdot \sin\gamma : (\sin\beta^2 + \sin\gamma^2)$, also $m'F = 2r[s(\sin\beta^2 + \sin\gamma^2) - r \sin\alpha^2 \sin\beta \sin\gamma] : t_1(\sin\beta^2 + \sin\gamma^2)$, mithin $AF = 2r(2r \sin\beta \sin\gamma - s) : t_1$. Der Halbparameter ist
$$FQ \sin\alpha_2 = AE \sin\alpha_1 \sin\alpha_2$$
$$= \frac{2r}{t_1}(2r \sin\beta \sin\gamma - s) \cdot \frac{r \cdot \sin\alpha \sin\beta \cdot r \sin\alpha \sin\gamma}{t_1^2}$$
$$= 2r^3 \sin\alpha^2 \sin\beta \sin\gamma (2r \sin\beta \sin\gamma - s) : t_1^3$$
STOLL.

4. **Lösung**: Auch hier bestehen wie bei Nr. 1457 zwei Parabeln und es ist klar, dafs je eine der beiden Gleichlaufenden zu BC, die von BC den Abstand s haben, diejenige Tangente der zugehörigen Parabel ist, die alle von AB und AC begrenzten Tangenten hälftet, folglich sind die Achsen mit der Mittellinie AA_0 gleichlaufend und die Brennpunkte F und F_1 liegen auf der Gegenmittellinie; letztere treffe den Umkreis in D und AD sei $= k'$. Dann ist der Parameter der Parabel F offenbar

$$\pm \frac{(h_a - s)}{h_a} \cdot 2\frac{k^2}{t_a^2} \cdot \tfrac{1}{2} h_b : \tfrac{1}{2} h_c : k = \frac{k \cdot h_b h_c}{2 t_a^2} \pm \frac{(h_a - s)}{h_a}$$
$$= \pm (h_a - s) h_a \cdot a^2 : 2 t_a^3 .$$

Der Parameter der Parabel F_1 ist $a^2 h_a (h_a + s) : 2 t_a^3$.

KÜCKER. STEGEMANN. TROGNITZ.

1459. (Gestellt von Stoll XXVI_8, 579.) Auf der Dreiecksseite BC trage man die gleichen Strecken BQ' von B nach C hin und CP' von C nach B hin ab. Die Senkrechten auf BC in Q' und P' sollen AB und AC bezüglich in Q und P schneiden. Die Enveloppe von PQ ist eine eingeschriebene Parabel; Brennpunkt und Direktrix sind zu konstruieren, der Parameter ist zu berechnen.

1. **Lösung**: Es sei B Koordinatenursprung und BC Abscissenachse, $BQ' = CP_1 = m$, so ist $y_q = m \cdot \operatorname{tang} \beta$, $x_q = m$; $y_p = m \cdot \operatorname{tg} \gamma$, $x_p = a - m$; die Gleichung für PQ ist:

$$(y - y_q)(x_q - x_p) = (x - x_q)(y_q - y_p)$$

oder

$$(y - m \operatorname{tang} \beta)(2m - a) = (x - m) m (\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\gamma),$$

also

1) $m^2(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta) + m[x(\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\gamma) - 2y - a \cdot \operatorname{tg}\beta] + ay = 0;$

durch Differenzierung von 1) nach m entsteht

$$m = [2y + a \operatorname{tg}\beta - x(\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\gamma)] : 2(\operatorname{tg}\beta + \operatorname{tg}\gamma)$$

und somit die Parabelgleichung

2) $4y^2 - 4xy \cdot (\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\gamma) + x^2(\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\gamma)^2 - 4ay \operatorname{tg}\gamma$
$\qquad - 2ax \operatorname{tg}\beta(\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\gamma) + a^2 \operatorname{tg}\beta^2 = 0.$

STECKELBERG.

2. **Lösung**: Es sei absolut genommen $BQ' = CP' = p$, dann ist in Linienkoordinaten

$$1 : u = -c + p : \cos\beta; \quad 1 : v = -b + p : \cos\gamma;$$

daraus, nach Beseitigung von p, folgt: $\left(\frac{1}{v} + b\right)\cos\gamma = \left(\frac{1}{u} + c\right)\cos\beta$ oder $u \cdot \cos\gamma - v\cos\beta + uv(b \cdot \cos\gamma - c \cdot \cos\beta) = 0$. Die zugehörige Form in Punktkoordinaten ist:

$$x^2 \cos\gamma^2 + y^2 \cos\beta^2 + 2xy \cos\beta\cos\gamma - 2x\cos\gamma(b\cos\gamma - c\cos\beta) + 2y\cos\beta(b\cos\gamma - c\cdot\cos\beta) = 0,$$

also eine eingeschriebene Parabel, da B und C einander entsprechen und ebenso die beiden unendlich fernen Punkte. Der Brennpunkt wird erhalten, indem man noch eine vierte Tangente und die Umkreise zweier Tangentendreiecke bestimmt. Den Parameter erhält man nach dem in Nr. 1457 erwähnten Artikel von Salmon-Fiedler.

Hellmann.

3. Lösung: H sei der Höhenschnitt und A_0 die Mitte von BC; Durchmesser und Höhe aus A treffen den Umkreis in D und E. Weil B und C entsprechende Punkte sind, so verhalten sich die veränderlichen Strecken BQ und CP wie BD zu CD, also ist die Umhüllungskurve eine eingeschriebene Parabel und wegen $FB : FC = BD : CD$ ist der Brennpunkt F der Schnittpunkt der Gegenmittellinie des Dreiecks BCD mit dem Umkreise. Oder: Weil das Mittellot in A_0 Tangente ist, so ist HA_0D die Leitlinie, und weil das auf eine beliebige Tangente genommene Spiegelbild der Leitlinie durch den Brennpunkt geht, so geht A_0E durch F. Ist z der Abstand des Punktes E von HD, so hat man

$$p = z \cdot A_0F \cdot A_0E : A_0E^2 = a^2 z : HD^2 = a^2 \cdot HE \cdot DE = HD^3$$
$$= 4r \sin\alpha^2 \cos\beta\cos\gamma \sin(\gamma - \beta) : (\sin\alpha^2 - 4\cos\alpha\cdot\cos\beta\cos\gamma)^{\frac{3}{2}}.$$

Kücker. Stegemann. Stoll. Troghitz.

1460. (Gestellt von Pietzker XXVI$_8$, 579.) Zu beweisen ist die Formel: $\frac{\sin\varphi}{\varphi} = \cos\frac{1}{2}\varphi\cdot\cos\frac{1}{4}\varphi\cdot\cos\frac{1}{8}\varphi\cdots$ in inf, aus der übrigens durch die Annahme $\varphi = \frac{1}{2}\pi$ sich die besondere Formel ergiebt $\frac{1}{2}\pi = \frac{1}{\cos\frac{1}{4}\pi\cdot\cos\frac{1}{8}\pi\cdot\cos\frac{1}{16}\pi\cdots}$.

1. Beweis: Man betrachte eine Reihe von Kreissektoren, deren Bogen durch fortgesetztes Halbieren des zum ersten Sektor gehörigen Bogens entstehen. Die Schwerpunkte dieser Bogen seien vom Mittelpunkte des zugehörigen Kreises (Radius r) um l, l_1, $l_2\ldots$ entfernt. Hat nun der erste Sektor den Bogen $4r\varphi$, so ist $l = \frac{r\cdot\sin 2\varphi}{3\varphi}$, für den nächstfolgenden Sektor, dessen Bogen $2r\varphi$ ist, wird $l_1 = \frac{2r\cdot\sin\varphi}{3\varphi}$ u. s. w. Hieraus folgt $l = l_1\cos\varphi$ und entsprechend $l_1 = l_2\cos\frac{\varphi}{2}$ u. s. w. Mithin wird $l = l_\infty \cos\varphi\cos\frac{\varphi}{2}\cos\frac{\varphi}{4}\cdots$ Durch unendlich fortgesetztes Halbieren gelangt man zu einem Sektor, der als gleichschenkliges Dreieck aufgefaſst werden kann, dessen Höhe r ist, also wird $l_\infty = \frac{2}{3}r$, mithin

$$\frac{\sin\varphi}{\varphi} = \cos\frac{\varphi}{2}\cos\frac{\varphi}{4}\cos\frac{\varphi}{8}\cdots$$

Pietzker.

2. **Beweis:** Ähnlich wie 1) nur statt der Schwerpunkte der Sektoren betrachte man die Schwerpunkte der Bogen, deren Abstände vom Mittelpunkte $\lambda, \lambda_1, \lambda_2, \ldots$ seien. Dann ist $\lambda = \frac{r \sin 2\varphi}{2\varphi}$, $\lambda_1 = \frac{r \cdot \sin\varphi}{\varphi}$ u. s. w. also $\lambda = \lambda_1 \cos\varphi = \lambda_\infty \cos\varphi \cos\frac{\varphi}{2} \cdots$ und $\lambda_\infty = r$.

Pietzker.

3. **Beweis:** Es ist

$$\frac{\sin\varphi}{\varphi} = \frac{2\sin\frac{\varphi}{2}\cdot\cos\frac{\varphi}{2}}{\varphi} = \frac{\sin\frac{\varphi}{2}\cos\frac{\varphi}{2}}{\frac{\varphi}{2}} = \frac{\sin\frac{\varphi}{2^2}\cos\frac{\varphi}{2}\cos\frac{\varphi}{2^2}}{\frac{\varphi}{2^2}}$$

$$= \frac{\sin\frac{\varphi}{2^n}\cos\frac{\varphi}{2}\cos\frac{\varphi}{2^2}\cos\frac{\varphi}{2^3}\cdots\cos\frac{\varphi}{2^n}}{\frac{\varphi}{2^n}} = \cos\frac{\varphi}{2}\cos\frac{\varphi}{4}\cos\frac{\varphi}{8}\cdots,$$

da $\frac{\sin\frac{\varphi}{2^n}}{\frac{\varphi}{2^n}} = 1$ für $n = \infty$ wird.

Bermbach. Fuhrmann. Glaser. Göhne. Hellmann. Massfeller. Moser. Pilgrim. Pietzker. Schwarz. Stegemann. Stoll.

Vergl. Rudio. Archimedes, Lambert, Legendre. S. 34/35. Anmerkungen.

Pietzker.

1461. (Gestellt von Emmerich XXVII$_1$, 34.) Welche dreistellige Zahl ist das arithmetische Mittel der aus ihr durch cyklische Vertauschung hervorgehenden Zahlen?

Auflösung. Die Zahl sei $100x + 10y + z$, dann folgt aus $200x + 20y + 2z = 100y + 10z + x + 100z + 10x + y$ die Gleichung $7x = 3y + 4z$ oder $3(x - y) = 4(z - x)$. Dieser Gleichung wird entsprochen durch a) $x - y = 4$, $z - x = 3$ und b) $x - y = -4$, $z - x = -3$. Aus a) folgt $x = y + 4$, $z = y + 7$ und $y = 0, 1, 2$ liefert der Reihe nach die Zahlen 407, 518, 629. Aus b) folgt $x = z + 3$, $y = z + 7$ und $z = 0, 1, 2$ liefert der Reihe nach die Zahlen 370, 481, 592. Die Annahme $x - y = 8$, $z - x = 6$ oder $x - y = -8$, $z - x = -6$ sind unzulässig, da aus ihnen $z - y = 14$ bezw. $= -14$ folgt, was unmöglich ist. Es giebt also 6 Zahlen, welche der Aufgabe entsprechen.

Beseke (Wolfenbüttel). Bermbach (Münstereifel). Bohm (Bremen). Bücking (Metz). Emmerich (Mühlheim). Fuhrmann (Königsberg i. Pr.). Glaser (Homburg v. d. Höhe). Haberland (Neustrelitz). Hellmann (Erfurt). Isak (Elbogen). Knops (Essen). Kotte (Duisburg). Massfeller (Montabaur). Nopper (Karlsruhe). Pilgrim (Ravensburg). Rümmler (Freiburg i. Schl.). Sievers (Frankenberg). Stockelberg (Witten). Steinbart (Duisburg). Stoll (Bensheim). Trognitz (Meiningen). Vollhering (Bautzen). Weinmeister (Leipzig).

Zusätze. 518 ist wieder das arithmetische Mittel von 407 und 629, ebenso 481 von 370 und 592. Ferner ist $407 + 592 = 518 + 481 = 629 + 370 = 999$ und $407 - 370 = 518 - 481 = 629 - 592 = 37$.

Emmerich.

1462. (Gestellt von Mating-Sammler XXVII$_1$, 34). Zu beweisen ist, daſs sowohl $[2m^n + (-1)^n (m-1)]$ als auch $[(2m+1)^n + (-1)^n m]$ durch $(m+1)$ ohne Rest teilbar ist. Ist $m = 0, 1, 2 \cdots$, so ist der Quotient eine arithmetische Reihe $(n-1)$ter Ordnung.

1. Beweis. Ist m gerade, so ist $2m^n + m - 1 = (m^n + m) + (m^n - 1) = m(m^{n-1} + 1) + (m^n - 1)$, also teilbar durch $(m+1)$; der Quotient ist $Q_m = 2(m^{n-1} - m^{n-2} + \cdots - 1) + 1$. Ferner ist $[(2m+1)^n + (-1)^n m] = (m + (m+1))^n + m = m^n + m + P(m+1) = m(m^{n-1} + 1) + P(m+1)$, wo P diejenige Funktion $(n-1)$ten Grades von m bedeutet, welche man bei der Entwickelung von $(m + (m+1))^n$ nach dem binomischen Lehrsatze erhält, sobald man m^n fortlässt und aus den übrigen Gliedern den Faktor $(m+1$ absondert. Es ist der Quotient $Q_m = (m^{n-1} - m^{n-2} + \cdots m) + P$.

Ist n ungerade, so ist $2m^n - m + 1 = (m^n - m) + (m^n + 1) = m(m^{n-1} - 1) + (m^n + 1)$, also $Q_m = 2(m^{n-1} - m^{n-2} + \cdots + 1) - 1$ und $(m + (m+1))^n - m = m^n - n + P(m+1) = m(m^{n-1} - 1) P(m+1)$, also $Q_m = (m^{n-1} - m^{n-2} + \cdots - m) + P$.

In allen Fällen hat Q_m die Form $a_0 + a_1 m + a_2 m^2 + \cdots + a_{n-1} m^{n-1}$; bildet man also die Reihe $Q_0, Q_1, Q_2 \cdots$, so ist $Q_m - Q_{m-1}$ das allgemeine Glied der ersten Differenzenreihe. Dies ist eine Funktion $(n-2)$ten Grades von m; ebenso erhält man als allgemeines Glied der zweiten Differenzenreihe eine Funktion $(n-3)$ten Grades von m u. s. w. Demnach besteht die $(n-1)$te Differenzenreihe aus gleichen Gliedern; folglich ist die Reihe Q_0, Q_1, $Q_2 \cdots$ eine arithmetische Reihe $(n-1)$ter Ordnung.

Beneke. Lökle (Stuttgart). Massfeller. Pilgrim. Stegemann.

2. Beweis. Man setze $m + 1 = x$, so gehen die beiden Ausdrücke über in $2(x-1)^n + (-1)^n (x-2)$ und $(2x-1)^n + (-1)^n (x-1)$ oder $2[(x-1)^n - (-1)^n] + (-1)^n x$ und $[(2x-1)^n - (-1)^n x] + (-1)^n x$. Entwickelt man jetzt nach dem binomischen Lehrsatz, so verschwindet in jeder der eckigen Klammern das konstante Glied und, da auch die auſserhalb der eckigen Klammer stehenden Glieder x als Faktor enthalten, so ist jeder der beiden Ausdrücke durch x teilbar.

Durch die Substitution $m = 0, 1, 2, \cdots$, bezüglich $x = 1, 2, 3 \cdots$ und jeweilige Division mit dem entsprechenden Werte von x erhält man abgesehen von einem konstanten Gliede je die algebraische Summe der $(n-1)$ten, $(n-2)$ten, $(n-3)$ten $\cdots$ Potenzen je

der nämlichen Zahlen; also bilden diese Summen eine arithmetische Reihe der $(n-1)$ten Ordnung. GLASER. STOLL.

3. Beweis. Die Gleichungen $[2m^n + (-1)^n (m-1)] = 0$ und $[(2m+1)^n + (-1)^n m] = 0$ werden durch $m = -1$ verifiziert. SIEVERS.

B. Neue Aufgaben.

1545. $13^2 = 169$; $31^2 = 961$. Für welche anderen zweiziffrigen Zahlen ist das rückwärts gelesene ausgerechnete Quadrat gleich dem Quadrate der rückwärts gelesenen Zahl? KOTTE (Duisburg).

1546. $113^2 = 12769$; $311^2 = 96721$. Für welche anderen dreiziffrigen Zahlen ist das rückwärts gelesene ausgerechnete Quadrat gleich dem Quadrat der rückwärts gelesenen Zahl?

KOTTE (Duisburg).

1547. Es ist $12^2 = 144$, $21^2 = 441$; $13^2 = 169$, $14^2 = 196$; $32^2 = 1024$, $49^2 = 2401$ u. s. w. Wie findet man Paare solcher Zahlen, deren Quadrate mit denselben Ziffern, nur in anderer Reihenfolge geschrieben werden? Sind es immer nur Paare, oder giebt es auch Tripel, Quadrupel u. s. w.? RUMMLER (Freiburg-Schles.).

1548. Vergröfsert man eine gewisse dreistellige Zahl um 3, so wird ihre Quersumme dreimal so klein. Welche Zahl ist es?

EMMERICH (Mühlheim-Ruhr).

1549. $x^3 + y^2 = x^2 + y^3 = -2$. EMMERICH (Mühlheim-Ruhr).

1550. Die Gleichungen: a) $2x^2 = y^2 - z^2$; b) $2x^2 = y^2 + z^2$ in ganzen Zahlen zu lösen. EMMERICH (Mühlheim-Ruhr.

1551. Giebt es gerade quadratische Pyramiden, bei denen die Grundkante v, die Seitenkante y, die Höhe z und die Seitenhöhe w gleichzeitig ganze Zahlen sind? EMMERICH (Mühlheim-Ruhr).

1552. Wie lautet für ein beliebiges Dreieck die Verallgemeinerung des Höhensatzes vom rechtwinkligen Dreieck: Im rechtwinkligen Dreieck ist das Quadrat der Höhe zur Hypotenuse gleich dem Rechteck aus den Hypotenusenabschnitten? NOPPER (Karlsruhe).

1553. Verbindet man einen Punkt P eines Kegelschnitts mit seinen Brennpunkten F_1 und F_2 und konstruiert die vier dem Dreieck PF_1F_2 ein- und angeschriebenen Kreise, so berühren zwei von diesen die Achse in den Scheiteln des Kegelschnitts; die beiden andern berühren die Achse in zwei Punkten, deren Abstände von den Scheiteln den Brennstrahlen F_1P resp. F_2P gleich sind. Konstruiert man durch die Mittelpunkte der letzteren beiden Kreise

Parallelen zur Achse und verbindet die Punkte, in welchen diese Parallelen die Brennstrahlen, resp. deren Verlängerungen schneiden, kreuzweise, so sind diese Verbindungslinien konjugierte Durchmesser der Kegelschnitte. Bochow (Magdeburg).

1554. Über einer in einer horizontalen Ebene gegebenen Fläche von bestimmter Gröfse und Gestalt soll eine Pyramide aus homogenem Material errichtet werden. Innerhalb welchen Raumes mufs die Spitze der Pyramide liegen, wenn die Pyramide stabil sein soll? Bochow (Magdeburg).

1555. Bezeichnet man in einem sphärischen Dreieck den Radius des Inkreises mit ϱ, die Radien der Ankreise mit ϱ_a, ϱ_b, ϱ_c, den Radius des Umkreises mit r, die Radien der Umkreise von den Ergänzungsdreiecken mit r_a, r_b, r_c und ist $2s = a + b + c$, $2\sigma = \alpha + \beta + \gamma$, so ist

a) $\operatorname{tg}\varrho_a + \operatorname{tg}\varrho_b + \operatorname{tg}\varrho_c - \operatorname{tg}\varrho = 4\operatorname{tg} r \sin\sigma \cos\frac{1}{2}a \cos\frac{1}{2}b \cos\frac{1}{2}c$.

b) $\operatorname{tg}\varrho + \operatorname{tg}\varrho_b + \operatorname{tg}\varrho_c - \operatorname{tg}\varrho_a = 4\operatorname{tg} r_a \sin(\sigma-\alpha)\cos\frac{1}{2}a \sin\frac{1}{2}b \sin\frac{1}{2}c$

u. s. w. Stoll (Bensheim).

1556. In jedem sphärischen Dreieck ist a) $\operatorname{tg}\varrho_b \operatorname{tg}\varrho_c + \operatorname{tg}\varrho_c \operatorname{tg}\varrho_a + \operatorname{tg}\varrho_a \operatorname{tg}\varrho_b = \sin s^2 + 4\sin s \sin\frac{1}{2}a \sin\frac{1}{2}b \sin\frac{1}{2}c$. b) $\operatorname{tg}\varrho_b \operatorname{tg}\varrho_c + \operatorname{tg}\varrho(\operatorname{tg}\varrho_b + \operatorname{tg}\varrho_c) = \sin(s-a)^2 + 4\sin(s-a)\sin\frac{1}{2}a \cos\frac{1}{2}b \cos\frac{1}{2}c$ u. s. w. Stoll (Bensheim).

1557. In jedem sphärischen Dreieck ist a) $\operatorname{cotg} r_a + \operatorname{cotg} r_b + \operatorname{cotg} r_c - \operatorname{cotg} r = -4\operatorname{cotg}\varrho \cos s \sin\frac{1}{2}\alpha \sin\frac{1}{2}\beta \sin\frac{1}{2}\gamma$. b) $\operatorname{cotg} r + \operatorname{cotg} r_b + \operatorname{cot} r_c - \operatorname{cotg} r_a = +4\operatorname{cotg}\varrho_a \cos(s-a)\sin\frac{1}{2}\alpha\cos\frac{1}{2}\beta\cos\frac{1}{2}\gamma$ u. s. w. c) $\operatorname{cot} r_b \operatorname{cotg} r_c + \operatorname{cotg} r_c \operatorname{cotg} r_a + \operatorname{cotg} r_a \operatorname{cotg} r_b = \cos\sigma^2 - 4\cos\sigma\cos\frac{1}{2}\alpha\cos\frac{1}{2}\beta\cos\frac{1}{2}\gamma$. d) $\operatorname{cotg} r_b \operatorname{cotg} r_c + \operatorname{cotg} r(\operatorname{cotg} r_b + \operatorname{cotg} r_c) = \cos(\sigma-\alpha)^2 + 4\cos(\sigma-\alpha)\cos\frac{1}{2}\alpha \sin\frac{1}{2}\beta \sin\frac{1}{2}\gamma$ u. s. w.

Stoll (Bensheim).

1558. Die Quadratwurzeln aus $2\frac{1}{4}$, $6\frac{1}{4}$, $12\frac{1}{4}$ u. s. w. sind rational. Untersucht man, welche von den ganzen Zahlen der Reihe $2\frac{1}{4}$, $6\frac{1}{4}$ u. s. w. durch 9 teilbar sind, so findet man, dafs stets zwei unmittelbar aufeinander folgende Zahlen sich durch 9 teilen lassen. Warum ist dieses der Fall? Bermbach (Münstereifel).

C. Aufgaben aus nichtdeutschen Fachzeitschriften.

Die von dem Redakteur des A.-R. gegebenen Lösungen sind mit † bezeichnet.

(Fortsetzung von Jahrgang 1896, S. 194.)

Aufgaben über Maxima und Minima.

749. a) Das Maximum von xyz zu berechnen, wenn $\left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{c}{z}\right)^{\frac{2}{3}} = 1$ ist. b) Unter derselben Bedingung soll das Maximum von $\left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{z}{c}\right)^{\frac{2}{3}}$ gesucht werden.

Auflösung. † a) Es ist $M = xy\sqrt{\left[1 - \left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{2}{3}}\right]^3}$.

Nimmt man zuerst y als konstant an, so ist $x\sqrt{\left[1 - \left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{2}{3}}\right]^3}$ $= x_1\sqrt{\left[1 - \left(\frac{x_1}{a}\right)^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{2}{3}}\right]^3}$, also $x^{\frac{2}{3}} - x_1^{\frac{2}{3}} - \frac{x^{\frac{4}{3}} - x_1^{\frac{4}{3}}}{a^{\frac{2}{3}}}$ $- \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{2}{3}}\left(x^{\frac{2}{3}} - x_1^{\frac{2}{3}}\right) = 0$, woraus $1 - \frac{\left(x^{\frac{2}{3}} + x_1^{\frac{2}{3}}\right)}{a^{\frac{2}{3}}} - \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{2}{3}} = 0$ folgt.

Mithin ist $2b^{\frac{2}{3}}x^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{2}{3}}y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{2}{3}}$. Ebenso erhält man, wenn man y als konstant annimmt, $b^{\frac{2}{3}}x^{\frac{2}{3}} + 2a^{\frac{2}{3}}y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{2}{3}}$. Es wird demnach $3x^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}$ oder $x = \frac{a}{3\sqrt{3}}$; ferner $y = \frac{b}{3\sqrt{3}}$ und $z = \frac{c}{3\sqrt{3}}$, folglich $M = \frac{abc}{81\sqrt{3}}$.

† b) Es ist $M = \left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{2}{3}}\left(y^{\frac{2}{3}}\right)\left(1 - \left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{2}{3}} - \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{2}{3}}\right)$. Nimmt man y als konstant an, so ergiebt sich $2b^{\frac{2}{3}}x^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{2}{3}}y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{2}{3}}$ und wenn man x als konstant annimmt, so wird $b^{\frac{2}{3}}x^{\frac{2}{3}} + 2a^{\frac{2}{3}}y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}b^{\frac{2}{3}}$. Hieraus folgt $\left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{3}$; $\left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{3}$; $\left(\frac{z}{c}\right)^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{3}$, also $M = \frac{1}{27}$.

Mathesis.

750. Wie grofs sind die Winkel eines rechtwinkligen Dreiecks, wenn die Höhe h desselben gegeben ist und die Halbierungslinie w_a ein Minimum werden soll?

Auflösung. Es ist $\varkappa_a = \frac{b}{\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{h}{\sin\alpha\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{h}{2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha^2}{2}} = \frac{h}{2\sin\frac{\alpha}{2}\left(1-\sin\frac{\alpha^2}{2}\right)}$. Aus $\sin\frac{\alpha}{2}\left(1-\sin\frac{\alpha^2}{2}\right) = \sin\frac{\alpha_1}{2}\left(1-\sin\frac{\alpha_1{}^2}{2}\right)$ erhält man $\sin\frac{\alpha}{2} - \sin\frac{\alpha_1}{2} = \sin\frac{\alpha^3}{2} - \sin\frac{\alpha_1{}^3}{2}$ oder $\sin\frac{\alpha^2}{2} + \sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\alpha_1}{2} + \sin\frac{\alpha_1{}^2}{2} = 1$. Mithin ist $\sin\frac{\alpha^2}{2} = \frac{1}{3}$ und $\cos\frac{\alpha^2}{2} = \frac{2}{3}$, also wird, da $\sin\alpha = \frac{2}{3}\sqrt{2}$, $\cos\alpha = \frac{1}{3}$ ist, $a = 3h$, $b = \frac{3h}{2\sqrt{2}}$, $c = \frac{9h}{2\sqrt{2}}$, $\varkappa_a = \frac{3h\sqrt{3}}{4}$.

Mathesis.

751. Ein rechtwinkliges Dreieck zu konstruieren, wenn das Produkt aus einer Kathete und der Winkelhalbierenden, die den gegenüberliegenden Winkel halbiert, ein Maximum wird und die Hypotenuse gegeben ist.

Auflösung. Das bei C rechtwinklige Dreieck sei ABC, und AD die Winkelhalbierende, dann verhält sich $CD : a - CD = b : c$; also ist $CD = \frac{ab}{b+c}$ und da $AD^2 = b^2 + CD^2$ ist, $AD^2 = \frac{b^2\{(b+c)^2 + a^2\}}{(b+c)^2}$. Nun soll $a \cdot AD$ ein Maximum sein, wenn c konstant bleibt. Da $a^2AD^2 = \frac{b^2(c^2-b^2)\{(c^2-b^2)+(b+c)^2\}}{(b+c)^2} = b^2(c-b)\cdot 2c$ ist und $b^2(c-b) - b_1{}^2(c-b_1) = 0$, also $b^3 - b_1{}^3 - c(b^2 - b_1{}^2) = 0$ werden mufs, so folgt $3b^2 = 2bc$ oder $b = \frac{2}{3}c$, woraus sich $a = \frac{c}{3}\sqrt{5}$ ergiebt. (Fortsetzung folgt.)

Educ. Times.

Briefkasten zum Aufgaben-Repertorium.

Lösungen sind eingegangen von Bermbach 1502. 1504. 1511—1514. 1516. 1531. Beseke 1460 (zu spät). 1475. 1497. 1511. 1513. 1514. 1522. 1523. 1538—1540. 1542. 1544. Bücking 1517. 1518. 1520—1523. 1529. 1532. 1538—1540. 1542. Fuhrmann 1522. 1524. 1526. 1527. 1531. 1543. 1544. Geuer (Karlsruhe) 1530. 1531. Haberland 1480—1482. 1507. 1516. 1520—1523. 1538—1540. 1542. Hack (Schwäbisch-Hall) 1529. Hellmann 1478. 1479. 1482. 1500. 1502—1504. 1507. 1508. 1511. v. Jettmar 1522. 1523. Leman (Mülhausen i. E.) 1507—1509. Lökle 1520. 1522. 1523. 1525—1527. 1530. 1532. 1538—1542. Nopper 1499. Stegemann 1533—1542. Bemerkungen zu 1544. Stoll 1529. 1531—1540. 1543. 1544. Trognitz 1538. 1539. 1542. 1544.

Neue Aufgaben a) mit Lösung von Bermbach (1). Bücking (1). v. Jettmar (1). b) Ohne Lösung von Bücking (1). Haberland (3). Peter (Leipzig) (3).

Berichtigungen.

In Aufgabe 1489 Zeile 7 (XXVII_3, 190) mufs es statt ABC heifsen $A_1A_2A_3$ und in 1540 (XXVII_7, 506) mufs es Höhe statt Sehne heifsen.

Litterarische Berichte.

A. Rezensionen und Anzeigen.*)

HOLZMÜLLER, Prof. Dr. G. (Direktor der Gewerbeschule zu Hagen i. W.) Methodisches Lehrbuch der Elementar-Mathematik. Gymnasialausgabe. T. I 225 S. Preis geb. 2,40 ℳ, T. II 279 S. Preis geb. 3 ℳ. Leipzig, B. G. Teubner 1896.**)

I. Der Verfasser hebt im Vorwort (auch auf dem Titelblatt) zuerst den Anschlufs seines Buches an die preufsischen Lehrpläne hervor, daher soll auch hier mit den **Abweichungen von den preufsischen Lehrplänen** begonnen werden.

A. Verschiebungen: 1) Dezimalbrüche in IIIb statt in IV. 2) (Rein und gemischt) quadratische Gleichungen in IIIa statt in IIb. 3) Zinseszinsrechnung in IIb statt in Ib. 4) Im Obersekundapensum fehlt ganz „die Lehre von den Potenzen, Wurzeln und Logarithmen", alles ist in IIIa und IIb erledigt, z. B. wird die Wurzelrechnung ganz der IIIa zugewiesen. 5) Trigonometrische Behandlung des schiefwinkeligen Dreiecks ohne Additionstheoreme in IIb statt in IIa. 6) Imaginäre Gröſsen in IIb statt in Ib. — Also, mit Ausnahme von 1) Verlegung der genannten Gebiete in tiefere Klassen, Verschiebung nach unten.

B. Weggelassen. Es fehlen die in den Lehrplänen S. 49 erwähnten „Grundformeln der sphärischen Trigonometrie, die zum bessern Verständnis der mathematischen Erdkunde erforderlich sind", z. B. 1) beim rechtwinkeligen Dreieck die Formeln a) für die verschiedenen Ableitungen aus der Polhöhe und der Deklination der Sonne und b) für die Bestimmung der Polhöhe und 2) beim schiefwinkeligen Dreieck die Formeln zur Bestimmung a) der kürzesten Linie auf der Erdkugel, b) der Breite, c) des Azimuths und d) des Stundenwinkels bezw. der geographischen Länge. Ganz isoliert, d. h.

*) Die vielen noch vorliegenden Rezensionen älteren Datums mufsten wegen Raummangel noch zurückgestellt werden; wir werden sie aber, um damit zu räumen, sämtlich im nächsten Heft bringen. D. Red.

**) Die Besprechung des „Methodischen Lehrbuchs der Elementar-Mathematik" in drei Bänden (Lpz. 1895) von Günther findet sich i. Jahrg. XXIV, S. 281ff. D. Red.

als zweiter Anhang, ist zwar eine einzelne Formel vorhanden $\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos \alpha$ (nach der gebräuchlichen Schreibweise). Dieselbe ist aber in dieser Form wegen des Pluszeichens gar nicht im Gebrauch.

C. Hinzugefügt sind „einige arithmetische Reihen höherer Ordnung.“

II. **Die Abweichung von anderen Lehrbüchern in der Behandlung des Stoffes** tritt am meisten bei der Stereometrie in Prima hervor. A. Als Lehraufgabe der Unterprima bestimmt der Verfasser: „1) Den Begriff der Drehung und die Entstehung von Drehungsgebilden. 2) Ebenen und Gerade im Raume. 3) Die körperlichen Ecken. 4) Die Fundamentalkonstruktionen und einige Anwendungen derselben. 5) Anleitung zum korrekten stereometrischen Zeichnen: a) die schräge Parallelprojektion, b) Die senkrechte Projektion. 6) Die noch nicht behandelten regelmäfsigen Polyeder.“ B. Das Pensum der Oberprima ist: „1) der Schwerpunkt, die Guldinschen Regeln und die Sätze über abgeschrägte Körper. 2) Summenformel und Newton-Simpsonsche Regel.“

III. **Sonstiges.**

A. Planimetrische Konstruktionsaufgaben. Beim Pensum der Obersekunda sind aufser 1) den üblichen Methoden a) der Ähnlichkeit, b) des geometrischen Ortes und c) der algebraischen Analysis auch 2) seltene angeführt: die Methoden a) der Symmetrie, b) der Parallelverschiebung, c) der konzentrischen Verschiebung, d) der Drehung und e) der Umkehrung der Aufgabe. Die Hauptmethode, die auch die Methode der Ähnlichkeit und oft auch die des geometrischen Ortes mit umfafst, ist weder hier noch beim Pensum der III und IV erwähnt. [α) Zeichnung einer den Bedingungen etwa entsprechenden Figur, β) Hinzufügung der darin noch nicht dargestellten gegebenen Bestimmungen, γ) Konstruktion irgend einer Figur aus den gegebenen Stücken und δ) Übergang von dieser zu der verlangten Figur.]

B. Am Ende des Jahrespensums steht in jedem Fache eine „Zusammenstellung der wichtigsten Ergebnisse“. Dieselbe fehlt nur bei der Planimetrie in IIb und bei der Stereometrie in Ib.

C. Die Behandlung der Kegelschnitte ergiebt sich aus folgenden Überschriften: 1) Die Ellipse als Cylinderschnitt. 2) Die Ellipse als Kegelschnitt. 3) Die Parabel als Spezialfall der Ellipse. 4) Die Hyperbel als Kegelschnitt. Daran schliefst sich eine ganz kurze analytische Behandlung.

D. Im ersten Anhang: „Kartographische Bemerkungen“ sind die stereographische Projektion und die Merkatorprojektion zwar beschrieben, aber nicht für Aufgaben verwendet z. B. zur Konstruktion bestimmter Längen- und Breitenkreise nach der stereographischen Äquatorial- oder Polarprojektion (bei dem Teil I S. 106

hierüber Angegebenen fehlt die Begründung) oder zu den nautischen Rechnungen nach der vergröfserten Breite der Merkatorprojektion. — Die Projektion nach konischer Abwickelung, die doch in den Atlanten der Schüler bei weitem überwiegt, sich so eng an die Lehre vom rechtwinkeligen Dreieck und vom Kreise anschliefst und sich daher vorzüglich zu leichten Aufgaben eignet, ist nicht erwähnt.

E. Aus dem Vorstehenden [I, C. II, A 1) und 5) und B 1) und 2) III A 2)] geht bereits hervor, dafs das Buch an Stoff mehr bietet als manche andere für Gymnasien bestimmte Bücher. Ein ähnlicher Reichtum tritt auch in anderen Teilen hervor; z. B. trägt der „Übungstoff zur freien Auswahl" für IIa, Ib und Ia folgende Überschriften: „1) Ableitung gewisser arithmetischer Reihen höherer Ordnung mit Hilfe des binomischen Lehrsatzes. 2) Anwendung des binomischen Lehrsatzes auf die Exponentialreihe und die natürlichen Logarithmen. 3) Anwendung des binomischen Lehrsatzes auf den Moivreschen Lehrsatz und einige aus ihm abgeleitete Reihen. 4) Die geometrische Darstellung der komplexen Zahlen und der *n*ten Wurzel aus der Einheit und aus anderen Zahlen. 5) Reciproke Gleichungen und Anwendung derselben auf reduzierbare Gleichungen höheren Grades."*)

Wandsbek. Richter.

Reum, Prof. Dr. A. (Oberlehrer an der Oberrealschule in Barmen). **Der mathematische Lehrstoff für den Untersekundaner des Gymnasiums, des Realgymnasiums, und der Oberrealschule, sowie für den Primaner der Realschule**, in entwickelnder Lehrweise bearbeitet. Essen 1894. G. D. Baedeker. 8⁰. 44 S. Preis: kart. 80 Pfg.

Dieses Büchlein giebt eine Zusammenstellung des mathematischen Lehrstoffs, wie er in den preufsischen Lehrplänen vom Jahre 1891 der Untersekunda der Oberrealschule und des Realgymnasiums zugewiesen worden ist. Es gliedert sich in drei Hauptabschnitte: I. Anfangsgründe der Trigonometrie und Berechnung von Dreiecken. II. Die notwendigen stereometrischen Sätze über Ebenen und Geraden; die einfachen Körper, ihre Zeichnung und die Berechnung ihrer Oberflächen und Inhalte. III. Die Lehre von den Potenzen, Wurzeln, Logarithmen und der quadratischen Gleichung.

Zum Zwecke der Einführung in die Trigonometrie werden

---

*) Wir wünschen, der geehrte Herr Referent hätte über das Buch, insofern es für Gymnasien bestimmt ist, ein summarisches Endurteil abgegeben — ein Wunsch der für alle Referenten als gewifs berechtigt allgemein ausgesprochen sein möge. — Über das gröfsere (dreibändige) Werk desselben Verfassers wolle man das Endurteil in der bereits oben angegebenen Rezension von Günther, besonders S. 285 unten, nachlesen. D. Red.

zuerst die trigonometrischen Funktionen der Winkel von 45°, 30°, 60°, 18°, 72°, 0°, 90° berechnet und als „winkelmessende Zahlen“ bezeichnet. Dann folgt die Verallgemeinerung und zugleich die Einführung der gebräuchlichen Bezeichnungen. Dieses Verfahren ist naturgemäfs und entspricht dem pädagogischen Grundsatz, dafs vom Besonderen zum Allgemeinen fortgeschritten werden soll. Die Berechnung von Dreiecken beschränkt sich auf rechtwinklige Dreiecke und auf die Berechnung allgemeiner Dreiecke nach dem Sinussatz. Ausgeführte Musterbeispiele und Anwendungen werden hierzu gegeben.

In der Stereometrie werden die einzelnen Sätze in der Weise entwickelt, dafs die zum Beweise führenden Betrachtungen vorangehen und der Lehrsatz als Endergebnis dieser Betrachtungen sich darstellt. Diese entwickelnde Methode ist die allein richtige und mufs auch, wo im Lehrbuche die Lehrsätze an die Spitze gestellt worden sind, zur Vorbereitung angewandt werden. Den Forderungen, welche hinsichtlich des stereometrischen Zeichnens gestellt werden, kann man im allgemeinen zustimmen. In der Untersekunda des Gymnasiums ist das zu behandelnde stereometrische Pensum ein kleineres, da die Sätze über Ebenen und Geraden hier fortfallen; auch wird wegen Knappheit der Zeit das stereometrische Zeichnen nur geringere Berücksichtigung finden können.

Über den letzten Abschnitt des Buches ist Besonderes nicht zu bemerken.

Prenzlau. W. Stegemann.

Utescher, Otto (Oberlehrer). Rechenaufgaben für höhere Schulen. In drei Heften nach den neuen preufsischen Lehrplänen bearbeitet. Breslau. Ferdinand Hirt. 1894. 8°. Heft I: Lehrstoff der Sexta. 40 S. Preis 0,35 M. Heft II: Lehrstoff der Quinta. 40 S. Preis 0,35 M. Heft III: Lehrstoff der Quarta. 40 S. Preis 0,40 M.*)

Nachdem durch die preufsischen Lehrpläne von 1891 die Pensa des Rechenunterrichts in den unteren Klassen der höheren Schulen für die einzelnen Klassen scharf abgegrenzt worden sind, ist es für zweckmäfsig zu erachten, dafs der zu behandelnde Übungsstoff den Schülern jeder Klasse in einem besonderen Hefte in die Hand gegeben werde. Dies ist die Veranlassung zur Bearbeitung der hier vorliegenden Rechenhefte geworden. Über die Grundsätze, welche den Verfasser bei der Bearbeitung geleitet haben, äufsert sich derselbe folgendermafsen: „Bei der Auswahl habe ich es vermieden, Unmengen von solchen Aufgaben zu stellen, welche mechanisch

*) Dieses Buch ist zufällig auch noch von einem zweiten Referenten kurz angezeigt, was im nächsten Hefte mitgeteilt werden soll. D. Red.

nach einem gegebenen Muster ausgerechnet werden. Dagegen bin ich bestrebt gewesen, die mannigfachen Verhältnisse des wirklichen Lebens zu verwerten und das Zahlenmaterial so zu wählen, daſs der Schüler auch im Rechenunterrichte an andere Unterrichtsfächer erinnert wird und für sie aus dem Rechenunterrichte Nutzen ziehen kann.“ Hiergegen läſst sich an und für sich nichts einwenden. Man ist in neuerer Zeit mit Recht bestrebt, aus unseren Rechenheften alle unpraktischen eingekleideten Aufgaben, d. h. solche, welche sich nicht auf die Verhältnisse des wirklichen Lebens oder auf die thatsächlichen Verhältnisse anderer Wissensgebiete beziehen, zu verbannen. Es ist auch dem Verfasser gelungen, seine eingekleideten Aufgaben zweckmäſsig zu wählen und recht mannigfaltig zu gestalten, so daſs sie wohl geeignet sind, die Schüler zu selbständiger Denkarkeit anzuregen. Aber nun kommt die Kehrseite der Sache. Es liegt in der Natur der eingekleideten Aufgaben, namentlich derjenigen, welche in Sexta und Quinta gegeben werden können, daſs sie im allgemeinen wenig geeignet sind, die Rechenfertigkeit auszubilden. Treten daher diese Aufgaben zu sehr in den Vordergrund, so daſs das die Rechenfertigkeit fördernde Übungsmaterial ungebührlich beschränkt wird, so ist dies ein Nachteil, der später nicht wieder beseitigt werden kann; denn von Tertia an tritt das Rechnen mit bestimmten Zahlen mehr und mehr zurück, und an eine weitere Ausbildung der Rechenfertigkeit ist nicht mehr zu denken. Dies ist es nun, was den vorliegenden Rechenheften, so fleiſsig sie auch bearbeitet sind, als ein Mangel anhaftet. Der Verfasser hat diesen Mangel auch selbst empfunden; er sagt im Vorwort: „Sollten mehrere der Herren Fachgenossen der Meinung sein, daſs der Stoff der Aufgaben zu knapp bemessen sei, so sind Verfasser und Verleger bereit, später einen Nachtrag anzufügen, für den die besonderen Wünsche möglichst Berücksichtigung finden werden.“ Im Hinblick auf diese Zusage werden im Anschluſs an die folgende Inhaltsangabe der Hefte einige Wünsche ausgesprochen werden.

Heft I enthält das Rechnen mit ganzen unbenannten und benannten Zahlen und das Rechnen mit Dezimalbrüchen. Für das Addieren und Subtrahieren unbenannter Zahlen ist das Übungsmaterial insofern unzureichend, als die meisten Aufgaben nur zwei- und dreistellige Zahlen enthalten, Aufgaben mit gröſseren Zahlen aber nur in geringer Anzahl vorhanden sind. Da der Verfasser für das schriftliche Subtrahieren die Ergänzungsmethode empfiehlt (Ergebnisse zu Heft I, S. 5), so sollten auch solche Subtraktionsaufgaben gestellt werden, in denen von einem Minuendus mehrere Subtrahenden zu subtrahieren sind. Das Übungsmaterial für das Multiplizieren und Dividieren unbenannter Zahlen ist ausreichend, dasjenige für die Rechnungen mit (mehrfach) benannten Zahlen jedoch nicht. Dies letztere hat zum Teil darin seinen Grund, daſs

in diesem Kapitel zahlreiche Aufgaben vorhanden sind, die nur einfach benannte Zahlen enthalten, die also als Anwendungen der Rechnungen mit unbenannten Zahlen zu betrachten sind und daher in das vorige Kapitel gehören. Beispiele: „Schlesien ist 40 300 qkm grofs, Hessen-Nassau 15 700. Um wieviel ist Schlesien gröfser (S. 24, Nr. 62)?" — „An einem Güterwagen steht: Ladung 12 500 kg, Gewicht des Wagens 4580 kg. Welche Last zieht die Maschine, wenn ihr 20 solche vollbeladene Wagen angehängt sind (S. 27, Nr. 34)?" — Unter den eingekleideten Aufgaben sind viele solche, die im Aufgabenheft fehlen könnten, da sie ohne weiteres aus dem Stegreif gestellt und im Kopf gerechnet werden können, z. B.: „Ein Topf wog leer 3 kg, mit Butter gefüllt 14 kg. Wieviel kg Butter waren darin (S. 10, Nr. 23)?" Oder: „A hat 14 kg Butter zu 2 Mk. verkauft und 7 Mk. ausgegeben. Wieviel hat er noch (S. 13, Nr. 26)?" — Zusammengesetzte Aufgaben, in denen auch der Gebrauch der Klammern geübt wird, sind nicht in hinreichender Anzahl vorhanden; auch kommen in denselben meistens nur so kleine Zahlen vor, dafs sie gröfstenteils im Kopfe gerechnet werden können. Es ist aber im Interesse ausreichender Übung unerläfslich, dafs in solchen zusammengesetzten Aufgaben auch gröfsere Zahlen mit herangezogen werden. — Dafs die systematische Behandlung der Dezimalrechnung schon in dem Heft für Sexta enthalten ist, entspricht den neuen Lehrplänen nicht. Nach diesen sollen in der Sexta Übungen in der dezimalen Schreibweise der Münzen, Mafse und Gewichte und in den einfachsten dezimalen Rechnungen vorgenommen werden. Unter den letzteren hat man unzweifelhaft nur diejenigen Rechnungen zu verstehen, die aus der dezimalen Schreibweise der Münzen, Mafse und Gewichte sich ergeben. Diese sind aber nur spezielle Fälle der allgemeinen Dezimalrechnung und dienen zur Vorbereitung auf die letztere, welche erst in Quarta zu behandeln ist.

Heft II enthält die Rechnungen mit gemeinen Brüchen, Regeldetri, Mafse, Gewichte und Münzen. Das Übungsmaterial für die Bruchrechnung ist nicht ausreichend. Dem wird jeder beistimmen müssen, der es praktisch erfahren hat, wieviel Übung notwendig ist, ehe die einzelnen Operationen mit Brüchen den Schülern geläufig werden, und wie oft des leidigen Vergessens wegen wiederholt werden mufs. Am schlechtesten sind im vorliegenden Hefte die so wichtigen zahlentheoretischen Übungen, welche der Bruchrechnung voraufgehen müssen, weggekommen, insbesondere das Zerlegen der Zahlen in Primfaktoren und das Aufsuchen des kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen. Für die zusammengesetzten Aufgaben aus der Bruchrechnung wäre ebenfalls eine Vermehrung wünschenswert; dagegen sind die Rechnungen mit ausländischen Münzen und Mafsen sowie die Aufgaben aus der Alters- und Invalidenversicherung für Quinta vollständig entbehrlich.

Heft III behandelt die Dezimalrechnung, Prozente, Regeldetri, Münzen und Wertpapiere, Vorteilberechnung und die Buchstabenrechnung. Von der Dezimalrechnung ist für dieses Heft aufser einer kurzen Wiederholung nur die Verwandlung von gemeinen Brüchen in Dezimalbrüche und umgekehrt, sowie die abgekürzte Dezimalrechnung übrig geblieben. Die bürgerlichen Rechnungsarten sind sehr summarisch behandelt worden. Das hierher gehörige Übungsmaterial ist als ausreichend nicht zu erachten. Dafs die sogenannte „Gesellschafts- oder Teilungsrechnung" ganz fehlt, ist entschieden ein Mangel. Es mufste in diesem Kapitel schon um deswillen mehr Übungsstoff geboten werden, weil in der Quarta des Gymnasiums die Buchstabenrechnung nicht behandelt wird und daher der letzte, die Anfangsgründe der Buchstabenrechnung enthaltende Abschnitt des Heftes unberücksichtigt bleiben mufs.

Wenn der Verfasser und der Verleger ihre Zusage erfüllen, können diese Rechenhefte zu einem brauchbaren Hilfsmittel für den Rechenunterricht an höheren Schulen werden.

Von den Ergebnisheften ist bis jetzt nur Nr. 1 erschienen (Preis 0,30 Mk.); dasselbe ist nur für die Hand des Lehrers bestimmt und enthält noch mancherlei Erläuterungen und Zusätze.

Prenzlau. W. Stegemann.

Kleiner Litteratur-Saal.*)

Neue Auflagen mathematischer Schulbücher besprochen von W. Stegemann, Gymn.-Oberl. in Prenzlau. (Nr. 1—5.)

1. Schubert, Dr. Hermann, (Professor an der Gelehrtenschule des Johanneums in Hamburg). I. Sammlung von arithmetischen und algebraischen Fragen und Aufgaben, verbunden mit einem systematischen Aufbau der Begriffe, Formeln und Lehrsätze der Arithmetik für höhere Schulen. Erstes Heft für mittlere Klassen. Dritte Auflage. Potsdam. Aug. Stein. 1890. 8°. 222 S. Preis 1,80 ℳ. — II. Resultate zur Sammlung von arithmetischen und algebraischen Aufgaben u. s. w. für höhere Schulen. Ausgewählte Resultate zu beiden Heften. Zweite Auflage. Potsdam. Aug. Stein. 1892. 8°. 77 S. Preis 0,80 ℳ. — III. Aufgaben aus der Arithmetik und Algebra für Real- und Bürgerschulen. Ein Auszug aus der Sammlung von arithmetischen und algebraischen Fragen und Aufgaben. Potsdam. Aug. Stein. Erstes Heft. 1892. 8°. 104 S. Preis 1 ℳ. Zweites Heft. 1893. 8°. 91 S. Preis 1 ℳ.

Bald nach dem Erscheinen dieser „Sammlung" hat Herr Professor Dr. Günther dieselbe in Band XV, S. 44—51 dieser Zeitschr. ausführlich besprochen. Da die jetzt vorliegende dritte Auflage des ersten Teils der „Sammlung" eine wesentliche Veränderung gegen die erste Auflage nicht erfahren hat, so sei hiermit auf jenen Bericht hingewiesen. Infolge des Wunsches von Fachgenossen liefs der Verfasser im Jahre 1885 den theoretischen Teil seiner „Sammlung" in Form eines Leitfadens gesondert er-

*) Vergl. unsere Vorbemerkung Jahrg. 1896, Heft 5, S. 354. D. Red.

scheinen unter dem Titel „System der Arithmetik und Algebra". Hierüber ist vom Herausgeber d. Ztschr. berichtet worden Bd. XVII, S. 449. Jetzt sind nun auch die Aufgaben der „Sammlung" als Auszüge aus derselben erschienen. Dabei ist alles, was sich auf den systematischen Aufbau des arithmetischen Lehrgebäudes bezieht, unberücksichtigt geblieben, desgleichen alle theoretischen Fragen; auch sind die Aufgaben, welche auf das griechische und römische Altertum Bezug nehmen, meistens weggelassen worden. Die Nummern der Aufgaben sind dieselben geblieben wie in der „Sammlung", obwohl dadurch notwendigerweise Lücken in der Nummerierung entstehen mufsten; es wird dadurch ermöglicht, dafs die vollständige Sammlung und der Auszug neben einander gebraucht werden können, und dafs das erschienene Resultatenheft für beide benutzbar ist. Hinsichtlich des letzteren sei noch bemerkt, dafs es nicht alle Resultate enthält, sondern nur die von solchen Aufgaben, „bei welchen eine Beruhigung des Schülers über die Richtigkeit der gefundenen Lösung wünschenswert erscheint, bei welchen jedoch die Kenntnis des Resultats ihm die Denkarbeit nicht abnimmt".

---

2. Gajdeczka, Josef, (k. k. Professor am II. deutschen Gymnasium in Brünn). Lehrbuch der Arithmetik und Algebra für die oberen Klassen der Mittelschulen. Dritte verbesserte Auflage. Wien. F. Tempsky. 1891. 8°. 223 S. Preis geh. 1 fl. 10 kr., geb. 1 fl. 30 kr.

Dieses Buch ist für österreichische Gymnasien und Realschulen bestimmt. Schon die Bearbeitung der zweiten Auflage entsprach daher den in den Instruktionen für den mathematischen Unterricht an österreichischen Gymnasien und Realschulen ausgesprochenen Wünschen, und es war selbstverständlich, dafs in der neuen Auflage die Anordnung des Lehrstoffes beibehalten werden mufste, und dafs nur einige Ergänzungen und Verbesserungen vorgenommen zu werden brauchten. Das Lehrbuch behandelt das ganze Gebiet der Elementar-Arithmetik in acht Abschnitten, welchen eine kurze Einleitung voraufgeht.

Abschnitt I enthält die vier Grundoperationen mit ganzen Zahlen. Schon bei den Operationen der ersten Stufe giebt das Subtrahieren Veranlassung zu der ersten Erweiterung des Zahlbegriffes, nämlich zur Einführung der negativen Zahlen. Demgemäfs werden die Operationen der zweiten Stufe zugleich auf algebraische Zahlen ausgedehnt. Abschnitt II behandelt das Rechnen mit gebrochenen Zahlausdrücken und bringt damit die zweite Erweiterung des Zahlbegriffes. Abschnitt III enthält die Lehre von den Proportionen und deren Anwendungen auf die bürgerlichen Rechnungsarten, Abschnitt IV die Lehre von den linearen Gleichungen mit einer und mehreren Unbekannten. Zur Auflösung der letzteren werden aufser den sonst gebräuchlichen Methoden auch Determinanten benutzt und deshalb die Hauptsätze aus der Determinantentheorie entwickelt sowie Anleitungen zur Auswertung der Determinanten gegeben. Abschnitt V geht zu den Operationen dritter Stufe über; hier nötigt das Radizieren zur dritten und vierten Erweiterung des Zahlbegriffes, nämlich zur Einführung der irrationalen und der lateralen (komplexen) Zahlen. Abschnitt VI behandelt die quadratischen Gleichungen mit einer und mehreren Unbekannten, desgleichen höhere und reciproke Gleichungen, welche auf quadratische führen; sodann werden noch allgemeine Eigenschaften der höheren Gleichungen sowie Auflösungsmethoden der numerischen Gleichungen von höheren Graden entwickelt. Abschnitt VII enthält die Lehre von den Progressionen, Kettenbrüchen und diophantischen Gleichungen, Abschnitt VIII die Kombinationslehre und ihre Anwendung auf den binomischen Satz, die höheren arithmetischen Reihen und die

Wahrscheinlichkeitsrechnung. In einem Anhange wird noch die graphische Darstellung der Rechnungsoperationen mit komplexen Zahlen erläutert. Das Buch schliefst mit einem kurzen historischen Rückblick, welcher die wichtigsten Notizen aus der Geschichte der Mathematik enthält, die sich beim Unterrichte an passender Stelle anführen lassen.

Einzelne Paragraphen des Buches sind, obwohl sie nach den Intentionen der oben angeführten Instruktionen hätten übergangen werden können, doch beibehalten worden, weil sie seinerzeit als wünschenswert bezeichnet worden sind. Dahin gehören die Sätze von den Determinanten, den höheren Gleichungen u. a. Wünschenswert wären auch noch einige Reihenentwickelungen, namentlich die Exponentialreihe, die logarithmischen Reihen und die Reihen für Sinus und Kosinus; auch eine weitere Ausführung der Theorie der Maxima und Minima der Funktionen würde willkommen sein. Doch diese Sachen können, wo sie für notwendig erachtet werden, auch unabhängig von dem Lehrbuche leicht ergänzt werden.

Die Sprache des Buches ist mustergiltig zu nennen. Die Knappheit des Ausdruckes thut der Präzision und der Verständlichkeit keinen Abbruch, und um dieses Vorzuges willen ist das Buch um so mehr für den Schulgebrauch zu empfehlen. Die Bearbeitung aller einzelnen Abschnitte ist eine gründliche, so dafs das Buch, wenn auch zu diesem Zwecke nicht geschrieben, doch für den Selbstunterricht ebenfalls sehr brauchbar erscheint.

---

3. Foth, R., (Feuerwerksmajor a. D.). Anfangsgründe der Zahlen- und Raumgröfsenlehre. Im Auftrage der früheren Königlich Preufsischen General-Inspektion der Artillerie und mit Zustimmung der jetzigen Königlich Preufsischen General-Inspektion der Fufs-Artillerie zum Gebrauche als Leitfaden bei dem mathematischen Unterrichte in den Regimentsschulen der Artillerie, sowie zur Benutzung beim Selbstunterrichte. Vierte Auflage. Mit 135 in den Text gedruckten Holzschnitten. Hannover 1894. Karl Meyer. 8°. 292 S. Preis 2,50 ℳ.

Dem Zwecke des Buches entsprechend mufste bei der Bearbeitung des Stoffes auf streng wissenschaftliche Ableitung der einzelnen Sätze in vielen Fällen verzichtet werden. Es kam darauf an, eine gemeinfafsliche, auf Anschauung sich gründende und übersichtliche Darstellung zu liefern. Dies ist dem Verfasser vollständig gelungen. Es werden nach einander behandelt sämtliche Gebiete des elementaren Rechnens, die Planimetrie und einige Hauptsachen aus der Stereometrie, insbesondere Körperberechnungen; in einem Anhang werden dann noch die Anfangsgründe der Vermessungskunst dargelegt. Zur Veranschaulichung werden in der Zahlenlehre bei der Entwickelung neuer Sätze und Regeln gut gewählte Beispiele aus dem praktischen Leben benutzt. In der Planimetrie und Stereometrie dienen dem Zwecke der Veranschaulichung zunächst die Figuren; aufserdem aber giebt der Verfasser in vielen Fällen eine Anleitung zum selbständigen Auffinden der Beweise, welche namentlich beim Selbststudium gute Dienste leistet. Trotz aller Rücksichtnahme auf die geringen Vorkenntnisse, welche bei denjenigen Personen, für die das Buch geschrieben ist, vorausgesetzt werden dürfen, ist der Verfasser doch bemüht gewesen, die wissenschaftliche Form soviel als möglich zu wahren, und dies ist als ein besonderer Vorzug des Buches zu betrachten, da in vielen Werken ähnlicher Art alles, was nur irgendwie einen wissenschaftlichen Beigeschmack hat, ohne weiteres als zu abstrakt über Bord geworfen wird. Für weiter strebende Schüler mit umfangreicheren mathematischen Vorkenntnissen sind in den durch kleinen Druck hervorgehobenen Anhängen zu den einzelnen Kapiteln eingehendere Entwickelungen in wissenschaft-

licher Form gegeben worden. Allen einzelnen Abschnitten wurde hinreichendes Übungsmaterial beigegeben. Die Aufgaben sind gut gewählt und beziehen sich zum grofsen Teil auf militärische Verhältnisse.

In der Vorrede wird bemerkt, dafs bei der jetzigen Auflage des Buches „aufser zahlreichen anderen Verbesserungen insbesondere den inzwischen zur entschiedenen Anerkennung gekommenen Fortschritten auf dem Gebiete des Lehrens durch eine naturgemäfsere Herleitung der Dezimalbrüche, unmittelbar aus dem Wesen des zehnteiligen Zahlensystems, und durch eine mehr in den Vordergrund tretende Anwendung des Bruchansatzes zum Lösen der Regeldetriaufgaben Rechnung getragen“ wurde. Dies letztere hätte sich noch auf einige andere Punkte erstrecken sollen. Die ältere, bei der schriftlichen Division ganzer Zahlen übliche Form, nach welcher der Dividendus von zwei senkrechten Strichen eingeschlossen und der Divisor auf die linke Seite gesetzt wird, hat keine Berechtigung. Einmal, auf S. 40, ist die korrekte Form (Divisor rechts vom Dividendus, von letzterem durch das Divisionszeichen getrennt) angewandt worden; warum nicht immer? Empfehlenswert scheint es auch, beim Aufsuchen des kleinsten gemeinschaftlichen Vielfachen das ältere Verfahren, nach welchem die einzelnen Primfaktoren aus den gegebenen Zahlen nach und nach durch Division herausgezogen wurden, ganz zu beseitigen und durch das neuere Verfahren zu ersetzen. — Hinsichtlich der Korrektheit des Ausdruckes nur zwei Bemerkungen: Der sonst nicht gebräuchliche Superlativ „am mehrsten“ statt „am meisten“ kommt in dem Buche oft vor; desgleichen die in dieser Zeitschrift mehrfach bemängelten Ausdrücke „5mal mehr“ statt „5mal so viel“ und „5mal weniger“ statt „der 5. Teil.“ — Ein sachlicher Irrtum findet sich auf S. 71, wo periodische Dezimalbrüche als irrationale bezeichnet werden. — Die Brauchbarkeit des Buches wird durch die hier angedeuteten Punkte nicht beeinträchtigt.

---

4. Hochheim, Prof. Dr. Ad., (Direktor des v. Saldernschen Realgymnasiums zu Brandenburg a. d. H.). Leitfaden für den Unterricht in der Arithmetik und Algebra an höheren Lehranstalten. Heft I. Fünfte umgearbeitete Auflage. Berlin 1894. Ernst Siegfried Mittler und Sohn. 8°. 255 S. Preis 2,80 *M*.

Dieser Leitfaden ist so eingerichtet, dafs die Benutzung einer Aufgabensammlung neben demselben überflüssig erscheint, da am Schlusse eines jeden Abschnittes sehr reichliches und gut ausgewähltes Übungsmaterial angefügt worden ist. Das vorliegende Heft I enthält das gesamte arithmetische Lehrpensum des Gymnasiums; Heft II behandelt das Pensum der Prima des Realgymnasiums und der Oberrealschule. Die Bearbeitung des Stoffes ist eine zweckentsprechende. Nur die Hauptsätze werden bewiesen, alles Nebensächliche aber ausgeschieden, wie dies namentlich zu Anfang des arithmetischen Unterrichts dringend geboten ist. Für den Tertianer kommt es nicht darauf an, dafs er sich möglichst viele Sätze und Formeln einpräge, sondern dafs er die Hauptsätze geläufig und sicher anwenden lerne. Diesem Grundsatze entspricht der Leitfaden. Die Beweise werden immer möglichst einfach geführt, die von den Schülern zu merkenden Sätze in knapper und präziser Form gegeben; letztere sind durch fetten Druck hervorgehoben worden.

Das Erscheinen der fünften Auflage ist ein Beweis von der Brauchbarkeit des Buches. Von den früheren Auflagen unterscheidet sich die vorliegende zunächst durch die Anordnung des Stoffes, welche den Forderungen der neuen Lehrpläne angepafst worden ist. Hierbei ist zu bemerken, dafs, da die Gleichungen ersten Grades mit mehreren Unbekannten in Obertertia vor der Lehre von den Potenzen und Wurzeln behandelt

werden, diese Gleichungen auch im Leitfaden eine entsprechend frühere Stelle einnehmen sollten. Sonstige Veränderungen enthält die neue Auflage insofern, als die Beweise der Lehrsätze in der Lehre von der Subtraktion und von den Proportionen vereinfacht, das Übungsmaterial gesichtet und bedeutend vermehrt, endlich eine kurze Behandlung der arithmetischen Reihen $m$ter Ordnung angefügt worden ist.

---

5. Féaux, Dr. B., (Prof. am Gymnasium zu Arnsberg). Buchstabenrechnung und Algebra nebst Übungsaufgaben. Neunte mit Berücksichtigung der neuen Lehrpläne verbesserte Auflage besorgt durch Busch, Fr., (Prof. am Gymnasium zu Arnsberg). Paderborn. Ferdinand Schöningh. 1894. 8°. 316 S. Preis ?

Dieses Schulbuch hat schon früher eine Umgestaltung erfahren. Die jetzt vorliegende Neubearbeitung ist durch die Rücksichtnahme auf die Lehrpläne von 1891 veranlafst worden. Demgemäfs sind einige Kapitel, nämlich die Lehre von den Determinanten und die Kombinatorik, ganz gestrichen worden; andere Kapitel, insbesondere die Lehre von den Kettenbrüchen und den diophantischen Gleichungen, sind gekürzt und, weil sie ebenfalls in den neuen Lehrplänen nicht gefordert werden, als Anhänge gebracht worden. Die Einrichtung des Buches ist derartig, dafs jedem einzelnen Abschnitt Übungsaufgaben beigegeben sind, so dafs die Benutzung einer Aufgabensammlung neben dem Gebrauch des Buches überflüssig erscheint. Auf die Sichtung der Aufgaben ist besondere Sorgfalt verwandt worden. Alle diejenigen Aufgaben der früheren Auflagen, welche als zu schwierig erkannt wurden, sind beseitigt und zum Teil durch andere ersetzt worden. Die Bearbeitung aller Kapitel ist eine eingehende. Der eigentliche Text ist durch zahlreiche als Anmerkungen in kleinem Druck gegebene Zusätze näher erläutert worden; die Merksätze aber sind durch fetten Druck hervorgehoben worden. Das Buch entspricht in seiner jetzigen Gestalt den Forderungen der Lehrpläne von 1891 vollständig und kann daher als Lehr- und Übungsbuch für den arithmetischen Unterricht empfohlen werden. Auch die äufsere Ausstattung des Buches läfst nichts zu wünschen übrig.

Spieker, Prof. Dr. Th., Lehrbuch der ebenen Geometrie mit Übungsaufgaben für höhere Lehranstalten. Ausgabe B. Für mittlere Klassen. III. Auflage. — Potsdam, A. Stein, 1892. — IV, 178 S.

Die Ausgabe B ist ein Separatabdruck des ersten Teiles von Spiekers Lehrbuch, die für Nichtvollanstalten berechnet ist. Die Darstellung ist die herkömmliche, so dafs sich ein näheres Eingehen erübrigt. Nur einige wenige Bemerkungen scheinen notwendig. Auf die Definitionen müfste ein gröfserer Wert gelegt werden, sie sind dem heutigen Standpunkt meist nicht mehr entsprechend. Der den „Fundamentalaufgaben" gewidmete Abschnitt (§ 60—65) mufs auf den „Konstruktion der Dreiecke aus einfachen Stücken" folgen, nicht ihm vorausgehen. Dann aber pflegt man doch wohl überhaupt den Namen „Fundamentalaufgaben" für die Dreieckskonstruktionen aus den Elementen zu gebrauchen. Der Abschnitt V ist gut, gegen ihn fällt der Abschnitt VI ganz besonders ab. § 102 erweckt in dieser Form Bedenken. Wäre „Sehnenwinkel" nicht dem Ausdruck „Peripheriewinkel" vorzuziehen, zumal doch später auch vom „Sehnentangentenwinkel" die Rede ist?

Kassel. Dr. H. Schotten.



B. Programmschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme der Provinzen Preufsen, Posen und Schlesien.

Berichterstatter: Prof. Dr. Meyer, Realgymnasialdirektor a. D. zu Freiburg, Schl.

1. Nachtrag zu 1895.

Wongrowitz. Gymn. Progr. Nr. 171. Oberlehrer Stanislaus Rychlicki: *Physikalische Aufgaben aus der Optik nebst Auflösungen für die Prima höherer Lehranstalten.* 20 S. 8°.

Der Verfasser hat schon in einer dem Jahresberichte der Anstalt von 1890 beigegebenen Abhandlung, über welche im 22. Jahrgang dieser Zeitschrift S. 50 berichtet worden ist, eine Sammlung von Aufgaben aus der Mechanik zusammengestellt und läfst derselben nunmehr eine ähnliche Sammlung von Aufgaben aus der Optik folgen, insbesondere Aufgaben über die geradlinige Verbreitung des Lichtes, die Lichtintensität, die Zurückwerfung und Brechung des Lichtes und über optische Instrumente. Den einzelnen Aufgabengruppen sind wiederum kurze Erklärungen der zur Lösung derselben erforderlichen physikalischen Gesetze vorangestellt. Die Aufgaben selbst zerfallen in Konstruktions- und Rechnungsaufgaben. Letzteren sind meist kurze Lösungsandeutungen und die allgemeinen Resultate beigefügt. Auch diese Sammlung kann von den Fachgenossen nur mit Dank begrüfst werden, da der Vorrat an brauchbaren physikalischen Aufgaben nicht eben grofs ist.

2. Ostern 1896.

Preussen.

Tilsit. Gymn. Progr. Nr. 15. Oberl. Dr. Konstantin Luks: *Der Schulgarten und der botanische Unterricht.* 50 S. 4° und ein Gartenplan.

Die Abhandlung beginnt nach einigen einleitenden Bemerkungen über den naturwissenschaftlichen Unterricht als Anschauungsunterricht mit einer übersichtlichen Geschichte des Schulgartens von dem 1545 angelegten Garten der Universität Padua und dem ersten deutschen allein für Unterrichtszwecke angelegten Garten des 1695 von Francke gegründeten Pädagogiums zu Halle an bis auf die Gegenwart. Hieran schliefsen sich Bemerkungen über ortsgemäfse Einrichtung von Schulgärten, welche je nach den verfügbaren Räumen und Mitteln, entweder die Pflanzen nach ihren Ansprüchen auf Licht, Feuchtigkeit und Bodenbeschaffenheit verteilen, oder das natürliche System berücksichtigen, oder pflanzengeographische Bilder zu veranschaulichen versuchen. Zur zweiten dieser Sorten von Schulgärten gehört der des Gymnasiums zu Tilsit, dessen Anlage und Benutzungsweise nunmehr der Verfasser ausführlich beschreibt in der löblichen Absicht, durch Mitteilung der dabei gemachten Erfahrungen das Schulgartenwesen und damit den botanischen Unterricht zu fördern.

Königsberg. Realgymnasium auf der Burg. Progr. Nr. 18. Professor Dr. Emil Mischpeter: *Die Behandlung des Trägheitsmoments in der Schule.* 18 S. 4° und eine Figurentafel.

Die Behandlung der Lehre von den Trägheitsmomenten in der Schule hat in der letzten Zeit seitens der Lehrer der Physik eine ganz besondere Beachtung erfahren. So liefert auch der Verfasser einen Bericht über den Gang der Einführung seiner Schüler in diese Lehre während des letzten Kursus, wobei er jedoch ausdrücklich bemerkt, dafs er die spezielle Methode des Unterrichts als eine Variable ansieht, die sich mit verschiedenen Um-

ständen, nicht zum wenigsten mit den jedesmaligen Schülern, ändern mufs. So konnte der Verfasser nach Lage der Dinge die Summenformel der arithmetischen Reihen dritter Ordnung benutzen, was nicht immer möglich sein wird. Andrerseits war er bestrebt, möglichst wenig benachbarte Gebiete der Physik zu benutzen, und setzt daher aufser den einfachsten Sätzen nur eine sichere Auffassung von „Masse" und „Gewicht" voraus, welche keinen Irrtum eintreten läfst, wenn einmal aus gewissen Gründen das Eine für das Andre gesetzt wird.

Königsberg. Städt. Realg. Progr. Nr. 19. Oberl. Dr. Benno Hecht: *Beitrag zur theoretischen Erklärung der Interferenzerscheinungen, welche Platten aus Zwillingskrystallen im konvergenten polarisierten Lichte zeigen.* 21 S. 4° und eine Figurentafel.

Die Interferenzerscheinungen, welche Platten aus Zwillingskrystallen im konvergenten polarisierten Lichte zeigen, sind für mehr oder weniger spezielle Fälle schon von verschiedenen Seiten behandelt worden. In der vorliegenden Abhandlung wird nun der Versuch gemacht, eine allgemeine Theorie zur Erklärung der in Rede stehenden Erscheinungen zu geben, dieselbe möglichst weit zu verfolgen und dann auf einige spezielle Fälle anzuwenden. Da es sich nicht um Messungen, sondern nur um die Art der Erscheinuugen handelt, so macht der Verfasser aufser den bei der Behandlung der Interferenzerscheinungen auch sonst üblichen beschränkenden Annahmen noch die beiden folgenden: dafs sich die Richtung der Lichtwellen beim Übertritt aus einem Krystallindividuum in das benachbarte nicht ändere, und dafs an der Grenze zweier Individuen keine Schwächung des Lichtes durch Reflexion eintritt.

Osterode. Realg. Progr. Nr. 20. Oberl. Dr. Karl Fritsch: *Über Chlorophyll im Holze der Dikotyledonen mit besonderer Berücksichtigung von Corylus Avellana.* L. 7 S. 4°.

Wer auf Spaziergängen jüngere Zweige unserer Holzpflanzen abschneidet, wird durch das grüne Aussehen des Holzes überrascht werden. Der Verfasser weist nun nach, dafs der im lebenden Holze vorhandene grüne Farbstoff Chlorophyll ist, dafs derselbe nicht an bestimmt geformte Träger gebunden, nicht einzig und allein als ein dem Untergange geweihter Rest des Chlorophylls des Jugendzustandes zu betrachten ist, auch nicht in der Markscheide und den Markstrahlen entstanden sein kann, sondern wahrscheinlich mit der Blattentwickelung im Frühjahr in Verbindung zu bringen ist, wenn auch der gröfste Teil desselben andere Wege zu wandeln scheint. Die zu diesen Schlufsfolgerungen führenden Versuche wurden mit den verschiedensten Pflanzen, zumeist aber mit *Corylus Avellana* L. angestellt.

Tilsit. Realg. Progr. Nr. 22. Oberl. Richard Polenz: *Der Unterricht in der Erdkunde in Sexta.* 25 S. 4°.

Den Unterricht in der Erdkunde, wie er früher erteilt wurde, charakterisiert Rousseau in seinem Emil wie folgt: „In jeder Wissenschaft ist die Kenntnis der Zeichen ohne die Kenntnis des Bezeichneten nichtig. Beim erdkundlichen Unterricht bleibt man aber bei den Zeichen stehen, da man Karten zeigt und die darauf bezeichneten Namen beibringt, welche für das Kind nur auf dem Papier existieren." Demnächst zeigt Rousseau, wie der Unterricht erteilt werden müsse, und nennt als Ausgangspunkt desselben den Wohnort des Zöglings, dem dann die umliegenden Orte, die benachbarten Bäche, die Betrachtung der Sonne und die Art sich zu orientieren, folgen müssen. Von diesen Grundsätzen ausgehend entwickelt der Verfasser der vorliegenden Abhandlung den Gang, den der erdkundliche Unterricht in der Sexta nach seiner Ansicht zu nehmen hat. Die Art, wie dies geschieht, hält der Berichterstatter für geradezu mustergiltig, nur mit der

Maſsgabe, daſs der Unterricht in der Sexta selbst auf die auf den ersten 18 Seiten der Abhandlung behandelte Heimatkunde beschränkt werde.

Neustadt Westpreuſsen. Gymn. Progr. Nr. 37. Oberl. Dr. G. Bockwoldt, *Die analytische Geometrie in der Prima des Gymnasiums.* 3. Teil. 18 S. 8° und 2 Figurentafeln.

Die vorliegende Arbeit ist die Fortsetzung der vorvorjährigen und der vorjährigen Programmarbeit des Verfassers, über welche im 25. Jahrgange dieser Zeitschrift, S. 602—603, und im 27. Jahrgange, S. 225 berichtet worden ist, und beschäftigt sich mit der Ellipse und der Hyperbel, insbesondere mit Definition, Mittelpunktsgleichung, Konstruktion, Tangente und Normale dieser Kurven, Sehnen, konjungierten Durchmessern und Inhalt der Ellipse, sowie mit den Asymptoten der Hyperbel. Zum Schluſs werden noch die Scheitelgleichungen aller Kegelschnitte zusammengestellt und an diesen die Namen der Kegelschnitte erklärt. Im Anschluſs an die einzelnen Gruppen von Lehrsätzen sind auch noch einige Aufgaben teils mit teils ohne Lösungen beigefügt.

Posen.

Meseritz. Gymn. Progr. Nr. 162. Oberl. Ernst W. G. Schulze: *Erster Lehrgang des geometrischen Unterrichts in Quarta.* 50 S. 8° und drei Figurentafeln.

Der vorliegende Lehrgang der Geometrie für Quarta verdankt seine Entstehung der Erfahrung, die der Verfasser in 15jähriger Lehrthätigkeit in dieser Klasse gemacht hat. Der Haupttrieb des Knabenalters ist weniger auf formale geistige Schulung, als vielmehr auf Bethätigung gerichtet. Wird diesem Umstande, wie billig, bei dem vorbereitenden Unterricht der Quinta Rechnung getragen, so erlahmt der Eifer der Schüler in Quarta leicht bei der streng formalen Behandlung der allgemeinen Sätze über die Parallelen und die an ihnen liegenden Winkelpaare. Gleichwohl ist es unthunlich, diese Sätze mehr mechanisch zu behandeln. Der Verfasser hat sich nun dadurch zu helfen gesucht, daſs er die grundlegenden Sätze vom Lot voranschickt, sodann zeigt, daſs zwei Gerade parallel sind, wenn zwei Punkte der einen gleich lange und gleich gerichtete Abstände von der andern haben, und hieran die Fundamentalkonstruktionen der Parallelen anschlieſst. Die Kongruenzsätze hat der Verfasser mit Ausnahme des sogenannten dritten (aus den drei Seiten) vorläufig noch vermieden, indem er die Deckung zweier Dreiecke ohne weiteres anschaulicher durch einfaches Umklappen oder Drehen zeigt, und die Kongruenzsätze in das Pensum der Tertia verweist, das er andrerseits durch Übernahme von Sätzen aus der Kreislehre entlastet.

Posen. Friedrich-Wilhelms-Gymn. Progr. Nr. 165. Oberl. Wilhelm Kleinmichel: *Maxima und Minima vom Standpunkte des Gymnasiums.* 28 S. 4° und eine Figurentafel.

In den Lehrplänen von 1892 wird die Lehre von der Bestimmung der Maxima und Minima einer Funktion nur bei den Realanstalten als Teil des mathematischen Pensums erwähnt. Einschlägige Fragen sind aber von jeher auch im Gymnasialunterricht behandelt worden, insbesondere bei der Determination von Konstruktionsaufgaben. Zu einem wesentlich andern Verfahren, das Maximum und Minimum zu bestimmen, gelangt man mit Hilfe des Koordinatenbegriffs. Da nun verschiedene Behandlung derselben Aufgabe besonders geeignet ist, im Sinne der Lehrpläne den Unterricht zu vertiefen, versucht der Verfasser, auch das Pensum der Koordinatengeometrie nach dieser Richtung nutzbar zu machen. Da die Arbeit für die Schüler bestimmt ist, wird nur die Kenntnis des Gymnasial-

pensums vorausgesetzt. Zur näheren Erläuterung dienen zahlreiche Aufgaben, die, dem Zwecke entsprechend, meist ausführlich gelöst sind. Meist sind es Aufgaben, welche im mathematisch-physikalischen Unterricht sich von selbst darbieten. Für den Standpunkt der Prima der Realanstalten ist das Thema in den prächtigen Abhandlungen des nun leider verstorbenen Direktors Liersemann behandelt, über welche wir im Jahrgang 17 dieser Zeitschrift, S. 536 und in Jahrgang 18, S. 615—616 berichtet haben.

Schlesien.

Beuthen O.-Schl. Gymn. Progr. Nr. 176. Oberl. Wilhelm Mafsny: *Über ebene Kurven, die bei cirkularer Inversion sich selbst zugeordnet sind.* 14 S. 4°.

Der Verfasser untersucht die Frage nach den Kurven, die bei cirkularer Inversion sich selbst zugeordnet sind, so dafs jedem Punkte einer solchen Kurve ein anderer Punkt derselben Kurve entspricht, und gelangt zu dem Resultate, dafs es unendlich viele solche Kurven in der Ebene giebt. Die Ordnung dieser Kurven ist im allgemeinen von der Form $3n$, jedoch giebt es auch zerfallende Systeme $3n$. Ordnung, die hierher gehören. Alle diese Kurven haben in dem Centrum der Inversion, sowie in den beiden Kreispunkten der Ebene $n$fache Punkte; sie durchschneiden den Inversionskreis rechtwinklig und liegen ganz in einem bestimmten Teile der Ebene oder erstrecken sich ins Unendliche, je nachdem die Originalkurven imaginäre oder reelle unendlich entfernte Punkte haben.

Breslau. König-Wilhelms-Gymn. Progr. Nr. 182. Prof. Julian Ziaja: *Die Aristotelische Anschauung von dem Wesen und der Bewegung des Lichtes.* 12 S. 4°.

Die Aristotelische Lehre von dem Wesen und der Bewegung des Lichtes hat in der einschlägigen Litteratur (Trendelenburg, Baeumker, Zeller) eine völlig richtige und klare Darstellung nicht erfahren und zwar, wie der Verfasser zeigt, hauptsächlich infolge der Verderbtheit des in Frage kommenden griechischen Textes. Der Verfasser hat es nun unternommen, mehr Klarheit in die Sache zu bringen, und fafst am Schlusse seiner Untersuchung die Aristotelische Lehre vom Lichte in folgende beiden Sätze zusammen:

1. Das Licht ist Bewegung des die Körper durchdringenden Äthers; an der Oberfläche der Körper erscheint es als Farbe.
2. Das Licht bewegt sich in geradlinigen Strahlen fort, und diese Bewegung vollzieht sich, wie jede andre, nicht auf einmal, sondern in einer gewissen Zeit.

Breslau. Realg. am Zwinger. Progr. Nr. 215. Oberl. Dr. Theodor Schube: *Schlesiens Kulturpflanzen im Zeitalter der Renaissance.* 63 S. 8°.

Am Schlusse des Aufsatzes „Zur Geschichte der schlesischen Florenerforschung“ bis zum Beginn des siebzehnten Jahrhunderts (im Ergänzungshefte zum 68. Jahresber. d. Schles. Ges. f. v. K., S. 1—48; Breslau 1870/71), dessen Hauptteil Schwenckfelds *„Stirpium in Silesia sponte nascentium liber primus“* nach der heut gebräuchlichen Nomenklatur ausmachte, wurde eine ähnliche Bearbeitung der zweiten Abteilung seines „Catalogus“, welche die angebauten Pflanzen enthält, in Aussicht gestellt. Der Lösung dieser Aufgabe ist die vorliegende Arbeit gewidmet. Doch schien es zur Vervollständigung des Bildes über den Bestand der Kulturpflanzen Schlesiens zur Zeit der Renaissance angemessen, auch die übrigen hierüber zu Gebote stehenden Nachrichten zu benützen. Es sind dies die Angaben Gefsners über die Pflanzen des Woysselschen Gartens in seinen *„Horti germaniae“* und der *„Catalogus“* des Laurentius Scholz.

Neiſse. Realg. Progr. Nr. 221. Direktor W. Gallien: *Einiges aus der Physik. Für die Prima des Realgymnasiums.* 8 S. 4° und eine Figurentafel.

Die Arbeit behandelt die Gesetze der Bewegung eines Körpers, auf welchen eine Kraft wirkt, die proportional der Entfernung vom Mittelpunkt der Bewegung ist, die Fortpflanzung, die Interferenz und die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellenbewegung und das Huyghensche Prinzip in einer dem Verständnis der Prima des Realgymnasiums angepaſsten Darstellung.

Breslau. Oberrealsch. Progr. Nr. 226. Oberlehrer Dr. Oskar Gutsche: *Neue Beweise und Ergänzungen zu Lehrsätzen Steiners über Kegelschnitte.* 45 S. 4°.

Dem schöpferischen Geiste Jakob Steiners ist eine solche Fülle von Sätzen entströmt, daſs es bis heute noch nicht möglich gewesen ist, alle auf ihre Richtigkeit zu prüfen, obwohl mehr als 40 Jahre seit seinem Tode verstrichen sind. Es gewährt hohe Befriedigung, in Steiners Fuſstapfen zu wandeln und dem Verlaufe seiner Gedanken nachzuspüren. Auch der Verfasser der vorliegenden Arbeit beschäftigt sich mit einer Anzahl von Lehrsätzen, die Steiner ohne Beweis aus dem Füllhorn seines Geistes geschüttet hat. Einen groſsen Teil der Fragen, die hier beantwortet werden, findet man unter den Prüfungsaufgaben, die Heinrich Schröter hinter den einzelnen Abschnitten seiner Theorie der Kegelschnitte zusammengestellt hat. Der Verfasser sucht sein Ziel immer mit möglichst einfachen Mitteln zu erreichen, gelegentlich selbst auf Kosten der Kürze. Häufig behandelt er denselben Gegenstand sowohl auf analytische, als auf synthetische Weise, um an demselben Problem die Macht beider Methoden zu erproben.

Breslau. Kath. Realsch. Progr. Nr. 229. Prof. Karl Pelzer: *Die Ursachen der Erdbeben.* 11 S. 4°.

In der neuesten Zeit haben sich eingehende geologische Forschungen der Erdbebenkunde zugewendet und ganz neue Ansichten über die Natur derselben hervorgerufen. Den augenblicklichen Stand der Erdbebenfrage in kurzer Zusammenfassung setzt der Verfasser der vorliegenden Arbeit gemeinverständlich auseinander. Nach einer vorangeschickten Übersicht über die Geschichte der Erdbebentheorieen bespricht der Verfasser nach einander die vulkanischen und die Einsturzerdbeben und zuletzt die sogenannten tektonischen oder Dislokationserdbeben, welche die häufigsten und zugleich furchtbarsten von allen sind und sich oft auf weite Ländergebiete erstrecken, wie das von Lissabon vom 1. Nov. 1755, dessen Erschütterungsgebiet $^1/_{13}$ der ganzen Erdoberfläche umfaſste. Zum Schluſs wird das mittelschlesische Erdbeben vom 11. Juni 1895 besprochen und nachgewiesen, daſs dasselbe auch zu den tektonischen Erdbeben gehörte und zwei getrennte Erschütterungsgebiete umfaſste, von denen das eine bei Reichenbach, das andere bei Strehlen seinen Mittelpunkt hatte, während zwischen beiden, bei Nimptsch, ein Gebiet lag, das von der Erschütterung weit weniger betroffen wurde.

Gleiwitz O.-Schl. Oberrealsch. Progr. Nr. 230 (26). Königl. Regierungsbaumeister R. Voigt: *Eisenbahnhygiene. Eine allgemeine Beleuchtung derjenigen Eisenbahnbetriebseinrichtungen, welche für das gesundheitliche Wohlbefinden und für die Sicherheit der Reisenden vorhanden oder vielleicht erwünscht sind.* 37 S. 4° und eine Figurentafel.

Es darf wohl behauptet werden, daſs die Eisenbahnverwaltungen im allgemeinen die Wünsche der Reisenden inbetreff ihrer zweckentsprechenden und thunlichst angenehmen Beförderung zu erfüllen gesucht haben in dem Umfange, wie dies die Bauart der Betriebsmittel, die Betriebs- und wirt-

schaftlichen Verhältnisse erlaubten. Was bisher geschehen ist, um das Fahren auf der Eisenbahn so angenehm, als möglich, zu machen, und was darin etwa noch zu erreichen möglich ist, hat der Verfasser in der vorliegenden Arbeit zusammengestellt, und bespricht zu diesem Zwecke die Einrichtung der Eisenbahnpersonenwagen, insbesondere das Wagenuntergestell, die Anordnung der Plätze, die innere Ausstattung, die Beleuchtung, die Lüftung, die Heizung und die Einrichtungen und Bestimmungen, welche getroffen sind, die Reisenden vor Körperbeschädigungen zu bewahren. Hieran schliefst sich die Beschreibung der Personenwagen für besondere Zwecke, wie Salonwagen, Aussichtswagen, Restaurationswagen, Schlafwagen, zweistöckige Personenwagen, Güterwagen mit Sitzbänken und eingesetzten oder eingehängten Tragbahren. Schliefslich wird die Fahrgeschwindigkeit besprochen und die Verhütung von Unfällen durch Signale, Weichenstellwerke, Zugleinen und Bremsen.

C. Zeitschriftenschau.

Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften.

Organ des Vereins zur Förderung des Unterrichts in Mathematik und Naturwissenschaften.

Jahrg. II, Heft 3—6. Forts. von Bd. 27, S. 298.

Vorbemerkung. Wir geben nur den Inhalt der Hauptartikel an. Jedes Heft enthält am Schlusse immer: Berichte über Vereine und Versammlungen, sodann Bücherbesprechungen und eine Artikel- und Programmschau. Da viele unserer Leser selbst Mitglieder des Vereins sind, so sind diese Mitteilungen vorzugsweise für Nichtmitglieder und für Leser aufserhalb des deutschen Reichs.

Heft 3. Richter-Wandsbeck spricht über Max Simons Ansichten über den mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht in seiner Didaktik (aus Bauerneisters Werk, vergl. die Rezension von Thaer in uns. Zeitschrift Bd. 27, S. 202 ff.). Richter begrüfst Simon als einen willkommenen Bundesgenossen des Vereins, erhebt aber auch in manchen Punkten Widerspruch. Da die Simonsche Arbeit in neuerer Zeit scharfe Angriffe erfahren hat (vergl. besonders Holzmüller, Zeitschr. f. lateinlose Schulen, 8. Jahrg., Heft 3/4, S. 98 u. f.), so dürfte die Lektüre auch dieses Artikels den Lesern interessant und zu empfehlen sein, um die Beleuchtung desselben von verschiedenen Seiten zu gewinnen.

Heft 4. Der Vortrag Schottens in Elberfeld „Die Grenze zwischen Philosophie und Mathematik mit besonderer Berücksichtigung der modernen Raumtheorien“ wird hier in extenso mitgeteilt. Da dieser Vortrag — wie leicht erklärlich — auf der Versammlung nicht diskutiert wurde, so dürfte er um so mehr der Lektüre der Fachgenossen zu empfehlen sein, weil sich möglicherweise auf einer künftigen Versammlung, bei Anwesenheit von Anhängern und Vertretern der neuen Raumtheorien, noch eine interessante Diskussion darüber entwickeln könnte. — Es folgt ein Bericht der Verhandlungen über das projektierte Normalverzeichnis physikalischer etc. Apparate an höheren Schulen. (Vergl. Bd. II jener Ztschr., S. 24 u. unsere Ztschr. Bd. 27, S. 298).

Heft 5. Dieses Heft enthält in der Hauptsache den Vortrag Schwalbes „Über die Beziehungen des mathematischen Unterrichts zur Ingenieur-Erziehung“, gehalten in der vereinigten mathematischen und pädagogischen Sektion der Naturf.-Versammlung zu Frankfurt a/M. nebst Litteratur-Nachweis, sowie einen Bericht über die einzelnen Vorträge der päd. Sektion von unserm Berichterstatter Dr. C. H. Müller. —

Heft 6. Der Vortrag Schwalbes über Freihand-Versuche (*Home experiments*) wird mitgeteilt. Aus diesem, sowie aus anderen Berichten hierüber geht hervor, dafs diese (dem Namen nach etwas auffälligen) „Versuche"*) nichts weiter sind, als leichte, unschwer und mit den einfachsten Mitteln auszuführende physikalische, bezw. chemische Experimente, wie sie unsere Volksschul-Elementar-Hilfsbücher (z. B. Crüger, Physik, Stöckhardt, Chemie u. a.) seit Jahren angeben. Dann folgen kürzere Berichte über die andern Vorträge in Elberfeld: Methode der elektrischen Schweifsung; Tesla-Versuche (Adolph); über Verbesserung des Mangschen (geogr.-astron.) Apparats und dessen Verwendung im Unterricht (Rehfeld); neues Elektroskop (Busch); Unterrichtsmittel für Insektenkunde (Lenz); physikalische Demonstrationen über Herzsche Versuche in neuerer Anordnung und über Röntgenstrahlen (v. Staa).

Himmel und Erde.

Illustrierte naturwissenschaftliche Monatsschrift, herausgegeben von der Gesellschaft Urania. Jahrg. IX.

Heft 1. Diese auch in den Kreisen unserer Leser wohlbekannte und geschätzte Zeitschrift tritt mit dem vorliegenden Hefte in den IX. Jahrgang. Von dem Inhalt desselben heben wir hervor einen hochinteressanten Reisebrief von Dr. B. Friedlaender über die Besteigung des gröfsten Kraters auf der Erde, des Mauna Loa auf Hawaii mit einem Panorama und mehreren Abbildungen; ferner eine zusammenfassende Darstellung aller Forschungsergebnisse des wunderbaren Ringplaneten Saturn, von G. Witt. Das Heft enthält ferner eine Reihe kleinerer Mitteilungen, unter anderen eine solche über das Meteorologische Observatorium auf dem Brocken (mit Abbildung) und Besprechungen neuerer litterarischer Erscheinungen.

Heft 2. Eine folgenschwere Katastrophe hat sich bekanntlich im August und September 1896 auf der Strafse zwischen Meiringen und Brienz in der Schweiz hart am Ausflufs der Are zugetragen. Die Dämonen der Berge, die Wildbäche haben daselbst getobt, und einem Wutausbruch des Lammbaches ist das Dorf Kienholz zum Opfer gefallen, wobei gegen 300 Menschen heimatlos wurden. Hier nun liegt ein ausführlicher Bericht über diese Katastrophe vor, unter dem Titel „Der Murgang des Lammbachs bei Brienz (m. Titelbl. u. 9 Abb. i. Text), verfafst von Professor O. Schmidt in Basel. Derselbe giebt nicht nur, an der Hand von Profilen und zahlreichen photographischen Aufnahmen, ein Bild von den Verhältnissen der Unglücksstätte, sondern schildert auch allgemein das unheilvolle Walten der Wildbäche, zu dessen Bekämpfung alljährlich enorme Summen aufgewendet werden, um die an sich schon kargen Kulturflächen der Alpen vor Verschlemmung zu schützen. — Sodann folgt (als Fortsetz.) eine ausführliche Geschichte der Forschung, welche sich an das Ringsystem des Planeten Saturn knüpft von G. Witt-Berlin (mit 14 Abb.). Kein anderes Himmelsobjekt dürfte so greifbare Anschauungen über die mechanischen Bedingungen der Weltenentstehung geben, wie gerade das wunderbare Saturnsystem, und so wird denn der Leser, der sich tiefer in die Kant-Laplacesche Hypothese versenken will, in dieser Geschichte des Saturns einen Ausgangspunkt seiner Studien finden.

Heft 3. Es giebt kaum eine Thatsache, welche geeigneter wäre, uns eine Vorstellung von der ungeheuern Wirkung zu geben, die durch fortgesetzte Thätigkeit scheinbar geringfügiger Faktoren in den langen Zeiträumen der Erdgeschichte hervorgebracht werden kann, als die Kalkbildung im Meere, zu der ja die kleinsten Bewohner der Tiefsee das

---

*) wörtlich „Hausversuche".

Material geliefert haben. Ganze Gebirge, wie die zackigen Dolomiten, verdanken den Korallen der Vorzeit, diesen winzigen Wasserbaumeistern, ihre Entstehung, und seltsam mufs es uns berühren, dafs dort, wo einst die Meereswoge geplätschert hat, jetzt schneebedeckte Berge ihre Häupter in den Himmel strecken. (Karnische Alpen. Siehe Abbild.) Über diese so eigenartigen Vorgänge giebt uns ein von Professor Frech durch zahlreiche Illustrationen erläuterter Aufsatz „Über Korallenriffe und ihren Anteil an dem Aufbau der Erdrinde" nähere Auskunft, welche in diesem Hefte mit vielen Abbildungen zum Abdruck gekommen ist. — Sodann erhält der Artikel „Der Planet Saturn" von Witt seinen Abschlufs. Es folgt noch ein Nekrolog des französischen Astronomen Felix Tisserand (mit Bild).

Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht.

Jahrgang IX.

Heft 5. Aufsätze. K. Strecker, Drehwage für absolute magnetische Messungen. H. Hartl, Selbstregistrierender mechanischer Apparat zu Versuchen über Reibung, Zugkraft einer Lokomotive und Zugspannung in einem beschleunigten Körper. K. Geifsler, Demonstrationsapparat für Lichtschwingungen und Präcession der Äquinoktien. K. W. Dubrowsky, Einfaches Modell einer Influenzmaschine. W. Weiler, Ein Elektroskop für den Nachweis galvanischer Elektrizität. H. Rebenstorff, Über Farbenthermoskope. H. J. Oosting, Einige graphische Darstellungen aus der Elektrizitätslehre. E. Götting, Über den scheinbaren Ort eines unter Wasser befindlichen leuchtenden Punktes. — **Kleine Mitteilungen.** A. Husmann, Über das Dopplersche Prinzip. L. Fernbach, Ein einfacher Schulversuch über die Schwingungsform gestrichener und gezupfter Saiten. Joh. Pinnow, Explosionsfiguren. Für die Praxis: Die elektrische Durchbohrung des Glases. Ein einfacher Schulversuch zum Reflexionsgesetz. Schülerversuch zum direkten Nachweis des Archimedischen Gesetzes mittels des Niemöllerschen Volumenometers. Nachweis von Extraströmen mit der Wheatstoneschen Brücke. — **Berichte.** 1. *Apparate und Versuche:* Demonstrationsversuche mit elektrischen Wellen (H. Rubens). 2. *Forschungen und Ergebnisse:* Erzielung niedrigster Temperaturen; Gasverflüssigung (C. Linde, W. Hampson). Eine neue Methode zur Bestimmung des Verhältnisses der beiden spezifischen Wärmen für Gase (G. Maneuvrier). Windwogen (M. Toepler). Über die äufseren Bedingungen der Funkenentladung (Jaumann, Warburg). Über den elektrischen Lichtbogen (L. Arons). 3. *Geschichte:* Johann Christian Doppler und das Dopplersche Prinzip (J. Scheiner). 4. *Unterricht und Methode:* Einleitung in die Physik (Grimsehl). 5. *Technik und mechanische Praxis:* Das elektrische Giefs-, Schweifs- und Lotverfahren von Zerener (Zerener). Herstellung von Metallspiegeln auf elektrischem Wege (H. Boas). — **Neu erschienene Bücher und Schriften.** Ferd. Rosenberger, Isaac Newton und seine physikalischen Prinzipien. R. T. Glazebrook, Grundrifs der Wärme. H. O. G. Ellinger, Laerebog om Lyset. Julius Petersen, Varmelaere. Gotthold Fuchs, Anleitung zur Molekulargewichtsbestimmung. Al. Smolka, Lehrbuch der anorganischen Chemie. Eugen Steinhardt, Kurzes Lehrbuch der Chemie. — **Versammlungen und Vereine.** Der 6. naturwissenschaftliche Ferienkursus für Lehrer an höheren Schulen. Verein zur Förderung des physikalischen Unterrichts in Berlin. — Mitteilungen aus Werkstätten. Korrespondenz. Himmelserscheinungen im September und Oktober 1896.

Heft 6. Aufsätze. Looser, Neue Versuche mit dem Differential-Thermoskop. A. v. Wurstemberger, Apparat zur objektiven Darstellung der Vorgänge des Drehstroms. K. W. Dubrowsky, Eine einfache

Reibungs-Elektrisiermaschine. U. Behn, Über Demonstrations-Thermometer. P. Silow, Vereinfachung der Huygensschen Konstruktion für die Reflexion und Brechung der Lichtwellen. — **Kleine Mitteilungen.** K. Haas, Eine Methode zur Bestimmung des Krümmungsradius eines Konvexspiegels und eine Methode zur Bestimmung des Brennpunktes einer Konkavlinse. A. Harpf, Apparat, um Phosphor zu granulieren. Für die Praxis: Das Loosersche Differentialthermoskop. Anstrich für den Ingenhousschen Apparat. Modell eines Bunsenschen Brenners. Radiometer zum Nachweis der Wärmestrahlung der Bunsenflamme. Resonanzversuch. — **Berichte.** *1. Apparate und Versuche:* Apparat für das Wärmeleitungsvermögen von Flüssigkeiten und Gasen (E. Maiss). Aneroïdspirale (C. Barus). Elektroskop mit drei Goldblättchen. (L. Benoist). *2. Forschungen und Ergebnisse:* Abnahme der Schallstärke mit der Entfernung (Vierordt, Wien, Schäfer). Untersuchungen über die Fluorescenz (G. C. Schmidt, L. Sohnke). Röntgenstrahlen (E. Villari, A. Battelli und A. Garbasso, P. de Heen). Absorption elektrischer Wellen und elektrische Dispersion von Flüssigkeiten (Drude). Interferenz elektrischer Wellen (V. v. Lang). *3. Unterricht und Methode:* Die Violine als akustischer Apparat (L. Fernbach). „Physikal. Aufgaben". Die Schulapparate auf der Berliner Gewerbeausstellung (Hermann Hahn-Machenheimer). *4. Technik und mechanische Praxis:* Der neue Kurbelwiderstand von Siemens & Halske (A. Raps). — **Besprechungen neu erschienener Bücher und Schriften.** Woldemar Voigt, Kompendium der theoretischen Physik. H. Ebert, Magnetische Kraftfelder. Th. Schwartze, Grundgesetze der Molekularphysik. E. Mach, Populär-wissenschaftliche Vorlesungen. John Landauer, Die Spektralanalyse. Busch, 100 einfache Versuche zur Ableitung elektrischer Grundgesetze. Arnold, Repetitorium der Chemie. — **Berichte über Versammlungen und Vereine.** Internationale Katalog-Konferenz in London. Verein zur Förderung des physikalischen Unterrichts in Berlin. — **Korrespondenz.** Himmelserscheinungen im November und Dezember 1896.

Mathematische Annalen.

Band 48.

Heft 1—2. Über die hypergeometrische Funktion mit einem Nebenpunkt. (Mit einer Figurentafel.) Von E. Ritter. † — Über ein diskontinuirliches Integral. Von E. Gubler in Zürich. — *Concerning Transcendentally Transcendental Functions.* By Eliakim Hastings Moore of Chicago. — *Sur les résidus des fonctions définies par les équations differentielles.* Par Mr. Michel Petrovitch à Belgrade (Serbie). — Über die Irreductibilität ganzzahliger ganzer Funktionen. Von Eugen Netto in Gießen. — *On the Stability of a Frictionless Liquid. Theory of Critical Planes.* By A. B. Basset of Holyport, Berks. — Zur Theorie der linearen Substitutionen. Von Alfred Loewy in Rawitsch. — Zur projektiven Geometrie. Von M. Pasch in Gießen. — Über quadratische Transformationen und rationale Flächen mit Kegelschnittschaaren. Von Th. Reye in Straßburg i. E. — Über ebene einfache Fachwerke. Von Friedrich Schur in Aachen. — Zur Theorie der endlichen Gruppen von birationalen Transformationen in der Ebene. Von A. Wiman in Lund.

Heft 3. *Sur quelques récents résultats dans la théorie des surfaces algébriques.* Par MM. G. Castelnuovo à Rome et F. Enriques à Bologne. — *Sur les équations différentielles ordinaires du premier ordre.* Par A. Korkine à St. Petersbourg. — Beiträge zu Riemanns Integrationsmethode für hyperbolische Differentialgleichungen und deren Anwendungen auf Schwingungsprobleme. Von W. Wirtinger in Innsbruck. — *Construction du polygone régulier de 17 côtés au moyen du seul compas.* Par Mr. L. Gérard à Lyon. — Über Funktionen zweier reeller Variablen.

Von Otto Biermann in Brünn. — Projektive Erzeugung der Kurven $m$ter Ordnung C^m. Von Carl Küpper in Prag. — Zur Theorie der adjungierten Substitutionen. Von Gustav Rados in Budapest. — Über transfinite Zahlen. Von Wilhelm Killing in Münster i/W.

Heft 4. Über Zahlengruppen in algebraischen Körpern. Von H. Weber in Strafsburg. — *Sulle equazioni a derivate parziali del second' ordine a tre variabili indipendenti.* Di G. Vivanti. — Über das Prinzip der kleinsten Action und das Hamiltonsche Prinzip. Von Moritz Réthy in Budapest. — Über Gruppen, deren sämtliche Teiler Normalteiler sind. Von R. Dedekind in Braunschweig. — Autographierte Vorlesungshefte, III. Von Felix Klein in Göttingen. — Über das gemischte Produkt. Von Emil Müller in Königsberg i/Pr. — *Sur une formule fondamentale de Kronecker.* Par J. Franel à Zürich. — Gustav Ferdinand Mehler †. Von M. Krause in Dresden. — Zwei Sätze zur nichteuklidischen Geometrie. Von Max Simon in Strafsburg i/E. — Berichtigungen.

D. Bibliographie.

(November 1896.)

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Schubert-Soldern, Prof. v., Über den Begriff der allgemeinen Bildung. (16 S.) Leipzig, Haacke. 0,40.

Hertlein, Meine Gegenwehr gegen die Schulbureaukratie. Zugleich Beleuchtung einiger wichtigen Fragen des höheren Schulwesens auf Grund eigenen Erlebnisses und amtlichen Schriftwechsels. (45 S.) Stuttgart, Lutz. 0,60.

Wittstock, Schuldir. Dr., Das ästhetische Erziehungssystem. (212 S.) Leipzig, Haacke. 3,60.

Lange v., Die normale Körpergröfse des Menschen von der Geburt bis zum 25. Lebensjahre. Nebst Erläuterungen über Wesen und Zweck der Skala-Mafstabelle zum Gebrauch in Familie, Schule und Erziehungsanstalten. (38 S. mit 2 Tab. und 1 Taf.) München, Lehmann. 1,80.

Huther, Oberl. Dr., Die Ziele und Aufgaben der höheren Jugendbildung. (12 S.) Berlin, Rosenbaum. 0,60.

Pflüger, Prof. Dr., Sehproben-Optotypie und ihre Verwendung zur Prüfung der Sehschärfe der Schüler durch die Lehrerschaft, sowie zur Messung des zum Unterricht notwendigen Beleuchtungsminimums der Schulzimmer. 2 Taf. à $59\frac{1}{2}$ cm : 64 cm und 1 Taf. $22\frac{1}{2}$ cm : 22 cm. Nebst Textheft (12 S.) Basel, Sallmann. 4,00.

Kaufmann, Die Geschichte der deutschen Universitäten. 2. Bd.: Entstehung und Entwicklung der deutschen Universitäten bis zum Ausgange des Mittelalters. (587 S.) Stuttgart, Cotta. 12,00.

Nohl, Leitfaden für den Unterricht in der Elementar-Pädagogik. (24 S.) Neuwied, Heuser. 1,00.

Horn, Dr., Kolleg und Honorar. Ein Beitrag zur Verfassungsgeschichte der deutschen Universitäten. (157 S.) München, Akadem. Verlag. 2,50.

Carnap, Anna, geb. Dörpfeld. Fr. Wilh. Dörpfeld, sein Leben und Wirken. (664 S.) Gütersloh, Bertelsmann. 5,40.

Matthias, Gymn.-Dir. Dr., Wie erziehen wir unsern Sohn Benjamin? Ein Buch für deutsche Väter u. Mütter. (236 S.) München, Beck. 3,00.

Oldes, Die Misere unseres modernen Studententums. (14 S.) Leipzig, Gottwald. 0,40.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Lilienthal, Prof. Dr. v., Grundlagen einer Krümmungslehre der Kurvenscharen. (114 S.) Leipzig, Teubner. 5,00.
Binder, Prof., Theorie der unikursalen Plankurven 4. bis 3. Ordnung in synthetischer Behandlung. (396 S.) Ebenda. 12,00.
Bianchi, Vorlesungen über Differentialgeometrie. Deutsch v. Max Lukat. (336 S.) Ebenda. 12,00.
Staude, Prof. Dr., Die Fokaleigenschaften der Flächen 2. Ordnung. Ein neues Kapitel zu den Lehrbüchern der analytischen Geometrie des Raumes. (185 S.) Ebenda. 7,00.
Sturm, Prof. Dr., Die Gebilde 1. und 2. Grades der Liniengeometrie in synthetischer Behandlung. 3. Teil: Die Strahlenkomplexe 2. Grades. (518 S.) Ebenda. 18,00.
Hürten, Oberl., Anfangsgründe der Raumlehre, planmäfsig dargestellt. Münstereifel, Schulte. 1,00.
Freiberger, Perspektive nebst einem Anhang über Schattenkonstruktion und Parallelperspektive. (127 S.) Leipzig, Göschen. 0,80.
Becker, Geometrisches Zeichnen. (94 S.) Ebenda. 0,80.
Matthias, Die Regel vom goldenen Schnitt im Kunstgewerbe. (102 S.) Mit 19 Taf. Leipzig, Meyer. 3,00.

2. Arithmetik.

Hegemann, Prof., Übungsbuch für die Anwendung der Ausgleichungsrechnung nach der Methode der kleinsten Quadrate auf die praktische Geometrie. (156 S.) Berlin, Parey. Geb. 5,00.
Markoff, Prof., Differenzenrechnung. (194 S.) Leipzig, Teubner. 7,00.
Netto, Dr., Vorlesungen über Algebra. 1. Bd. (388 S.) Ebenda. 12,00.
Stahl, Prof. Dr., Theorie der Abel'schen Funktionen. (354 S.) Ebda. 12,00.
Bendt, F., Katechismus der Differential- und Integralrechnung. (268 S.) Leipzig, Weber. Geb. 3,00.
Servus, Oberl. Privatdoc. Dr., Regeln der Arithmetik und Algebra zum Gebrauche an höheren Lehranstalten u. zum Selbstunterricht. I. Tertia und Untersekunda. (130 S.) Braunschweig, Salle. 1,40.
Atmanspacher, Dr., Die Grundlagen unserer Herrschaft über die Zahlen. (52 S.) Leipzig, Dürr. 1,00.
Loewe, Oberl. Dr., Aufgaben für das kaufmännische Kopfrechnen mit beigefügten Resultaten. (55 S.) Leipzig, Klinkhardt. 1,20.
Schubert, Gymn.-Prof. Dr., Beispielsammlung zur Arithmetik u. Algebra. 2765 Aufgaben, systematisch geordnet. (134 S.) Leizig, Göschen. 0,80.
Sporer, Dr., Niedere Analysis. (173 S.) Ebenda. 0,80.
Kewitsch, Prof. Dr., Vierstellige Logarithmen für den Schulgebrauch. (40. S.) Leipzig, Reisland. 0,80.
Treutlein, Realgymn.-Dir., Vierstellige logarithmische und goniometrische Tafeln, nebst den nötigen Hilfstafeln. (73 S.) Braunschweig, Vieweg. 0,60.
Jakobs v., Das Volk der Siebener-Zähler. Rückschlufs aus der Form der arabischen Ziffern auf ihre Herkunft. (45 S.) Selbstverlag (Berlin, W., Derfflingerstr. 7). 1,60.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie, Geodäsie, Mechanik.)

Cranz, Oberrealschul.-Prof. Dr. Doc., Kompendium der theoretischen äufseren Ballistik. (511 S.) Leipzig, Teubner. 20,00.
Krell, Hydrostatische Messinstrumente. (68 S.) Berlin, Springer. 3,00.

Physik.

Ferraris und Arnò, Ein neues System zur elektrischen Verteilung der Energie mittels Wechselströmen. Übersetzt von C. Heim. (31 S.) Weimar, Steinert. 1,35.

Reiff, Gymn.-Prof. Dr., Theorie molekular-elektrischer Vorgänge. (493 S.) Freiburg, Mohr. 6,00.

Börner, Realgymn.-Dir. Dr., Physikalisches Unterrichtswerk für höhere Lehranstalten, sowie zur Einführung in das Studium der neueren Physik. 2. Stufe: Grundrifs der Physik für die drei oberen Klassen der Gymnasien. (371 S.) Berlin, Weidmann. Geb. 4,80.

Mützel, Assistent Dr., Über Röntgenstrahlen. (28 S.) Breslau, Preufs u. Jünger. 0,60.

Busch, Prof., 100 einfache Versuche zur Ableitung elektrischer Grundgesetze. (34 S.). Münster, Aschendorff. 0,75.

Mach, Prof. Dr., Die Prinzipien der Wärmelehre. Historisch-kritisch entwickelt. (472 S.) Leipzig, Barth. 10,00.

Wiedemann, Prof. Dr., Das neue physikalische Institut der Universität Erlangen. (56 S.) Ebenda. 6,00.

Ernst, Prof., *James Watt* und die Grundlagen des modernen Dampfmaschinenbaues. Eine geschichtliche Studie. (106 S.) Berlin, Springer. 2,00.

Trabert, Dr. Dozent, Meteorologie. (149 S.) Leipzig, Göschen. 0,80.

Bernhardt, weil. Gymn.-Prof. Dr., Philipp Melanchthon als Mathematiker und Physiker. (74 S.) Wittenberg, Wunschmann. 1,00.

Epstein, Dr., Hermann v. Helmholtz als Mensch und Gelehrter. (92 S.) Stuttgart, Deutsche Verlagsanstalt. 1,00.

Schweiger-Lerchenfeld v., Das Buch der Experimente. Physikalische Apparate und Versuche. (392 S.) Wien, Hartleben. Geb. 6,00.

Sinram, Kritik der Formel der Newton'schen Gravitationstheorie. (44 S.) Hamburg, Gräfe. 1,00.

Chemie.

Herzfeld, Dr., Beer u. Matzdorff, Repetitorium für Chemie, Physik und Botanik. (332 S.) Berlin, Fischer. 5,50.

Rosenfeld, Realschul-Prof., Elementarunterricht in der Chemie. (127 S.) Freiburg, Herder. 1,60.

——, Experimentierbuch f. den Elementarunterricht in der Chemie. (40 S.) Ebenda. 1,20.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Marshall, Prof. Dr., Die deutschen Meere und ihre Bewohner. (832 S. m. Abb.) Leipzig, Twietmeyer. 24,00.

Haeckel, E., Systematische Phylogenie. Entwurf eines natürlichen Systems der Organismen auf Grund ihrer Stammesgeschichte. 2. Teil: Wirbellose Tiere. (720 S.) Berlin, Reimer. 17,00.

Schmeil, Dr., Über die Reformbestrebungen auf dem Gebiete des naturgeschichtlichen Unterrichts. (68 S.) Stuttgart, Nägele. 1,20.

Gautier, Prof., Die Chemie der lebenden Zelle. (130 S.) Wien, Hartleben. 2,50.

Klofs, Die Prachtfinken. (172 S. mit Abb.) Lpzg., Geflügelbörse. 2,00.

Zürn, Doc. Dr., Die einheimischen Stuben- und Singvögel, ihre Haltung, Pflege u. Zucht. (208 S. m. Abb.) Ebenda. 2,00.

2. Botanik.

Klebs, Prof. Dr. G., Über die Fortpflanzungs-Physiologie der niederen Organismen, der Protobionten. Spez. Teil: Die Bedingungen der Fortpflanzung bei einigen Algen u. Pilzen. (548 S.) Jena, Fischer. 18,00.

3. Mineralogie.

Luedecke, Prof. Dr., Die Minerale des Harzes. Eine auf fremden und eigenen Beobachtungen beruhende Zusammenstellung der vom Harze bekannt gewordenen Minerale und Gesteinsarten. Mit Atlas v. 27 Taf. u. Karte. (643 S.) Berlin, Bornträger. 56,00.

Schwantke, Dr., Die Drusenmineralien des Striegauer Granits. (88 S.) Leipzig, Veit & Co. 2,80.

Brauns, Prof. Dr., Chemische Mineralogie. (460 S.) Lpzg., Tauchnitz. 8,00.

Gander, Die Sintflut in ihrer Bedeutung für die Erdgeschichte. Versuch eines Ausgleichs zwischen Bibel und Geologie. (109 S.) Münster, Aschendorff. 2,00.

Keilhack, Landesgeologe Dr., Lehrbuch der praktischen Geologie. Arbeits- und Untersuchungsmethode auf dem Gebiete der Geologie, Mineralogie und Paläontologie. (638 S. mit 232 Fig. u. 2 Doppeltaf.) Stuttgart, Enke. 16,00.

Wahnschaffe, Prof. Dr., Unsere Heimat zur Eiszeit. (31 S.) Berlin, Oppenheim. 0,75.

Koken, Prof. Dr., Die Leitfossilien. Ein Handbuch für den Unterricht und für das Bestimmen von Versteinerungen. (848 S. m. ca. 900 Abb.) Leipzig, Tauchnitz. 14,00.

Geographie.

Richter, P. E. Dr., *Bibliotheca geographica Germaniae.* Litteratur der Landes- und Volkskunde des deutschen Reichs, bearbeitet im Auftrag der Zentralkommission für wissenschaftliche Landeskunde in Deutschland. (841 S.) Leipzig, Engelmann. 22,00.

Girsewald v., Sechs Monate in Nicaragua. (99 S.) Braunschweig, Janssen. 2,00.

Stromer v. Reichenbach, Dr., Die Geologie der deutschen Schutzgebiete in Afrika. Mit Karten und Profilen. (203 S.) München, Oldenburg. 7,50.

Brühl, Zwischen Alaska u. Feuerland. (722 S.) Berlin, Ascher & Co. 10,00.

Radde, Geheimrat Dir. Dr., In den asiatischen Tropen. (112 S.) Dresden, Huhle. 1,00.

Hickmann's Prof., geographisch-statist. Universal-Taschenatlas. 48 Karten. (68 S. Text). Wien, Freytag. Geb. 3,00.

Bussler, Gymn.-Prof., Die Grundzüge der Geographie. Für höhere Schulen. (151 S.) Braunschweig, Westermann. 1,50.

Ule, Dr., Lehrbuch der Erdkunde für höhere Schulen. 2. Teil: Für die mittleren und oberen Klassen. Mit 12 Farb- und 79 Schwarzdruck-Abb. (404 S.) Leipzig, Freytag. Geb. 3,00.

Esche, Aus dem Wunderland der Palmen. (257 S. mit Abb.) Dresden, Esche. 3,00.

Obrutschew, Aus China. 2 Bde. (262 u. 235 S.) Leipzig, Duncker & Humblot. 8,00.

Reinisch, Rektor. Ein Blick auf Ägypten u. Abessinien. Inaugurationsrede. (26 S.) Wien, Hölder. 0,60.

Rühl, Geschichte der Nordpolfahrten. (85 S. mit Abbild.) München, Schupp. 1,50.

Vierkandt, Privatdoc. Dr., Naturvölker und Kulturvölker. Ein Beitrag zur Sozialpsychologie. (497 S.) Leipzig, Duncker & Humblot. 10,80.

Oderstrom, sein Stromgebiet u. seine wichtigsten Nebenflüsse. 3 Bde. (359 S., 336 S., 981 S.) Berlin, Reimer. 38,00.
Rathgen, Prof. Dr., Die Entstehung des modernen Japan. Vortrag. (26 S.) Dresden, v. Zahn. 1,00.
Robinsohn, Die Psychologie der Naturvölker. Ethnographische Parallelen. (176 S.) Leipzig, Friedrich. 2,00.
Wundt, Th., Das Matterhorn und seine Geschichte. (192 S. mit Abb. u. 32 Taf.) Berlin, Mitscher. Geb. 20,00.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Koppe's Arithmetik u. Algebra zum Gebrauche an höheren Unterrichtsanstalten, neu bearb. v. Dir. Prof. Dr. Diekmann. 13. Aufl. 2. Teil: Lösbare Gleichungen höheren Grades, Reihen, kubische und biquadratische Gleichungen, numerische Gleichungen, gröfste und kleinste Werte. (204 S.) 2,40.
Jordan, Prof. Dr., Handbuch der Vermessungskunde. 3. Bd. Landesvermessung und Grundaufgaben der Erdmessung. 4. Aufl. (593 S.) Stuttgart, Metzler. 12,80.
Jentzen, Techn. Dir., Darstellende Geometrie. 2. Aufl. (36 S.) Rostock, Werther. In Mappe 5,00.
Hauck, Lehrbuch der Arithmetik f. Real- u. Handelsschulen. II. Grundzüge der systematischen Buchführung. 5. Aufl. (249 S.) Nürnberg, Korn. Geb. 3,00.
Weisbach, weil. Oberbergrat Prof. Dr., Lehrbuch der Ingenieur- und Maschinen-Mechanik. 5. Aufl. v. Prof. Herrmann. 1. Teil: Lehrbuch der theoretischen Mechanik. 2. Abdr. (1311 S.) Braunschweig, Vieweg. 26,00.
Sickenberger, Realschulrekt., Vierstellige logarithmisch-trigonometrische Tafeln. 3. Aufl. (20 S.) München, Ackermann. 0,40.
Weishaupt, Prof., Das Ganze des Linienzeichnens für Real- u. Gewerbeschulen. 4. Aufl. neu bearb. von Oberl. Dr. M. Richter. (91 S. mit Atlas v. 30 Taf.) Leipzig, Zieger. Geb. 7,50.

2. Naturwissenschaften.

Baumhauer, Prof. Dr., Kurzes Lehrbuch der Mineralogie, einschl. Petrographie, zum Gebrauch an höheren Lehranstalten sowie zum Selbstunterricht. 2. Aufl. (208 S.) Freiburg, Herder. 2,20.
Elszner, 52 lith. Wandtafeln für den Unterricht in der Pflanzenkunde. 4. Aufl. 24,00.
Thompson, Prof., Die dynamoelektrischen Maschinen. Ein Handbuch für Studierende der Elektrizität. 5. Aufl. Deutsch v. Grawinkel. (374 S.) Halle, Knapp. 12,00.
Rosenbusch, Mikroskopische Physiographie der Mineralien u. Gesteine. 2. Bd. Die massigen Gesteine. 3. Aufl. (807 S.) Stuttgart, Schweizerbart. 20,00.
Wilbrand, Dr., Grundzüge der Chemie in chemischen Untersuchungen. Nebst einem Anhang: Die wichtigsten Krystallformen und Bemerkungen zur Ausführung der Versuche. 4. Aufl. (91 S.) Hildesheim, Lax. 1,20.
Levin, Oberl. Dr., Methodischer Leitfaden für den Anfangsunterricht in der Chemie unter Berücksichtigung der Mineralogie. 2. Aufl. (170 S.) Braunschweig, Salle. 2,00.
Lay, Elemente der Tier- und Pflanzenkunde, nebst zeitlich geordnetem Stoff zu Beobachtungen, Versuchen und Schülerausflügen. 2. Aufl. (152 S., 106 S.) Bühl, Konkordia. 0,50, resp. 0,45.

Schwartze, Ing., Katechismus der Elektrotechnik. 6. Aufl. (426 S.) Leipzig, Weber. Geb. 4,50.
Haberlandt, Prof. Dr., Physiologische Pflanzenanatomie. 2. Aufl. (550 S.) Leipzig, Engelmann. 16,00.
Koppe's Anfangsgründe der Physik mit Einschlufs der Chemie u. mathem. Geographie. 22. Aufl. bearb. v. Dr. **Husmann**. 1. Teil: Vorbereitender Lehrgang. (218 S.) Essen, Bädeker. Geb. 2,20.

3. Geographie.

Baenitz, Dr. u. Oberl. **Kopka**, Lehrbuch der Geographie. Für gehobene und höhere Lehranstalten. Mit 62 farb. Karten und 117 Holzschnitt. 4. Aufl. (302 S.) Bielefeld, Velhagen. Geb. 4,00.
Register, geographische, zur Wiederholung nach E. **Debes'** Schulatlas für die mittleren Unterrichtsstufen. 4. Aufl. (55 S.) Neustadt, Gottschick. 0,60.
Hann, Hochstetter, Pokorny, Allgemeine Erdkunde. 5. Aufl. I. Die Erde als Ganzes, ihre Atmosphäre und Hydrosphäre. Von Dr. **Hann**. (336 S. m. 24 Taf. in Farb. u. 92 Textabb.) Lpzg., Freytag. 10,00.

Anhang.

Statistik der deutschen Schul- und Universitätsschriften 1895/96.

Bei der **Zentralstelle für Dissertationen und Programme von Gustav Fock in Leipzig** sind im Wintersemester 1895/96 sowie im Sommersemester 1896 „3720" im gleichen Zeitraume an deutschen Universitäten bezw. höheren Lehranstalten etc. neu erschienene Schriften, (Inauguraldissertationen, Habilitationsschriften, Gelegenheitsschriften, Programmabhandlungen etc.) eingeliefert worden. Die Titel derselben sind im VII. Jahrgang des, unter Mitwirkung mehrerer Universitätsbehörden von oben genannter Zentralstelle herausgegebenen **Bibliographischen Monatsberichtes über neu erschienene Schul- und Universitätsschriften** verzeichnet. Auf die einzelnen Wissenschaften verteilen sich die 3720 Schriften folgendermafsen:

Klassische Philologie und Altertumswissenschaften	296	Abhandlungen.
Neuere Philologie (Moderne Sprachen u. Litteraturgeschichte)	218	„
Orientalia und allgemeine Sprachwissenschaft	78	„
Theologie	38	„
Philosophie	51	„
Pädagogik	233	„
Geschichte und Hilfswissenschaften	167	„
Geographie	15	„
Rechts- und Staatswissenschaften	340	„
Medizin	1404	„
Beschreibende Naturwissenschaften (Zoologie, Botanik, Geologie, Mineralogie etc.)	184	„
Exakte Wissenschaften (Mathematik, Physik, Astronomie, Meteorologie etc.)	198	„
Chemie	386	„
Bildende Künste	21	„
Musik	3	„
Land- und Forstwirtschaft	22	„
Verschiedenes (Bibliothekwesen, Reden etc.)	71	„

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Schulgesetzgebung und Schulstatistik. Auszüge und Abdrücke aus Zeitschriften u. dergl.)

Der Neubau der Technischen Hochschule in Darmstadt.*)

I.

Die wissenschaftlichen Institute der Hochschulen unserer Zeit sind nicht weniger als die ausführende Technik darauf angewiesen, sich den Bedürfnissen der Gegenwart anzupassen und sich mit allen denjenigen Hülfsmitteln auszurüsten, welche für das Verständnis und die weitere Ausbildung der Resultate moderner Naturwissenschaft erforderlich sind. Den technischen Hochschulen fällt insbesondere die schwierige Aufgabe zu, in unmittelbarer Vorbereitung auf die ausführende Technik die Studierenden zu selbständiger Arbeit zu befähigen und im engsten Zusammenhange mit den Fortschritten der Wissenschaft namentlich die Lehrmittel auf der Höhe der Zeit zu erhalten und auch an der Vervollkommnung der Lehrmethoden fortgesetzt zu arbeiten. Zur Erfüllung dieser wichtigen Kulturaufgabe gehören wohlausgerüstete wissenschaftliche Institute mit hervorragend tüchtigen Lehrkräften, um den Bedarf sowohl des Staates als auch der Industrie an gebildeten Technikern zu decken und auf die Entwickelung der ausführenden Technik fördernd einzuwirken. Das neueste und ein ganz hervorragendes Beispiel solcher Institute ist zweifellos der Neubau der Technischen Hochschule in Darmstadt, dessen interessantester Teil im Februar 1895 seiner Bestimmung übergeben wurde, während die übrigen Abteilungen im Herbst 1895 bezw. Frühjahr 1896 bezogen werden konnten.

Für die heutigen Anforderungen der Wissenschaft und der Technik genügten die früheren Gebäude und Lehrmittel der Darmstädter Hochschule

---

*) Ursprünglich Abdruck aus der Frankfurter Zeitung (v. 4. März und 26. Oktober 1895); doch später revidiert, ergänzt und erweitert (auf Fürsprache unsers geschätzten Mitarbeiters des Prof. Dr. Stoll-Bensheim) von dem Herrn Geh. Baurat Dr. Wagner-Darmstadt. Derselbe übersandte uns auch als Beigabe zu dieser Beschreibung das Prachtwerk: „Die neuen Gebäude der Grofsherzoglichen Technischen Hochschule zu Darmstadt. 1895". Festschrift zur feierlichen Einweihung des Neubaus am 28. Okt. 1895. (21 Tafeln mit Text). Beiden Herren, besonders aber Herrn Geh. Baurat Dr. Wagner sagen wir im Namen unserer Leser für ihre freundliche Unterstützung hiermit unsern aufrichtigen Dank. Wir glauben — im Hinblick auf das Reformbestreben die Ausbildung der mathematisch-naturwissenschaftlichen Fachlehrer mehr technisch zu gestalten und hierdurch indirekt auch den mathematisch-naturwissenschaftlichen Schulunterricht fruchtbarer zu machen — unsern Lesern durch diese interessante Mitteilung einen nicht geringen Dienst zu erweisen. D. Red.

schon seit längerer Zeit nicht mehr; die stets zunehmende Zahl der Studierenden, machte es zur Unmöglichkeit, noch länger mit den älteren Einrichtungen auszukommen. Es wurde deshalb im Frühjahr 1893 mit den Neubauten begonnen, nachdem die hessischen Stände in ausreichender Weise die zunächst erforderlichen Mittel bewilligt hatten. Entwurf und Ausführung der Bauten wurden einer besonderen Baubehörde übertragen, deren beide Abteilungen unter der Leitung der Geh. Bauräte Professor Dr. Wagner und Professor E. Marx stehen. Man darf es als einen sehr glücklichen Umstand bezeichnen, daſs diese Baubehörde aus Angehörigen des Lehrkörpers der Technischen Hochschule bestand, da von denselben ein volles Verständnis für die Zwecke und Ziele der neuen Institute am ehesten zu erwarten war und die Neubauten der nach den gemachten Erfahrungen voraussichtlichen weiteren Entwickelung der Hochschule auf diese Weise am sichersten angepaſst werden konnten. Wie die Ausführung zeigt, haben hier die Architekten im engsten Zusammenhange und in beständiger Fühlung mit den Fachgelehrten gearbeitet, denen der Unterricht in den Instituten obliegt, und diese bei groſsen öffentlichen Bauten leider nur seltene gemeinsame Arbeit hat geradezu mustergültige Anlagen geschaffen.

Der gesamte Neubau umfaſst fünf Einzelanlagen, nämlich das Hauptgebäude der Hochschule, das Physikalische und Elektrotechnische Institut, das Chemische Institut, das im Hofe des Hauptgebäudes liegende Maschinenhaus für die zentrale Kraft-, Licht- und Heizanlage, endlich eine Reihe von Nebenanlagen. Das Hauptgebäude liegt an der Südseite, die Spezialinstitute befinden sich an der Nordseite der vom Hoftheater nach der Schloſsgartenstraſse angelegten neuen Hochschulstraſse. Der Bauplatz beanspruchte das Gelände der früheren Hofmeierei und einen kleinen östlichen Teil des sogenannten Herrengartens. Zuerst vollendet wurde, wie schon gesagt, das Institut für Physik und Elektrotechnik, welches allem Anschein nach in erster Linie die künftige Entwickelung der Darmstädter Hochschule beherrschen wird. Das Gebäude ist in der Richtung von Süd nach Nord in die beiden vollständig getrennten Institute geteilt, deren Räume sich drei Stockwerke ausdehnen und einen mittleren, mit Glas überdeckten Lichthof von 14,2 m Länge und 11 m Breite freilassen. Die östliche, etwas gröſsere Abteilung ist für das Elektrotechnische Institut eingerichtet. Der Haupteingang des Gebäudes befindet sich in der Mitte der südlichen Hauptfront, er führt in ein Vestibül, von welchem aus die beiden Institute und die Haupttreppe nach dem Obergeschoſs zugänglich sind. Von der Haupttreppe gelangt man, ohne die eigentlichen Institutsräume zu berühren, in einen in der Mitte des Gebäudes belegenen kleineren Hörsaal für 36 Sitzplätze und in die beiden groſsen Hörsäle, von welchen derjenige für Physik 177 Sitzplätze und derjenige für Elektrotechnik 160 Sitzplätze auf ansteigenden Podien enthält. Diese Säle werden von den vor ihnen liegenden Kleiderablagen aus auf der obersten Stufe des Podiums von den Hörern betreten. Beide Hörsäle haben auſser den sechs seitlichen Fenstern groſse Deckenoberlichter und können für Versuchszwecke in vollkommenster Weise verdunkelt werden. Im Nordflügel des Gebäudes befinden sich Nebentreppen, welche die innere Verbindung vermitteln und bis zu den Dachbodenräumen und nach den über den östlichen und westlichen Zwischenflügeln befindlichen, mit Holzcement gedeckten Plattformdächern führen. Zum Transport von Apparaten aus dem Sockelgeschoſs nach dem Obergeschoſs dient im elektrotechnischen Institut ein elektrisch angetriebener Aufzug, im physikalischen Institut ein Handaufzug. Das Sockelgeschoſs, in welchem sich beiderseitig je eine Dienerwohnung befindet, ist vollständig mit Kiesbetongewölben überdeckt. Die oberen Stockwerke haben teilweise Schlackenbetongewölbe zwischen eisernen Trägern, über den eisenfrei zu haltenden Laboratoriumsräumen dagegen Holzbalkenlagen; auch sind in den letzteren Räumen, um die Verwendung des Eisens

ganz auszuschließen, die Thür- und Fensterbeschläge aus Rotguß, die Heizkörperspiralen aus Kupfer und deren Verkleidungen aus Holz mit durchlochten Messingfüllungen hergestellt worden. Um in den Räumen des oberen Geschosses die Instrumente vor jeder Erschütterung zu sichern, wurde die Anordnung von durch isolierte Balken getragenen Steinplatten notwendig. Im Arbeitsraum des Professors für Physik ist für den gleichen Zweck ein von unten auf gegründeter Festpfeiler angeordnet. Außerdem hat man im physikalischen Institut allenthalben steinerne Konsolplatten in die Mauern eingelassen, in der elektrotechnischen Abteilung dagegen Holzkonsolen verwendet.

Was nun zunächst die Verteilung der Räume betrifft, so liegen im Physikalischen Institut im Obergeschoß ein großer Saal von 75 qm Grundfläche für galvanische Arbeiten, ein Zimmer von 33 qm für Wägungen und für wärmetechnische Arbeiten, ein mit Verdunklungsvorrichtung versehenes Zimmer von 28 qm für optische Arbeiten, endlich ein kleiner Raum für akustische Versuche. Das Erdgeschoß weist fünf Räume dieser Art auf, nämlich einen eisenfrei gehaltenen Raum von 42 qm für magnetische Arbeiten, einen ebenso großen Raum für galvanische Versuche, ein kleineres Zimmer für Arbeiten mit Quecksilber, endlich zwei Räume für optische Untersuchungen mit entsprechenden Einrichtungen. Im Sockelgeschoß ferner bemerken wir noch ein nach Norden belegenes, zum Teil mit Doppelwand versehenes Zimmer für Arbeiten, welche eine konstante Temperatur erfordern. Die Einrichtungen des bereits oben erwähnten großen Hörsaals für Physik sind von besonderem Interesse. Der Saal hat eine quadratische Grundfläche von 11 m Seite und 6 m Höhe. Der 6 m lange Experimentiertisch ist mit Drahtleitungen für galvanische Ströme, mit Gas- und Wasserleitung, sowie mit Saug- und Gebläseluftleitung, versehen. Zu Projektionen mit auffallendem oder durchscheinendem Lichte stehen zwei 12 bezw. 16 Ampèrelampen zur Verfügung. Neben dem Hörsaal liegt das Vorbereitungszimmer und die Sammlung der zu den Vorlesungen benutzten Instrumente. Das Sockelgeschoß enthält den Maschinenraum des Instituts mit 49 qm Grundfläche. Hier befindet sich ein fünfpferdiger Gasmotor, zwei Dynamomaschinen und ein halbpferdiger Elektromotor zum Antrieb einer Drehbank. Dabei liegt eine mechanische Werkstätte. Weiter ist hier zu erwähnen ein Raum für chemische und photographische Arbeiten, ein Akkumulatorenraum für 40 Tudorelemente, endlich ein Raum für Vorräte. Es ist selbstverständlich, daß sämtliche Räume des physikalischen Instituts elektrische Beleuchtung haben, auch die Beleuchtung der Skalen bei der Beobachtung mit Fernrohr und Spiegel geschieht durch Glühlampen. Jedes Zimmer hat ferner die nötigen Drahtleitungen für die Zuführung des elektrischen Stromes aus dem eigenen Elektrizitätswerk der Hochschule, von der Akkumulatorenbatterie oder von der Dynamomaschine.

Die Räume des Elektrotechnischen Instituts, welche sich ebenfalls auf drei Stockwerke verteilen, bedecken eine Gesamtfläche von 1100 qm, hierzu kommen noch ein getrennt aufgeführtes Maschinenlaboratorium von 160 qm Grundfläche und ein für Laboratoriumszwecke bestimmter Lichthof von 160 qm, endlich eine Hochspannungs- und eine Kabelstation, welch letztere im Garten des Instituts eingerichtet wurden. Der große Hörsaal liegt auch hier im Obergeschoß. Die Beleuchtung geschieht in vortrefflicher Weise durch indirekt wirkende, umgekehrt aufgehängte Bogenlampen, welche den weiten Raum sehr gleichmäßig ohne scharfe Schatten erhellen. Die große Wandtafel ferner ist mit regulierbarer Soffitenbeleuchtung versehen. An den Hörsaal schließen sich an: das Vorbereitungszimmer für den Hörsaal, vier Laboratorien zur Bestimmung von Widerständen, ein Laboratorium zur Bestimmung von Induktionskoeffizienten und Kapazitäten, weiter ein größeres Laboratorium für magnetische Untersuchungen. Das Erdgeschoß enthält je ein Laboratorium für Gleichstrom und Wechselstrom, mehrere Räume für selbständige Arbeiten der Studierenden, zwei Labo-

ratorien für Professoren, Zimmer für Assistenten und das Sekretariat nebst Bibliothek. Im Sockelgeschofs befindet sich ein Zimmer für Kabeluntersuchungen, ein Raum für Normalaichungen, eine Akkumulatorenstation, ein Laboratorium für photometrische Untersuchungen, eine Maschinenstation für den elektrischen Aufzug, eine Werkstätte und verschiedene Materialienräume. Der grofse Lichthof dient zunächst als Sammlungsraum, ist aber auch zum Studium der Arbeitsübertragung, der Lichtverteilung in hohen Räumen und der Bogenlampen im allgemeinen eingerichtet. Für letzteren Zweck sind an zwei gegenüberliegenden Seiten lange Konsolen gelagert mit Aufhängevorrichtung für 20 Bogenlampen der verschiedenen Systeme. In sehr praktischer Form ist der Maschinensaal seinen Zwecken dienstbar gemacht. Derselbe enthält zwei grofse Roste von je 9 m Länge und 1,5 m Breite, die für die Aufstellung der Dynamomaschinen und Elektromotoren bestimmt sind. Zur Bewegung der Maschinen dient ein Laufkrahn von 1500 kg Tragkraft sowie eine Reihe von Gleisen. Alle Apparate zur technischen Untersuchung der verschiedensten Maschinensysteme sind vorhanden, insbesondere die Bremseinrichtungen, die Belastungswiderstände, die transportablen Schaltbretter und die elektrischen Mefsinstrumente. Die zunächst aufgestellten Elektromotoren haben 30, 15, 8 und 4 Pferdestärken, sie werden von einem gemeinsamen Schaltbrett aus mit Strom versorgt, welches den Strom von der Zentralstation erhält. Die Motoren sind so konstruiert, dafs sie ihre volle Leistung behalten, wenn die Umdrehungszahl im Verhältnis 2 : 1 verringert wird. Ein Maschinenapparat, bestehend aus zwei Motoren und einer mit denselben direkt gekuppelten Dynamomaschine dient durch Vermittelung eines grofsen Schaltbrettes dazu, die Zusatzspannung zum Laden der Akkumulatoren zu liefern und die Wirkungsweise von Ausgleichsmaschinen im Dreileitersystem zu zeigen. Das aus einem Motor und einer Dynamomaschine bestehende fernere Aggregat liefert den Strom zum Laden der grofsen Akkumulatorenbatterie, welche bis zu 1000 Ampère Strom abgeben kann. Hierzu gehört eine grofse Apparatenwand mit Anschlüssen und Apparaten zur Untersuchung des betreffenden Aggregats.

Für die im Hauptgebäude liegenden Laboratorien dient ein weites Netz von elektrischen Leitungen, welche vom Maschinensaal, von der Akkumulatorenstation und von einer im Obergeschofs aufgestellten, elektrisch betriebenen Wechselstrommaschine ausgehen. Diese Leitungen vereinigen sich in drei grofsen Linienwählern, von denen sie sich nach den verschiedenen Laboratorien abzweigen. Sie sind in Papierrohren, System Adt, offen verlegt und so dimensioniert und verteilt, dafs in jedem Laboratorium mit Stromstärken bis zu 100 Ampère und mit Spannungen bis zu 500 Volt gearbeitet werden kann. In den einzelnen Laboratorien sind die Strom- und Spannungsleitungen an kleineren Linienwählern und Schaltbrettern zentralisiert, sie zweigen von letzteren nach den Arbeitstischen und den Wandkonsolen ab, und zwar immer in der Weise, dafs die Studierenden sowohl an den Schaltbrettern als auch an der Art der Leitungsverlegung erkennen können, welchen Zwecken die betreffenden Apparate und Leitungen dienen. Die Akkumulatorenstation ist sehr reichlich ausgestattet. Aufser der oben erwähnten grofsen Batterie von Tudorelementen enthält die Station eine zweite Batterie, System G. Hagen, zur Versorgung der Spannungsleitungen, eine dritte Batterie, System Pollack, welche in 10 Gruppen geteilt ist und ohne Vermittelung der grofsen Generalumschalter den Strom direkt nach den Laboratorien führt. Weiter ist vorhanden eine Hochspannungsbatterie und eine Reihe von grofsen Elementen, welche bis zu 1000 Ampère Strom zu geben vermögen. Die ganze Einrichtung des elektrotechnischen Instituts läfst somit eine Vielseitigkeit ohne Gleichen erkennen, durch welche das Institut in der That eine internationale Bedeutung in Anspruch nehmen kann. Die bekanntesten Firmen des In- und Auslandes sind zu Lieferungen herangezogen worden, so dafs eine grofse Auswahl von Dynamomaschinen für

Gleichstrom, ein- und mehrphasigen Wechselstrom, sowohl Generatoren als auch Motoren, ferner auch von Transformatoren der wissenschaftlichen Prüfung unterzogen werden kann. Das Institut enthält weiter reichhaltige Sammlungen und Lehrmittel für sämtliche Gebiete der Elektrotechnik, ausgedehnte Telephonanlagen, elektrisch betriebene Uhren, Signalleitungen etc.

Die elektrische Beleuchtung des ganzen Gebäudes erfolgt von der eigenen Zentrale der Hochschule. Die Zentrale besitzt eine 100pferdige Dampfmaschine mit entsprechender Dynamomaschine und eine große Akkumulatorenbatterie. Sie liefert außer dem Beleuchtungsstrom auch den Dampf für die Heizungsanlage. Die Stromverteilung ist nach dem Dreileitersystem mit 70 Volt Spannung in jeder der Dreileiterhälften eingerichtet. Die Zentrale liefert den Strom von 140 Volt unmittelbar an das Institut, sie dient dem motorischen Betrieb desselben und übernimmt die Beleuchtung unter Zwischenschaltung einer großen Akkumulatorenbatterie. Die Beleuchtung kann übrigens auch von einer im Maschinensaal aufgestellten 30pferdigen Wechselstrommaschine, System Örlikon betrieben werden. Die Lichtleitungen sind sämtlich nach dem Bergmannschen System mit Papierrohren installiert, und zwar wurden die Rohre unter Verputz gelegt, um dieses System in seinem vollen Umfange zu demonstrieren.

Interessant ist auch das zur Anwendung gebrachte System der Niederdruckheizung mit gleichzeitiger Lüftung, System Käuffer. Von der mehrerwähnten Kraft- und Lichtzentrale aus wird der Dampf in einem unterirdischen Kanal nach dem Institutsgebäude geführt und daselbst von 8 Atmosphären auf 0,1 Atmosphäre Überdruck reduziert. Vorgesehen sind 372 qm Heizfläche der glatten, auf die einzelnen Heizkörper verteilten Rohrspiralen für einen stündlichen Meistwärmebedarf von 361 000 Wärmeeinheiten. Bei jeder Außentemperatur sollen die einzelnen Räume auf die für sie festgesetzten Temperaturen erwärmt werden, wobei der ebenfalls festgestellte stündliche Luftwechsel noch bis zur Außentemperatur von — 10° C eingehalten werden soll.

II.

Am 28. Oktober 1895 hat die **Technische Hochschule in Darmstadt** das Wintersemester mit der feierlichen Einweihung der neuen Gebäude eröffnet und damit Räume bezogen, welche in ganz hervorragender Weise für die Zwecke der wissenschaftlichen Technik eingerichtet sind. Dies gilt in vollem Maße für das Hauptgebäude, einen prächtigen dreistöckigen Monumentalbau mit langer Nordfront und drei Seitenflügeln. Erst nach dessen Vollendung ließ sich erkennen, in wie glücklicher Weise die Platzfrage für die gesamten Neubauten gelöst worden ist, indem der etwa 20 000 qm große Bauplatz zur Seite des Schloßgartens und doch zugleich inmitten der Stadt belegen ist.

Der verstorbene Großherzog **Ludwig IV.** hatte durch Überweisung des Geländes der Großherzoglichen Meierei und eines Teiles des Schloßgartens die Wahl dieses Platzes ermöglicht. Vom Hoftheater aus in nordöstlicher Richtung erblickt man den langen Westflügel des Hauptgebäudes und das dahinter liegende Maschinen- und Kesselhaus, weiterhin das Institut für Physik und Elektrotechnik; biegt man nun nach einem kurzen Wege am Schloßgarten entlang um die Nordostecke des Hauptgebäudes, so präsentiert sich einerseits das chemische Institut und die nach Norden gewendete Front des Hauptgebäudes. Diese Front hat eine Länge von 91,80 m, der Westflügel ferner ist 72,20 m, der Ostflügel vorläufig 42,20 m lang, der Mittelflügel endlich hat 20,70 m Länge und 24,98 m Tiefe, entsprechend einem ┌─┴─┐förmigen Grundriß. Diese Grundrißbildung des Hauptgebäudes brachte die Anordnung von vorspringenden Mittel- und Eckbauten an den Außenseiten und von Vorlagen für die Treppenhäuser und

den Mittelbau an den Hofseiten mit sich. Die Aufsenfronten sind im Sockel- und Erdgeschofs wie auch der vorspringende Mittelbau der Hauptfront und die Architekturteile der beiden Obergeschosse aus Haustein hergestellt, die Pfeilerflächen der Obergeschosse dagegen bestehen aus roten Blendsteinen. Das Sockelgeschofs hat im unteren Teile eine Bekleidung von Niedermendinger Basaltlava, darüber von rotem Mainsandstein, während für das Erdgeschofs und die Obergeschosse hellgraugelber Lettenkohlensandstein vom Neckar verwendet wurde. Das Sockelgeschofs hat 3,74 m Höhe, dann folgt das Erdgeschofs und das erste Obergeschofs mit je 5,10 m Höhe und das zweite Obergeschofs mit 4,76 m Höhe. Im Mittelteil des Vorderbaues hat man das zweite Obergeschofs ebenfalls auf 5,10 m erhöht und noch ein drittes Obergeschofs von derselben Höhe aufgesetzt; auch wurden in den Attikabauten des Dachgeschosses einige Räume von 2,90 m Höhe gewonnen. Die Eckvorlagen zeichnen sich durch Attikaaufbauten aus, während der über 26 m hohe, stark vorspringende Mittelbau der Hauptfront das ganze Gebäude überragt. Die zum Portalbau in der Mitte der Hauptfront führende Freitreppe besteht aus Granitstufen, der Portalbau selbst trägt in der Schlufsstein-Kartusche des mittleren Bogens den Namenszug des regierenden Grofsherzogs und ist durch einen über dem Gurtgesims angebrachten Aufsatz mit dem hessischen Wappen und den beiderseits ruhenden Löwen (vom Frankfurter Bildhauer Joseph Keller) geschmückt.

Die Mittelvorlage ist im ersten Obergeschofs durch kräftige Bossenquader, im zweiten und dritten Geschofs durch eine aus vier jonischen Säulen und Eckpilastern bestehende Säulenstellung gegliedert. Die Krönung bildet ein stark vorspringender Giebel mit einem gemeifselten Bildwerk (von Th. Bausch in Stuttgart), dessen mächtige Figuren die Architektur, das Bauingenieurwesen, den Maschinenbau und die Mathematik darstellen, während in der Mitte Pallas Athene, die Göttin der Wissenschaften und Künste, thront. Als Akroterien dienen zwei Sphinxe über den Giebelanfängen und ein Dreifufs über der Giebelspitze, aus Terracotta hergestellt. Das erste Obergeschofs ferner wird geziert durch eine Anzahl von Kopfbildnissen von Männern der Kunst, der Wissenschaft und der Technik, sowie durch Schrifttafeln und Reliefplatten mit den Emblemen der technischen Fachgebiete. Der Westflügel und der Ostflügel des Hauptgebäudes haben je ein Seitenportal erhalten. Auf der Südseite des Westflügels, deren Architektur den Aufsenfronten entspricht, wird eine mit allegorischen Figuren und Abzeichen reich geschmückte grofse Sonnenuhr angebracht.

Das Dachwerk des Hauptgebäudes besteht aus Holz, nur der Dachstuhl des Mittelflügels (Aula) ist aus Eisen konstruiert. Die an der Eisenkonstruktion hängende Decke wurde aus Moniermasse hergestellt. Die Bedachung des Mittelflügels ist in Holzcement ausgeführt, während die Flügel der Nord-, Ost- und Westseite ein Schieferdach und die Plattformen sowie der Giebel des Säulenbaues an der Hauptfront eine Zinkblechdeckung tragen. In sämtlichen Räumen des Hauptgebäudes sind die Decken feuersicher aus Betonkappen zwischen eisernen Trägern hergestellt, die Flurgänge haben zumeist aus Schlackenbeton bestehende Kreuzgewölbe erhalten, nur im Sockelgeschofs sind die Flurgänge mit Backsteinkappen überspannt. Die Fufsböden der Flurgänge aller Obergeschosse sind in Terrazzo hergestellt und die Flurhalle mit Mettlacher Fliesen belegt. Dagegen haben sämtliche Unterrichtsräume Riemenboden aus imprägniertem Buchenholz erhalten, nur die Aula und die Räume des Rektorats sind mit Eichenparketboden ausgestattet. Das Hauptstiegenhaus erhält durch beiderseitige Fenster reichliches Licht. Die beiden Haupttreppen führen vom Erdgeschofs nur bis in das zweite Obergeschofs, während zwei in den einspringenden Ecken angebrachte Nebentreppen vom Sockelgeschofs bis in den Dachbodenraum reichen. In das dritte Obergeschofs des Mittelbaues gelangt man über zwei in der Wandelhalle angeordnete Freitreppen. Die Fenster des Treppenhauses sind mit Kathedralglas abgeschlossen und

zeigen die Wappen von acht hessischen Städten. Die Treppenstufen bestehen aus dunkelgrünem Hornblendegranit vom Odenwald. Die im Mittelflügel belegene Aula (20 × 10 m) macht einen überaus festlichen und gediegenen Eindruck. Die Fenster haben Rundbogen und fangen 2 m über dem Fuſsboden an. Die Wandflächen sind durch eine Pilasterstellung aus Stuckmarmor gegliedert, zwischen den Pilastern sind an den Langseiten vier Nischen angeordnet, welche sich auf den kaminartig gestalteten, marmorenen Bekleidungen der Heizkörper aufbauen. In der Mitte der beiden Schmalseiten befinden sich die Büsten des verstorbenen und des regierenden Groſsherzogs, über den Nischenseiten die Büsten der Michelangelo, Liebig, Newton nnd Göthe. Über den prächtigen Thüren sind Blendbogen mit den Ansichten von Darmstadt, Mainz und Gieſsen angebracht. Die Wände sind in hellen Tönen bemalt und vorzugsweise durch Gold gehoben, auch die Stuckdecke paſst in Einteilung, Formbildung und Farbe vortrefflich zu dem Gesamtbild des Raumes.

Die innere Einteilung des Hauptgebäudes ist recht zweckmäſsig mit alleiniger Rücksicht auf die Ziele des Unterrichts erfolgt. Wegen des besten Lichtes ist die Nordfront vorzugsweise für die Zeichensäle ausgenutzt worden. Im übrigen wurde für die Raumverteilung an dem Grundgesetze festgehalten, die Studierenden der ersten Semester (grundlegende mathematische und naturwissenschaftliche Fächer) von denjenigen der eigentlichen Fachkurse möglichst zu trennen, um den Verkehr im Gebäude zu erleichtern. Die allgemeine Bibliothek ist im Mittelflügel untergebracht, das Sockelgeschoſs und teilweise das Erdgeschoſs sind recht zweckmäſsig durch Einschaltung einer Zwischendecke für Büchermagazine von 2,55 m Höhe eingerichtet worden. Die Bücher sind auf den bekannten Straſsburger Büchergestellen angeordnet, auf welchen Bücher mit zusammen 755 qm Rückenfläche Platz finden können. Die ganze Raumverteilung des Hauptgebäudes macht den Eindruck, daſs der Architekt in steter Fühlung mit den Dozenten der Fachabteilungen gestanden und den Anforderungen derselben nach aller Möglichkeit entsprochen hat. Nur aus diesem Zusammenwirken konnte ein Werk von solch hervorragender Zweckmäſsigkeit entstehen.

Die Heizung des Hauptgebäudes geschieht durch eine Niederdruckheizung, deren Dampfleitung aus dem im Hofe belegenen Kesselhause kommt und eine in sich geschlossene Rundstromleitung bildet. Unter den Flurgängen des Sockelgeschosses befinden sich 1,5 m hohe Kanäle für die Dampf- und Condenswasserleitung, von denen aus die an verschiedenen Stellen geschöpfte frische Luft durch die in den Mauern ausgesparten Zuluftkanäle den einzelnen Heizkörpern zugeführt wird. In den vier groſsen Hörsälen sind die Heizkörper unter den ansteigenden Sitzreihen in Heizkammern aufgestellt; hier wird mittels Umlaufheizung angeheizt, nach entsprechender Erwärmung dieser Räume wird die frische, erwärmte Zuluft, welche nach Bedarf mit kalter Luft gemischt ist, zugeführt. Die Entlüftung der Räume erfolgt durch im Dachbodenraum ausmündende Abluftkanäle sowie durch sechs Saugköpfe und ferner noch durch zwanzig Dachluken. Die Wasserversorgung der Anlage bewirkt das städtische Wasserwerk, die Entwässerung geschieht durch die städtische Schwemmkanalanlage.

Für die Beleuchtung ist eine eigene elektrische Zentralanlage vorhanden. Die Hör- und Zeichensäle sind mit einer ganz vortrefflichen indirekten Bogenlichtbeleuchtung versehen, in den übrigen Räumen werden Glühlampen verwendet. Im Ganzen befinden sich im Hauptgebäude allein 55 Bogenlampen und etwa 800 Glühlampen. Die elektrische Zentrale ist ein hervorragendes Versuchs- und Lehrobjekt für die Maschinenbau- und elektrische Abteilung. Das Maschinen- und Kesselhaus nebst Hilfsräumen ist in Backsteinrohbau ausgeführt und verblendet. Die Innenflächen bilden hellgelbe Verblendsteine. Der Kesselraum ist 14,8 m lang, 16,3 m tief

und 5 m hoch, der Maschinenraum 8,05 m breit und ebenso tief und hoch wie der Kesselraum. Der Schornstein hat 1,4 m obere Lichtweite, 5,5 m Sockelhöhe und 34,5 m Säulenhöhe. Die Zentrale enthält drei Dampfkessel verschiedener Bauart von zusammen 240 qm Heizfläche, ferner eine 100pferdige Verbundmaschine mit Kondensation und eine 30pferdige Ausputzmaschine, welche mit mancherlei besonderen Einrichtungen für Lehrzwecke versehen sind. Nebenan befindet sich eine kleine Reparaturwerkstätte, ausgerüstet mit allen erforderlichen Werkzeugen, einem Schmiedefeuer, einer Drehbank, Bohrmaschine, Universal-Fraismaschine und Universal-Schleifmaschine. Zu besserer Verwendbarkeit für technische Untersuchungen werden diese Maschinen jede für sich elektrisch angetrieben. Die vorerwähnte 100pferdige Dampfmaschine, deren Raum durch einen grofsen Laufkrahn überspannt ist, treibt mittelst Riemen eine Dynamomaschine an, welche bei 500 Umdrehungen 66000 Watt liefert bei 140 Volt normaler Spannung für den Parallelbetrieb der Maschinen und Akkumulatoren und bei 165 Volt mittlerer Ladespannung. Unmittelbar neben dem Maschinenraum steht eine Batterie von 76 Tudorelementen, welche bei einem Entladestrom von 310 Ampère eine Kapazität von 930 Ampèrestunden besitzt. Die Stromverteilung von der Zentrale aus erfolgt nach dem Dreileitersystem.

Auch ein sehr beachtenswertes Beispiel eines Maschinenbaulaboratoriums hat die neue Anstalt aufzuweisen. Hier sind vier Gaskraftmaschinen aufgestellt und an denselben die Einrichtungen so getroffen, dafs durch in die Leitungen eingeschaltete Thermometer die Temperatur des ein- und austretenden Kühlwassers sowie der abziehenden Gase gemessen werden kann. Auch ist mittelst besonderer Apparate die angesaugte Gas- und Luftmenge sowie der Heizwert des Leuchtgases bestimmbar. Bemerkenswert ist ferner eine durch Elektromotor angetriebene Zerreifsmaschine für 50 t Zugkraft aus der Schenkschen Maschinenfabrik in Darmstadt.

Das Chemiegebäude welches Ostern 1896 in Benutzung genommen wurde, dient den Zwecken von drei Instituten: 1) für reine Chemie, 2) für chemische Technologie und Elektrochemie, 3) für Pharmakognosie. Die Mittel zum Bau wurden in einer Zeit bewilligt, als die Frequenz der Anstalt noch eine viel geringere als heute und damit auch die Ansprüche an den Raum bescheidenere waren; infolge dessen galt es, sich auch in beschränkteren Verhältnissen einzurichten, was in der Hauptsache, allerdings auf Kosten der Verkehrsräume, erreicht wurde; die Verbindung zwischen den einzelnen Räumen erfolgt meist durch diese Räume selbst. In den einzelnen Stockwerken dienen im Sockelgeschofs der südliche, östliche und nördliche Trakt der reinen Chemie, der westliche der chemischen Technologie und Elektrochemie; ebenso ist es im Erdgeschofs. Im Obergeschofs sind alle Räume bis auf die nordwestliche Ecke, wo das pharmakognostische Institut (mit einem gröfseren Saal für Mikroskopierübungen u. s. w.) untergebracht ist, für die Zwecke der reinen Chemie in Benutzung; an den grofsen Hörsaal schliefsen sich Sammlungsräume, dann Bibliothek und Lesesaal, gröfsere und kleinere Laboratoriumsräume, organisches Laboratorium, Verbrennungszimmer, Destillierraum, Wägezimmer und Stinkhalle, Zimmer des Vorstands und dessen Laboratorium.

Im Erdgeschofs befindet sich ein kleiner Hörsaal (40 Sitzplätze) woran sich Vorbereitungszimmer und Vorratsraum auf der einen Seite, Assistentenzimmer, Wägezimmer, analytisches Laboratorium (für Pharmazeuten), Schwefelwasserstoffzimmer, Prüfungszimmer und Stinkhalle auf der anderen Seite anschliefsen. Im Sockelgeschofs ist der dritte gröfsere Arbeitssaal für Praktikanten eingerichtet, ferner befinden sich daselbst ein Glühraum, in welchem Schmelzöfen der verschiedensten Konstruktionen aufgestellt sind, ein Dunkelzimmer für optische Untersuchungen und photographische Arbeiten, ferner Räume für thermo-chemische, physikalisch-chemische Unter-

suchungen und Gasanalyse, sowie ein gröfserer Akkumulatorenraum. Eine ähnliche Raumverteilung ist auch für die Elektrochemie im Sockel- und im Erdgeschofs durchgeführt; der Hörsaal im letzteren ist etwas kleiner wie derjenige für reine Chemie. Unter dem Sockelgeschofs befindet sich ein Kellerraum, wo die elektrischen Maschinen aufgestellt sind — es ist dies lediglich eine Konzession an den Raummangel — ferner Vorratsräume und Räume zur Aufbewahrung feuergefährlicher Stoffe. — Der grofse Hörsaal, der mit Oberlicht beleuchtet ist, hat eine Vorrichtung zur vollständigen Verdunkelung, um Versuche im Dunklen zu machen, besonders auch Lichtbilder mit Hilfe von Projektionsapparaten erzeugen zu können. Der Experimentiertisch daselbst ist mit allen möglichen Einrichtungen, auch mit Dynamomaschinen zur sofortigen Stromerzeugung, versehen. Der grofse Hörsaal enthält 196 Sitzplätze. Das ganze Institut für reine Chemie unter Geh. Hofrat Prof. Dr. Staedel, ursprünglich für 60 Praktikanten projektiert, ist so eingerichtet worden, dafs nun 85 Praktikanten gleichzeitig darin arbeiten können und im Wintersemester 1896/97 thatsächlich arbeiten. Die Arbeiten der Praktikanten erstrecken sich über das ganze Gebiet der analytischen und synthetischen Chemie und dementsprechend ist die innere Ausstattung der Arbeitssäle beschaffen. Im Elektrochemischen und Chemischtechnischen Laboratorium von Prof. Dr. Dieffenbach arbeiten in diesem Semester 37 Praktikanten.

Es unterliegt nicht dem geringsten Zweifel, dafs das von Darmstadt gegebene Beispiel moderner Lehrinstitute mächtig anregend auf die übrigen technischen Hochschulen wirken wird. Noch während des Baues sind die ursprünglichen Entwürfe fortgesetzt erweitert worden, und kaum waren die Neubauten in Gebrauch genommen so mufste infolge der seit ihrer Eröffnung immer mehr sich steigernden Zunahme des Besuchs die Vergröfserung der Gebäudeanlage in Aussicht genommen werden. Am dringendsten war das Bedürfnis im neuen Elektrotechnischen Institut. Es mufste daher schon im Frühjahr 1896 ein Erweiterungsneubau desselben in Angriff genommen werden, nachdem zur Herstellung und inneren Einrichtung desselben samt Nebenanlagen 139 500 Mark bewilligt worden waren. Dieser Anbau schliefst sich an die Nordseite des oben beschriebenen Maschinensaals an und enthält noch einen ebensolchen von 16,12 m Länge und 8 m Tiefe, sowie in zwei dreistöckigen Flügeln verschiedene Laboratorien, zwei Akkumulatorenräume, eine Werkstatt, ein Bibliothekzimmer, eine Kleiderablage, einige Professoren- und Assistentenzimmer u. s. w. Für die ebenfalls in Aussicht genommene Vergröfserung des Hauptgebäudes wurden vier hinter dem Ostflügel desselben gelegene Grundstücke zu dem Preise von zusammen 240 000 Mark vom Staate angekauft. Die Ausführung eines dem Hauptgebäude anzureihenden Neubaues kann nicht mehr lange aufgeschoben werden, nachdem seit Anfang des Wintersemesters 1896/97 viel Mangel an Platz in sämtlichen Fachabteilungen sich gezeigt und zu grofsen Mifsständen geführt hat. Auch das Elektrotechnische und das Physikalische Institut, ferner die Chemischen Institute, das Maschinen- und Kesselhaus bedürfen Erweiterungsbauten. Die Gesamtfrequenz der Hochschule stellte sich im Sommersemester 1896 auf 954 Hörer; sie hat sich in diesem Wintersemester nach dem Stand vom 1. Dezember auf 1160 gesteigert. Davon arbeiten nahe an 200 Studierende im elektrotechnischen Praktikum unter Geh. Hofrat Prof. Dr. Kittler und mehr als 200 im physikalischen Praktikum unter Prof. Dr. Schering.

Die Gesamtkosten der Neuen Technischen Hochschule betragen bis heute 3 011 600 Mark, in welcher Summe rund 479 000 Mark für den Bauplatz einschliefslich der kürzlich erworbenen noch nicht bebauten Grundstücke, inbegriffen sind. Die Stadt Darmstadt hat zu den Gesamtkosten 1 200 000 Mark unter der Bedingung der Rückgabe der bis 1895/96 für die Zwecke der Hochschule benutzten Gebäude hergegeben. Die Kosten des oben beschriebenen Hauptgebäudes einschliefslich der inneren Ein-

richtung sind 1 112 000 Mark. Auf das Elektrotechnische und Physikalische Institut entfallen Kosten von zusammen 697 000 Mark, auf die Chemischen Institute 419 000 Mark, auf die elektrische Zentrale 229 000 Mark, auf die Nebenanlagen 75 600 Mark.

Bericht über die Verhandlungen der pädagogischen Sektion der Naturforscher-Versammlung zu Frankfurt a/M.

Vom 21.—26. September 1896.

Mitteilung des Herausgebers nebst Spezialbericht des Referenten Dr. C. H. Müller in Frankfurt a/M.

(Fortsetzung von S. 623 des vorigen Jahrgangs.)

II.

Wir bringen jetzt zuvörderst den (dort S. 614 unter Nr. 1 angegebenen) Vortrag des Prof. Stelz (Oberlehrer an der Bockenheimer Realschule zu Frankfurt a/M.)*)

Über den Schulgarten und seine Verwendung im Unterricht.**)

Die Beschaffung von Pflanzenmaterial für den botanischen Unterricht ist für die höheren Schulen von Mittelstädten sehr schwer, für Grofsstädte fast unmöglich geworden. Für derartige Verhältnisse gelten in erster Linie die folgenden Ausführungen. Vom Lehrer allein darf man nicht verlangen, dafs er die Pflanzen für die Schüler holt. Die allzuhäufige Verwendung von Bildern und Modellen ist zu verwerfen, sonst wird der Naturunterricht zum Buchunterricht. In der Grofsstadt bleibt nichts anderes übrig, als den Schülern ein Stück Natur dahin zu bringen, wo sie den gröfsten Teil ihrer Zeit verleben, in die Schule. — In einer ganzen Reihe solcher Städte wurde Abhülfe versucht durch die Anlage von Zentralgärten, welche das Material ziehen und den Schulen liefern sollen. An diesen abgeschnittenen Pflanzen lassen sich aber blofs morphologische und systematische Beobachtungen, keineswegs aber die wichtigsten, die biologischen, machen.

Wohl können wir die Morphologie nicht entbehren, aber sie ist nicht Selbstzweck. Noch weniger können wir der Systematik (des natürl. Systems) entraten. Morphologie und Systematik sind nur wertvolle, wichtige Hilfsmittel, um die Hauptsache zu betreiben, nämlich Biologie im weitesten Sinne, die Betrachtung der gesamten Lebensverhältnisse der Pflanzen. Diese Art der Betrachtung, welche sich nicht dabei beruhigt, dafs die Natur einmal so ist, wie sie ist, sondern zu wissen verlangt, warum sie gerade so und nicht anders ist, hat eben unserer Wissenschaft einen so grofsartigen Inhalt gegeben.

Um diesen Zweck zu erreichen, mufs der Schulgarten an der Schule liegen und dem Schüler jederzeit zugänglich sein. Die Pflanzen dürfen nicht in systematischer Anordnung, sondern müssen in naturwahren Gruppen zusammen stehen. Von Tieren soll hier nur das angesiedelt sein (niedere Tiere), was sich von selbst wohlfühlt, ohne das Ganze zu

---

*) Diese Vorträge sind hier im Auszuge gegeben. Vollständig abgedruckt werden sie in den „Verhandlungen" des Naturforscher-Tages erscheinen.

**) Vergl. hierzu die Schrift: Stelz und Grede, der Schulgarten in Bockenheim, Gabe der Herren Verfasser, mit wertvollen Plänen. Direkt von der Bockenheimer Realschule zu beziehen.

belasten. Solche bescheidene „Ausschnitte“ aus der Natur sollen nur kleine, möglichst lehrreiche Kapitel aus dem Buche der Natur sein. Durch das Eindringen in solche Miniatur-Naturbildchen wird die Liebe zur Natur gepflegt und zugleich auch das Wesen der „Lebensgemeinschaft“ in vernünftiger Weise gezeigt. Ein nach dem Prinzip der natürlichen Gruppen angelegter Schulgarten befriedigt zuerst die Forderungen der Morphologie und Systematik, dann aber erfüllt er in biologischer Hinsicht die weitgehendsten Wünsche des naturwissenschaftlichen Unterrichts und stellt somit das Ideal eines solchen Gartens dar. Schon Beyer hat 1885 ein derartiges Bild entworfen, und Dr. Luks*) berichtet Ähnliches über den Tilsiter Schulgarten. Die Schwierigkeiten der Einrichtung hinsichtlich Platz und Geld sind überwindlich. Eine solche Anlage braucht nämlich nicht einmal übermäfsig grofs zu sein, wenn nur die vorhandenen Räumlichkeiten geschickt verwendet werden. Der Schulhof zunächst mufs die wichtigsten Waldbäume und Sträucher zeigen. Der Raum, der ganz für die Anlage von Pflanzengruppen verwendet werden mufs, braucht bei 200—300 Schülern nur 400—500 qm zu betragen. Das betreffende Landstück mufs aber, wie es überhaupt bei der Schulfront sein sollte, nach Süden gelegen sein. Zu verwerfen ist daher die jetzt häufig gehörte Forderung, die Front nach Norden zu legen. Das Bild eines Schulgartens der gedachten Art ist also folgendes: Auf einem nach Süden gelegenen Grundstücke ist an geeignetem, vielleicht künstlich erhöhtem Orte ein kleiner Waldplatz zu schaffen, um Schatten für Moose und Pilze zu gewinnen. Nach der Mitte des Grundstücks ist die Wasserleitung zu führen, um zwischen Felsen eine kleine Waldwiese entstehen zu lassen. Ein Stückchen Torfboden wird durch künstliche Versumpfung leicht erzielt. Dann müfste ein kleiner Teich mit etwas Abflufs den Raum für die Teichflora und -Fauna liefern. Endlich wäre ein recht sonniger Platz für Felsen- und Schuttpflanzen und daneben ein Stückchen Getreideland mit den zugehörigen Unkräutern ins Auge zu fassen. Für den Unterricht selbst aber mufs eine offene und geräumige Halle mit einfachen Bänken vorhanden sein.

Welche Pflanzen aber soll der Garten enthalten? — Es kann im allgemeinen nur die Flora der näheren Umgebung in Betracht kommen. Durch den Kampf, den die Pflanzen auf diesem ihrem neuen Wohnplatz unter einander oder gegen äufsere Einflüsse führen, wird der Garten in höherem oder geringerem Grade ein Vegetationsbild der Umgegend sein. Übrigens hat es seine Schwierigkeiten, die wild wachsenden Pflanzen allmählich in den Bann dieses Gartens zu bringen, langjähriges Probieren führt erst zum Ziel. Indessen sind die sogenannten Gartenpflanzen nicht ganz aus unserem Bereiche zu verbannen.

Der Bockenheimer Garten**) nähert sich in seinen älteren Teilen mehr und mehr dem oben geschilderten Idealgarten. Die ursprüngliche Anlage in gröfseren Beeten ist mehr und mehr zu Gunsten der Pflanzengruppen verlassen worden. Die Pflanzenliste der genannten Abhandlung enthält Pflanzen, die sich leicht in Gruppen ziehen lassen, und wird manchem Kollegen von Wert sein. Die Kosten der Anlage betragen ohne Grund und Boden rund 2000 Mk. Vieles allerdings, namentlich Bäume, Sträucher, Materialien u. dergl. ist umsonst geliefert worden. Bei Schulneubauten würde eine passende Anlage durchzuführen sein, ohne die Gesamtkosten des Baues wesentlich zu erhöhen. Wenn man den Luxus an Fassaden und Aulen bei Seite läfst, erübrigt man reichlich Mittel, um der Schule einen trefflichen Garten zu schaffen. An den schon bestehenden Schulen ist die Sache schwieriger, etwas ist indessen wohl bei allen zu erreichen. Die laufenden Unterhaltungskosten eines solchen Gartens sind nicht über-

---

*) Man sehe die Programmschau in ds. Hft. S. 47 (Tilsit). D. Red.

**) Vergl. die oben zitierte Abhandlung nebst den Plänen von Stelz und Grede. D. Ref.

mäfsig hoch. Nicht leicht ist, einen Berufsgärtner für die Bedürfnisse der Schule zu gewinnen und ihn daran zu gewöhnen, dafs ein Unterschied zwischen Kraut und Unkraut nicht existiert. Mit der Zeit aber läfst sich eine solche Persönlichkeit oder ein andrer dienstbarer Geist (Pedell, Heizer) derart einschulen, dafs die Bewirtschaftung mit einem jährlichen Kassenstand von 200 Mark durchführbar ist.

Die nähere Verwendung des Schulgartens im Dienste des Unterrichts ist schon hier und da angedeutet. Der Garten ist das Lehrbuch, hier schöpft der Schüler sein Wissen. Der Unterricht wird wesentlich im Freien oder in der erwähnten Halle erteilt. Den Schülern mufs von klein auf begreiflich gemacht werden, dafs dies Unterrichtsstunden sind wie alle anderen. Die Schüler treten in 3—4 Gliedern an und schwenken auf Kommando in die Stellungen ein, die man zur Demonstration nötig hat. Es kommt in erster Linie darauf an, dafs die Schüler die vorhandenen Pflanzen rasch dem Namen nach kennen lernen. Wir erreichen es, dafs die Schüler in Tertia die Mehrzahl unserer wilden Pflanzen kennt. Die morphologischen Verhältnisse werden in der Weise besprochen, dafs die aufgerufenen Schüler z. B. eine Reihe von Blättern bestimmter Pflanzen holen und vergleichen. Die Hauptformen werden mit Kreide an die Tafel gezeichnet, zuerst nach Vorlage, dann aus dem Kopfe. In ähnlicher Weise werden die Merkmale der wichtigsten Familien erhalten. Von Quinta ab werden die Diagramme in vereinfachter Form gezeichnet. Schon hierbei findet sich überall Gelegenheit, auf die Beziehungen zwischen Standort und Aufbau der Pflanzen einzugehen. Der streng systematische Gang des Klassenunterrichts mufs hierbei aufgegeben werden, Abschweifungen werden nicht vermieden sondern geradezu gesucht, wenn sie den biologischen Zusammenhang kräftigen. Auch im Winter und Frühjahr wird öfter statt des zoologischen Unterrichts im Klassenzimmer eine Wanderung in den Garten unternommen.

Besonders interessante Pflanzen sind die Niefswurz, die Kapuzinerkresse, die Klebnelke, die Getreidearten und viele andere.

Fragen aller Art, namentlich aber solche nach der Bestäubung, dem Standort, überhaupt biologischen Inhalts, können unsere Schüler im Schulgarten selbst beantworten. Im Klassenzimmer, vor abgeschnittenen Exemplaren, kann der Lehrer diese Verhältnisse höchstens erzählen. Nun verfolgen also unsere Schüler die Pflanzen in allen Lebenslagen den ganzen Sommer hindurch, die perennierenden sogar viele Jahre nach einander. Die biologischen Kenntnisse, die sie so erwerben, sind nicht gering zu achten, und das Gefühl der Freude und Sicherheit überkommt den Schüler der Sekunda, wenn er veranlafst wird, die beobachteten Dinge zusammenzufassen und zu gruppieren.

Aus dem bisherigen ergiebt sich aber auch, dafs eine absolute Trennung zwischen Pflanzen- und Tierkunde unmöglich ist. Namentlich wird die Betrachtung der Insekten schon im Sommer uns gründlich beschäftigen. Blattläuse, Marienkäferchen, namentlich aber die reiche Tierwelt des Teiches ziehen fortwährend unsere Aufmerksamkeit auf sich. Die Schüler haben Zutritt zu dem Garten, jede Klasse einen Tag in der Woche. Da findet sich reichlich Gelegenheit, dies oder jenes ausfindig zu machen, was für alle eine neue, merkwürdige Erscheinung ist. Dahin gehört z. B. das Ausschlüpfen der Wasserjungfern, die Entwicklung der Eier der Schlammschnecke und Ähnliches. Dafs daneben wiederum die Fortpflanzung von Algen, Moosen u. s. w. gezeigt werden kann, gehört zu den weiteren Annehmlichkeiten unseres Gartens.

Bedauerlich ist allerdings, dafs bei der Fülle des so zuströmenden Materials die für die Naturwissenschaften angesetzte Zeit zu gering ist.*)

*) Solange für den naturgeschichtlichen Unterricht nicht 3 Stunden (ein gewifs berechtigter Wunsch!) angesetzt werden, kann an einen gründlichen Betrieb kaum gedacht werden. — Anm. d. Referenten.



Ein weiteres Zurückdrängen der Sprachen zu Gunsten der Naturwissenschaften ist wohl unausbleiblich. Wenn wir endlich an die ärmlichen Schulhäuser denken, in denen wir Alten unsere Jugend verbracht haben, und die heutigen Schulpaläste betrachten, so ist die Hoffnung, dafs bei solch rascher Entwicklung das 20. Jahrhundert der Schule den zugehörigen Schulgarten bringt, gewifs berechtigt. —

Reicher Beifall lohnte den Redner. In der Diskussion macht Bode den Vorschlag, den botanischen Garten am Dienstag Morgen zu besuchen. Die Anlage sei aufserordentlich sehenswert und lehrreich.*) — Schwalbe hält die Einrichtung für eine Verwirklichung des Unterrichts im Freien und wünscht, dass auf diesem Wege weitere Unternehmungen ins Leben gerufen werden. Die Schwierigkeiten für grofse Städte sind allerdings nur schwer zu überwinden, während kleine Städte wohl besser in der Lage sind, solche Einrichtungen zu treffen. Alsdann fügt er einige historische Bemerkungen hinzu und weist auf Commenius und den *hortus botanicus* in den Frankeschen Stiftungen hin. Ebenso wird Heckers Schulgarten an der königl. Realschule zu Berlin erwähnt. Auch er ist der Ansicht, dafs im Schulunterricht später die sprachliche Ausbildung nicht so allein herrschend sein dürfe als bisher. — Kewitsch weist auf die Erfahrung hin, dafs umgepflanzte Gewächse schwieriger fortkommen als durch Samen gezogene. Ferner ist beobachtet worden, dafs einzelne Exemplare zwar im ersten Jahre schön blühen, aber unfruchtbar bleiben und später verkümmern. — Ein Beschlufs wird nicht gefafst. —

Über „Schulgärten“ vergl. man in dieser Zeitschrift: Jahrgang 1876 S. 419 Schwab, Der gegenwärtige Stand des Schulgartens in Österreich. (Schwab, Dir. des Gymnasiums in Mariahilf [Wien] hat überhaupt Verdienste um den Schulgarten. Siehe seine Broschüre cit. a. a. O. S. 419.) Jahrg. 1886 S. 261 (Anregung von Prof. Rothe in Wien). Jahrg. 1892 S. 546 (Vortrag v. Weidenmüller in Marburg). Jahrg. 1893 S. 73 (Berichte über Schulgärten). Jahrgang 1893 S. 327 (Artikel Bernecker in Stuttgart). D. Red.

Bekanntmachung.

Der Physikalische Verein zu Frankfurt a/M. ist vom Preufsischen Unterrichtsministerium beauftragt, zu Ostern 1897 einen naturwissenschaftlichen Fortbildungskursus für Lehrer an höheren Schulen abzuhalten. Dieser Kursus wird umfassen: Die Grundzüge der Elektrotechnik nebst praktischen Übungen, Vorlesungen und Demonstrationen über neue Entdeckungen auf dem Gebiete der Physik und Chemie, sowie eine Reihe von Exkursionen in technisch und wissenschaftlich interessante Anlagen und Etablissements. Das speziellere Programm wird demnächst veröffentlicht werden. Die Leitung des Kursus ist vom Prov. Schulkollegium in Kassel dem Realschuldirektor Dr. P. Bode in Frankfurt übertragen worden.

---

*) An dem Ausfluge nahmen Herren und Damen teil. Herr Professor Stelz zeigte nicht allein den schönen Garten, sondern auch die beachtenswerte Einrichtung der naturwissenschaftlichen Kabinete mit ihrem Anschlufs an die elektrische Zentrale.

Die betreffenden Methoden werden auch für die Lehrer der Mathematik von Interesse sein, da die hier durchgerechneten Beispiele eine reiche Fülle von Übungsstoff für gewisse Schulgebiete enthalten. Mancher dürfte überrascht darüber sein, wie weit man ohne höhere Hülfsmittel vorzudringen imstande ist.

Meines Wissens handelt es sich bei dem Buche um einen ersten Versuch dieser Art. Ob er geglückt ist oder nicht, darüber mögen andere urteilen. Nur verlange man keine lückenlose Systematik. Es handelt sich darum, möglichst schnell in medias res zu führen und praktisch Verwertbares zu bringen. Um aber die Verwertbarkeit nachzuweisen, wurden aus allen möglichen Gebieten der technischen Mechanik Übungsbeispiele eingeflochten. Anhangsweise gebe ich auch ein ausführlicheres Beispiel praktischer Verwendung in der graphisch und rechnerisch behandelten Schwungradtheorie, die schon verhältnismäfsig früh durchgenommen werden kann und sehr instruktive Aufgaben darbietet. Diese zeigen dem Anfänger was man schon mit den wenigen Grundbegriffen leisten kann.

Einige andere von mir in der Zeitschrift deutscher Ingenieure veröffentlichte Aufgaben habe ich gleichfalls eingeschaltet, weil die Jahrbücher über die Fortschritte der Mathematik und über die der Physik auf die eigenartigen Lösungen besonders hingewiesen haben. Es handelt sich dabei um gewisse Probleme des Rollens und Gleitens auf schiefer Ebene, bei denen Betrachtungen über die Fadenspannung zum Ziele führten. Auf diesem Gebiete sind noch in letzter Zeit irrtümliche Resultate veröffentlicht worden, die dem Gesetze der Erhaltung der Arbeit nicht entsprachen und so ohne weiteres als falsch erkannt werden konnten. Die Anwendbarkeit einiger Gegenstände dieses Bandes wird sich erst im zweiten ergeben. Er wird unter anderem eine elementare Potentialtheorie enthalten und sogar auf die stationäre Elektrizitäts- und Wärmeströmungen in einfacher Weise einführen, denn der Übergang zum logarithmischen Potential läfst sich elementar bewerkstelligen.

Eine Zusammenstellung gewisser Methoden, die von Nehls, Mohr, Land, Reye und Culmann herrühren, dürfte manchem Techniker auch willkommen sein. Diese Dinge sind nur in verschiedenen Zeitschriften zerstreut aufzufinden, was ihre allgemeinere Verbreitung gehemmt hat.

Hinsichtlich der Figuren bin ich wiederum meinem Kollegen Herrn Oberlehrer und Ingenieur Kurt Zimmermann zu Dank verpflichtet. Fast sämtliche hat er auf Grund meiner flüchtigen Skizzen exakt ausgeführt und so die Fertigstellung des Werkes binnen Jahresfrist ermöglicht. Aber auch der Verlagsbuchhandlung mufs ich für die Liberalität, mit der sie auf die reiche Ausstattung des Buches mit Figuren eingegangen ist, den verbindlichsten Dank aussprechen.

Möge denn dieser erste Band der Ingenieur-Mathematik seinem Zwecke dienen und besonders mit dazu beitragen, der deutschen Industrie leistungsfähige Techniker heranzuziehen, die unser Vaterland in dem Kampfe ums Dasein nicht mehr entbehren kann.

Hagen i/W. Prof. Dr. Holzmüller.

Ein erfreulicher Umschwung.

Wir erhielten aus unseren Leserkreisen folgende Zuschrift: Im Frühjahr 1895 erregte in den Kreisen unserer Fachgenossen viel Beunruhigung die Rede, welche nach Zeitungsberichten Provinzial-Schulrat Dr. Kammer in Schleswig bei der Einführung des Dr. Lappe als Direktor der Oberrealschule in Kiel gehalten haben sollte. (Vergl. unsere Zeitschr. 1896, Heft 2, S. 158—159.) Um so erfreulicher ist es, dafs für die nächste Direktoren-Konferenz in Schleswig-Holstein folgendes Thema aufgestellt

ist: „Wie ist der mathematische Unterricht zu gestalten, damit die Schüler mehr lernen das Mathematische in den sich ihnen im Leben darbietenden Erscheinungen zu erkennen? (Vgl. den 1891 in Braunschweig gefafsten Beschlufs des Vereins zur Förderung des Unterrichts in der Mathematik und in den Naturwissenschaften.)"

Also ist nicht Zurückdrängen der Naturwissenschaften zu erwarten, wie man nach der Zeitungsnachricht befürchtete, sondern stärkere Berücksichtigung der Naturwissenschaften wird gefordert. Das geht aus dem Hinweis auf den Braunschweiger Beschlufs noch mehr hervor als aus dem Wortlaut des Themas.

Frage- und Antwort-Kasten.

89. S. in G. J. wünscht die richtige Erklärung der folgenden Erscheinung: Man bedeckt einen (trockenen) Papierstreifen (am besten graues Konzeptpapier!) mit einem zweiten (etwa gleich grofsen) und streicht darüber mit der Hand. Hebt man nun die Streifen einzeln ab, so sind sie gleichartig elektrisch; hebt man sie beide zugleich ab und trennt sie hierauf, so sind sie verschiedenartig elektrisch.

Antwort auf Frage Nr. 87 (Heft 8, S. 637) des vorigen Jahrgangs: Die Antwort auf die dort gestellten Fragen finden sich u. a. in einem Programm des Gymnasiums in Ansbach 1870/71 von Prof. Th. Schröder (jetzt in Nürnberg) betitelt: „Über die Qualität der Dezimalbrüche, welche echten gemeinen Brüchen gleich sind, und (über) die Reste, welche man bei der Verwandlung der letzteren in erstere erhält". Diese Programm-Abhandlung ist absichtlich ohne Kongruenzen durchgeführt, damit auch die mit der Zahlentheorie nicht vertrauten Leser die Beweise ohne Mühe verstehen. D. Red.

Bei der Redaktion eingelaufene Druckschriften.

(November—Dezember 1896.)

A. Höhere Mathematik.

Lukat, *Luigi Bianchi*, Vorlesungen über Differentialgeometrie. Verlag von B. G. Teubner, Leipzig 1896.
Netto, Vorlesungen über Algebra. Ebendas.
Sturm, Die Gebilde ersten u. zweiten Grades d. Liniengeom. Ebendas.
Friesendorff u. Prümm, Differenzenrechnung v. Markoff. Ebendas.
Stahl, Theorie der Abelschen Funktionen. Ebendas.
Binder, Theorie der unikursalen Plankurven 4. bis 3. Ordnung. Ebendas.
Staude, Die Fokaleigenschaften der Flächen 2. Ordnung. Ebendas.
Lilienthal, Grundl. einer Krümmungslehre d. Kurvenschaaren. Ebendas.
Bendt, Katechismus der Differential- und Integralrechnung. Leipzig. Weber 1896.
Hagen, *Index Operum Leonardi Euleri*. Berolini. Dames 1896.

B. Niedere Mathematik.

a) Geometrie.

Hartl, Lehrbuch der Planimetrie. Leipzig u. Wien. Deuticke 1896.
Müller, Wissensstoff d. elementaren Geometrie d. Ebene u. des Raumes. (Schülerausgabe.) Stuttgart. Kohlhammer 1897.
Desgl. Lehrerausgabe.

Hüsten, Anfangsgründe d. Raumlehre. I. Heft. Münstereifel. Schulte 1896.
Freter, Projektionslehre. Kiel und Leipzig. Lipsius u. Tischer 1897.

b) Arithmetik.

Harms u. Kallius, Rechenbuch. 18. Aufl. Oldenburg. Stalling 1896.
Koppe-Diekmann, Arithmetik u. Algebra. II. Teil. Essen. Bädeker 1897.
Winter, Algebra. München. Ackermann 1895.
Sickenberger, Vierstellige logarithm.-trigonometrische Tafel. 3. Aufl. München. Ackermann 1897.

Physik.

Körner, Lehrbuch der Physik. Wien-Leipzig. Deuticke 1897.
Kerntler, Die elektrodynamischen Grundgesetze und das eigentliche Elementargesetz. Budapest. Pester Lloyd-Gesellschaft 1897.
Börner, Grundrifs der Physik. Berlin. Weidmann 1896.
Winter, Grundrifs d. Mechanik u. Physik. 2. Aufl. München. Ackermann 1896.
Cranz, Kompendium d. theor. äufseren Ballistik. Leipzig. Teubner 1896.

Naturgeschichte.

Unbehaun, Versuch einer philosoph. Selektionstheorie. Jena. Fischer 1896.
Werner, Reptilien u. Amphibien Österr.-Ungarns. Wien. Pichler 1897.
Henck, Unsere Nahrungs- und Genufsmittel, f. d. reifere weibl. Jugend dargestellt. Mit 8 Wandtafeln in Farbendruck. Kassel. Fischer 1896.
Bernthsen-Buchner, Kurzes Lehrbuch d. organischen Chemie. 6. Aufl. Braunschweig. Vieweg 1896.
Baumhauer, Kurzes Lehrbuch der Mineralogie (einschl. Petrographie). 2. Aufl. Freiburg i. B. Herder 1896.

Geographie (inclus. mathem. u. physik.; Geologie und Geognosie).

Hann, Die Erde als Ganzes, ihre Atmosphäre und Hydrosphäre. Prag-Wien-Leipzig. Tempsky u. Freytag 1896.
Günther, Grundlinien d. mathem. Geographie u. elementaren Astronomie. 4. Aufl. München. Ackermann 1896.
Schwippel, Die Erdrinde (Grundlinien d. dynamischen, tektonischen u. histor. Geologie. Wien. Pichler 1897.
Wahnschaffe, Unsere Heimath zur Eiszeit (Vortrag). Berlin. Oppenheim 1896.
Barth, Unser Weltsystem. Ein Beitrag zur Theorie des Weltgeschehens (!). Leipzig. Fock 1896.

Zeitschriften, Programme, Prospekte, Sep.-Abdrücke etc.

Periodico di Mathematica XI (1896), Fasc. 4—5. — Zeitschr. f. Math. u. Phys. 41 Jahrg. Heft 6. — Geogr. Zeitschr. (Hettner) II, 11—12. — Zeitschr. f. phys. u. chem. Unt. IX, 1—2. — Himmel und Erde (Urania). IX, 1—2. — Naturw. Rundschau XI, 43—49.
Unterrichtsblätter f. Mathem. u. Naturw. II, 6. — Central-O. f. d. I. d. RW. XXIV, 11. — Zeitschr. f. RW. XXI, 10—12. — Zeitschr. f. Schulgeogr. XVII, 11—12 u. XVIII, 1. — Pädagog. Archiv. Jahrg. 38. Heft 11. — Zeitschr. f. lateinl. h. Schulen VIII, 2 (Heft 3—4 Doppelh.). — Zeitschr. f. weibl. Bild. XXIV, 22—23. — Allg. deutsche Lehrerzeitg. Jahrg. 1896, 43—49.

Pädagogische Prospekte.

Prospekt d. Gesellschaft f. d. Erziehungs- u. Schulgeschichte (Berlin). — Prospekt von James Sully u. Stimpfl (päd. Abhandl.), päd. Verlag v. E. Wunderlich, Leipzig.

Kataloge.

Libri d'occasione matematica pura ed applicata fisica, astron., meteor. etc. Roma (ital. Katalog). — Katalog v. Lehrmitteln aus der Fabrik von Hering, Auerbach i/V. — Ders. v. Lambrecht in Göttingen (Normalbarometer). — Répertoire bibliographique des sciences matématiques III. ser. fiches 101 à 200; 201 à 300; 301 à 400; Paris, Gauthier-Villars.

(Bis Ende Dezember 1896.)

Mathematik.

Kröger, Die Planimetrie in ausführlicher Darstellung und mit besonderer Berücksichtigung neuerer Theorien etc. Hamburg, Meifsner. 1896.

Lorenz, *Oeuvres scientifiques, revues et annotées par Valentiner.* tom. I. fasc. 1. Copenhague, Lemann et Stege. 1896.

Sporer, Niedere Analysis. Sammlung Göschen. Leipzig, Göschensche Verlagsh. 1896.

Schubert, Arithmetik und Algebra, Beispielsammlung. Ebenda. 1896.

Bollettino della Associazione „Mathesis" fra Gl'insegnanti di Matematica della scuole medie.

Schröder, Über die Qualität der Dezimalbrüche etc. (s. Fragek. ds. Hft. S. 77). Programm der Studienanst. zu Ansbach 1870/71.

Naturwissenschaften.

Helmholtz, Vorträge und Reden. 4. Aufl. I—II. Braunschweig, Vieweg. 1896.

— — Die Lehre von den Tonempfindungen. 5. Aufl. Ebenda. 1896.

Riemann, Populäre Darstellung der Akustik in Beziehung zur Musik und im Anschlufs an Helmholtz. Ebenda. 1896.

Müller, Grundrifs der Physik. 14. Aufl. bearbeitet von Lehmann. Ebenda. 1896.

Weisbachs Ingenieur. 7. Aufl. neubearb. von Reuleaux. Ebenda. 1896.

Die Fortschritte der Physik im Jahre 1895 (dargest. v. d. Physik. Ges. z. Berlin). 25. Jahrg. 3. Abt. Kosmische Physik von Assmann. Ebenda. 1896.

Sattler, Leitfaden der Physik und Chemie (für Volksschulen). 16. Aufl. Ebenda. 1896.

Jochmann-Hermes, Grundrifs der Experimental-Physik etc. 13. Aufl. Berlin, Winkelmann. 1896.

Trabert, Meteorologie (Sammlung Göschen). Lpz., G. Verlagsh. 1896.

Steinhauser, d. theoret. Grundlage f. d. Herstellung der Stereoskopenbilder. Wien, Lechner. 1897.

Rosenfeld, Elementarunterricht i. d. Chemie. Freiburg i/B., Herder. 1896.

— — Experimentierbuch hierzu. Ebenda. 1896.

Ohmann, Leitfaden f. d. Unterr. i. d. Mineralogie u. Chemie etc. 2. Aufl. Berlin, Winkelmann. 1896.

Fickert und Kohlmann, Thierkunde für deutsche Lehrerbildungsanstalten. Leipzig, Freytag. 1897.

Vogel-Müllenhoff-Röseler, Leitfaden für den Unterr. i. d. Zoologie. Heft 1 u. 2. Berlin. Ebenda. 1896.

Litterarisches.

Poggendorf, Biogr.-litter. Handwörterbuch, herausgeg. v. Feddersen u. v. Öttingen, III. Bd. Lief. 5—6. Leipzig, Barth. 1896 (bis S. 576).

Aus fremdem Gebiet: Beiträge z. deutschen Unterricht von Rudolf Hildebrandt. (Aus Lyons Ztschr. f. d. deutschen Unterr., Ergänz. zum 10. Jahrg.) Lpz., Teubner. 1897.

Zeitschriften.

Mathem. Ann. Bd. 48. Heft 3. — Central-Organ XXIV, 12 (hört auf zu erscheinen und wird mit d. Päd. Archiv verschmolzen). — Naturw. Rundschau Nr. 50—51. — Ztschr. f. weibl. Bildung XXIV, 24. — Allgem. d. Lehrerzeitung. 1896. Nr. 50—51.

Die Redaktion übernimmt bei der Masse der Einläufe keine Verpflichtung alle bei ihr einlaufenden Druckschriften zu besprechen oder auch nur anzuzeigen. Sie mufs es den betr. Verlagsbuchhandlungen überlassen, die nicht besprochenen Schriften durch ihren hiesigen Vertreter von uns zurückholen zu lassen.

Briefkasten.

Allgemeiner.

Wir bitten die Herren, welche Beiträge zum A.-R., liefern ihre Manuskripte auf nicht zu dickes Papier zu schreiben. Die an die A.-Red. zu sendenden Manuskriptpakete werden postwidrig dick und — theuer!

Wir müssen die Herren Verfasser von Schulbüchern die für Volks- (resp. Bürger-) Schulen bestimmt sind, dringend ersuchen, über Erzeugnisse aus dem Gebiete der Mathematik und Naturwissenschaft nicht uns, sondern den Redaktionen von Volksschul-Zeitschriften durch ihre Verleger zusenden zu lassen; sie finden bei uns wenig Berücksichtigung. Aber auch die Herren an niederen Realschulen und Lehrer-Seminaren, die über Rechnen, niedere Algebra und Geometrie schreiben, wollen mit Einsendung von Rez.-Exemplaren recht bedenklich sein und erwägen, dafs gerade von diesen Gattungen so viel vorliegt, dafs wir der Abteilung „Berichte“ ganze Hefte widmen müfsten, wollten wir alles besprechen. Wir können künftig nur Vorzügliches, das sich über die Alltagsware erhebt, berücksichtigen.

Bitte an die Mittarbeiter, Freunde und Förderer des Aufgaben-Repertoriums.

Herr Gymnasial-Oberlehrer Müsebeck-Waren, der gegenwärtige Redakteur des Aufgaben-Repertoriums, hat auf meine Bitte und mit Zustimmung der Verlagshandlung es unternommen, die im A.-R. der ersten 25 Bde. ds. Ztschr. gestellten und gelösten Aufgaben planmäfsig zu ordnen und in Buchform herauszugeben. Doch habe ich, als Begründer des A.-R., mir die Oberleitung und die letzte Revision vorbehalten. Da es nun möglich ist, dafs entweder (noch lebende ältere) Aufgabensteller und Aufgabenlöser oder auch am A.-R. sonst interessierte Leser Wünsche bezügl. dieser Sammlung haben (z. B. Berichtigungen, Zusätze, Ausscheidungen etc.), so bitte ich, dieselben baldmöglich und spätestens bis zum 15. Februar ds. J. an mich oder direkt an Herrn Müsebeck gelangen zu lassen.

Der Herausgeber d. Ztschr.

Besonderer.

Herrn S. i. N. Danke für gütige Mitteilung bez. des Fragek. — **B. i. M.** Bitte besprechen Sie d. K. Broschüre über Fr. i. W. — **F. i. Fr.** Dafs die Ausdrücke Million, Billion, Trillion ins Unbegrenzte fortgesetzt würden, also etwa Vigesillion, Centillion, Millesillion, ist uns noch nicht vorgekommen. Ich denke wir kommen jetzt noch mit „Milliarden“ aus.

Über die Unmöglichkeit der Konstruktion eines Dreiecks aus den drei Winkelhalbierenden.

Ein Dreieck läſst sich im allgemeinen nicht geometrisch aus den Winkelhalbierenden zeichnen.

Von A. Korselt, Vikar a. d. Realschule zu Löbau.

Die Aufgabe, ein Dreieck aus den gegebenen Winkelhalbierenden bloſs mit Lineal und Zirkel zu konstruieren, ist wiederholt gestellt worden, zuerst wohl in der Rivista matematica von Peano Bd. II, S. 34 und zuletzt im 8. Hefte des vorigen Jahrganges vorliegender Zeitschrift*) von Dr. Heymann. Da aber bisher keine Lösung gefunden worden ist, so wird mancher auf den Gedanken gekommen sein, daſs diese Aufgabe elementar-geometrisch ebenso unlösbar ist wie die Dreiteilung eines beliebigen Winkels oder die Verdoppelung des Würfels. Freilich fehlte bis jetzt noch ein Beweis dieser Unmöglichkeit. Er soll im Folgenden geliefert werden.

Bezeichnet man die Seiten eines Dreiecks mit abc, die entsprechenden Winkelhalbierenden mit $w_a w_b w_c$, die Summe $\frac{a+b+c}{2}$ mit s, so ist

$$1)\qquad w_a^2 = \frac{4bcs(s-a)}{(b+c)^2}\ldots.$$

$$2)\qquad w_a^2 - w_b^2 = \frac{4(b-a)cs[(c^2+ab)s+abc]}{(b+c)^2(c+a)^2} \equiv (b-a)d_c$$

worin zur Abkürzung $d = \frac{4cs[(c^2+ab)s+abc]}{(b+c)^2(c+a)^2}$ gesetzt ist.

Der Ausdruck d_c ist wesentlich positiv. Man schlieſst daraus:

3) ist $w_a = w_b$, so ist $b = a$ und umgekehrt,
ist $w_a > w_b$, so ist $b > a$ und umgekehrt,
ist $w_a < w_b$, so ist $b < a$ und umgekehrt.

*) Bei Abfassung dieses Artikels war mir der Aufsatz von Dr. H. noch nicht bekannt. Die betr. Stelle in der Rivista matematica S. 34 lautet: Questione V. *Costrurre il triangolo avente per bisettrici interne tre segmenti dati solo usando di rette e cerchi. In caso d'impossibilità, provarla* Prof. M. A. Rosotti. Der Verfasser.

Die erste von diesen Behauptungen heifst der Lehmus'sche Satz. Nun beweisen wir, dafs unsere Aufgabe unlösbar ist, wenn $w_a = w_b$, also $b = a$.

Wir setzen

4) $$w_a = w_b = w, \quad a = b, \quad \frac{w_c}{w} = \frac{m}{2}, \quad \frac{a}{c} = \frac{x-1}{2}.$$

Dann wird

5) $$\left(\frac{w_c}{w}\right)^2 = \frac{m^2}{4} = \frac{a(b+c)^2(s-c)}{c(a+b)^2(s-a)} = \frac{(x+1)^2(x-2)}{8(x-1)}.$$

Nach den Bedingungen der Aufgabe mufs sein

6) $$m \nless 0, \quad x \nless 2.*)$$

Aus 5) folgt

7) $$x^3 - (2m^2+3)x + 2m^2 - 2 = 0.$$

Setzt man

8) $$q = 2m^2 + 3; \quad r = 3(m^2-1); \quad \Delta = q^3 - 3r^2; \quad \lambda = 1,2$$

und bedeuten $x x_1 x_2$ die Wurzeln von 6), so ist nach Serret, Handbuch der höhern Algebra § 511

9) $$x_\lambda = -\frac{3qx^2 + \left(3r + (-1)^\lambda \sqrt{\Delta}\right)x - 2q^2}{2(-1)^\lambda \sqrt{\Delta}}.$$

Es läfst sich also jede Wurzel der Gleichung 7) rational durch eine von ihnen ausdrücken. Für allgemeine Werte von m, oder was dasselbe, von w_c und w, ist 7) irreduzibel, auch nach Adjunktion von $\sqrt{\Delta}$.

Wäre nun die gestellte Aufgabe lösbar, so müfste eine Wurzel von 7) eine Gröfse sein, die aus dem Rationalitätsbereich (m) durch blofses Quadratwurzelziehen aus reellen Gröfsen entstände. Dann müfste aber nach Kneser „Bemerkungen über den sogenannten casus irreducibilis bei kubischen Gleichungen“, Math. Ann. 41, S. 348 der Grad von 7) eine Potenz von 2 sein, was er nicht ist. Also kann 7) für allgemeine m nicht durch Quadratwurzeln aufgelöst werden und die zuletzt gestellte Aufgabe ist im allgemeinen nicht konstruierbar.

Ich will nun noch die allgemeinste Form von m angeben, für welche 7) lösbar ist. Aus 5) folgt

10) $$m^2 = \frac{(x+1)^2(x-2)}{2(x-1)}.$$

---

*) Nach einer nachträglichen Bemerkung des Verf. ist das Zeichen $\ngtr$ die Verneinung von $>$, bedeutet also „nicht gröfser als“, ähnlich wie das Zeichen $\neq$ heifst „nicht gleich“. Ebenso heifst $\nless$ „nicht kleiner als“. Diese Zeichen sind entnommen der „Algebra der Logik“ von Schröder.

Setzt man

$$\sqrt{\frac{x-2}{2(x-1)}} = \frac{n}{2}. \tag{11}$$

so wird

$$x = \frac{4n^2}{2-n^2}, \quad 0 \not> n < \sqrt{2}; \tag{12}$$

dann ist n immer zugleich mit x geometrisch konstruierbar. Aus 10) und 12) erhält man die allgemeine Form für m

$$m = \frac{n(3-n^2)}{2-n^2}. \tag{13}$$

Stehen x und m in den Beziehungen 12) 13), worin n ein beliebiges Streckenverhältnis bezeichnet, dann und nur dann ist die Aufgabe, ein gleichschenkliges Dreieck aus den Winkelhalbierenden zu konstruieren, geometrisch zu lösen. Die zu Anfang gestellte Aufgabe, die diese besondere umfaſst, ist also um so weniger allgemein lösbar.

Nachschrift.

Ich habe auf dieselbe Weise gefunden, daſs von der Gruppe hmw nur diejenigen geometrisch lösbar sind, die kein w enthalten, nebst $h_1 h_2 w_3$. Die übrigen lassen sich auf die Typen $h_1 h_2 w_1$, $h_1 m_1 w_1$, $m_1 m_2 w_1$, $w_1 w_2 w_3$ zurückführen.

Löbau, den 16. Januar 1897.

Nachschrift der Redaktion.

Über dieses Thema liegt noch ein zweiter, ausführlicherer Artikel vor von Dr. Heymann in Chemnitz, der zuerst (s. oben a. a. O.) die Anregung zu diesem Thema gegeben hat. Wir werden denselben im nächsten (3.) Hefte bringen. Es sei aber für diejenigen, welche sich etwa für dieses Thema besonders interessieren, schon hier hingewiesen auf eine Dissertation von Dr. Bützberger „Ein mit der Theorie algebraischer Flächen zusammenhängendes planimetrisches Problem“ (Bern, Kommissions-Verlag von Gent & Reinert 1889).

Die Maturitätsprüfung an den österreichischen Mittelschulen.

Mit besonderer Berücksichtigung der Prüfung aus der Mathematik nebst einigen anderen Bemerkungen über österr. Schuleinrichtungen.

Von Franz Wilhelm in Pilsen.

II.

(Fortsetzung von Heft 1, S. 20.)

Gemäfs unserer a. a. O. (S. 14) gemachten Ankündigung geben wir nun noch eine Mitteilung über den Stand des Frauenstudiums in Österreich.

Nach der jüngsten Verordnung des Ministers für Kultus und Unterricht (v. 9. März 1896, Z. 1966) können weibliche Kandidaten zur Maturitätsprüfung an den Gymnasien zugelassen werden, wenn sie 1) das achtzehnte Lebensjahr vollendet haben, oder in dem betreffenden Kalenderjahre vollenden, und 2) den Nachweis liefern, dafs sie entweder ein Privatgymnasium oder als Privatistinnen (d. h. als eingeschriebene, aber nicht am öffentlichen Unterrichte teilnehmende Schülerinnen), ein öffentliches Gymnasium absolviert haben, oder eine Bescheinigung beibringen, dafs sie unter geeigneter Anleitung den Gymnasialunterricht in dem erforderlichen Umfange genossen haben. Die Kandidatin hat behufs Zulassung zur Prüfung ein Gesuch an den Landesschulrat desjenigen Landes zu richten, in welchem sie sich der Prüfung unterziehen will. Gegen die eventuelle Abweisung eines solchen Gesuches steht der Rekurs an das Ministerium für Kultus und Unterricht offen. Zur Vornahme der Maturitätsprüfungen für weibliche Kandidaten wird jedoch in jedem Kronlande der Monarchie nur je ein Gymnasium bestimmt.

Die Prüfungen sind nach den für die Maturitätsprüfungen der männlichen Kandidaten bestehenden Vorschriften durchzuführen, jedoch mit der Änderung, dafs sich die mündliche Prüfung auf sämmtliche Prüfungsgegenstände mit Ausnahme von Religion, Naturgeschichte und philosophische Propädeutik erstreckt. Die mündliche Prüfung aus diesen drei Gegenständen ist vor der schriftlichen Maturitätsprüfung, und zwar alsbald nach der erfolgten Zulassung zur Ablegung der Maturitätsprüfung vor einer Kommission, bestehend aus dem Direktor als Vorsitzenden, dem Lehrer des betreffenden Faches und einem zweiten Lehrer, abzuhalten. Das über

den Verlauf und über den Erfolg der Prüfung aufgenommene Protokoll ist dem Maturitätsprüfungsakte einzuverleiben. Besteht eine Kandidatin bei der Vorprüfung aus zwei Gegenständen nicht, so ist sie zu der schriftlichen Prüfung nicht zuzulassen. Erstreckt sich die nicht genügende Leistung nur auf einen Gegenstand, so kann die Prüfungskommission die Wiederholung dieser Prüfung in angemessener Frist gewähren. Das Mifslingen derselben hat die Ausschliefsung von der Maturitätsprüfung im laufenden Prüfungstermine zur Folge. Bei einer eventuellen neuerlichen Zulassung behalten die bei dieser Vorprüfung erworbenen günstigen Noten ihre Giltigkeit. Eine Dispens von der mündlichen Prüfung aus der Geschichte und Physik in Gemäfsheit der oben für männliche Kandidaten mitgeteilten giltigen Vorschrift ist ebensowenig statthaft, wie die aus einem anderen Gegenstande. Kandidatinnen, welche die Prüfung bestanden haben, erhalten Maturitätszeugnisse nach dem für die Maturitätsprüfung an Gymnasien vorgeschriebenen Formulare, jedoch mit Hinweglassung der Bemerkung über die Reife zum Besuche einer Universität.

Über diesen letzten Punkt heifst es (noch deutlicher) in einer früheren Verordnung: „Frauen, welche den Besitz der bei einer Maturitätsprüfung auszuweisenden Kenntnisse darzulegen wünschen, ist die Ablegung dieser Prüfung in der allgemein vorgeschriebenen Form nicht zu verwehren. Da aber Frauen zu den akademischen Studien weder als ordentliche noch als aufserordentliche Hörer zuzulassen sind, folglich ihre Zuslassung zur Maturitätsprüfung den regelmäfsigen Zweck dieser Prüfung, die Reife für das akademische Studium zu erproben, nicht verfolgen kann, so ist in dem über den Prüfungsakt auszustellenden Zeugnisse die sonst vorgeschriebene Schlufsklausel, dafs Examinand seine Reife zum Betriebe höherer Studien dargethan habe oder dergleichen, wegzulassen und an Stelle dessen lediglich anzumerken, dafs Examinandin denjenigen Anforderungen genügt habe, welche bei einer Maturitätsprüfung an die männliche Jugend gestellt werden.“

Bei der Beratung des Unterrichtsetats im Budgetausschusse des österr. Abgeordnetenhauses kam im November des vorigen Jahres (1895) auch die Frage des Frauenstudiums zur Discussion. Auf eine diesbezügliche Anregung des Referenten des k. k. Hofrates Beer, erklärte der Unterrichtsminister Freiherr von Gautsch, er halte es für die Hauptaufgabe des weiblichen Geschlechtes, für die Erziehung der eigenen Kinder zu sorgen*), doch sehe er sehr wohl ein, dafs die Volks- und Bürgerschulen für die Ausbildung der Mädchen aus den mittleren Ständen nicht ausreichen. Er würde es freudig begrüfsen,

*) Dies ist doch nur denen möglich die eigene Kinder haben. Unsere sozialen Zustände nötigen aber die gebildeten Unverheirateten, einen ehrenvollen Beruf zu ergreifen. Anm. d. Red.

wenn Länder und Gemeinden für die Errichtung von Mädchenmittelschulen sorgen würden, und hätte auch nichts dagegen, wenn durch Zulassung von absolvierten Zöglingen der weiblichen Lehrerbildungsanstalten zu bestimmten Vorlesungen an den philosophischen Fakultäten weibliche Lehrkräfte für solche Schulen herangebildet würden. Der Herr Minister verwies ferner darauf, dafs in den letzten Dezennien an sämtlichen Gymnasien Österreichs nur 25 Mädchen sich der Maturitätsprüfung unterzogen haben und dafs von diesen nur drei gegenwärtig an der medizinischen Fakultät in Prag hospitieren. Von Seite der Unterrichtsverwaltung werde nichts geschehen, um die Zahl der Kandidatinnen zu vermehren. Der Herr Minister ist der Ansicht, dafs die jetzige Einrichtung der Gymnasien, für Knaben und Jünglinge berechnet, für Mädchen nicht passe. Es wird daher von der Unterrichtsverwaltung nicht verlangt werden können, organisatorische Einrichtungen zu treffen, die wie das Gymnasium, der eigentlichen Natur des weiblichen Geschlechtes zuwiderlaufen. Anders stehe es mit den einzelnen Fällen, in welchen sich Mädchen der Maturitätsprüfung mit Erfolg unterziehen. Hier wird es Sache der Unterrichtsverwaltung sein, die Frage der Einrichtung dieser Maturitätsprüfungen auf eine bestimmtere Basis zu stellen, als es gegenwärtig (Ende November 1895) der Fall ist.

In der That ist auch bald nach diesen ministeriellen Äufserungen der oben zitierte Erlafs, betreffend „Die Maturitätsprüfungen der Frauen" erschienen.

Über die an die Gymnasialstudien sich anschliefsenden Hochschulstudien sagte der Herr Minister, dafs die Zahl der Kandidatinnen derzeit noch zu gering sei, um besondere organisatorische Einrichtungen jetzt schon zu rechtfertigen. Bezüglich der Kandidatinnen jedoch, welche an einer auswärtigen Universität das Doktorat erlangt haben, habe er sich bezüglich der Nostrifizierung der Diplome, beziehungsweise hinsichtlich der venia practicandi bereits mit dem „Ministerium des Innern" ins Einvernehmen gesetzt, um diese Frage einer neuen und billigen Regelung zu unterziehen.

Auch in dieser Beziehung ist inzwischen ein Erlafs erschienen, welcher die „Nostrifikation der von Frauen im Auslande erworbenen medizinischen Doktordiplome" zum Gegenstande hat, und im wesentlichen besagt, dafs (wie seit Juni 1850 männliche Bewerber) künftig auch Frauen zur Nostrifikation ausländischer Doktordiplome zuzulassen sind.

Hierbei sind jedoch nachstehende Bestimmungen zu beobachten:

Die Kandidatin hat behufs Zulassung zur Nostrifikation nachzuweisen:

1) die österreichische Staatsbürgerschaft,

2) das zurückgelegte 24. Lebensjahr oder dessen Vollendung in jenem Kalenderjahre, in welchem die Nostrifikation angesucht wird,

3) die erfolgreiche Ablegung der in der oben genannten Ministerial-Verordnung vom 9. März 1896, Z. 1966 näher bezeichneten Reifeprüfung an einem inländischen Staatsgymnasium,

4) eine Studiendauer von zehn Semestern an der medizinischen Fakultät einer ausländischen Universität, deren Studieneinrichtungen jenen der österreichischen Universitäten im wesentlichen gleichkommen.

Über die Zulassung oder Nichtzulassung, sowie über etwaige ausnahmsweise Gewährung von Erleichterungen oder Begünstigungen hat das Professorenkollegium der medizinischen Fakultät derjenigen Universität, an welcher die Betreffende die Nostrifikation anstrebt, Beschlufs zu fassen. Der Beschlufs des Professorenkollegiums auf Zulassung zur Nostrifikation ist in jedem einzelnen Falle dem Ministerium für Kultus und Unterricht zur Genehmigung vorzulegen, wobei die etwa zu gewährenden Erleichterungen und Begünstigungen näher zu motivieren sind. Gegen den Beschlufs auf Nichtzulassung steht der Rekurs an das Ministerium für Kultus und Unterricht offen.

Im Falle der Zulassung hat sich die Kandidatin sämtlichen (praktischen, wie theoretischen) strengen Prüfungen mit Ausschlufs der naturhistorischen Vorprüfungen zu unterziehen. Die Anforderungen, welche bei jedem einzelnen Prüfungsakte zu stellen sind, haben jenen an männliche Kandidaten vollkommen gleich zu sein. Hat die Kandidatin diesen Anforderungen entsprochen, so ist dieselbe zu promovieren und ihr das Diplom auszufolgen.

Notiz der Redaktion.

Wir nehmen Gelegenheit hier mitzuteilen, dafs nach Berichten der (bei B. G. Teubner erscheinenden) „Zeitschrift für weibliche Bildung“ Jahrg. 24/25 auch in einigen Städten des deutschen Reichs Veranstaltungen getroffen sind, um den Frauen die akademische Laufbahn zu öffnen oder doch dazu vorzubereiten durch Gründung von Mädchengymnasien oder Einrichtung von Gymnasialkursen. Allen voran steht hierin Karlsruhe, dessen M.-Gymnasium bis Obersekunda vorgeschritten ist; dann folgen Berlin und Leipzig (hier vom Frauenverein gegründet). Geplant sind solche in Bremen und Breslau.

Studentinnen sind teils immatrikuliert, teils als Hospitantinnen zugelassen in Berlin (hier sogar 40 Damen, darunter eine Juristin), Halle, Bonn, Greifswald.

Fortbildungskurse für Lehrerinnen sind eingerichtet in Göttingen, Königsberg, Berlin, Halle, Greifswald.

Erneuter Kampf gegen eingerostete wunde Punkte im mathem. Elementar-Unterricht betreffend inkorrekte Ausdrücke.

Vom Herausgeber.

Unsere Leser wissen, dafs dieser Gegenstand seit dem Bestande unserer Zeitschrift ein so zu sagen „stehender“ gewesen ist. In den letzten Jahren ist er jedoch etwas in den Hintergrund getreten. Da wir aber von den Rügen unsrer Mängel nur wenig Erfolg verspürt haben, so kommen wir darauf zurück und bringen uns noch häufig vorkommende Inkorrektheiten hier aufs neue zur Sprache. Diese sind:

1) Der Ausdruck: Die Geraden schneiden sich in einem Punkt X statt: sie schneiden „einander“. Man setzt fälschlich das reflexive Pronomen statt des reciproken. (Vgl. Heyse-Lyon, deutsche Grammatik. 24. Aufl. 1886. S. 134. Sander, Wörterbuch der Hauptschwierigkeiten d. d. Spr. Art. „Zweideutigkeit“ sub 2) f.

2) Die arithmetische Sprechweise:

4 ist 7 mal weniger als 28 statt: 4 ist 7 mal so wenig wie 28
28 ist 7 mal mehr als 4 statt: 28 ist 7 mal so viel wie 4

oder noch besser:

4 ist der 7. Teil von 28
28 ist das 7fache von 4

3) Der Ausdruck „dividiert“ in der Doppelbedeutung geteilt und gemessen und beidemale durch dasselbe Zeichen, nämlich durch: ausgedrückt.

Auf die beiden ersten Punkte wollen wir hier nicht eingehen. Die erste Inkorrektheit ist total eingerostet und, wie es scheint, unausrottbar, da sie sogar in hochwissenschaftlichen Zeitschriften zu lesen und aus dem Munde bewährter Mathematiker zu hören ist. Die zweite ist fast zum Überdrufs, aber doch mit einigem Erfolg diskutiert in den Jahrgängen VI und VII d. Ztschr. (Man sehe die Citate in VII [1876] S. 203. Anm.)

Über die dritte jedoch möchten wir in diesem Aufsatze nochmals das Wort ergreifen, indem wir an unsern Artikel Jahrg. 1891, S. 179 anknüpfen. Dort haben wir daran erinnert — denn es zu lehren ist doch für mathematisch Geschulte unnötig — dafs das Teilen nur einen Sinn hat, wenn der Teiler (Divisor) eine ganze

Zahl ist. Der kleinste Teiler ist 2. 1 teilt nicht, sondern läfst den Dividenden ungeteilt. Eine Zahl durch einen Bruch $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{3}\right.$ u. s. w.$\left.\right)$ teilen, ist Unsinn. Wir haben deshalb weiter dort vorgeschlagen, den Ausdruck „dividiert" als doppeldeutig aus der Elementarmathematik (d. Elem.-Unterr.) zu verbannen, für das Teilen das Zeichen: zu lesen „geteilt durch" (wie es in Österreich geschieht), für das Enthaltensein aber das Zeichen $\div$ zu wählen (warum? ist dort angegeben) und es, damit es an zweite Stelle gesetzt werden kann*), zu lesen „gemessen durch".

In den Aufgabensammlungen für Volksschulen (und leider auch in den meisten für höhere Schulen) wird frischweg das Zeichen : beidemale gelesen „dividiert durch". (Man sehe z. B. die für die Leipz. Volksschulen bearbeitete Aufgabensammlung von Rocke-Röger-Wolf, angeblich dreien Leipz. Volksschullehrern**), dort steht Heft 3; S. 20. no. 462

$$36 : \tfrac{3}{4}.$$

Aus der Fassung der dort voranstehenden Aufgaben ist zu entnehmen, dafs der Aufgabensteller meint: wie oft kannst du $\frac{3}{4}$ von 36 wegnehmen? d. h. aber 36 durch $\frac{3}{4}$ messen ($\frac{3}{4}$ ist Mafs; Mafs kann auch eine gebrochene Zahl sein). Aber es steht nicht dabei und wird auch nicht erklärt, wie das Zeichen : verstanden und folgerecht gelesen werden solle. In der Schule wird es, nach unseren Informationen, flottweg „geteilt durch" gelesen; es wäre aber zu lesen „gemessen durch" und, damit das durch ein besonderes Zeichen angezeigt werden kann, schlugen wir eben das Zeichen $\div$ vor. Sonach wäre die Aufgabe $36 \div \frac{3}{4}$ zu lesen: 36 gemessen durch $\frac{3}{4}$, d. h. es ist zu sehen (untersuchen), wie oft $\frac{3}{4}$ von 36 hinweggenommen werden kann oder wie oft $\frac{3}{4}$ in 36 enthalten ist. Immer, wenn der sogenannte „Divisor" ein Bruch oder eine gemischte Zahl ist, kann nicht vom Teilen sondern nur vom Messen die Rede sein. Jede solche Aufgabe gehört in das Gebiet des Enthaltenseins und ist zu lösen durch Gleichnamigmachen des Metienden und Mafses, also in diesem Fall:

$$36 : \tfrac{3}{4} = \tfrac{144}{4} : \tfrac{3}{4} = 144 : 3 = 48$$

d. h. also: in der Zahl 36 ist der Bruch $\frac{3}{4}$ 48 mal enthalten oder 36 gemessen durch $\frac{3}{4}$ giebt als Mafszahl 48.

---

*) Bei dem Ausdruck „enthalten in" würde das nicht möglich sein. Früher wurde im ersten Rechenunterricht der Divisor vor den Dividenden gesetzt und gelesen „in" z. B. 4 : 12 = 3 oder, wie es Verf. noch in der Dorfschule gelernt hat, 4 : 12 | 3.

**) Leipzig Dürrsche Buchhandlung 1895. Mehrere Hefte.

Wir fügen hieran noch eine andre an Inkorrektheit streifende Sprechweise. In obgen. Buche steht S. 21 die Aufgabe no 490:

Von welcher Zahl ist 75 das $\frac{3}{4}$ fache?

Dies soll vermutlich so gerechnet werden: das $\frac{1}{4}$ fache ist 25, also das $\frac{4}{4}$ fache oder das Ganze 100.*) Nun sind Ausdrücke wie das $\frac{1}{4}$ fache, $\frac{2}{3}$ fache u. s. w. zwar nicht so unlogisch, wie etwa der $\frac{1}{4}$ te Teil u. s. w. (denn Teilen kann man wie eingangs bemerkt wurde, bekanntlich nur durch eine ganze Zahl). Gleichwohl ist der Ausdruck das $\frac{3}{4}$ fache bedenklich; denn bei der Multiplikation einer Zahl mit einem Bruch ist immer das Multiplizieren mit dem Dividieren verquickt. Eine Zahl $\frac{3}{4}$ mal nehmen bedeutet: sie durch 4 dividieren d. h. den 4. Teil derselben nehmen und diesen Teil 3 mal setzen. Hier sind also zwei Rechenoperationen nach einander auszuführen und noch dazu in umgekehrter Reihenfolge ihrer Stellung im System. (Man vgl. unsre obige Anmerk.!) Leider ist der Ausdruck „das $\frac{3}{4}$ fache von u. s. w.“ in Ermangelung eines geeigneteren, aus Rücksicht auf Kürze nicht zu entbehren.

Beim arithmetischen Elementarunterricht in höhern Schulen wird oft die Divisionsregel auf die Definition gegründet: Der Quotient ist eine Zahl, welche mit dem Divisor multipliziert den Dividenden giebt; oder in anderer Form: Dividieren heifst eine Zahl suchen, welche u. s. w. (wie oben). So sagt z. B. Harms-Kallius (Rechenbuch 18. Aufl. S. 133. no. 5); Der Quotient von $8 : \frac{2}{3}$ ist die Zahl, welche mit $\frac{2}{3}$ multipliziert 8 giebt oder von der das $\frac{2}{3}$ fache 8 ist. Die Divisonsregel würde also lauten: Suche eine Zahl, welche u. s. w. Damit ist aber dem Lernenden doch nicht gedient: denn er fragt mit Recht: ja, wie finde ich denn diese Zahl? Das will ich ja eben lernen! Die Beantwortung der Frage wird also nur verschoben!

Für den Elementarunterricht ist deshalb diese Methode nicht geeignet. Das dem jugendlichen Alter Nächstliegende bleibt immer das Enthaltensein oder Messen, da es der Lebenserfahrung des Schülers am nächsten liegt; dann erst kommt das Teilen. —

*) Man könnte freilich auch rechnen $\frac{75 \cdot 3}{4}$ d. h. das dreifache von 75 d. i. 225 durch 4 dividiern. Aber dies verstöfst gegen die Regel: „Suche mit möglichst kleinen Zahlen zu rechnen“, was bei grofsen Zahlen von Belang ist, z. B. wenn hier satt 75 eine 6 zifferige Zahl stünde. Also immer erst dividieren!

Sprech- und Diskussions-Saal.

Das ethische Element im mathematischen Unterricht.

Meinungsäufserung veranlafst durch die Anmerkung der Redaktion. Bd. XXVI (1893), Heft 2, S. 145.

Vom Gymn.-Prof. Dr. J. Hermes i. Lingen a. Ems.

Vorbemerkung des Herausgebers. In dem angezeigten Aufsatze hatte der Verfasser (Holzmüller) gesagt: „Bei den Berliner Reformberatungen habe ich ebenso wie bei früheren Gelegenheiten darauf hingewiefsen, dafs die Mathematik nur einen beschränkten Teil der Ideenwelt und der Denkformen beherrsche, so dafs eine lediglich auf ihr beruhende Bildung selbst in formaler Hinsicht einseitig sein würde. Jedenfalls ist sie trotz ihres hohen Wertes in anderer Beziehung nicht gerade geeignet, die sittlichen Kräfte zu wecken und zu pflegen. Der Lehrsatz des Pythagoras z. B. hat nichts mit der Ethik zu thun, auch nichts mit der Ästhetik, er sagt lediglich aus, was geometrisch richtig ist, sobald eine gewisse Bedingung erfüllt ist. Er hat nichts zu thun mit schön und häfslich, mit gut und böse, mit schuldig oder unschuldig, sondern lediglich mit richtig und falsch. In der gesamten Mathematik handelt es sich lediglich um das Auffinden logischer Konsequenzen unter steter Beschränkung auf das Gebiet der Quantität, also z. B. unter vollem Ausschlufs des Qualitativen. Die Übung im logischen Denken erstreckt sich also auf ein sehr enges Gebiet". Hierzu hatten wir die Anmerkung gemacht: „Diese Bemerkungen erscheinen uns sehr richtig und aufserordentlich wichtig. Wir haben diese Auffassung der Mathematik, dafs sie nämlich nur auf dem Gebiete des Quantitativen sich bewegt, seit Jahren vertreten. Sie (d. M.) thut das freilich mit einer Klarheit, Anschaulichkeit, Ordnung, Evidenz und Kraftentfaltung, wie es keine andere Wissenschaft vermag. Aber mit der Ethik hat sie gar nichts zu thun. Diese Einseitigkeit wird jedoch gemildert durch ihre Verbindung mit der Naturwissenschaft, deren Zweige auch das Gebiet des Qualitativen beherrschen. (Chemie, Biologie). Doch scheint hier die ethische Einwirkung immer nur indirekt (mittelbar) zu sein und das Ethische nur gestreift zu werden (Naturgeschichte). Es wäre daher eine verdienst-

liche Arbeit, nachzuweisen, inwiefern die Naturwissenschaften in das ethische Gebiet hinübergreifen und bei der Erziehung zu verwerten sind."

Hieran knüpft nun Herr Hermes folgende Bemerkungen: Dem Satze, daſs die Mathematik Quantitäten behandelt und deshalb mit der Ethik direkt nichts zu thun hat, stimme ich zu; eine andere, wie mir scheint, nicht unwichtige Frage ist es aber, ob nicht indirekt die Beschäftigung mit dieser Disziplin (auch von der Naturwissenschaft noch abgesehen), das ethische Gebiet streifen möchte?

Zur richtigen Beantwortung dieser Frage scheint es unumgänglich, das Maſs geistiger Begabung an sich, daſs jemand für Mathematik mitbringt, gesondert von seiner Schulung darin und seiner sonstigen Bildung (obgleich sich in gegebenem Falle diese Sonderung schwer vollziehen lassen dürfte) dennoch als Ausgangspunkt zu betrachten.

1) Ist dieses Maſs auf irgend einer Stufe viel gröſser als die Anforderung der Stufe, so tritt keine ethische Wirkung auf, höchstens zum Schlechtern: Leichtsinn, Oberflächlichkeit, Sichüberheben . . ., denn mühelos, nur durch schnelles Zusammenfassen des bereits Erkannten ist die Aufgabe, oft flüchtig genug, immerhin richtig gelöst. Nun liegt es freilich in diesem Fache, daſs sofort die schwerere zur Hand ist und eventuell erneutes Eingehen auf die frühere verlangt. Der Fähige stellt sie sich sogar selbst und ist ihr eben auch gewachsen, vgl. 3).

2) Ist das Maſs viel geringer, als die Stufe verlangt, so tritt ebenfalls keine ethische Wirkung ein; wenigstens nicht zum Besseren: Ermüdung, Unlust, Erlahmen, wo nicht noch Schlimmeres (Erschleichen bei unlauterer Charakteranlage); zuweilen jedoch auch Beschränkung aus eigener Wahl auf ein kleineres Gebiet d. h. auf eine niedere Stufe, vgl. 3).

Beide Fälle, der zweite seltener, führen zum dritten: 3) Das Maſs der Begabung für Mathematik ist den Anforderungen der Stufe eben proportioniert, (worauf alles ankommt). Hier stellt nun die mathematische Aufgabe, deren Lösung man erringen will und auch dem bisherigen Entwickelungsgange gemäſs hoffen darf zu erringen, nicht nur Anforderungen an den Verstand, sondern nimmt noch andere Seelenkräfte in Anspruch, selbstverständlich den Willen, aber auch die Phantasie! Es ist nämlich jetzt, weil die Kraft eben nur hinreicht, eine gröſsere Vertiefung nötig aber auch möglich und diese besteht wiederum nicht nur „vorbereitend" z. B. in sorgfältiger ausgeführten Figuren, resp. in wirklich durchgerechneten Spezialfällen etc. . ., sondern in gesteigertem Interesse; ja! eine gewisse Aufregung läſst die Aufgabe in einem ethischen Lichte erscheinen — es ist, ohne Rücksicht auf Lohn, eine reine Freude am Finden, aber doch nicht eine so vergängliche, wie beim Lösen eines gewöhnlichen Rätsels, sondern, da man doch in der einzelnen Aufgabe ein Glied der ganzen Kette erblickt und somit einen Nutzen für

das menschliche Geschlecht ahnt oder zu ahnen glaubt, eine reine Freude am Guten und als solche eben ethisch — und es werden Energie, Ausdauer, Sorgfalt und Treue auch im Kleinen erfordert (z. B. bei der Wahl der jedesmal zweckmäfsigen Bezeichnung*), bei Beachtung der geringfügigsten Strichelchen ....), bilden sich überdies wegen des stetigen Einflusses allmählich zu bleibenden Charaktereigenschaften aus.

Der fähigere Schüler 1), bald im Besitze des Resultates, spottet im Stillen vielleicht eines solchen, der durch Fleifs und Mühe zur Lösung gelangt, jedenfalls hat dieser aber den ethischen Vorteil erlangt und oft genug auch zuletzt auf höherer Stufe den einer besseren, weil durch Mühe, ja mehr, durch Einsetzen seines ganzen Selbst erworbenen Einsicht.

Dafs aber ein der aufgewandten Seelenthätigkeit (nicht blofs der Gedankenarbeit) genau entsprechendes geistiges und sittliches Weiterkommen (worin eben das Ethische liegt) gerade nur in dem Falle 3) eintritt, nicht in 1) und 2), ist das Verwirrende bei der Beurteilung unserer Frage, aber auch das Charakteristische unseres Faches, indem in anderen Disziplinen die gröfsere oder kleinere Begabung als die, welche die betreffende Stufe erfordert, das Weiterkommen lange nicht in dem Grade tangiert; denn hier ist es dem Fleifse möglich, an jeder beliebigen Stelle einzusetzen und auf der späteren Stufe eine Ausgleichung herbeizuführen.

Die erziehliche Thätigkeit des mathematischen Lehrers besteht nun darin, dafs er dem Fähigeren zwar nicht versagt, die Stufe sich selbst zu erhöhen, dem Unfähigeren gestattet, sich die Stufe zu erniedrigen, aber doch so, dafs der erstere nicht flüchtig und übermütig, der letztere nicht mutlos wird oder sich minderwertig vorkommt und dafs die Klasse dabei doch in einer ihrer Stufe genau entsprechenden Weise fortschreitet, indem die Mehr- und Minderleistungen thunlichst im Klassenbewufstsein zurückgedrängt werden. Dies ist dadurch erreichbar, dafs man bei den „häufigen" Repetitionen nicht mehr daran erinnert, sondern das gleichsam durch die Schüler mit Erweiterungen und Lücken gefundene Pensum von letzteren befreit einprägt.

*) Eine mathematische Figur, als solche ist zwar weder schön noch häfslich, sie ist aber nicht nur etwas richtiges, sondern wegen der Gleichberechtigung (z. B. der drei Dreiecksseiten) ist sie (und auch die sie repräsentierende Algebra) zugleich ein Sinnbild strenger Gerechtigkeit, die auch in der Bezeichnung zum Ausdruck kommen mufs. Die durchweg völlig gerechte Verteilung zeigt einmal häufig den Weg zur Lösung an, dann ist sie auf der jedesmal höheren Stufe zwar selbstverständlich, auf der betreffenden Stufe aber fast Bewunderung erregend, wie sie nämlich jeder Beziehung gleichsam von selbst gerecht wird, endlich läfst sie sich deshalb auch in ästhetischer Hinsicht auffassen.



Zum Aufgaben-Repertorium.

Redigiert vom Gymnas.-Oberl. C. Müsebeck-Waren in Mecklenburg.

(Fortsetzung von Heft 1, S. 32.)

A. Auflösungen.

1463. (Gestellt von Bökle XXVII_1, 34.) Die Potenzgeraden von je zweien der Ankreise eines Dreiecks gehen einzeln durch eine Mitte einer Dreiecksseite.

Beweis. Die Ankreise der Seiten CA und CB des Dreiecks ABC berühren die Verlängerung von AB in E und F; dann ist, wenn D die Mitte von AB ist, $ED = DF$, da $DA = EB = s - c$ ist. Mithin ist D ein Punkt der Potenzgeraden.

Beseke. Bökle (Reutlingen). Bücking. Fuhrmann. Glaser. Haberland. Hellmann. Isak. Kniat (Rössel). Knops. Lökle. Massfeller. Moser (Breslau). Nopper. Pilgrim. Rummler. Steckelberg. Stegemann. Stoll. Trognitz.

1464. (Gestellt von Bökle XXVII_1, 34.) Halbiert man die Seiten des Höhenfufspunktdreiecks und fällt auf die gegenüberliegenden Seiten des Urdreiecks von den Mittelpunkten Lote, so schneiden sich dieselben in einem Punkte. (Mittels Nr. 1463 zu beweisen).

Beweis. Die Ecken des Dreiecks ABC sind die Mittelpunkte der Ankreise des Höhenfufspunktdreiecks. Die von den Mitten der Seiten des Höhenfufspunktdreiecks auf die gegenüberliegenden Seiten des Urdreiecks gefällten Senkrechten sind nach dem vorigen Beweise Potenzlinien von je zwei Kreisen der drei Ankreise. Sie schneiden sich also im Potenzcentrum der drei Kreise.

Beseke. Bökle. Bücking. Fuhrmann. Glaser. Haberland. Hellmann. Isak. Kniat. Knops. Lökle. Massfeller. Moser. Nopper. Pilgrim. Rummler. Steckelberg. Stegemann. Stoll. Trognitz.

1465. (Gestellt von Richter XXVII_1, 34.) Ein Dreieck bewegt sich auf einer Ebene so, dafs zwei seiner Ecken auf zwei sich schneidenden Geraden hingleiten. Welches ist der Ort für die dritte Ecke?

1. Lösung. Das bewegliche Dreieck sei ABC, der Schnittpunkt der beiden festen Geraden O, die gleitenden Endpunkte seien

A und B. Zwei verschiedene Lagen des beweglichen Dreiecks seien ABC und $A'B'C'$. Trägt man an OA in O nach OB zu $\sphericalangle ABC$ an, dessen freier Schenkel BC in D und $B'C'$ in D' trifft, so sind $OBDA$ und $OB'D'A'$ Sehnenvierecke; folglich ist $\sphericalangle ADB = A'D'B'$, also $\triangle ABD \cong A'B'D'$ und $BD = B'D'$, $CD = C'D'$. Es bleibt also bei der Bewegung des Dreiecks ABC die Strecke BD unveränderlich, und C behält auf dieser Strecke eine bestimmte Lage bei. Da nun $\sphericalangle AOD = A'OD' = ABC$ ist, so gleitet D auf der festen Geraden OD. Nach einem bekannten Satze beschreibt der bestimmte Punkt C auf der unveränderlichen Strecke BD, deren Endpunkte B und D auf den beiden festen Geraden OB und OD gleiten, eine Ellipse, deren Gestalt von dem Winkel BOD und von dem Verhältnis $BC : CD$ abhängig ist. Zu einem Kreise wird dieselbe, wenn C der Mittelpunkt des Umkreises von AOB ist, zu einer Geraden, wenn C auf der Peripherie des genannten Kreises liegt.

Richter (Leipzig). Stegemann.

Eine zweite Lösung mit Hilfe der analytischen Geometrie findet man in Fort-Schlömilch: Lehrbuch der analytischen Geometrie der Ebene. 5. Aufl. S. 191.

Bremer. Böcking. Lökle. Massfeller. Pilgrim. Stoll.

1466. (Gestellt von Glaser XXVII$_1$, 34) Ein beliebiger Punkt P liege aufserhalb einer Parabel; seine Entfernung vom Brennpunkt sei e, seine Entfernung von der Leitlinie e_1. Bedeutet ferner f den Flächeninhalt des Dreiecks, das durch die beiden von P ausgehenden Tangenten und die zugehörige Berührungssehne gebildet wird, so ist $e^2 - e_1^2 = (pf)^{\frac{2}{3}}$.

Beweis. Die Scheitelgleichung der Parabel sei $y^2 = 2px$, der Scheitel A, der Brennpunkt F; die von P aus gezogenen Tangenten seien PQ und PR; ferner sei durch P die Parallele zur Parabelachse gelegt, welche die Leitlinie in O und die Berührungssehne QR in ihrem Mittelpunkte S trifft; die Fufspunkte der von P, Q, R, S auf die Parabelachse gefällten Senkrechten seien P', Q', R', S'. Sind nun x_1, y_1; x_2, y_2; x_3, y_3 die Koordinaten der Punkte P, Q, R, so hat man $e^2 = PF^2 = (AP' - AF)^2 + PP'^2 = \left(x_1 - \frac{p}{2}\right)^2 + y_1^2$; $e_1^2 = PO^2 = \left(x_1 + \frac{p}{2}\right)^2$, also 1) $e^2 - e_1^2 = y_1^2 - 2px_1$. Nun ist $y_1 = SS' = \frac{1}{2}(y_2 + y_3)$, und für x_1 erhält man aus den Gleichungen der Tangenten PQ und PR den Wert $x_1 = \frac{x_2 y_3 - x_3 y_2}{y_2 - y_3}$ $= \frac{y_2^2 y_3 - y_3^2 y_2}{2p(y_2 - y_3)} = \frac{y_2 y_3}{2p}$ oder $2px_1 = y_2 y_3$. Setzt man die Werte

für y_1 und $2px_1$ in 1) ein, so ist $e^2 - e_1^2 = \frac{1}{4}(y_2 + y_3)^2 - y_2 y_3 = \left(\frac{y_2 - y_3}{2}\right)^2$. Ferner ist $f = PS \cdot \frac{QQ' - RR'}{2} = \left[\frac{1}{2}(x_2 + x_3) - x_1\right] \cdot \frac{y_2 - y_3}{2}$

$$= \left(\frac{y_2^2 + y_3^2}{4p} - \frac{y_2 y_3}{2p}\right) \frac{y_2 - y_3}{2} = \frac{1}{p}\left(\frac{y_2 - y_3}{2}\right)^3 = \frac{(e^2 - e_1^2)^{\frac{3}{2}}}{p},$$

also $e^2 - e_1^2 = (pf)^{\frac{2}{3}}$.

Bohm. Fuhrmann. Glaser. Haberland. Isak. Lökle. Nopper. Pilgrim. Stegemann Stoll. Troglitz.

1467. (Gestellt von v. Miorini XXVII_1, 34.) Einen Kegelschnitt zu konstruieren, der durch drei feste Punkte geht und zu einem gegebenen Kegelschnitt homothetisch ist.

1. Konstruktion. Man ziehe zwischen den drei gegebenen Punkten A, B, C zwei Verbindungslinien AB und BC und konstruiere zu demselben in dem gegebenen Kegelschnitt die parallelen Durchmesser. Zieht man nun zu diesen die konjugierten Durchmesser und durch die Mitten von AB und BC zu letzteren die entsprechenden Parallelen, dann sind diese Parallelen Durchmesser des gesuchten Kegelschnitts und ergeben seinen Mittelpunkt O. Zieht man durch O beliebige Gerade und trägt auf diesen Strecken ab, welche zu den parallelen Halbmessern des gegebenen Kegelschnitts in demselben Verhältnis stehen, wie die von O nach den gegebenen Punkten gezogenen Verbindungslinien zu den entsprechenden Halbmessern, so erhält man beliebig viele Punkte des gesuchten Kegelschnitts. Fuhrmann. Rummler. Szépréthy (Brassó, Ungarn).

2. Konstruktion. Man beschreibe in dem gegebenen Kegelschnitt K (der gesuchte sei K', sein Mittelpunkt O') ein Dreieck, das dem Dreieck ABC ähnlich ist, in folgender Weise. Man nehme auf dem Umfang von K einen beliebigen Punkt a an und ziehe ab, bc, ca, je parallel zu AB, BC und CA, wobei a, b, c, a_1 auf der Peripherie von K liegen. Dabei werden a und a_1 im allgemeinen nicht zusammenfallen. Wiederholt man diese Konstruktion noch zweimal von zwei anderen Punkten a' und a'' der Peripherie, so sind die Punkte a_1, a_1', a_1'' eindeutig durch a, a', a'' bestimmt. Zieht man daher von einem beliebigen Peripheriepunkte P aus die Strahlen nach diesen 2 Punkttripeln, so bilden dieselben je die drei ersten Strahlen zweier projektivischen Strahlenbüschel, deren Doppelstrahlen PA' und $P\mathfrak{A}'$ man nach bekannter Methode finden kann. Wenn man dann von A' oder $\mathfrak{A}'$ die angegebene Konstruktion wiederholt, so erhält man zwei dem Kegelschnitt K eingeschriebene, dem Dreieck ABC ähnliche Dreiecke $A'B'C'$ und $\mathfrak{A}'\mathfrak{B}'\mathfrak{C}'$, von denen man aber nur das mit ABC gleichwendige, es sei $A'B'C'$, wählen darf. Nun bestimme man den äufseren Ähnlichkeitspunkt S der beiden Dreiecke ABC und $A'B'C'$ und verbinde ihn mit O.

Zieht man dann durch A eine Parallele zu $A'O$, so schneidet diese SO in O'. In derselben Weise kann man jeden Peripheriepunkt D' von K' erhalten, der dem beliebigen Punkte D auf K entspricht; auch ist das Ähnlichkeitsverhältnis von K und K' durch SO und SO' bestimmt.

Stoll.

1468. (Gestellt von Stoll XXVII$_1$, 34.) Bekanntlich schneiden sich bei jedem in ein Dreieck eingeschriebenen Kegelschnitt die Ecktransversalen nach den auf den Gegenseiten liegenden Berührungspunkten in einem Punkte. Ist der Kegelschnitt eine Parabel, und läfst man diese variieren, so ist der Ort des Transversalenschnittpunktes die Steiner'sche Ellipse.

1. Beweis. Die Gleichung $a_1^2x_1^2 + a_2^2x_2^2 + a_3^2x_3^2 - 2a_2a_3x_2x_3 - 2a_3a_1x_3x_1 - 2a_1a_2x_1x_2 = 0$ bedeutet dann eine eingeschriebene Parabel, wenn $a_1 \sin\beta \sin\gamma + a_2 \sin\gamma \sin\alpha + a_3 \sin\alpha \sin\beta = 0$ ist. Die fraglichen Transversalen haben die Gleichungen $a_2x_2 - a_3x_3 = 0$, $a_3x_3 - a_1x_1 = 0$, $a_1x_1 - a_2x_2 = 0$, schneiden sich also in einem Punkte, dessen Koordinaten $x_1 = \frac{1}{a_1}$, $x_2 = \frac{1}{a_2}$, $x_3 = \frac{1}{a_3}$ sind. Setzt man die hieraus gewonnenen Werte a_1, a_2, a_3 in obige Bedingungsgleichung ein, so erhält man als Gleichung des Ortes $\frac{\sin\beta\sin\gamma}{x_1} + \frac{\sin\gamma\sin\alpha}{x_2} + \frac{\sin\alpha\sin\beta}{x_3} = 0$ d. h. die Gleichung der Steiner'schen Ellipse.

Bücking. Glaser. Stoll. Trognitz. Stegemann ähnlich.

2. Beweis. Es sei D auf BC Berührungspunkt der Parabel. Da die unendlich ferne Gerade Tangente der Parabel ist, so läfst sich durch Spezialisierung des Satzes von Brianchon, indem man den Berührungspunkt als Schnittpunkt zweier benachbarter Tangenten auffafst, in folgender Weise der Berührungspunkt auf CA finden. Man ziehe durch C zu AB die Parallele, welche AD in E schneidet, und durch E zu BC die Parallele, welche AC in dem Berührungspunkte F trifft. D und F sind also eindeutig einander zugeordnet, also beschreiben AD und BF projektive Strahlenbüschel. Die Schnittpunkte entsprechender Strahlen bilden einen Kegelschnitt, der durch A und B geht. Da F gleichzeitig mit D in C fällt, so liegt C auf dem Kegelschnitt. Fällt D in B, so fällt F ins Unendliche und es wird $BF \parallel AC$. Die Tangenten in A, B, C sind demnach parallel den gegenüberliegenden Dreiecksseiten, der Kegelschnitt selbst ist Ellipse.

Massfeller.

Vergl. Depène: Über die einem Dreieck ein- und umbeschriebenen Kegelschnitte. Progr. d. Johannes-Gymnasiums Breslau 1893.

Hellmann.

1469. (Gestellt von Stoll XXVII$_1$, 34.) Konstruiert man den Umkreis des Dreiecks und die Steinersche Ellipse, und zieht Strahlen von dem Steinerschen Punkte aus, so treffen diese den Umkreis in

dem Brennpunkt einer eingeschriebenen Parabel, die Steinersche Ellipse aber jedesmal in dem Durchschnittspunkt der zugehörigen Transversalen.

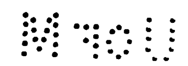
1. Beweis. Der Brennpunkt der gegebenen Parabel hat die Koordinaten $x_1 = 1 : (a_3 \sin\beta + a_2 \sin\gamma)$ u. s. w. oder wegen der Bedingungsgleichung (vergl. 1468) $a_1 \sin\beta \sin\gamma + a_2 \sin\gamma \sin\alpha + a_3 \sin\alpha \sin\beta = 0$, $x_1 = \frac{\sin\alpha^2}{a_1}$ u. s. w. Da nun die Gleichung des Umkreises, auf dem der Brennpunkt liegt, die Gestalt: $\frac{\sin\alpha}{x_1} + \frac{\sin\beta}{x_2} + \frac{\sin\gamma}{x_3} = 0$ hat, so kann man die Koordinaten eines Punktes desselben durch einen Parameter δ ausdrücken, nämlich $x_1 = \sin\alpha : \sin(\alpha + \delta)\sin(\beta - \gamma)$ u. s. w. Dann erhält man durch Gleichsetzung mit den Koordinaten des Brennpunktes $a_1 = \sin\alpha \sin(\alpha + \delta)\sin(\beta - \gamma)$ u. s. w., also sind die Koordinaten des Schnittpunktes der Transversalen $x_1 = 1 : \sin\alpha \sin(\alpha + \delta)\sin(\beta - \gamma)$ u. s. w. und die Gleichung der Verbindungslinie des Brennpunktes mit dem Schnittpunkt der Transversalen ist

$$\begin{vmatrix} x_1 \sin\alpha \sin(\alpha+\delta)\sin(\beta-\gamma) & x_2 \sin\beta \sin(\beta+\delta)\sin(\gamma-\alpha) & x_3 \sin\gamma \sin(\gamma+\delta)\sin(\alpha-\beta) \\ \sin\alpha^2 & \sin\beta^2 & \sin\gamma^2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

Setzt man hier statt der x die Koordinaten des Steinerschen Punktes ein, so erhält man $\sin(\alpha + \delta)\sin(\beta - \gamma) + \sin(\beta + \delta)\sin(\gamma - \alpha) + \sin(\gamma + \delta)\sin(\alpha - \beta) \equiv 0$. Bücking. Stoll. Stegemann ähnlich.

2. Beweis. Ist der Berührungspunkt einer solchen Parabel P mit der unendlich fernen Geraden B, sein Seitengegenpunkt S (auf der Steinerschen Ellipse E), sein Winkelgegenpunkt W (auf dem Umkreise K), so ist W der Brennpunkt von P und S der Schnittpunkt der Transversalen nach den Berührungspunkten. Bestimmt man nun zu jedem Punkte B der unendlich fernen Geraden seinen Seiten- und Winkelgegenpunkt S und W, so gehen die Verbindungslinien SW durch den Steinerschen Punkt, denn die Punkte S liegen auf der Ellipse E und die Punkte W auf dem Kreise K, welche sich aufser in den drei Eckpunkten des Dreiecks noch in dem Steinerschen Punkte R schneiden. Die Punktreihen sind projektivisch und den unendlich fernen Punkten der Seiten des Grunddreiecks sind die jedesmaligen Gegenecken zugewiesen. Es sind also die swei projektivischen Büschel, mit denen man aus R die Punkte projiziert, perspektivisch und SW geht durch R. Troeniтz.

1470. (Gestellt von Stoll XXVII$_1$, 35.) Bekanntlich liegen bei jedem einem Dreieck umgeschriebenen Kegelschnitt die Schnittpunkte der Tangenten in den Eckpunkten mit den Gegenseiten auf einer Geraden. Ist der Kegelschnitt eine gleichseitige Hyperbel, und



läfst man diese variieren, so ist die Enveloppe dieser Geraden die eingeschriebene Ellipse, welche die Seiten des Dreiecks in den Höhenfufspunkten berührt und den Grebeschen Punkt zum Mittelpunkt hat.

1. Beweis. Die Gleichung $a_1x_2x_3 + a_2x_3x_1 + a_3x_1x_2 = 0$ bedeutet eine umgeschriebene gleichseitige Hyperbel, wenn $a_1 \cos\alpha + a_2 \cos\beta + a_3 \cos\gamma = 0$ ist. Die Tangente in A hat die Gleichung $a_3x_2 + a_2x_3 = 0$, ihr Schnittpunkt mit BC die Koordinaten $x_1 = 0$, $x_2 = a_2$, $x_3 = -a_3$; die Koordinaten der Schnittpunkte der Tangenten in B und C mit CA resp. AB sind ähnlich gebildet. Die drei Schnittpunkte liegen auf der Geraden, deren Gleichung $a_2a_3x_1 + a_3a_1x_2 + a_1a_2x_3 = 0$ ist. Setzt man in diese Gleichung den Wert von a_1 aus der Bedingungsgleichung $a_1 \cos\alpha + a_2 \cos\beta + a_3 \cos\gamma = 0$ ein, so erhält man nach einigen Umformungen $a_3^2x_2 \cos\gamma + a_2^2x_3 \cos\beta - a_2a_3(-x_1\cos\alpha + x_2\cos\beta + x_3\cos\gamma) = 0$; also ist die Gleichung der Enveloppe $(-x_1\cos\alpha + x_2\cos\beta + x_3\cos\gamma)^2 - 4x_2x_3\cos\beta\cos\gamma = 0$ oder $x_1^2\cos\alpha^2 + x_2^2\cos\beta^2 + x_3^2\cos\gamma^2 - 2x_2x_3\cos\beta\cos\gamma - 2x_3x_1\cos\gamma\cos\alpha - 2x_1x_2\cos\alpha\cos\beta = 0$. Setzt man $x_1 = 0$, so erhält man $(x_2\cos\beta - x_3\cos\gamma)^2 = 0$ d. h. die Kurve berührt BC in dem Fufspunkte der von A auf BC gefällten Höhe. Die Koordinaten des Mittelpunktes sind nach bekannten Regeln leicht zu finden. BÜCKING. STEGEMANN. STOLL. TROGNITZ.

2. Beweis. Man nehme eine Asymptotenrichtung und damit einen unendlich fernen Punkt P_1 als gegeben an. Da die Hyperbel gleichseitig sein soll, so ist durch P_1 die Lage des zweiten unendlich fernen Punktes P_2 bestimmt. Wendet man den Pascalschen Satz auf das Sehnenfünfeck AP_1CBP_2 an, so ergiebt sich, dafs der Schnittpunkt A_1 der Tangente in A mit der Seite BC auf der Geraden liegt, welche durch die Schnittpunkte der Linien AP_1 mit BP_2 und P_1C mit P_2A bestimmt ist. Hierauf gründet sich folgende Konstruktion, welche zugleich die Schnittpunkte der Tangenten in B und C mit den gegenüberliegenden Seiten liefert. Man ziehe durch die drei Ecken drei Gerade parallel zu der willkürlich angenommenen Asymptotenrichtung und fälle zu diesen von den Ecken die Senkrechten. Das Lot von A auf die durch B und C gezogenen Geraden treffe diese in B_a und C_a, das durch B gezogene Lot die beiden andern Geraden in A_b und C_b und das durch C gezogene Lot die beiden andern Geraden in A_c und B_c. A_cB_a und A_bC_a treffen sich in A_1 auf BC, A_bB_c und B_aC_b in B_1 auf AC, C_aB_c und C_bA_c in C_1 auf AB. Auf diese Weise sind durch die Asymptotenrichtung die Punkte A_1, B_1, C_1 eindeutig bestimmt und einander zugeordnet. $A_1B_1C_1$ umhüllt daher einen Kegelschnitt. Läfst man AA_bA_c mit der Höhe AD zusammenfallen, so fallen die Geraden BA_bC_b und CA_cB_c auf BC. A_c und damit A_1 fällt in den Fufspunkt der Höhe AD. Da A_bB_c auf BC fällt, so kommt B_1 in C zu liegen. Hieraus folgt, dafs der Kegelschnitt die Seiten des

Dreiecks ABC in den Höhenfufspunkten berührt, mithin eine Ellipse ist. Die Seiten des Höhenfufspunktdreiecks sind Berührungssehnen. Die Verbindungslinien ihrer Mittelpunkte mit den entsprechenden Dreiecksseiten gehen durch den Mittelpunkt der Ellipse. Letzterer ist der Grebesche Punkt, da die erwähnten Linien Gegenmittellinien des Dreiecks ABC sind. MASSFELLER.

Vergl. Depène. Über die einem Dreieck ein- und umbeschriebenen Kegelschnitte. Progr d. Johannes-Gymnasiums. Breslau 1893. HELLMANN.

1471. (Gestellt von Bökle XXVII$_1$, 35.) Unter einem Wulst versteht man einen Rotationskörper, der durch Drehung eines Kreises um eine Gerade seiner Ebene entsteht. Es soll die Fläche charakterisiert werden, die eine Normale des Wulstes beschreibt, indem sie längs einer gegebenen Geraden gleitet.

1. Auflösung. Der Wulst besitzt zwei Schaaren kreisförmiger Krümmungslinien, die einen sind Meridiane, die andern Parallelkreise. Die Normalen in den Meridianen bilden zwei Strahlenbüschel, von jedem der Büschel schneidet eine Normale die Gerade in demselben Punkte, so dafs durch jeden Punkt zwei Normalen gehen. Die Normalen längs eines beliebigen Parallelkreises bilden eine Kreiskegelfläche, welche die Äquatorebene in jenem Kreise durchschneidet, den der Mittelpunkt des rotierenden Kreises beschreibt, wenn er die Fläche erzeugt. Die Erzeugenden der zu charakterisierenden Fläche lehnen sich also an diesen Mittelpunktskreis des Wulstes, an die Rotationsachse desselben und an die gegebene Gerade an. Die entstehende windschiefe Fläche ist daher im allgemeinen von vierter Ordnung. (Vergl. Wiener. Darstellende Geometrie. Bd. 2, Nr. 388.) Die Rotationsachse und die gegebene Gerade sind Doppelgeraden derselben. Schneidet die gegebene Gerade den Mittelpunktskreis des Wulstes, so ist die Fläche von dritter Ordnung, liegt sie in unendlicher Entfernung, so entsteht ein Konoid vierter Ordnung.

BÖKLE. ISAK. MASSFELLER. RUMMLER. SZÉPRÉTHY.

2. Auflösung. Der Achsenkreis des Wulstes bilde die xy-Ebene, sein Mittelpunkt den Anfangspunkt der Koordinaten; die Gleichungen der gegebenen Geraden seien $x = \lambda z + \mu$; $y = \lambda' z + \mu'$, also die Koordinaten eines Punktes P derselben $x = \lambda\gamma + \mu$, $x = \lambda'\gamma + \mu'$, $z = \gamma$, wo γ allein veränderlich ist. Durch diesen Punkt und den Ursprung lege man eine Ebene senkrecht zur xy-Ebene. Diese hat die Gleichung $y(\lambda\gamma + \mu) = x(\lambda'\gamma + \mu')$ und schneidet den Achsenkreis $(x^2 + y^2 = r^2)$ in zwei Punkten, von denen der eine die Koordinaten $x = \frac{r}{w}(\lambda\gamma + \mu)$, $y = \frac{r}{w}(\lambda'\gamma + \mu')$, $z = 0$ hat, wo $w = \sqrt{(\lambda\gamma + \mu)^2 + (\lambda'\gamma + \mu')^2}$ ist, während der andere dieselben negativen Koordinaten besitzt. Eine Gerade von dem ersten Punkte nach P ist eine Normale, deren Gleichungen



$xyw = (\lambda\gamma + \mu)\{wz + r(z - \gamma)\}$ und $y\gamma w = (\lambda'\gamma + \mu')$ $\{wz - r(z - \gamma)\}$ sind. Hieraus folgt $\frac{x}{y} = \frac{\lambda\gamma + \mu}{\lambda'\gamma + \mu}$, also $\gamma = \frac{\mu' x + \mu y}{\lambda y - \lambda' x}$. Giebt man nun der ersten Normalengleichung die Form $w\{z\mu + \gamma(\lambda z - x)\} = r(\lambda\gamma + \mu)(z - \gamma)$ und substituiert diesen Wert von γ, so erhält man nach der Entwickelung, Reduktion und Wegschaffung der Wurzel als Gleichung der abwickelbaren Fläche

$$(x^2 + y^2)\{z(\lambda\mu' - \lambda'\mu) - (\mu' x - \mu y)\}^2 = r^2\{z(\lambda y - \lambda' x) - (\mu' x - \mu y)\}.$$

Stoll. Pilgrim (ähnlich).

1472. Gestellt von Bökle XXVII$_1$, 35.) Wo liegen die Mittelpunkte aller Kugeln, die drei Rotationskegel von parallelen Achsen und gleichen erzeugenden Winkeln berühren?

1. Auflösung. Eine Kugel mit dem Mittelpunkte M berühre den Kegel K_1 im Punkte T_1 und K_2 in T_2. Man lege durch die Spitze S_1 und T_1 einen Achsenschnitt, ebenso durch S_2 und T_2. Diese Ebenen schneiden aus den Kegeln Gerade, die Tangenten der Kugel sind, die Kugel selbst in gröfsten Kugelkreisen und sich selbst in einer Geraden, die parallel zu den Achsen der Kegel ist. Die Winkel, welche diese Gerade mit S_1T_1 und S_2T_2 bildet, sind gleich den erzeugenden Winkeln der betreffenden Kegel, also einander gleich. Hieraus folgt, dafs S_1T_1 und S_2T_2 sich in einem Punkte schneiden und durch denselben Punkt mufs auch die berührende Seitenlinie des dritten Kegels gehen. Der geometrische Ort für die Mittelpunkte M der Kugel sind daher die Geraden, welche in den 8 Durchdringungspunkten der Kegel parallel zu den Achsen gezogen sind. Massfeller.

2. Auflösung. Eine Ebene senkrecht zur Achse der Kegel sei xy-Ebene, die Achse des ersten Kegels z-Achse eines rechtwinkligen Koordinatensystems, sodafs die Mittelpunkte der Kreise, in denen die Kegel von der xy-Ebene geschnitten werden, 0, 0; α, 0; α', β' sind. Die Radien dieser Kreise seien r_1, r_2, r_3, die Höhen der Kegel h_1, h_2, h_3 und der erzeugende Winkel sei α. Die Berührungspunkte der Kugel, deren Radius ϱ sei und deren Mittelpunkt M die Koordinaten $\mathfrak{x}$, $\mathfrak{y}$, $\mathfrak{z}$ habe, liegen auf einer Ebene, die der xy-Ebene parallel ist und um $\varrho \sin\alpha$ tiefer oder höher liegt als der Mittelpunkt M, je nachdem die Kugel die drei Kegel von aufsen (ausschliefsend) oder von innen (einschliefsend) berührt. Diese Ebene schneidet die Kegel in drei Kreisen, die Berührungskugel in einem Kleinkreise, mit dem Radius $\varrho\cos\alpha$, der die drei ersten Kreise berühren mufs. Hieraus ergeben sich 2 Tripel von Bedingungsgleichungen: $\mathfrak{x}^2 + \mathfrak{y}^2 = \{r_1 - \mathfrak{z}\operatorname{cotg}\alpha \pm 2\varrho\cos\alpha\}^2$, $(\mathfrak{x} - \alpha)^2 + \mathfrak{y}^2 = \{r_2 - \mathfrak{z}\operatorname{cotg}\alpha \pm 2\varrho\cos\alpha\}^2$, $(\mathfrak{x} - \alpha')^2 + (\mathfrak{y} - \beta')^2 = \{r_3 - \mathfrak{z}\operatorname{cotg}\alpha \pm 2\varrho\cos\alpha\}^2$. Zieht man die erste von der zweiten und dritten Gleichung ab, so erhält man $\alpha^2 - 2\alpha\mathfrak{x}$

$= (r_2 - r_1)(r_2 + r_1 - 2\mathfrak{z} \operatorname{cotg} \alpha \pm 4\varrho \cos \alpha)$; $\alpha'^2 + \beta'^2 - 2\alpha'\mathfrak{x} - 2\beta'\mathfrak{y} = (r_3 - r_1)(r_3 + r_1 - 2\mathfrak{z} \operatorname{cotg} \alpha \pm 4\varrho \cos \alpha)$. Setzt man jeden der aus diesen beiden Gleichungen gewonnenen Werte von $-\mathfrak{z} \operatorname{cotg} \alpha \pm 2\varrho \cos \alpha$ in das erste Gleichungspaar ein, so erhält man zwei Gleichungen zweiten Grades zwischen $\mathfrak{x}$ und $\mathfrak{y}$, welche zwei Cylinder bedeuten, deren Grundflächen je Kegelschnitte sind und deren Seitenlinien auf der xy-Ebene senkrecht stehen. Dieselben schneiden sich im allgemeinen in 4 oder 2 Geraden (oder überhaupt nicht), die auf der xy-Ebene senkrecht stehen und Orte der Mittelpunkte der Berührungskugeln sein können. Bei der Bestimmung, ob 4, 2 oder keine Gerade anzunehmen ist, beachte man, dafs die aufgestellten Bedingungsgleichungen dieselben sind, wie die, welche man erhält, wenn man die beiden ausschliefsenden und einschliefsenden Berührungskreise von 3 Kreisen sucht, deren Radien $r_1 - \mathfrak{z} \operatorname{cotg} \alpha$, $r_2 - \mathfrak{z} \operatorname{cotg} \alpha$, $r_3 - \mathfrak{z} \operatorname{cotg} \alpha$ sind, und da die Mittelpunkte der Berührungskugeln auch für $\mathfrak{z} = 0$ auf denselben, auf der xy-Ebene senkrecht stehenden Geraden liegen, so suche man die beiden Kreise, welche die 3 in der xy-Ebene liegenden Kreise mit den Radien r_1, r_2, r_3 sowohl ausschliefsend, als einschliefsend berühren, und errichte in ihren Mittelpunkten auf der xy-Ebene Senkrechte.

STOLL.

B. Neue Aufgaben.

1559. Es soll ein Viereck durch Rechnung und Konstruktion bestimmt werden, wenn von demselben gegeben sind die vier Seiten und einer der beiden Abschnitte AF oder BF, in welche das vom Schnittpunkt E der Gegenseiten AD und BC auf AB gefällte Lot die Seite AB teilt.

LINDNER (Regensburg).

1560. In jedem Parallelepipedon ist die Quadratsumme der 12 Kanten gleich der Quadratsumme der Diagonalachsen.

RUMMLER (Freiburg i. Schlesien).

1561. In jedem Oktaeder ist die Quadratsumme der 12 Kanten gleich der doppelten Quadratsumme der drei Achsen.

RUMMLER (Freiburg i. Schlesien).

1562. In jedem Tetraeder ist die Quadratsumme der 6 Kanten gleich der dreifachen Quadratsumme der Verbindungslinien der Mittelpunkte zweier gegenüberliegender Kanten.

RUMMLER (Freiburg i. Schlesien).

1563. Trägt man auf der Höhe AD des Dreiecks ABC von A aus $AE = \frac{\varrho_b + \varrho_c}{2}$ ab, so berührt der über AE als Durchmesser beschriebene Kreis den Inkreis und den Ankreis der Seite BC.

MASSFELLER (Montabaur)

1564. Verlängert man die Höhe AD eines Dreiecks ABC um $AF = \frac{\varrho_a - \varrho}{2}$, so berührt der über AF als Durchmesser beschriebene Kreis die Ankreise der Seiten AC und AB.

MASSFELLER (Montabaur).

1565. Welche Beziehung mufs zwischen den Winkeln eines Dreiecks bestehen, wenn die Seiten b und c gegeben sind und die Differenz $a - h_c$ ein Minimum sein soll? MASSFELLER (Montabaur).

1566. $n^{21} - n$ ist stets teilbar durch 330.

EMMERICH (Mühlheim a. d. Ruhr).

1567. Welche dreistellige Zahl ist gleich der Summe aller zweistelligen Zahlen, die sich aus ihren drei Ziffern bilden lassen?

EMMERICH (Mühlheim a. d. Ruhr).

1568. Welche Identität verbindet a, b, c, wenn

$$\begin{aligned}(x-y)(x-z) &= a(-x+y+z)^2,\\ (y-z)(y-x) &= b(x-y+z)^2,\\ (z-x)(z-y) &= c(x+y-z)^2\end{aligned}$$

ist? EMMERICH (Mühlheim a. d. Ruhr).

1569. x zu bestimmen aus der Gleichung

$$\begin{vmatrix} \sin(x-\alpha) & \sin x\cos\beta & \sin x\cos\gamma \\ \sin x\cos\alpha & \sin(x-\beta) & \sin x\cos\gamma \\ \sin x\cos\alpha & \sin x\cos\beta & \sin(x-\gamma) \end{vmatrix} = 0$$

wenn α, β, γ die Winkel eines Dreiecks sind.

EMMERICH (Mühlheim a. d. Ruhr).

1570. An einen Kegelschnitt sind von A aus die zwei Tangenten AB und AC gezogen. Eine bewegliche Tangente schneidet AB in β und AC in γ; man soll den Ort des Mittelpunktes von $\beta\gamma$ finden. STOLL (Bensheim).

1571. An einen Kegelschnitt sind von A aus die zwei Tangenten AB und AC gezogen. Eine bewegliche Tangente schneidet AB in β und AC in γ; man soll den Ort des Schwerpunktes des Dreiecks $A\beta\gamma$ finden. STOLL (Bensheim).

1572. An einen Kegelschnitt sind von A aus die zwei Tangenten AB und AC gezogen. Eine bewegliche Tangente schneidet AB in β und AC in γ; man soll den Ort des Höhenschnittpunkts des Dreiecks $A\beta\gamma$ finden. STOLL (Bensheim).

1573. An einen Kegelschnitt sind von A aus die zwei Tangenten AB und AC gezogen. Eine bewegliche Tangente schneidet AB in β und AC in γ; man soll den Ort des Mittelpunktes des Dreiecks $A\beta\gamma$ finden. STOLL (Bensheim).

Briefkasten zum Aufgaben-Repertorium.

Auflösungen sind eingegangen von Emmerich 1519. Haberland 1478—1475. Schätz (Memmingen) 1551.

Neue Aufgaben haben eingesendet: a) mit Lösung: Emmerich (1). b) ohne Lösung: Gemoll (Charlottenburg) (1).

Bei der Red. d. Z. waren zur Zeit eingegangen und lagen zur Absendung an den A.-Red. bereit:

Pilgrim 1526—1532. 1538—1544. — Haberland 1489. 1511. 1541. 1543 und 3 neue Aufgaben ohne L. — H. v. Jettmar 2 neue Aufgaben, eine Schüler-A. und eine Erweiterung von Nr. 1522. — Bücking 1552. 1554. 1558 und 3 neue Aufgaben. (Wir bitten dringend um einen Umschlag mit Aufschrift; wir können sonst nicht für den Verlust des Man. einstehen!) — Lökle (Stuttgart) Nr. 1545. 1546. 1548—1558.

Die mathematischen Aufgaben bei den Ostern 1893, Herbst 93 und Ostern 94 abgehaltenen Abschlufs- bezw. Reifeprüfungen an Realgymnasien und Realprogymnasien in Preufsen.

Zusammengestellt von Dr. Quensen in Gandersheim.

Im vierten Hefte des XXV. Jahrganges (1895) dieser Zeitschrift (S. 280 u. f.) habe ich eine Zusammenstellung der mathematischen Aufgaben bei den Abschlufs- bezw. Reifeprüfungen an preufsischen Gymnasien bez. Progymnasien veröffentlicht. Zwar waren es die Aufgaben von nur 36 Anstalten, jedoch kann man aus dieser Zusammenstellung hinreichend erkennen, welche Art von Aufgaben bevorzugt sind und welche Anforderungen in der Mathematik an die Sekundaner eines Gymnasiums gestellt werden. Zur Vergleichung lasse ich hier eine Übersicht über die Aufgaben bei diesen Prüfungen an Realgymnasien bezw. Realprogymnasien folgen. Aus den betreffenden Schulprogrammen habe ich von 46 Anstalten die Aufgaben der Osterprüfung 1893, von 30 die der Herbstprüfung 93 und von 57 die der Osterprüfung 94 erhalten. Insgesamt sind es 399 Aufgaben und zwar — der preufsischen Prüfungsordnung vom 8./1. 92 gemäfs — 133 aus der elementaren Körperberechnung und 266 aus der Mathematik. Von diesen 266 Aufgaben sind 123 arithmetische, 47 planimetrische und 96 trigonometrische; die folgende kleine Tabelle zeigt, wie viele Aufgaben jeder Art bei den einzelnen Prüfungsterminen bearbeitet sind.

Aufgaben	Anzahl derselben			in Prozenten			Gesamtzahl	Prozentzahl
	Ostern 1893	Herbst 1893	Ostern 1894	Ostern 1893	Herbst 1893	Ostern 1894		
arithmetische	45	28	51	48,9	46,7	44,7	123	45,9
planimetrische	16	10	20	17,4	16,7	17,5	47	18
trigonometrische	31	22	43	33,7	36,7	37,7	96	36,1
Gesamtzahl	92	60	114				266	

Sofort fällt die grofse Übereinstimmung der Prozentzahlen in den Horizontalreihen auf; diese ist keine zufällige, sondern vor allem darin

begründet, dafs die mathematische Lehraufgabe für alle die betreffenden Anstalten dieselbe ist; dazu kommen noch andere Gründe, die auf der Art und Weise, die Lehraufgabe zu erfüllen, und auf den einzelnen mathematischen Disciplinen selbst beruhen. Es ist nun aber wohl wegen dieser grofsen Übereinstimmung ein Schlufs von der Zahl der bearbeiteten arithmetischen, planimetrischen und trigonometrischen Aufgaben auf die Zahl der vorgeschlagenen gestattet: meiner Ansicht nach werden die Prozentzahlen dieser Aufgaben nicht wesentlich von den in der obigen Tabelle angegebenen abweichen. Nun ergiebt sich aber aus dieser Tabelle, dafs etwa die eine Hälfte der bearbeiteten Aufgaben aus der Mathematik arithmetische und von der anderen Hälfte zwei Drittel trigonometrische, ein Drittel planimetrische Aufgaben sind. Den obigen Schlufs als richtig vorausgesetzt, würde man daher annehmen können, dafs im allgemeinen in jeder der drei Gruppen, die der Fachlehrer zur Auswahl vorlegen mufste, eine arithmetische, in zweien derselben eine trigonometrische und in einer eine geometrische Aufgabe vorkommt. Vergleicht man dieses Ergebnis mit demjenigen, welches sich aus der bereits erwähnten Zusammenstellung für Gymnasien ergiebt, so zeigt sich in bezug auf die arithmetischen Aufgaben eine vollständige Übereinstimmung, dagegen ist es mit den planimetrischen und trigonometrischen Aufgaben dort nahezu umgekehrt: von 72 Aufgaben kommen 34 (47 %) auf die Arithmetik, 25 (fast 35 %) auf die Planimetrie und 13 (fast 19 %) auf die Trigonometrie. Dafs bei den Prüfungen an Gymnasien die Planimetrie zu sehr bevorzugt und die Trigonometrie zu stiefmütterlich behandelt ist, habe ich bereits in der vorigen Zusammenstellung hervorgehoben und auch betont, dafs ein Mangel an geeigneten trigonometrischen Aufgaben für die Prüfungen keineswegs vorhanden ist. Gegen die grofse Zahl von arithmetischen Aufgaben ist nichts zu sagen, wenn die Anwendungen der Gleichungen bevorzugt werden und dabei die verschiedenen Gebiete des mathematischen Unterrichts wie auch Physik und Chemie berücksichtigt werden. Sehen wir nun, inwieweit dies bei den vorliegenden Aufgaben der Fall ist. Die 123 arithmetischen Aufgaben fordern mit Ausnahme von 4 die Auflösung von Gleichungen, von denen 61 in Zeichen, 58 in Worten gegeben sind. Von einer Bevorzugung der Anwendungen kann also keine Rede sein. Die 61 in Zeichen gegebenen Gleichungen sind Übungsbeispiele, wie sie in den bekannten Sammlungen von algebraischen Aufgaben zu finden sind, häufig sind sie denselben ohne jede Abänderung entnommen. Es genügt wohl, hier eine Übersicht über diese Aufgaben zu geben: vier Gleichungen sind ersten Grades mit zwei oder drei Unbekannten, 44 sind zweiten Grades mit einer Unbekannten, zehn zweiten Grades mit zwei Unbekannten und endlich drei sind Exponentialgleichungen. Unter den Gleichungen zweiten Grades sind nicht weniger als 17, in denen Quadratwurzeln vorkommen z. B. $\frac{6-\sqrt{3x}}{2+\sqrt{3x}}+\frac{2}{8-\sqrt{3x}}=1$, $\sqrt{x+7}+\sqrt{x+23}=\sqrt{x+2}$, $3\cdot\sqrt{x+8}-\sqrt{x-8}=2\cdot\sqrt{2x+2}$. Die Form der übrigen quadratischen Gleichungen ist sehr verschieden; ähnliche Aufgaben finden sich z. B. in der Aufgabensammlung von Dr. E. Bardey Seite 191 u. s. f. Auch symmetrische Gleichungen höheren Grades, die sich als quadratische lösen lassen, sind bearbeitet worden und zwar drei fünften, drei vierten und eine dritten Grades.

Von den zehn Aufgaben zweiten Grades mit mehreren Unbekannten führe ich mehrere an, damit man sieht, wie hoch die Anforderungen im Lösen von Übungsbeispielen gestellt sind:

1) $5x+8y-1=5xy$
$\quad 7x+2y-1=4xy$

2) $x^2+y^2+x+y=510$
$\quad x^2+y^2-x-y=490$

3) $x^4 + y^4 = 706$
$x - y = 2$

4) $\frac{7}{4}(x-y)^2 = \frac{2}{3}(x-y) + \frac{320}{3}$
$3x^2y^2 + 33 = 100xy$

5) $3x^2 - 8xy + 4y^2 = 0$
$x^2 + y^2 + 13(x-y) = 0$

6) $xy + xz + yz = 31$
$x - y = 4$
$y - z = 2.$

Von den 58 in Worten gegebenen, sogenannten eingekleideten Gleichungen haben 16 einen geometrischen Inhalt, 13 behandeln Zahleigenschaften, 25 sind dem bürgerlichen Rechnen entnommen, und endlich sind vier Bewegungsaufgaben ausgewählt. Die 16 Aufgaben geometrischen Inhaltes nehmen Bezug auf gleichseitige, auf rechtwinkelige Dreiecke, auf Quadrate und Rechtecke, auf die Zahl der Diagonalen in Vielecken und auf den goldenen Schnitt. Hier einige Beispiele: 1) Es soll die Seite eines gleichseitigen Dreiecks gesucht werden, wenn die Differenz der Seite und Höhe 5 cm beträgt. 2) Wie grofs sind die Katheten eines rechtwinkeligen Dreiecks, wenn die Hypotenuse a und der Radius ϱ des einbeschriebenen Kreises gegeben ist? 3) Die Katheten eines rechtwinkeligen Dreiecks werden gesucht, dessen Hypotenuse = 27 cm durch die Höhe stetig geteilt wird. 4) In einem Baumgarten stehen 2080 Bäume regelmäfsig so in Reihen gestellt, dafs sie zwei vollständige Quadrate bilden. Das eine der Quadrate enthält in jeder Reihe acht Bäume mehr als das andere. Wie viel Bäume stehen in jeder Reihe eines jeden Quadrats? 5) Der Fufsboden eines Zimmers hat $30\,{}^1/_3$, die eine Seitenwand 21, die andere an diese anstofsende 13 qm Oberfläche. Wie lang, breit, hoch ist das Zimmer? 6) In welchem Vieleck wächst die Anzahl der Diagonalen um $a = 85$, wenn die Seitenzahl verdreifacht wird?

Wie bereits hervorgehoben, ist die Zahl der eingekleideten Aufgaben den Übungsbeispielen gegenüber viel zu gering, besonders sind solche Aufgaben aus der Geometrie zu empfehlen; die Aufstellung und Einübung derselben macht doch wirklich keine grofse Mühe. Bei dieser Gelegenheit möchte ich auf das Büchlein von Dr. Harmuth „Textgleichungen geometrischen Inhaltes“ aufmerksam machen. Ebenso wie mit diesen Aufgaben ist es mit denen, welchen Zahleigenschaften zu Grunde liegen; dieselben fordern die Auffindung einer oder zweier Zahlen oder eines Bruches. Ich gebe hier den Wortlaut einiger Aufgaben dieser Art: 1) Welche zweizifferige Zahl hat die Quersumme 10 und giebt durch die erste Ziffer dividiert 12, Rest 1? 2) Die Summe zweier Zahlen beträgt 16, die Summe ihrer Quadrate 130; wie heifsen die Zahlen? 3) Welche zweizifferige Zahl hat die Eigenschaft, dafs der Quotient gleich 2 ist, wenn man sie durch das Produkt ihrer Ziffern dividiert, und dafs die Zahlen in umgekehrter Reihenfolge erscheinen, wenn man 27 zu der Zahl addiert? 4) Vermehrt man den Zähler eines Bruches um 6 und vermindert den Nenner um 2, so wird der Bruch doppelt so grofs. Vermehrt man den Zähler um 3 und vermindert den Nenner um ebensoviel, so geht der Bruch in seinen reciproken Wert über. Wie heifst der Bruch? Die bearbeiteten vier Bewegungsaufgaben sind mit Ausnahme einer, zu deren Lösung die Kenntnis der quadratischen Gleichungen erforderlich ist, sehr einfach. Diese Aufgabe lautet: Von zwei Orten A und B, welche 18 km von einander entfernt liegen, gehen zwei Boten einander entgegen. Der erste ist von A 27 Minuten früher ausgegangen, gebraucht aber zu einem km 3 Minuten mehr als der zweite. $2\,{}^1/_4$ Stunden nach Abgang des ersten treffen beide zusammen. In welcher Zeit legt jeder 1 km zurück? Die leichteste der anderen drei Aufgaben ist folgende: Aus A marschiert in der Richtung AB ein Regiment und macht täglich 32 km. Aus B marschiert einen Tag früher ein zweites Regiment in derselben Richtung und macht täglich 24 km. Wann und wo wird das erste Regiment das zweite einholen, wenn die Entfernung AB 8 km beträgt?

Was nun die 25 Aufgaben anbelangt, welche dem bürgerlichen Rechnen entnommen sind, so lassen sie sich, obgleich sie recht verschieden von einander sind, in einige Gruppen zusammenfassen. Die meisten Aufgaben liefert die Zinsrechnung, nämlich 10, wovon sogar — den Bestimmungen entgegen — drei der Zinseszinsrechnung angehören. Die übrigen sieben Aufgaben sind mit Hülfe von Gleichungen ersten oder zweiten Grades zu lösen; es wird z. B. der Einkaufspreis einer Ware bei einem Gewinne von 245 Mk. gesucht, wenn so viel Prozente gewonnen werden, wie der fünfte Teil des Einkaufspreises beträgt, oder es wird danach gefragt, wie lange ein Kapital von 800 Mk. ausgeliehen ist, wenn es 160 Mk. Zinsen bringt und ein Jahr länger ausgeliehen ist als die Zahl der Prozente.

Die Verteilungsrechnung hat sechs Aufgaben geliefert; die folgende Aufgabe ist zweimal gestellt worden: A und B gewannen bei einem Geschäfte zusammen 1800 Mk.; B hatte 1600 Mk. mehr eingelegt als A und an Gewinn $3^3/_4$ mal so viel erhalten, als A eingelegt hatte. Wie viel betrug Einlage und Gewinn eines jeden?

Eine der anderen Aufgaben erfordert auch die Lösung einer Gleichung zweiten Grades, während die übrigen nur Anwendungen der Gleichungen ersten Grades mit mehreren Unbekannten sind. Eine derselben lautet: Zwei Geschwister haben eine Erbschaft zu teilen. Erhält der Bruder von der Schwester ein Drittel ihrer Erbschaft und giebt dafür 440 Mk. zurück, so haben sie gleichviel. Gleichviel erhalten sie auch, wenn die Schwester vom Bruder ein Viertel seines Erbteils erhält und dafür 180 Mk. zurückzahlt. Wieviel erben beide?

Es bleiben nun noch neun Aufgaben übrig, welche die Auffindung der Zeit fordern, in der eine Arbeit vollendet wird, so z. B.: Ein Bauer mäht mit seinem Sohne eine Wiese in $11^1/_5$ Tagen. Wie lange wird jeder einzelne dazu gebrauchen, wenn der Sohn drei Tage länger dazu braucht als der Vater? Oder: Drei Maurer sollen eine Mauer aufführen. A und B werden in 12, B und C in 20, A und C in 15 Tagen fertig. Wieviel Zeit wird jeder allein gebrauchen, und in welcher Zeit werden sie damit fertig, wenn alle drei zusammen arbeiten?

Endlich verlangen die vier Aufgaben, welche zunächst von den 123 arithmetischen ausgenommen wurden, die logarithmische Berechnung von Ausdrücken, so die Berechnung von $\sqrt[3]{\dfrac{0{,}75-\sqrt[4]{83{,}58}}{0{,}06-7\sqrt[2]{1{,}56}}}$.

Solche Aufgaben sollten nur dann gewählt werden, wenn zur Lösung der beiden anderen Aufgaben der betreffenden Gruppe logarithmische Rechnungen nicht erforderlich sind, so dafs der Prüfling sich nicht darüber ausweisen kann, ob er genügende Sicherheit im Rechnen mit Logarithmen erlangt hat. Aber auch dann könnte eine Verbindung dieser Aufgaben mit Gleichungen stattfinden. So hätten in der angeführten Aufgabe die Exponenten 3 und 2 erst als Wurzeln der Gleichung $\sqrt{5x-1}-\sqrt{3x-5}=1$ bestimmt werden können.

Obgleich in dieser Zusammenstellung nicht sämtliche arithmetische Aufgaben gegeben sind, so giebt sie doch wohl genügenden Aufschlufs über die Anforderungen an die Untersekundaner in der Arithmetik. Die 96 trigonometrischen Aufgaben werde ich zwar alle anführen, aber in abgekürzter Form und ohne überall die Zahlenwerte zu geben. Natürlich wird bei einer grofsen Zahl (46) von Aufgaben die Berechnung von Dreiecksstücken gefordert; von diesen 46 Aufgaben betreffen 4 das rechtwinkelige, 1 das gleichseitige, 5 das gleichschenkelige und 36 das ungleichseitig-spitzwinkelige Dreieck, nämlich: Rechtwinkeliges Dreieck: 1) Geg. $a = 240$ m, $\alpha = 48^0\,56{,}5'$; gesucht t_a 2) h_c, $\sphericalangle\,(h_c, b)$. 3) $a + b = 83{,}549$ m, $\alpha = 67^0\,25'\,27''$. 4) $a - b$, F. Gleichseitiges Dreieck:

5) Die Seite $a = 11$ cm eines gleichseitigen Dreiecks ist in drei gleiche Teile geteilt und die Teilpunkte mit dem gegenüberliegenden Eckpunkte verbunden; wie grofs sind die hier entstandenen Winkel und die Verbindungslinien? Gleichschenkeliges Dreieck: 6 und 7) Grundlinie $a = 15{,}368$ m, Basiswinkel $\beta = 11^\circ 25' 36''$. 8) a, α. 9) h_a, α. 10) a, h_a. Ungleichseitig-spitzwinkeliges Dreieck: 11—18) Geg. zwei Seiten und ein einer derselben gegenüberliegender Winkel z. B. $c = 65{,}1$ m, $b = 48{,}2$ m, $\gamma = 65^\circ 32' 10''$. 19—23) Geg. zwei Seiten und der von ihnen eingeschlossene Winkel z. B. $a = 723{,}056$ m, $b = 531{,}948$ m, $\gamma = 56^\circ 37' 30''$. 24, 25) Geg. eine Seite und zwei Winkel $a = 237$ m, $\beta = 42^\circ 13' 12''$, $\gamma = 76^\circ 26' 32''$. 26) Geg. die drei Seiten $a = 1002$ m, $b = 884$ m, $c = 716$ m. 27) I, a, γ. 28) h_a, h_c, p. 29) $p = 609$ cm, $q = 435$ cm, $\alpha = 53^\circ 7' 50''$. 30) b, c, h_c. 31) $a = 112{,}71$ m, $b = 55{,}25$ m, $h_a = 54{,}08$ m. 32) h_c, β, γ, zu berechnen $\sphericalangle (h_c, t_c)$. 33) $h_c = 128{,}28$ m, $w_\gamma = 132{,}35$, $\alpha = 22^\circ 15' 45''$. 34) a, β, w_c. 35 und 36) r, α, β. 37) a, b, t_a. 38) $w_\gamma = 4{,}3$ cm, $v = 4{,}3$ cm, $\gamma = 82^\circ 31'$. 39) $a + b$, γ, $\alpha - \beta$. 40) $a + b = 15{,}87$ m, $\alpha + \beta = 137^\circ 18' 36''$, $\alpha - \beta = 18^\circ 15' 16''$. 41) $b - c$, α, β. 42) ϱ, c, α. 43) $a + b = 130$ m, $r = 73{,}2$ m, $\gamma = 124^\circ 58' 34''$. 44) $2s$, α, β. 45) $2s$, a, h_c. 46) $2s = 100$ cm, $\varrho = 18$ cm, $\varrho_c = 45$ cm.

Vier Aufgaben verlangen die Berechnung von Stücken eines Rechtecks, wenn gegeben sind 1) zwei anstofsende Seiten 2) eine Seite $b = 12{,}5$ cm und die Diagonale $d = 43{,}7$ cm 3 und 4) eine Diagonale und der Winkel, welchen diese Diagonale mit der gröfsten Seite bildet. Den Rhombus behandeln drei Aufgaben, in welchen 1) und 2) die beiden Diagonalen ($e = 190$ cm, $f = 336$ cm), 3) Seite $a = 1{,}6475$ m und $e = 2{,}9465$ m gegeben sind. In zwei Aufgaben werden aus drei Stücken eines Parallelogramms die übrigen gesucht: 1) $e = 14{,}3$ m, $f = 18{,}2$ m, $\sphericalangle (e, f) = 129^\circ 43' 50''$*), 2) e, $\sphericalangle (e, a)$, $\sphericalangle (e, f)$. Eine Aufgabe betrifft auch das Deltoid, von welchem $AB = BC = 5$ cm, $\sphericalangle A = \sphericalangle C = 120^\circ$, $\sphericalangle B = 90^\circ$ gegeben sind und die Diagonale und der Inhalt gesucht werden.

Weiter verlangen zwei Aufgaben die Berechnung der Seite und des Inhaltes eines regelmäfsigen Vielecks, nämlich 1) eines Siebenecks, wenn der Radius des umbeschriebenen Kreises ($r = 10$ cm), 2) eines Fünfundvierzigecks, wenn der Radius des einbeschriebenen Kreises ($\varrho = 45$ cm) gegeben ist. Daran schliefsen sich neun Kreisaufgaben an: 1) geg. $r = 4{,}367$ cm und Sehne $a = 5{,}678$ cm, gesucht der zugehörige Bogen. 2) Von einem Punkte A sind an einen Kreis ($r = 5$ cm) zwei Tangenten unter einem Winkel von $57^\circ 21'$ gelegt; wie grofs ist die Figur zwischen ihnen und dem Kreise? 3 und 4) Wie 2, aber geg. r und MA; gesucht der Winkel zwischen den Tangenten. 5) Flächeninhalt eines Kreissegmentes gesucht, dessen Bogen $\alpha = 67^\circ 27' 12''$ ist, und dessen Sehne einen Abstand $d = 7{,}9$ cm von M hat. 6) $r = 6{,}5$ cm, Sehne $a = 5$ cm gegeben, gesucht der Winkel zwischen Sehne und dem von einem der Endpunkte gezogenen Durchmesser. 7) Durchmesser $AB = 173$ ist um $BC = 19{,}07$ verlängert, von C aus ist eine Tangente an den Kreis gelegt; gesucht AD und BD. 8 und 9) Drei Kreise mit den Radien r_1, r_2, r_3 berühren einander von aufsen; gesucht der Inhalt des von den drei Zentralen gebildeten Dreiecks.

Aufser diesen 67 Aufgaben sind noch 29 Anwendungen der Trigonometrie bearbeitet worden. Es sind

---

*) Ist wohl mit einem feingeteilten astronomischen Instrument oder Theodolit gemessen? Ist solche peinliche Genauigkeit notwendig?
D. Red.

a) Anwendung auf Höhenbestimmungen:

1) Die Höhe eines Turmes CS zu bestimmen, wenn in einer wagerechten Ebene $CA = 100$ Fufs und Winkel $SAC = 43^\circ 13' 24''$ gemessen ist. 2) Der Gipfel eines Berges liegt a m höher als der Fufs eines Turmes, dessen Spitze von jenem aus in einer Entfernung von b m unter dem Depressionswinkel α erscheint; wie hoch ist der Turm? 3) Die Spitze eines auf einem Berge stehenden Turmes erscheint unter einem Höhenwinkel $\delta = 28^\circ 15'$; nachdem man demselben in horizontaler Ebene um $a = 230$ m näher gekommen ist, findet man, dafs der Höhenwinkel $\delta_1 = 35^\circ 2'$ beträgt; gesucht die Höhe der Spitze über der Horizontalebene. 4) Wie 3, $a = 9{,}56$ m, $\delta = 56^\circ 18' 30''$, $\delta_1 = 47^\circ 0' 20''$. 5) Man berechne die Höhe einer Wolke, deren Schatten $a = 234{,}11$ m vom Beobachter entfernt ist, wenn die Sonne mit ihr in derselben Vertikalebene steht und der Höhenwinkel der Sonne $\alpha = 38^\circ 55' 26''$, der der Wolke $\beta = 30^\circ 22' 14''$ beträgt. 6) Um die Höhe ED der oberen unzugänglichen Abteilung eines Turmes zu bestimmen, hat man die horizontale Standlinie $AB = 167{,}50$ m an seinen Fufs geführt und die Winkel $ABD = 27^\circ 18{,}3'$ und $ABE = 15^\circ 18'$ gemessen. Wie hoch ist DE?

b. Berechnung von Entfernungen.

1) Gegeben sei die Höhe eines Turmes $a = 30{,}3$ m, die eines Fensters über derselben Horizontalebene $b = 10$ m, der Höhenwinkel aus dem Fenster zur Spitze des Turmes $\gamma = 27^\circ 8' 27''$. Man berechne die Entfernung des Turmes vom Hause und die seiner Spitze vom Fenster. 2) Ein Turm ist 15 m hoch, seine Entfernung vom Ufer eines Flusses ist 50 m; wie grofs ist die Breite des Flusses, wenn sie von der Spitze*) des Turmes unter einem Winkel von 15° erscheint? 3) Von der Spitze eines 44 m hohen Turmes erscheint die Breite eines Flusses unter einem Winkel von $48^\circ 49' 55''$, das jenseitige Ufer unter einem Depressionswinkel (Senkungswinkel) von $12^\circ 42' 36''$; gesucht die Breite des Flusses. 4) Von einem Luftballon aus in einer Höhe $h = 1000$ m über einer horizontalen Ebene beobachtet man zwei in dieser Ebene hinter einander liegende feindliche Schanzen unter den Depressionswinkeln $\alpha = 64^\circ 7' 50''$ und $\beta = 35^\circ 15' 20''$. Wie grofs ist die Entfernung der Schanzen? 5) Ähnliche Aufgabe wie 4): $h = 95{,}54$ m, $\alpha = 6^\circ 48' 37''$, $\beta = 10^\circ 48' 4''$. 6) Um die Entfernung zweier vom Feinde besetzten Punkte A und B zu bestimmen, zwischen denen ein Punkt C zugänglich ist, denkt man sich in C auf AB eine Senkrechte $CD = 24$ km und visiert von D aus die Winkel $BDC = 16^\circ 15' 37''$ und $\sphericalangle ADC = 22^\circ 37' 12''$; wie grofs ist AB? 7) Am Rande eines Sumpfes ist die Strecke $BC = a = 150$ m abgesteckt, visiert man von B und C nach dem Punkte A des gegenüberliegenden Randes, so erhält man die Winkel $\beta = 81^\circ 28{,}4'$ und $\gamma = 59^\circ 2'$. Wie breit ist der Sumpf? 8) Ähnlich wie in 7) soll die Breite eines Flusses bestimmt werden, wenn die Standlinie $a = 686{,}734$ m dem Ufer in einem Abstande $b = 42{,}952$ m parallel lief, $\alpha = 74^\circ 16'$, $\beta = 86^\circ 57{,}8'$. 9) Es soll die Breite AB eines Flusses berechnet werden, wenn von einem Punkte C auf der Verlängerung von AB aus die Standlinie $CD = a = 370$ m und aufserdem die Winkel $DCB = 18^\circ 55' 29''$, $ADC = 107^\circ 56' 43''$, $DBC = 93^\circ 41' 43''$ gemessen wurden. 10) Die beiden Seiten eines 2,04 m hohen Dammes, dessen obere Seite 0,94 m beträgt, sind gegen die Horizontalebene unter $38^\circ 52{,}5'$ geneigt; welches ist die Breite desselben? 11) Die Entfernung einer feindlichen Schanze C vom Orte A soll bestimmt werden, wenn eine Stand-

*) Wer mifst von der Spitze aus? Man könnte vielleicht besser sagen „Plattform". D. Red.

linie $AB = 1201$ m nebst den Winkeln $BAC = 73^\circ 24{,}8'$ und $ABC = 87^\circ 39{,}7'$ gemessen sind. In den Aufgaben 12, 13 und 14 wird nach der Länge AB eines wagerechten, durch einen Berg getrieben Tunnels gefragt, a) wenn man von einem seitwärts in gleicher Höhe gelegenen Punkte aus $AC = 61$ m, $CB = 232$ m, $\sphericalangle ACB = 79^\circ 36' 6''$ gemessen hat, 6) wenn $CA = 1447{,}4$ m, $CB = 3225{,}8$ m, $\sphericalangle ACB = 57^\circ 12' 16''$ ist, c) wenn von dem Gipfel eines Berges die Punkte A und B unter den Depressionswinkeln $\alpha = 32^\circ 20' 37''$ und $\beta = 46^\circ 10' 3''$ gesehen werden, wenn ferner eine in der Verlängerung von AB abgemessene Standlinie $BC = a = 175$ m ist und der Punkt C unter einem Depressionswinkel $\gamma = 18^\circ 36' 15''$ erscheint. 15) Remscheid und London liegen nahezu auf dem $51^\circ 12'$ n. Br., Remscheid $24^\circ 50'$ und London $17^\circ 34'$ ö. L. von Ferro. Wie grofs ist a) der Radius des Parallelkreises, b) der Bogen des Parallelkreises, c) die durch die Erde gehende Linie zwischen Remscheid und London ($r = 6445{,}4$ km)?

c. Winkelbestimmung.

1) Der Fufspunkt einer Telegraphenstange AB ist um $a = 41{,}639$ m von einem in derselben Ebene gelegenen Punkt C entfernt. Unter welchem Sehwinkel erscheint die Stange im Punkte C, wenn ihre Höhe $h = 5$ m beträgt? 2) Unter welchem Sehwinkel wird eine $a = 22{,}35$ m lange Mauer gesehen von einem Punkte aus, dessen Entfernung von den Enden der Mauer $b = 10{,}53$ m und $c = 26{,}78$ m ist? 3) In einer Entfernung $d = 213{,}09$ m befindet sich ein Turm, dessen Höhe $h = 28{,}74$ m ist; unter welchem Winkel wird er gesehen? 4) Von zwei Punkten B und C am Saume eines Waldes, deren Entfernung von einander $a = 55{,}448$ m ist, sollen Schneisen in den Wald gehauen werden, welche sich in einem Punkte treffen sollen, so dafs die eine von ihnen $b = 45{,}2$ m, die andere $c = 51{,}1$ m lang wird; unter welchen Winkeln sind die Schneisen anzulegen? 5) In einem rechtwinkeligen Parallelepipedon bildet die Diagonale von der Länge $d = 82{,}3$ cm mit zwei Kanten die Winkel $\alpha = 43^\circ 8' 27''$ und $\beta = 64^\circ 36' 34''$. Wie grofs ist der Winkel, welchen sie mit der dritten bildet?

d. Inhaltsbestimmung.

1) Ein Garten hat die Gestalt eines Rechtecks, die Thür liegt in einer der längeren Seiten und die Visierlinien von jener nach der nächsten der beiden gegenüberliegenden Ecken ist $e = 27{,}47$ m lang und bildet mit der betreffenden Seite den Winkel $\alpha = 70^\circ 30'$, die Visierlinie nach der anderen Ecke ergiebt den Winkel $\beta = 45^\circ 20'$. Wie grofs ist der Garten?

Endlich sind noch zwei physikalische Aufgaben zu verzeichnen, welche sich mit Hilfe der Trigonometrie lösen lassen: 1) Eine Kraft von $a = 5$ kg soll in zwei zu einander senkrechte Seitenkräfte zerlegt werden, von denen die eine mit deren Richtung den Winkel $\gamma = 36^\circ 51' 10{,}7''$ bildet. 2) Auf einen Massenpunkt wirken zwei Kräfte mit den Mafszahlen $a = 273$ und $b = 169$. Welche Winkel schliefsen dieselben ein, wenn sie sich zu einer Mittelkraft mit der Mafszahl $c = 260$ zusammensetzen lassen?

Damit sind die trigonometrischen Aufgaben erschöpft; wenden wir uns nun den 47 planimetrischen zu. Die gröfsere Hälfte (27) dieser Aufgaben fordern die Konstruktion eines Dreiecks und zwar aus 1) $a,\ t_a,\ \beta$ 2) $a,\ t_a,\ \gamma$ 3) $a,\ t_a,\ \sphericalangle(b,\ t_a)$ 4) $c,\ t_c,\ \gamma$ 5) $a,\ \alpha,\ \sphericalangle(b,\ t_b)$ 6) $t_a,\ t_b,\ \gamma$ 7) $h_c,\ t_c,\ \alpha$ 8) $h_a,\ h_b,\ t_a$ 9) $h_a,\ h_b,\ t_c$ 10) und 11) $t_a \cdot t_b,\ h_c$ 12) $h_c : c,\ b,\ \beta$ 13) $h_a : h_b,\ h_c,\ \gamma$ 14) $t_a : h_a,\ c,\ \beta$ 15) $t_c : h_c,\ c,\ \beta$ 16) $a : b,\ c,\ t_a$ 17) und 18) $r,\ \alpha,\ \beta$ 19) $a - b,\ p - q,\ \alpha - \beta$ 20) $t_a,\ p - q,\ \alpha - \beta$ 21) $a,\ p - q,\ \alpha - \beta$ 22) $a - b,\ \alpha - \beta,\ v$ 23) $\varrho,\ c,\ \alpha$ 24) $\varrho,\ c,\ \gamma - R$

25) s, ϱ_c, $\alpha - \beta$ 26) $2s$, p_c, h_c 27) ϱ, $\alpha - \beta$, w_γ. Zu diesen Konstruktionsaufgaben kann man auch noch die beiden Verwandlungsaufgaben rechnen 1) Ein einem Kreise einbeschriebenes regelmäfsiges Sechseck in ein gleichschenkeliges Dreieck zu verwandeln, dessen Grundlinie gleich dem halben Umfange des Sechsecks ist. 2) Ein Trapez in ein Dreieck zu verwandeln, von welchem u und v gegeben sind.

Vierecksaufgaben werden zwei verlangt: 1) Trapez aus der Summe der beiden parallelen Seiten $a + c$, aufserdem aus e, f, α. 2) Viereck aus $b : c = m : n$, e, f, α, γ.

Ferner haben es drei Aufgaben mit Kreisen zu thun: 1) Mit gegebenem Radius einen Kreis zu konstruieren, der einen gegebenen Kreis mit dem Radius r_1 von aufsen berührt und einen zweiten gegebenen Kreis mit dem Radius r_2 halbiert. 2) Durch zwei von drei geg. Punkten einen Kreis so zu konstruieren, dafs die von einem dritten Punkte an denselben gelegten Tangenten eine geg. Länge haben. 3) Einen Punkt so zu bestimmen, dafs die von ihm an zwei geg. Kreise gezogenen Tangenten geg. Längen a und b haben.

Dann sind vier Teilungsaufgaben anzuführen: 1) Eine geg. Strecke a in zwei Teile zu teilen, dafs der Unterschied der Quadrate beider Teile einem geg. Quadrate gleich wird. 2) Von einem geg. Rechtecke ein ähnliches abzuschneiden, dessen Inhalt $^3/_4$ von dem des ganzen Rechtecks beträgt. 3) Eine Strecke a in zwei Teile x und y zu teilen, so dafs eine andere geg. Strecke b das geometrische Mittel zwischen ihnen wird. 4) Zwei festliegende Kreise O und O_1 sind gegeben; durch den einen Durchschnittspunkt D eine die Kreise in X und Y schneidende Gerade so zu ziehen, dafs XY in D in dem Verhältnis $p : q$ geteilt ist.

Dann werden auch sieben Berechnungen gefordert: 1) Inhalt eines Kreises $= 28{,}2744$, gesucht r. 2) Inhalt eines Antiparallelogramms, wenn $h = 12$ cm und die kleinere parallele Seite wie auch der Schenkel $= 13$ cm sind. 3) Ein Kreisausschnitt hat den Flächeninhalt 7 qcm, wie grofs ist der Halbmesser, wenn dieser um 2 cm gröfser als der Bogen ist. 4) Eine Strecke $AB = a$ soll in X so geteilt werden, dafs $AX^2 : BX \cdot b = m : n$; man berechne AX, wenn $a = 52$, $b = 16$, $m : n = 13 : 8$ ist. 5) $r = 20{,}45$; gesucht der Inhalt des einbeschriebenen regelmäfsigen Achtecks. 6) $\varrho = 46{,}7$; gesucht Umfang und Inhalt des umbeschriebenen regelmäfsigen Achtecks. 7) $r - \varrho = 3$ cm; gesucht die Seite des regelmäfsigen Zehnecks. Die letzten drei Aufgaben können auch mit Hilfe der Trigonometrie und zwar auf viel leichtere Weise gelöst werden; ich habe sie jedoch mit unter die planimetrischen aufgenommen, weil derartige Aufgaben auch gerechnet werden, ehe die Trigonometrie durchgenommen wird. Schliefslich verlangen noch zwei Aufgaben neben der planimetrischen Konstruktion die Berechnung eines Stückes: 1) Ein Quadrat zu zeichnen, das doppelt so grofs ist wie ein Dreieck mit den Seiten a, b, c und die Seite des Quadrates durch Rechnung zu finden. 2) In ein gleichschenkelig-rechtwinkeliges Dreieck mit der Hypotenuse c soll ein Rechteck so einbeschrieben werden, dafs eine Seite auf der Hypotenuse liegt und sein Inhalt p^2 ist. Es sollen die Seiten dieses Rechteckes und des gröfsten aller auf diese Weise eingezeichneten Rechteckes berechnet werden.

Die Aufgaben aus der Mathematik wären damit erledigt; wir hätten endlich noch die Aufgaben aus der elementaren Körperberechnung zu betrachten. Diese sollen im nächsten Hefte folgen. (Forts. folgt.)

Litterarische Berichte.

A. Rezensionen und Anzeigen.

(Man sehe unsere Vorbemerkung im vor. Jahrg. Heft 5, S. 354.)

Einige neuere Logarithmentafeln.*)

Besprochen von Dr. A. SCHÜLKE, Osterode in Ostpreußen.

1. HERTZER, Dr. H. (Prof. a. d. Kgl. Techn. Hochschule zu Berlin), Fünfstellige Logarithmen-Tafeln. 3. Auflage. Berlin, Gaertner, 1893. Preis 1,20 Mk.

Die Tafel enthält in übersichtlichem Druck das, was in den meisten ähnlichen Werken geboten wird und außerdem die Potenzen der Zinsfaktoren sechsstellig und die Logarithmen derselben auf 10 Stellen; überall ist durch einen Strich angedeutet, ob die letzte Ziffer erhöht ist. Als Differenzen sind diejenigen der wahren Werte zweier Zahlen angegeben, nicht aber wie gewöhnlich, die Differenzen der angenäherten Werte der Zahlen. Da dieser Punkt auch in einer anderen neueren Tafel hervorgehoben wird, so möchte der Berichterstatter darauf hinweisen, daß die gewöhnliche Interpolation mit den wahren Differenzen schlechtere Ergebnisse giebt als das bisherige Verfahren, z. B. log sin $1^0\,45{,}9' = 8{,}48\,855$, die „wahre" Differenz ergiebt 8,48 856, der richtige Wert ist aber 8,488 55 34.

2. JELINEK, LAUR. (Prof. a. d. Landes-Oberreal- und Fachschule in Wr.-Neustadt), Logarithmische Tafeln für Gymnasien und Realschulen. Wien, Pichlers Witwe, 1893. Preis 1,50 Mk.

JELINEK, LAUR., Mathematische Tafeln für technische Anstalten. Wien, Pichler, 1893. Preis 2,40 Mk.

Diese fünfstelligeu Tafeln scheinen in Österreich schnelle Verbreitung gefunden zu haben und sie verdienen dieselbe namentlich wegen der sehr zahlreichen Beigaben, z. B. Potenzen und Logarithmen von $1 + p : 100$, Sterblichkeitstafel, Länge des Kreisbogens, Fläche des Kreissegments, regelmäßige Vielecke, Verwandlung der

*) Da in manchen Punkten die Ansichten über Logarithmentafeln stark auseinandergehen, so hat der Berichterstatter seine eigenen Anschauungen in dieser Zeitschrift 1895, S. 241 ausführlicher begründet.

Minuten und Sekunden in Dezimalteile des Grades, Dichte, Münzen, Maſse, Gewichte, geographische Örter und Konstanten des Sonnensystems. Die äuſsere Einrichtung weicht bisweilen von der in Norddeutschland üblichen Form ab, namentlich enthalten die trigonometrischen Tafeln auf zwei Seiten nicht nur die Logarithmen der Funktionen eines Grades für jede Minute, sondern auch die Funktionen selbst von 2′ — 2′ und die Differenzen für 1″.

Die „mathematischen Tafeln" sind noch reichhaltiger. Beiden Werken ist eine Anleitung zum Gebrauch beigegeben.

3. JORDAN, Dr. W. (Prof. a. d. Kgl. Techn. Hochschule in Hannover), Logarithmisch-Trigonometrische Tafeln für neue centesimale Teilung mit 6 Dezimalstellen. Stuttgart, K. Wittwer 1894. Preis 10 Mk.

Da die gröſseren Tafeln für Dezimalteilung des Quadranten im Buchhandel vergriffen sind, so hat der Verfasser diese sechsstellige Tafel bearbeitet und zugleich eine vollständige Neuberechnung der log sin von Grad zu Grad auf 15 Stellen ausgeführt. Die Tafel enthält zu fünfstelligen Zahlen die sechsstelligen Logarithmen und die trigonometrischen Funktionen bis 20^g für jedes Tausendstel und darüber hinaus für jedes Hundertstel des Grades. Die altenglischen Ziffern sind sehr deutlich und die ganze Ausstattung vorzüglich. Über die Dezimalteilung des Winkels und ihren Wert für den Unterricht hat sich der Berichterstatter ausführlich in dieser Zeitschrift 1896 S. 339 ausgesprochen.

4. PITZ, Dr. H. (Realgymnasiallehrer in Gieſsen), Vierstellige Logarithmentafel. 2. Aufl. Gieſsen, Roth, 1896. Pr. 0,40 Mk.

Die erste Auflage dieser Tafel ist 1894 S. 295 besprochen, die zweite ist dadurch entstanden, daſs an die alten Exemplare eine neue Seite herangeklebt ist, welche Arcus, Länge und Breite von einigen Orten und Potenzen der Zinsfaktoren enthält. Obwohl der Verfasser von der Ansicht ausging, daſs die Interpolation im Kopf geschehen solle, hat er „auf Wunsch" eine Interpolationstafel auf besonderem Kartonblatte beigefügt. Der Berichterstatter hätte gewünscht, daſs der Verfasser seinen ursprünglichen Standpunkt beibehalten hätte, denn daſs jeder Fortschritt auch Widerspruch findet, ist selbstverständlich.

5. ROHRBACH, Dr. C. (Oberlehrer am Gymnasium zu Gotha), Vierstellige logarithmisch-trigonometrische Tafeln. Gotha, Thienemann, 1893. Preis 0,60 Mk.

Vierstellige Tafeln werden zwar seit 1844 für den Schulgebrauch empfohlen, aber die Mehrzahl der Mathematiker verhält sich diesen Bestrebungen gegenüber vorläufig noch gleichgültig; es muſs daher freudig begrüſst werden, daſs der Verfasser durch

Herausgabe seiner Tafel, welche zu den besten vierstelligen gehört, diesen pädagogischen Fortschritt unterstützt hat. Die Tafel zeichnet sich namentlich durch zahlreiche physikalische und astronomische Beigaben aus, und da der Verfasser sich über die Grundsätze, welche ihn bei Abfassung seiner Tafel leiteten, in den Unterrichtsblättern für Mathematik etc. 1896, S. 20 ausführlich ausgesprochen hat, so möge hier nur auf folgende Punkte hingewiesen werden.

Die Logarithmen der trigonometrischen Funktionen sind auf neun Seiten angegeben, obwohl man sie zweckmäfsiger auf vier Seiten anordnen kann; denn bei neun Seiten ist fortwährendes Blättern nötig, während bei vier Seiten ein einfaches Umschlagen genügt, daher ist die letztere Anordnung selbst dann noch vorzuziehen, wenn bei komplizierteren Aufgaben von demselben Winkel mehrere Funktionen gebraucht werden. Der vom Verfasser angegebene Grund, dafs man prinzipiell bei der für die gröfsern Tafelwerke üblichen Anordnung bleiben müsse, scheint mir nicht stichhaltig, denn der Fachmann mufs beide Anordnungen kennen lernen, weil sie in gröfseren Tafeln vorkommen, z. B. bei Gaufs S. 25—50 und S. 114—123, für den Unterricht genügt die einfachere. Die Proportionalteile sind zwar in jeder gröfseren Tafel enthalten, aber sie fehlen auch in vielen von den Fachmännern täglich gebrauchten Werken, z. B. im astronomischen Jahrbuch und im Nautical Almanac; die Schule erfüllt also vollständig ihre Aufgabe, wenn sie nur das Wesen der Interpolation zur Darstellung bringt und sie erreicht durch Fortfall der Proportionalteile den Vorteil, dafs die Schüler gröfsere Rechenfertigkeit erlangen. Die gleichzeitige Anwendung von Minuten und Zehntelgraden (ersteres mit, letzteres ohne Proportionalteile) scheint mir gegenüber dem jetzigen Zustande fast eine Erschwerung, zumal alle Konstanten und kleinen Winkel nur in Minuten ausgedrückt sind; die Vorteile der Dezimalteilung treten erst dann deutlich hervor, wenn die Aufgaben für gewöhnlich dezimal gestellt werden (Material dazu findet man in der fünfstelligen Tafel von Bremiker und der vierstelligen von Schülke, eine gröfsere Aufgabensammlung ist in Vorbereitung) und die Schüler stets dezimal rechnen. Die Bestimmung kleiner Winkel, welche bei Parallaxen oder Aufgaben über die Krümmung der Erde vorkommen (s. d. Ztschr. 1895, S. 405) bereitet bei dieser Tafel ebenso wie bei allen übrigen Tafeln, die Sechzigteilung verwenden, Schwierigkeiten.

6. WESTRICK, F. A. (Oberlehrer am Kgl. Gymnasium zu Münster i. W.), Fünfstellige Logarithmen. Münster i. W., Aschendorff, 1892. Preis 1 Mk.

Der wichtigste Vorzug dieser Tafel besteht darin, dafs der Winkelgrad ebenso wie bei Bremiker in 100 Teile geteilt ist. Da die Rechnung dadurch sehr viel einfacher und übersichtlicher

wird (s. d. Ztschr. 1896, S. 339), so ist die Einführung dieser Tafel allen denen zu empfehlen, die an fünf Stellen beim Unterricht festhalten wollen.

KEWITSCH, Dr. G. (Gymn.-Professor a. D.), Vierstellige Logarithmen für den Schulgebrauch. Leipzig, Reisland, 1896. Preis 0,80 Mk.

Herr Kewitsch hat 1889 in demselben Verlage eine Tafel fünfstelliger Logarithmen für den Schulgebrauch herausgegeben. Er sprach sich damals schon gegen das übertrieben genaue Rechnen mit Logarithmen aus, blieb aber noch bei fünfstelligen Logarithmen stehen, suchte nur der Tafel eine für den Schulgebrauch möglichst geeignete Gestalt zu geben, dabei den Inhalt der Tafel auf das für die Schule unbedingt Notwendige zu beschränken.

Seit jener Zeit ist die Frage der Logarithmen für höhere Schulen wiederholt Gegenstand der Erörterung gewesen. Namentlich hat Herr Schülke die Logarithmenfrage wiederholt in Zeitschriften und auf Versammlungen zur Sprache gebracht. Von Bedeutung ist besonders ein Aufsatz: „Genügen vierstellige Logarithmentafeln für Gymnasien?"*) und eine ausführliche „Besprechung vierstelliger Logarithmentafeln".**) Daraufhin hat sich nun mehr und mehr die Überzeugung Bahn gebrochen, dafs vierstellige Logarithmen für den Schulgebrauch völlig ausreichen. Diese Überzeugung würde auch schon mehr praktiche Folgen gezeitigt haben, wenn die Einführung neuer Lehrmittel durch die jetzigen preufsischen Bestimmungen nicht allzusehr erschwert wäre. Herr Schülke hat 1895 bei Teubner eine vierstellige Logarithmentafel erscheinen lassen, welche seine Ideen verwirklicht und wegen ihrer mannigfachen Vorzüge als besonders brauchbar zu bezeichnen ist.

Nunmehr hat auch Herr Kewitsch eine vierstellige Logarithmentafel herausgegeben. Dieselbe enthält dreistellige e-Logarithmen von 1—99, dreistellige 10-Logarithmen von 1—99, fünfstellige von 1000—1109 (für die Zinseszinsrechnung), vierstellige von 100—999, der trigonometrischen Funktionen, Verwandlung von Graden, Stunden in Teile des Tages, dreistellige Zahlen der Bogen, Sehnen, Winkelfunktionen, vierstellige Zahlen der Winkelfunktionen, die Quadratzahlen von 1—1000, die Kubikzahlen von 1—100, zahlreiche astronomische und physikalische Konstanten. Dann folgt eine längere, wohl mehr für eine Zeitschrift geeignete Abhandlung über die Erfindung der Logarithmen, eine Anleitung zur Berechnung der Logarithmen der Zahlen und der Winkelfunktionen, darauf eine Erläuterung des Gebrauchs der Tabellen und schliefslich ein Beiwort,

*) 1894. Zeitschrift f. d. Gymnasialwesen XLIX, 4.
**) 1895. Zeitschrift f. math. u. naturw. Unterr. XXVI, 4.

in dem der Herr Verfasser sich über die von ihm befolgten Grundsätze ausspricht.

In Inhalt und Form stimmen die beiden Tafeln, die des Herrn Schülke und die des Herrn Kewitsch, in fast allen wesentlichen Dingen überein.

Nicht enthalten ist in der vorliegenden Tafel die bei Schülke vorhandene nach Hundertstelgraden fortschreitende Tabelle für Log sin $0^0 — 5^0$ und Log tg $0^0 — 5^0$.

Übereinstimmung herrscht dagegen darin, dafs bei Schülke und bei Kewitsch die Logarithmen der Zahlen nur zwei Seiten füllen, dafs in derselben Weise bei beiden die Logarithmen der Sinus und Cosinus wieder zwei Seiten füllen und ganz in derselben Weise die Logarithmen der Tangens und Cotangens, so dafs das Blättern bei beiden auf ein Minimum beschränkt ist. Für die Zinseszinsrechnung enthalten beide Tabellen die fünfstelligen Logarithmen der Zinsfaktoren. In seiner fünfstelligen Tafel hatte Herr Kewitsch hierfür noch die zehnstelligen Logarithmen gegeben, sich jetzt aber, da der Zinsfufs doch veränderlich ist, auf fünfstellige beschränkt.

Beide Tafeln, die von Schülke und die von Kewitsch, enthalten auch eine gröfsere Zahl astronomischer und physikalischer Konstanten. In der fünfstelligen Tafel hatte Herr Kewitsch sie ausgeschlossen, weil er sie damals noch für unnötig und schädlich hielt; er hat sich in diesem Punkte jetzt auch zu der Ansicht des Herrn Schülke bekehrt, dafs die Angaben sich gut zu Aufgaben verwerten lassen. Die Angaben von Schülke sind allerdings mannigfaltiger und daher vielseitiger zu Aufgaben zu verwerten. Die Zahl der astronomischen Konstanten ist bei Kewitsch gröfser; doch lassen sich die bei Schülke fehlenden aus den gegebenen leicht berechnen, was gerade Stoff zu interessanten Aufgaben bietet.

Beide Tafeln stimmen auch darin überein, dafs sie neben den Logarithmen der trigonometrischen Funktionen noch diese selbst bringen, da beide Verfasser es für zweckmäfsig erklären, dafs die Schüler auch im Lösen trigonometrischer Aufgaben ohne Logarithmen geübt werden.

Beide Tafeln enthalten auch Sterblichkeitstabellen, Schülke giebt nach dem statistischen Handbuch für 1893 die Zahl der Überlebenden auf eine Dezimalstelle genau, Kewitsch auf Ganze abgerundet. Die Abrundung ist bei Kewitsch für 1, 12, 32, 42, 64 Jahre nicht richtig; die betreffenden Fehler würden sich erklären, wenn die Zahlen bei Kewitsch aus den schon abgerundeten Zahlen Schülkes abgeleitet wären.

Ein Urteil darüber, ob Herr Kewitsch die Tafel des Herrn Schülke kannte, will der Unterzeichnete nicht aussprechen.

Kannte Herr Kewitsch die Logarithmentafel von Herrn Schülke — es war ja seine Pflicht, sich mit den Arbeiten seiner Vorgänger

bekannt zu machen —, sah er, dafs alle wesentlichen Vorzüge, die seine Tafel besitzt, schon vorher in der von Herrn Schülke verwirklicht waren, so hätte er, was nicht geschehen ist, die Vorarbeit des Herrn Schülke erwähnen oder vielleicht seine ganze Veröffentlichung unterlassen müssen.

Dafs die Tafel des Herrn Kewitsch ebenso wie die des Herrn Schülke für den Unterricht durchaus brauchbar ist, ergiebt sich nach Obigem von selbst; doch werden die meisten Fachgenossen wohl die ältere der beiden Tafeln vorziehen.

Posen. H. Thieme.

Wehner, Dr. Hermann. Leitfaden für den stereometrischen Unterricht an Realschulen. Mit 18 Fig. im Text. VIII. 54 S. 8°. Leipzig. B. G. Teubner 1892. Preis 0,80 Mk.

Der Leitfaden soll ein Hilfsmittel für den stereometrischen Unterricht in der ersten Klasse einer Realschule sein. In Rücksicht auf die kurze Zeit, die diesem Unterrichte an der Realschule zugemessen ist, hat der Verfasser den Stoff nach Möglichkeit beschränkt, — doch nicht so, dafs er Bruchstücke aus einem gröfseren Bauwerk herausgenommen hat, sondern in der Weise, dafs er mit geringeren Mitteln ein kleineres, ebenfalls einen inneren Zusammenhang aufweisendes Gebäude selbständig aufzuführen sich bemühte. Diese Absicht ist dem Verfasser in vollem Mafse gelungen.

Nach einer Einleitung, in welcher von den geometrischen Grundbegriffen die Rede ist, wird im ersten Abschnitte „die Ebene und die Gerade" in übersichtlicher, vielfach eigenartiger, elementarer Weise behandelt.

Im zweiten Abschnitte werden die einfachsten Körper ihren Haupteigenschaften nach betrachtet und unter Benutzung des Cavalieri'schen Satzes als Grundsatzes berechnet. (Um hier noch eine Beschränkung des Stoffes herbeizuführen, möchte Berichterstatter vorschlagen, die Inhaltsbestimmung der abgestumpften Pyramide wegzulassen; der abgestumpfte Kegel kann selbständig in einfacher Weise abgeleitet werden.)

In einem dritten Abschnitte sind stereometrisch-algebraische, dem Standpunkte der Schüler recht angemessene Aufgaben in hinreichender Zahl gestellt. Hier hätte aber Berichterstatter die meisten der fast in jeder Unterabteilung angegebenen Formeln gern unterdrückt gesehen, um sie lieber vom Schüler selbständig finden zu lassen.

Was die Form, in welcher der Stoff geboten wird, anlangt, so hat sich der Verfasser im ganzen von den bekannten Forderungen Reidt's leiten lassen. Doch weicht er insofern von Reidt ab, als er für nötig hält, dafs das Lehrbuch zum Zweck der häuslichen Wieder-

holung namentlich schwächerer Schüler auch die „Analysis der Beweise“ in kurzer Fassung bietet. Er schlägt so einen Mittelweg zwischen Reidt und Krumme-Fenkner ein. Vielfach, wenn auch nicht überall, erscheint dieses Verfahren dem Berichterstatter richtig. Doch wäre es nicht gerade unbedingt erforderlich gewesen, die beiden Teile des Beweises äufserlich zu kennzeichnen. Neu ist das Verfahren an und für sich nicht. Berichterstatter hat es auch schon angewandt. Jedenfalls stimmt er mit dem Verfasser in der Ansicht überein, dafs die Hauptsache — der Unterricht selbst und das Lehrbuch nur ein Hilfsmittel sei, das dem Schüler einerseits die (häusliche) Arbeit erleichtern und ihn dennoch zur Thätigkeit auffordern soll. Und bei der genauen Durchsicht aller Einzelheiten des Buches, dessen Korrektheit in der Ausdrucksweise lobend hervorgehoben sei, habe ich den angenehmen Eindruck empfangen, dafs das Buch aus einem sorgfältig erteilten Unterricht hervorgewachsen ist, und sein Verfasser die Fortschritte auf dem Gebiete der Schulstereometrie mit Aufmerksamkeit verfolgt hat.

Auf einige unbedeutende Einzelheiten, die bei einer neuen Auflage abzuändern wären, wie z. B. Begriff der Achse eines (schiefen) Kreiskegels, Gröfse von Linien- und Flächenwinkeln (S. 10), möchte ich hier nicht eingehen (zu brieflichen Mitteilungen würde ich auf Wunsch des Verfassers gern bereit sein).

Das Buch ist zur Einführung in Realschulen warm zu empfehlen.

Zerbst. Lucke.

Habenicht, Bodo. Die analytische Form der Blätter. Mit 148 Figuren. Quedlinburg 1895. 18 Seiten. Preis 2 Mk.

Verfasser hat sich in dieser Schrift die Aufgabe gestellt, die Blattformen der Pflanzen mathematisch zu bestimmen. Es ist ihm dies auch für eine grofse Anzahl von Formen gelungen und er ist zu einer Reihe von Resultaten gelangt, die dem Mathematiker wie dem Botaniker sicher von Interesse sind. Wenn er aber meint, dafs aus der analytisch festgelegten Blattform die treibenden Kräfte erschlossen werden könnten, gleichwie aus der mathematisch bestimmten Bahn eines Körpers auf die treibenden Kräfte geschlossen werden kann, so ist dies sicher ein Irrthum. Die Festigungsformen der Pflanze, Blattstellung etc. lassen sich zwar aus den Prinzipien der Mechanik erschliefsen und führen umgekehrt wieder auf diese zurück. Bei den Formen der Blätter und Blumen handelt es sich aber nicht, oder doch nur in untergeordnetem Mafse, um mechanische oder allgemein physikalische Wirkungen, vielmehr um biologische, um Lebenserscheinungen, die sich mechanisch nie und nimmer erklären lassen werden. So wenig die Blütenform einer *Pedicularis*, die bis ins Einzelne den Lebensgewohnheiten gewisser Hummel-

arten angepafst und uns aus diesen verständlich ist, auch wenn ihre Oberfläche analytisch-geometrisch festgelegt wäre, einen Rückschlufs auf die treibenden Kräfte zuliefse, so wenig wird bei den Blättern aus der analytischen Formel auf die Ursachen der Anpassungen (um die es sich ja hier handelt) geschlossen werden können. Zwar wird uns der pfeilförmige Grund auf den windenden Stengel, die lange Träufelspitze auf die regenreiche Heimat, die Nopalform auf die Lebensweise in heifsem Klima, die tief zerschlitzte Spreite auf das Leben im Wasser, die Kannenform der Nepenthes auf Fleischnahrung hinweisen etc. etc., aber doch wohl erst oder überhaupt nicht durch die analytische Blattformel. Nach dieser Seite hin dürfte die Arbeit des Verfassers nicht verwendbar sein. Wohl aber könnte die Auffindung den wirklichen Verhältnissen genau entsprechender Formeln für die Blattform zur genaueren Bestimmung der jeder Pflanzenspezies eigenen Konstanten oder Variationsgrenzen nach dem Gesetz der grofsen Zahlen führen als dies nach den Pockornyschen empirischen Formeln möglich ist (Pockorny, über phyllometrische Werte zur Charakteristik der Pflanzenblätter Wien 1875, F. Ludwig, über Variationskurven der Pflanzen. Bot. Centralbl. Bd. LXIV 1895 mit 2 Doppeltafeln).

Verfasser verwendet bei der mathematischen Darstellung der Blattformen, da die Umrandung stets eine einfache Kurve darstellt, Polarkoordinaten, die allgemeine Form ist also $r = f(\varphi)$. Zunächst soll 1) die Summe der *radii vectores*, deren φ um π auseinander liegen, konstant sein (Durchmesser des Blattes) 2) das Blatt soll symmetrisch zur 0-Axe sein, daher mufs weiter $f(\varphi) + f(\pi + \varphi) = c$ und $f(\pi - \varphi) = f(\pi + \varphi)$ sein. Hieraus folgt, dafs f nur cosinus enthalten darf. Die allgemeinste Gleichung der zu behandelnden Blätter ist daher $r = F(\cos\varphi)$. Verfasser untersucht nun r dargestellt als ganze rationale Funktion von $\cos\varphi$ und erhält, indem er der leichteren Differenzierbarkeit wegen die $\cos^n \varphi$ durch die $\cos n\varphi$ ausdrückt, als analytischen Ausdruck sämtlicher symmetrischen Blätter mit Durchmesser

$$r = a + b\cos\varphi + c\cos 2\varphi + d\cos 3\varphi + \ldots n\cos p\varphi.$$

Die Formenfülle, die durch Spezialisieren der Konstanten entspringt, ist allerdings eine überraschende.

Der Einfachheit halber werden alle negativen Leitstrahlen aufser Betracht gelassen, alle auftretenden Konstanten sind positiv.

r ist Maximum oder Minimum für $\frac{dr}{d\varphi} = r' = 0$. Solche Kurvenpunkte werden als Polkulminationen und zwar als Polferne und Polnähe bezeichnet. Für Polentfernung ist $r' > 0$, da r mit φ wächst, für Polannäherung $r' < 0$. Bei Polnähe in $r = p$ berührt die Kurve den Kreis $r = p$ von aufsen, bei Polferne von innen. Der Winkel D zwischen Radiusvektor und Tangente ist bestimmt

durch $\operatorname{tg} D = \frac{r}{r'}$, er ist Maximum oder Minimum für $\frac{r'^2 - r''}{r'^2} = 0$. Wird $r'^2 - rr'' = \Delta$ gesetzt, so heifst die Kurve für

$$\Delta > 0 \text{ polconcav}, \ \Delta = 0 \text{ polinflex}, \ \Delta < 0 \text{ polconvex}$$

für die Nierenform $r = \varphi + 3 \cos \varphi$ z. B. ist Polferne 7 für $\varphi = 0$, Polnähe 1 für $\varphi = \pi$, Polinflexion 1,75 für $\cos \varphi = -\frac{3}{4}$. Die Kurve ist polconvex, so lange $\cos \varphi > -\frac{3}{4}$, also $\sin \varphi = 138^0 35'$. Die Tangente $m\varphi = \pi$ heifst $1 + r \cos \varphi = 0$, sie schneidet die Kurve bei $109^0 30'$ $\left(4 + 3 \cos \varphi = -\frac{1}{\cos \varphi}\right)$.

In $\boldsymbol{r = a + b \cos \varphi}$ heifst die dortige Tangente $a - b + r \cos \varphi$, sie schneidet wo $\cos \varphi = \frac{b-a}{b}$ ist. Die Nierenbucht hört auf, wenn der Berührungspunkt mit dem Schnittpunkt zusammenfällt, also die Tangente ganz aufserhalb liegt für $a = 2b$. Es entsteht dann die kreisähnliche Form $r = 2 + \cos \varphi$. Ist aber $a > 2b$, so wird der π Schnittpunkt imaginär, es entsteht gleichfalls keine Einbuchtung.

$r = 3(1 + \cos \varphi)$ bildet die 1. Herzform, die Spitze wird stumpfer für $r = 3 + 4 \cos \varphi$. —

Für $\boldsymbol{r = a + b \cos 2n \varphi}$ werden die Kurvenstücke auch in den zwei ersten Quadranten symmetrisch, die Formen werden übergangen.

$\boldsymbol{r = a + b \cos 3\varphi}$. Ist $a > b$, so ist die Kurve polinflex bei $\cos 3\varphi = -\frac{b}{a}$ z. B. $r = 4 + 2 \cos 3\varphi$ bei 0^0 polconcav, bei 40^0 polinflex, dann polconvex bei 80^0 polinflex, dann concav, bei 160^0, hier polinflex dann polconvex. Polnähe bei 60^0 und 180^0, Polferne bei 0^0 und 120^0. Für $a = b$ wird $r = a(1 + \cos 3\varphi)$ Trifolium. Für $a < b$ ist die Polseite der Kleeblättchen spitzer (z. B. $r = 1 + 5 \cos 3\varphi$),

$\boldsymbol{r = a + b \cos (2n + 1) \varphi}$ ergiebt dann weiter den Fünfstern, Siebenstern etc. Statt auf dem Kreise $r = a$ können die Kurven auch auf einer anderen Grundkurve aufgetragen werden, z. B. $r = 4 + 2 \cos \varphi$; es tritt dann der erste Lappen hervor, während die anderen zurücktreten. So z. B. in $r = 4 + 2 \cos \varphi + 2 \cos 3\varphi$ und in den verwandten Formen $r = 4 + 4 \cos 2\varphi \cos \varphi$ und $r = 4 + 2 \cos 2\varphi \cos \varphi$. Im allgemeinen haben diese Kurven in den beiden ersten Quadranten 3 Inflexionen. Wird aber in $\boldsymbol{r = a + b \cos \varphi + c \cos 3\varphi}$ $a : b : c = 4 : 3 : 1$, so ist nur noch eine möglich, denn die Bedingung $\Delta = 0$ wird dann zu $\cos^3 \varphi = -1$. Die Kurve wird dann $\boldsymbol{r = p(1 + \cos^3 \varphi)}$. Für $p = 3$ ergiebt sich das 3. Herz, $r = 6(1 + \cos^5 \varphi)$ das 5. Herz. Der Ort $\varphi = 0$ wird um so weniger stumpf, je höher der Grad des Herzens ist. Abgebildet sind noch $r = 3(1 + \cos^9 \varphi)$ und $r = 3(1 + \cos^{71} \varphi)$

woraus z. B. eine kleeblattähnliche Form mit gröfserem Mittellappen ableitbar ist $r = 3\,(1 + \cos^{71}\varphi) + 2^1/_2 \cos 3\varphi$.

Eine Annäherung der gewöhnlichen Blattherzformen gelingt, wenn die bereits erlangten Herzen als Grundkurven aufgefafst werden. So wird z. B. dem 71. Herzen die allzuscharfe Spitze und Kerbe genommen durch Addition von $\cos 2\varphi$. Die Einschnürung bei 90^0 wird vermieden in

$$r = 3\,(1 + \cos^{71}\varphi) + 3 \cos \varphi.$$

Soll der Blattgrund möglichst gerade sein, so ergiebt das $r = \frac{3}{2}\,(2 + \cos\varphi + \cos^{71}\varphi)$; soll er ganz zurücktreten, so ist $r = \frac{1}{2}\,(5 + 3\cos\varphi + \cos 2\varphi + 3\cos^{71}\varphi)$; für zwölf weitere herzartige Kurven giebt Verfasser die weiteren Formeln.

Bei dem aus Herzen zusammengesetzten Blatt (Sauerkleeblatt) geht man aus von $r = a(1 + \cos 3\varphi)$; der Herzeinschnitt entsteht, indem eine auf dieser anfangs wachsende Funktion hinzukommt, die an den Kulminationen dieser ihre Nullpunkte hat d. i. $\sin 3\varphi$. Die allgemeine Formel wäre

$$r = a\,(1 + \cos 3\varphi) + b \sin 3\varphi$$

Je mehr b überwiegt, desto spitzer wird die Herzspitze, desto länger werden die Herzlappen, je gröfser aber $\frac{a}{b}$, desto stumpfer der Blättchengrund und desto unmerklicher die Herzkerbe. Da $b \sin 3\varphi$ von 60^0—120^0 negativ ist, würde Asymetrie entstehen, es müssen daher gerade Potenzen der Sinusfunktion genommen werden. $r = 4\,(1 + \cos 3\varphi) + 4 \sin^2 3\varphi$ stellt ziemlich gut das Blatt von *Oxalis Acetosella* dar, $r = 4\,(1 + \cos 3\varphi) - 4 \sin^2 3\varphi$ ist das von *Melilotus*. Verbreiterung der Blättchen ohne Herzkerbe entsteht bei $r = 4\,(1 + \cos 3\varphi) + 2 \sin^2 3\varphi$, noch deutlicheres Hervortreten der Herzform bei $r = 3\,(1 + \cos 3\varphi) + 4 \sin^2 3\varphi$. Leicht ist nun auch die Darstellung der Blätter von *Paris* und *Marsilea*. Die Herzgleichungen gerader Ordnung sind fast ohne Interesse für die Blattformen. Von den Formen $r = a + b\cos\varphi + c\cos 3\varphi$ wird noch $r = 3 + 4\cos\varphi + \cos 3\varphi$ dargestellt, $r = a + b\cos\varphi + c\cos 2\varphi + d\cos 3\varphi$ wird näher erörtert.

Bei der Rückwärtsvervollständigung der Herzformen

$$r = a\left(1 + \sqrt[2c+1]{\cos\varphi}\right)$$

werden zunächst $r = 3\left(1 + \sqrt[3]{\cos\varphi}\right)$ dargestellt, bemerkenswert ist auch die Form $r = 5\sqrt[10]{1 + \cos\varphi}$ *(Nymphaea)*.

Es wird dann der analytische Ausdruck für die verschiedene Beschaffenheit des Blattrandes (gekerbte, gezähnte, gebuchtete Blätter etc.) abgeleitet. So ergiebt eine Addition von $p \cos^2 n\varphi$

zur Grundkurve die Kerbung z. B. $r = 5\sqrt[16]{1 + \cos\varphi} + \frac{1}{2}\cos^2 9\varphi$. Die Kerben werden vermehrt und ihre Sehnen vermindert durch Vergröſserung von n, der Kerbbogen wird steiler durch Vergröſserung von p. Bei gezähntem Blatt ist eine solche Funktion zu subtrahieren.

Die Darstellung des gebuchteten Blattes giebt eine Addition von $q \cos m \varphi$ die Gröſse der Ausbuchtungen wächst mit q, ihre Zahl mit m;

so ist $r = 6\,(1 + \cos^5\varphi) + 8\cos 20\varphi$ gebuchtet

$r = 6\,(1 + \cos^5\varphi) + \frac{1}{2}\cos^2 9\varphi$ gekerbt

$r = 6\,(1 + \cos^5\varphi) - \frac{1}{2}\cos^2 9\varphi$ gezähnt.

Oft sind die Zähne am stärksten an der Blattspitze und verschwinden nach der Blattbasis zu; diese Thatsache ist analytisch auszudrücken, indem man der Zahngröſse den Verkleinerungsfaktor $\cos 2n\frac{\varphi}{2}$ beifügt. So ist die Kurve des Nesselblattes

$$r = 5 + 2\cos\varphi + 3\cos^{71}\varphi - \sin^2 18\varphi\cos^4\frac{\varphi}{2}.$$

Wie wesentlich es bei der Darstellung ist, von welcher Grundform und welchem Pole man ausgeht, zeigen z. B. die analytischen Formen des Eichenblattes (Grundform ein modifiziertes 5. Herz oder eine Ellipse):

$$r = 6\,(1 + \cos^5\varphi) - 3\sin^2\varphi + 2\cos 18\varphi\cos^4\frac{\varphi}{2}$$

$$r = 3\left(1 + \cos\varphi\cos^2\frac{\varphi}{2}\right) + \cos 18\varphi\cdot\cos^4\frac{\varphi}{2}$$

$$r = \frac{9}{5 - 4\cos\varphi} + 2^2\cos 18\varphi\cdot\cos^4\frac{9}{2}.$$

Es werden daher zur Untersuchung der Blätter eine Reihe von Grundformen gegeben (dreilappige, herzförmige, pfeil- und spieſsförmige Blätter etc).

Für die Grundform des Kastanienblattes wird

$$r = 2\left(\cos\varphi + \sqrt{3 + \cos^2\varphi}\right) - 6\sin^2\frac{7\varphi}{2}$$

gegeben, wozu noch für den Blattrand das Additionsglied $0{,}35\,\mathrm{m}^2\,60\varphi$ hinzu kommt. Nach Erörterung einiger allgemeiner Fragen, wann eine Blattkurve einen Polkreis berührt etc., werden noch die Formen der Blätter des Epheus, *Acer ibericum*, *A. platanoides* von verschiedenen Grundformen aus durch schrittweises Vorwärtsgehen analytisch festgelegt.

Greiz. F. Ludwig.



Cronberger, Bernhard, Die Blumenpflege in Schule und Haus. Anleitung zur Einführung der Blumenpflege. Frankfurt a. M. 1895. Verlag von H. Bechhold. 1 M.

In der Einleitung zu dieser recht lesenswerten Schrift hebt der Verfasser zunächst die den Geist veredelnde Wirkung der Blumenpflege hervor, indem er zeigt, wie die Blumen auf Gott, als den gütigen Schöpfer, hinweisen, wie sie die Liebe zur Natur, das Verständnis für dieselbe und die Achtung vor ihren Geschöpfen wecken, die ästhetischen Gefühle erregen und entwickeln, und ihre Pflege selbst das Familienleben wohlthätig beeinflussen kann. Der erste Teil des Buches behandelt kurz die Blumenpflege in der Schule, nämlich die Kultur von Topfpflanzen im Schulzimmer, das Blumenbeet auf dem Schulhofe, die häusliche Pflege der Blumen durch Schulkinder und das Blumenbeet im Schulgarten. Enthält schon dieser Abschnitt manchen nützlichen Wink, so ist besonders der zweite Teil: „Die Blumenpflege in der Familie" von Interesse, insofern als er genaue Auskunft giebt über die zu dem genannten Zwecke an Erwachsene und Kinder von Gartenbauvereinen und Lehrervereinen verteilten Pflanzen, die zu ihrer Pflege erteilten Anweisungen und die erzielten Erfolge, die in allen Fällen sehr günstige waren.

Reichenbach i. V. Dietel.

Mik, Josef. Pflanzen-Etiketten zur Anlegung von Schüler-Herbarien. 28 Etiketten der Pflanzen-Familien und 480 Pflanzen-Etiketten. Wien und Berlin 1889. Pichlers Witwe und Sohn. Preis 0,80 *M.*

Es ist eine nicht zu leugnende Thatsache, dafs sich durch Verwendung gedruckter Etiketten bei der Anlegung eines Herbariums eine Gleichmäfsigkeit und Sauberkeit erzielen läfst, wie sie durch Aufschreiben der Namen auf die Herbariumbogen sonst nur wenige Schüler erreichen. Die Pflanzenetiketten von Mik zeigen eine recht gefällige Anordnung. Auf den Arten-Etiketten tritt der botanische Name durch kräftigen Druck besonders hervor. Es ist aufserdem der deutsche Name angegeben und Raum zur Angabe des Fundortes, Sammeldatums und Sammlers gelassen. Endlich findet sich auf jeder Etikette eine Zahl, welche zur Auffindung der Familie in den beigegebenen Familien-Etiketten dient. Diese letzteren, 96 Familien der Phanerogamen und 8 Klassen der Kryptogamen umfassend, bringen durch Verwendung von verschiedenfarbigem Papier noch die Hauptabteilungen des natürlichen Systems zur Anschauung.

Derselbe.

POGGENDORFF's biogr.-litter. Handwörterbuch zur Geschichte der exakten Wissenschaften. III. Bd. (die Jahre 1858 bis 1883 umfassend). Herausgegeben von Feddersen und v. Oettingen. Lieferung 3—6. S. 193—576. Leipzig, Joh. Ambr. Barth 1896. Preis der Lief. Mk. 3.—.

Indem wir auf unsere Anzeige im Jahrg. 1896, Heft 7, S. 516 verweisen,*) zeigen wir hier die beiden Doppellieferungen 3—4 und 5—6 sowie die erst jetzt eingelaufene Lief. 7 an und zwar reicht Lief. 3—4, von S. 193, Art. Briart bis S. 384 Art. Dufet, Lief. 5—6, von S. 385 bis S. 576, Art. Halleur und Lief. 7 von S. 577 bis S. 672, Art. Husemann.

Nach dem Prospekte soll der III. Bd. 19 Lieferungen enthalten, es würden also noch 12 Lieferungen folgen müssen. Was nun den Inhalt betrifft, so sind wir — noch abgesehen von dem Hindernisse, welches die unaufgeschnittenen Hefte bieten — jetzt aufser Stande, über etwaige Lücken Untersuchungen anzustellen. Ein oberflächlicher Einblick zeigte uns jedoch, dafs der im vorigen Jahre verstorbene bedeutende Schulmann, Schriftsteller und besonders Kritiker, Professor Dr. Erler in Züllichau (Pädagogium) bekannt durch seine mathematischen Aufgaben für gröfsere Vierteljahrsarbeiten der Primaner. Jena 1867, vergessen wurde, während andererseits der 1879 emeritierte Professor Fliedner in Hanau, bekannt durch seine physikalischen Aufgaben, aufgenommen ist. Bei Günther sind die mathematisch-pädagogischen Artikel, die er in dieser Zeitschrift niederlegte, nicht angegeben. Es ist am Schlusse nur bemerkt: „Noch zahlreiche Referate und populäre Aufsätze in verschiedenen Zeitschriften". Die Aufsätze Günthers in unserer Zeitschrift sind durchaus nicht „populär" in gewöhnlichem Sinne, sondern wissenschaftlich. Es scheint sonach die pädagogische — selbst die wissenschaftliche — Schriftstellerei völlig ignoriert zu sein. Doch finden wir andererseits bei Gilles, Gymnasial-Professor in Essen, auch die pädagogischen Werke und Aufsätze angeführt. Auch Godt-Lübeck mit seinen Arbeiten ist erwähnt. Wir selbst haben dagegen nicht die Ehre unter dem Buchstaben H genannt zu sein, obgleich wir diese Zeitschrift gegründet und sie seit nun 27 Jahren redigiert haben. Und diese Zeitschrift gehört doch auch in die „Geschichte der exakten Wissenschaften!"

Einen Mangel finden wir noch darin, dafs die Abkürzungen nicht erklärt sind (Tabelle der Abbreviaturen!) So steht bei Feddersen, dem Mitherausgeber, *ASL* und *Or.* Was soll das bedeuten? fragt der Leser. So auch sind viele andere Zeichen unverständlich. Vermutlich soll das im letzten Hefte folgen. H.

*) Man wolle dort Zeile 17 v. o. die Worte 2. Lief., S. 97—192 korrigieren in 1 bis 2. Lief., S. 1—192.



Kleiner Litteratur-Saal.

(Man sehe unsere Vorbemerkung im vor. Jahrg. Heft 5, S. 354.)

Harms*) und Kallius, Rechenbuch für höhere Schulen (G., R.-G., O.-R., R., h. B.-Sch., Sem.). 18. Aufl., VIII u. 264 S. Oldenburg, Stalling 1896. Preis geb. ℳ 2.75.**)

Dieses bereits in 18. Auflage erschienene vorzügliche Rechenbuch — strenggenommen nur eine Aufgabensammlung — das in Deutschland für eine Art Muster-Rechenbuch gilt und wohl auch gelten darf, ist in den 3 letzten Auflagen wenig geändert; nur über Arbeiter-Versicherungen und die neue österr. (Gold-)Währung sind Aufgaben aufgenommen worden.

In § 11 und 12 wird von den zwei verschiedenen Arten der Division (Messen und Teilen) gehandelt. Die Verfasser setzen das Teilen an erste Stelle (§ 11). Wir meinen, daſs das Enthaltensein (Messen) an diese Stelle gehöre, weil es das Leichtere, dem jugendlichen Geiste nach seiner Lebenserfahrung Faſslichere ist, weshalb es ja auch in den Volksschulen im untersten Elementarunterricht voransteht.***) Wir wünschen, der Herr (noch lebende) Verfasser möchte unseren im Jahrg. 1891, S. 179 und in diesem Heft S. 89 wiederholten Vorschlag, das Enthaltensein (Messen) durch das Zeichen $\div$ anzudeuten, freundlichst erwägen und realisieren, damit endlich auch äuſserlich beide Divisionsarten unterschieden werden.

Utescher, Otto (Oberlehrer), Rechenaufgaben für höhere Schulen. In drei Heften nach den neuen preuſs. Lehrplänen bearbeitet. Breslau 1894, Ferdinand Hirt. I. 40 S. 35 Pf. II. 40 S. 35 Pf. III. 40 S. 40 Pf. Ergebnisse zum 1. Heft 32 S. 30 Pf.†)

Neue Lehrpläne fördern stets neue Lehrmittel zu Tage und da der Verf. dem Wunsche von Fachlehrern nachkam, so darf dies als triftiger

---

*) Dieser an erster Stelle genannte Verfasser ist ohnlängst verstorben.

**) Der Redaktion in anständigem Einbande überreicht.

***) Wir erinnern uns aus unserm ersten Rechenunterrrichte der Volksschule (einer vortrefflichen Landschule), daſs damals das Dividieren fast nur als Enthaltensein aufgefaſst wurde. Die Älteren unter uns werden sich wohl entsinnen, daſs z. B. die Aufgabe 37284 : 12 gerechnet wurde in der Form, wie folgt:

```
12 : 37284 | 3107
     36... |
      12.. |
      12.. |
        8.
        0.
        84
        84
         0
```

Gesprochen wurde: 12 in 37 geht 3mal, 3mal 12 ist 36, bleibt 1, 2 herunter; 12 in 12 geht 1mal, 1mal 12 ist 12, bleibt nichts (oder geht auf), 8 herunter; 12 in 8 geht 0mal, 12mal 0 ist 0, bleibt 8, 4 herunter; 12 in 84 geht 7mal, 12mal 7 ist 84, geht auf.

Das „geht in“ (= ist enthalten in) zeigt deutlich das Enthaltensein an. Der Ausdruck „Messen“ war nicht gebräuchlich. Der Divisor war immer Maſs und konnte auch ein Bruch oder eine gemischte Zahl sein. Das Teilen wurde weniger geübt und kam später.

†) Vergl. die ausführlichere Besprechung von Stegemann Heft 1, S. 39 u. f. — Nach Mitteilung des Verf. ist eine neue Auflage in Sicht.
D. Red.

Grund zur Schaffung eines neuen Rechenbuches gelten. Die äufsere Anordnung zeigt trotzdem nicht zu viel Abweichung von der in den letzten Jahren üblichen. Der letzte Abschnitt des 3. Heftes, 5 Seiten Buchstabenrechnung, gehört u. E. nicht in ein elementares Rechenbuch, wird aber in den neuen Lehrplänen ausdrücklich gefordert. Inhalt und Stoffwahl lassen erkennen, dafs der Verf. dankenswerter Weise es vermeidet, Unmengen ähnlicher Aufgaben — die leicht zum Schematismus führen — zu geben und statt dessen eingekleidete Aufgaben aus wissenschaftlichen und technischen Gebieten bevorzugt. Für die Umsicht des Verf. spricht der Umstand, dafs er zum Eintragen von Regeln — die ebenso wie Erklärungen nur im Ergebnishefte stehen — jedem Hefte zwei weifse Blätter hat anhängen lassen.

Von Einzelheiten sei lobend hervorgehoben das zeitige Einführen der Potenz, der Klammer, der Übertragung von Wortaufgaben in Rechnungszeichenschrift, die sehr anschauliche Darstellung der berüchtigten „$\pm$ mal $\pm$“ Sätze, die Verwendung der süddeutschen Subtraktionsmethode u. a. Manchmal findet sich auch eine weniger glücklich gewählte Aufgabe, so I. S. 27, Nr. 28, I. S. 37, Nr. 51, III. S. 24, Nr. 28; nicht einverstanden sind wir mit der Aufgabe I. S. 18: „1 Kreis = 360°,“ weil sie weder Bogen- und Winkelgrad unterscheidet, noch Kreis durch den allein richtigen Begriff Umfang bez. Vollwinkel ersetzt. Doch vermögen diese Bemerkungen unser oben ausgesprochenes Lob nicht abzuschwächen! Wir sehen mit Interesse den weiteren Ergebnisheften entgegen.

Druckfehler sind uns nicht aufgefallen; die Ausstattung der Hefte ist gut; die Preise sind mäfsig.

Dresden-Plauen. HEINRICH DRESSLER.

BRETSCHNEIDER, MORITZ (k. k. Oberlieutenant im Infant.-Reg. Nr 28, Lehrer der Mathematik an der k. k. Militair-Unterrealschule zu Eisenstadt in Ungarn), **Lehr- und Übungsbuch der allgemeinen Arithmetik und Algebra für die unteren Klassen der Mittelschulen.** I. Teil. IV u. 118 S. Wien, Debit bei Gerold u. Comp. Stuttgart, Verlag von Julius Maier. 1887. Preis?*)

Das vorliegende Buch ist in erster Linie für die Zöglinge der k. k. Militair-Unterrealschulen und für die Frequentanten der k. k. Cadettenschulen bestimmt, und kann, da der Stoff methodisch und klar behandelt ist, nach Ansicht des Referenten nur empfohlen werden. Der vorliegende I. Teil enthält nur die vier Species mit algebraischen Zahlen, ferner das Quadrieren und Kubieren besonderer Zahlen, sowie das Quadratwurzel- und Kubikwurzelziehen aus besonderen Zahlen. Die Entwickelung der Lehrsätze ist, wie das entschieden für untere und mittlere Klassen sehr zu empfehlen ist, zuerst an besonderen Fällen, dann allgemein durchgeführt. Den meisten Lehrsätzen folgen einige durchgeführte Beispiele, denen sich dann ähnliche Aufgaben anschliefsen. Den Schlufs eines jeden Kapitels bilden zahlreiche und zweckmäfsig gewählte Übungsbeispiele ohne Angabe des Resultats, von denen auch viele für das Kopfrechnen bestimmt sind. Noch zu erwähnen ist, dafs die Potenzsätze bei der

*) Verspätet. D. Red.

Multiplikation resp. Division bewiesen sind. Ferner sind auch einige Sätze geometrisch dargestellt; in dem vorliegenden Teil folgende sechs Sätze: 1) $(ab) . 3 = 3a . b$; 2) $(a + b + c)(m + n)$; 3) $(a + b)^2$; 4) $(a - b)^2$; 5) $(a + b)(a - b)$; 6) $(a + b + c)^2$.

Stettin. LIEBER.

BROCKMANN, F. J. (vormals Oberlehrer am k. Gymnasium zu Cleve).*) Lehrbuch der elementaren Geometrie. II. Die Stereometrie. — 2. Auflage. — Leipzig, Teubner, 1892. — VI, 144 S. — B. 1,80 ℳ.

Nach einer kurzen Einleitung ist der Inhalt des vorliegenden Lehrbuches in acht Kapitel gegliedert. 1) Gerade und Ebnen in Verbindung miteinander; 2) Die Polyeder; 3) Die krummen Körper; 4) Oberfläche der Polyeder; 5) Oberfläche der krummen Körper; 6) Volumen der Polyeder; 7) Volumen der krummen Körper; 8) Übungssätze und Aufgaben.

Das letzte Kapitel bietet zuerst Aufgaben nach den Kapiteln geordnet, zum Schlufs vermischte Aufgaben.

Man ersieht aus dem Inhaltsverzeichnis die klare Gliederung des behandelten Gegenstandes, so dafs es danach möglich ist, auch in anderer Reihenfolge z. B. Kapitel 2, 4, 6, dann 3, 5, 7 durchzunehmen, während die Anordnung in Kapitel 8 es ermöglicht, zu jedem Kapitel die nötigen Übungssätze und Aufgaben sofort durchzunehmen oder diese als Repetitionsmittel zu benutzen. Die Behandlung selbst ist die gewöhnliche — wie der Verfasser in der Vorrede zur ersten Auflage ausdrücklich hervorhebt —, wobei das Prinzip mafsgebend gewesen ist, zwischen ausführlichem Lehrbuch und kurzem Leitfaden die Mitte zu halten. Dem Buche ist neben der schon erwähnten Klarheit der Anordnung auch Klarheit in der Ausführung nachzurühmen. Wenn Verfasser sich neueren Anschauungen nicht gar zu sehr verschlossen hätte, so würde jedoch der Wert des Werkes erheblich gröfser sein. Der konservative Standpunkt bei den Bearbeitungen der Elementar-Geometrie darf doch nicht zu einem völligen Ignorieren der einschlägigen Arbeiten führen. Und wenn Verfasser in der Vorrede zur ersten Auflage hervorhebt, dafs er bei der Bearbeitung des Systems kein Werk weiter benutzt habe, so würde m. E. es der zweiten Auflage nur zum Vorteil gereicht haben, wenn er den neueren Ansichten über die Behandlung des stereometrischen Unterrichts nach Inhalt und Methode einigen Einflufs eingeräumt hätte. Die Figuren sind einfach, aber im allgemeinen klar und deutlich; auf zeichnerische Hilfsmittel zur plastischen Gestaltung ist allerdings fast völlig Verzicht geleistet. Die Figuren 34 und 39 werden für einen Ungeübten infolge dessen kaum verständlich sein.

Dr. H. SCHOTTEN.

JACKWITZ, Ernst, (Oberlehrer am Königl. Gymnasium in Schrimm). Hauptsätze der Stereometrie für den Schulgebrauch zusammengestellt. Schrimm, Kommissionsverlag von Jac. Schreiber. 1892. kl. 8°. 22 S. Ladenpreis 0,60 ℳ.

Nach Erörterung der geometrischen Grundbegriffe im ersten § stellt der Verfasser in 20 §§ Erklärungen und Lehrsätze ohne Beweise und Andeutungen dazu zusammen. Auf der letzten Seite sind die Formeln noch einmal übersichtlich aufgeführt.

---

*) Verfasser ist inzwischen gestorben, s. d. Nekrolog i. Hft. 5, S. 395 ff. D. Red.

Welchen Zwecken diese Schrift dienen soll, darüber ist in dem vorwortlosen Buche nichts gesagt. Nur im Titel ist angedeutet, dafs die Sätze für den „Schulgebrauch“ zusammengestellt sind, — vermutlich für Schüler solcher Anstalten, an denen ein ausführlicherer Leitfaden der Stereometrie nicht beliebt wird und andererseits doch die zum Diktat der zu lernenden Sätze erforderliche Zeit gespart werden soll.

Die Einteilung des Stoffes ist die fast allgemein übliche. Im zweiten Teile „Körper“ sind das Prismatoid und der Obelisk berücksichtigt. Die Formeln der Körper (f. Oberfl. und Inhalt) sind ohne jeden Beweis geboten. Wenn bei der Kugelfläche die Bemerkung für nötig erachtet wurde, dafs sie sich nicht in eine Ebene ausbreiten läfst, so hätte auch die Abwickelbarkeit des Cylinder- und Kegelmantels erwähnt werden müssen.

Die Sätze selbst sind im ganzen und grofsen geschickt ausgedrückt. Nur wenige Stellen sind zu beanstanden, so S. 20 unter 2.), wo das Wort „unter“ nur verständlich ist, wenn die schneidende Ebene der Stellung nach als wagerecht angenommen wird. In § 20 (S. 18) 5.) durfte der dem Lehrsatze 1) in § 17 entsprechende Satz über das Verhältnis der Schnittfläche zur Grundfläche erwartet werden. Warum einmal vom „geraden“ Kreiscylinder gesprochen wird, während vorher der Ausdruck „senkrechtes“ Prisma gebraucht ist, läfst sich nicht einsehen. — Von Einzelheiten möchte Berichterstatter noch folg. hervorheben: In § 11 ist der Lehrsatz nicht ganz richtig, da die drei „Spurlinien“ der drei Ebenen auch in eine Gerade zusammenfallen können. In der zweiten Zeile der darauf folgenden Erklärung ist irrtümlich von 8 Teilen (statt 7) die Rede. Erwähnen wir noch, dafs der Verfasser (in § 1) zu den **Gebilden**, welche die Geometrie zu untersuchen hat, auch den Punkt rechnet, so dürfte über das im ganzen nicht üble, aber für seinen Umfang (22 S.) verhältnismäfsig teuere Buch ohne Figuren (60 Pfg.) ausreichend berichtet sein.

Zerbst. Lucke.

Zahn, A., Prüfungsaufgaben für das Lehramt an den Kgl. Bayr. Mittelschulen. 4 Hefte. 1) Deutsche Sprache, Geschichte und Geographie, 9 S.; 2) Chemie und beschreibende Naturwissenschaften, 31 S.; 3) Handelswissenschaften, 50 S.; 4) Mathematik und Physik, 64 S. — Zusammengestellt aus den Jahren 1873—1893. Ansbach, Brügel u. Sohn, 1894 *)

Die Zusammenstellung und Veröffentlichung der Prüfungsaufgaben ist mit Genehmigung des Kgl. Bayr. Staatsministeriums des Innern für Kirchen- und Schulangelegenheiten erfolgt und giebt ein übersichtliches Bild der Anforderungen, die an den Kandidaten des höheren Lehramts in Bayern gestellt werden, sowie der Einrichtung des Examens überhaupt. In erster Linie sind die Hefte natürlich von gröfstem Interesse für diejenigen, die sich der Staatsprüfung in Bayern unterziehen wollen, darüber hinaus aber werden sie auch weitere Kreise interessieren, besonders werden sie Examinatoren gute Hilfe bei der Auswahl der Themata für die Prüfungsarbeiten leisten können. Dr. H. Schotten.

Kollert, Dr. Julius, Katechismus der Physik. Fünfte, verbesserte und vermehrte Auflage. Mit 273 Abbildungen. XV u. 485 S. in 8°-Form. Verlag von J. J. Weber in Leipzig 1895. In Orginal-Leinenband 4,50 ℳ

In kurzer und klarer Darstellung giebt dieses Buch, das ebenfalls die „katechetische“ Lehrform verläugnet, Aufschlufs über die wichtig-

*) Vergl. die ausführl. Besprechung. Jahrg. 1896, Heft 7, S. 519. D. Red.

sten physikalischen Erscheinungen nach dem neuesten Standpunkte der Wissenschaft. In der vorliegenden neuen Auflage hat die allgemeine Mechanik eine durchgreifende Umgestaltung erfahren.*) Ferner hat der Verfasser dem Magnetismus einen besonderen Abschnitt gewidmet und in diesem vor allem die Faradaysche Kraftlinienanschauung zur Darstellung und zum Verständnis gebracht. Wesentliche Umarbeitungen und Erweiterungen finden sich auch in den Abschnitten „Galvanismus" und „Lehre von den Fernewirkungen des elektrischen Stromes"; in letzterem Abschnitt ist insbesondere die Besprechung des Drehstromes und der Beziehungen zwischen Elektrizität, Magnetismus und Licht neu hinzugekommen. H.

Sprockhoff, A. (Königl. Seminarlehrer in Berlin). Schul-Naturgeschichte, Abteilung Botanik. Die wichtigsten Kulturpflanzen und deren Feinde. Die verbreitetsten wild wachsenden Pflanzen nach ihren Standorten in Gruppen und Einzelbildern. Betrachtung der wichtigsten Pflanzenfamilien in der Reihenfolge eines natürlichen Systems, systematische Übersichten aller Art. Gliederung, Bau, Leben und Verbreitung der Pflanzen nebst einer umfangreichen Anleitung und Übung im Bestimmen in übersichtlicher Form. Vierte verbesserte Auflage, mit vielen Fragen und 154 Abbildungen. Hannover, Verlag von Carl Meyer (Gustav Prior) 1894. Preis 1,80 ℳ.

Über die Einrichtung dieses Buches giebt der Titel so ausführliche Auskunft, daſs der Berichterstatter sich umso kürzer fassen kann. „Die Schulnaturgeschichte bietet den Stoff für höhere Schulen", so beginnt der Verfasser das Vorwort. Aber gerade dieser Behauptung muſs entschieden widersprochen werden. Brauchbar sind fast nur die Einzelbeschreibungen und die Zusammenstellung der Blütenpflanzen nach Familien, unzureichend oder z. T. ungenügend dagegen ist das, was über die Kryptogamen, über Bau, Leben und Verbreitung der Pflanzen mitgeteilt ist. Der letzten Abteilung des Buches (Bestimmungstabellen) schickt der Verf. die Bemerkung voraus: „Nur einige der wichtigsten Familien, Gattungen und Arten der Blütenpflanzen kommen in Betracht" — und das soll nach Angabe des Titels eine umfangreiche Anleitung und Übung bieten! Die Abbildungen sind zum groſsen Teil recht dürftig.

Reichenbach i. Voigtl. Dietel.

Stucki, G. (Lehrer der Naturgeschichte an der Mädchensekundarschule der Stadt Bern). Materialien für den naturgeschichtlichen Unterricht in der Volksschule. Erster Teil: Botanik. Bern, Verlag von Schmid, Francke u. Comp. (vorm. Dalp), 1893. Preis 3,20 ℳ.

Es ist dies ein recht brauchbares und empfehlenswertes Buch, in welchem der botanische Lehrstoff für die Volksschule in geschickter Weise bearbeitet ist. Die Auswahl und Zusammenstellung ist anregend, die

*) Als störend ist uns erschienen, daſs Verf. in § 30 (S. 19) für Weg und Zeit groſse Buchstaben (S u. T) wählt, während er die Geschwindigkeit mit kleinem c bezeichnet. Fast in allen Lehrbüchern findet man s u. t (kleine Buchstaben). Und lieſse sich nicht auch für $\frac{m}{sec}$ (= 1 Meter pro Secunde) eine kürzere Bezeichnung finden? H.

Ausführung inhaltreich und korrekt. Es spricht uns aus dem Buche ebenso die warme Liebe zur Natur, als die Sachkenntnis und pädagogische Geschicklichkeit des Verfassers entgegen. Dasselbe ist in drei Kurse von je zwölf Abschnitten gegliedert. Der erste behandelt vorwiegend einzelne Pflanzenarten, aufserdem in einem kurzen Überblick die Unkräuter des Getreidefeldes und den Wald. Der zweite Kursus bringt hauptsächlich zusammenstellende Betrachtungen von Pflanzen teils nach ihrer Verwandtschaft teils unter anderen Gesichtspunkten. Im dritten endlich sind die Pflanzen nach Mafsgabe ihrer Verwendung (Futterpflanzen, Getreidearten, Giftpflanzen, Gespinstpfl. etc.) zusammengefafst, aufserdem kommen physiologische Fragen und einige andere allgemeine Beziehungen zur Sprache.

Reichenbach i. Voigtl. Dietel.

Wächter, Chr., Methodischer Leitfaden für den Unterricht in der Pflanzenkunde. Mit 118 in den Text eingedruckten Holzschnitten. Zweite verbesserte Auflage. Flensburg 1895. Verlag von Aug. Westphalen. Preis 1,80 *M*.

Wir verweisen bezüglich dieses Leitfadens auf unsere in Bd. XXII S. 215 u. f. enthaltene Rezension. Eine Verbesserung, welche die neue Auflage bringt, besteht in der Hinzufügung eines alphabetischen Registers, das der ersten Auflage fehlte. Auf S. 111 wird gesagt: „Die Rostpilze besitzen einen Generationswechsel, welcher mit einem Wechsel des Wirtes verbunden ist." In dieser Allgemeinheit ist diese Behauptung falsch, es müfste heifsen: „welcher bei vielen Arten mit einem u. s. w."

Reichenbach i. Voigtl. Dietel.

Aus fremdem Gebiete.

Paul, H. (Professor d. deutschen Philologie a. d. Universität München), Deutsches Wörterbuch. 3—4. Lief. (Schlufs). Art. namenlos bis zwölf. S. 321—576. Nebst Titelblatt und Vorrede. Halle bei Niemeyer 1897. Preis 4 *M*.

Wir hatten in Heft 7, S. 518 des vorigen Jahrganges neben dem kleinen Wörterbuch von Mann von obengenanntem Werke die 1. u. 2. Lief. kurz besprochen und zwar mit Rücksicht auf die Sprache der Mathematik und der Naturwissenschaften. — Diese Rücksicht war aber so ziemlich gegenstandslos, da das Werk wissenschaftlich-technische Ausdrücke ausschliefst. Dasselbe ist nun auch von den zwei letzten Lieferungen zu sagen. In der Vorrede heifst es: „Es verzichtet auf eine vollständige Aufzählung sämtlicher Wörter und Wortbedeutungen, insbesondere die selbstverständlichen Ableitungen und Zusammensetzungen, sowie auf überflüssige Erklärung des allgemein Verständlichen". Bei manchen Wörtern konnte allerdings die Beziehung zur Mathematik oder Naturwissenschaft überhaupt oder genauer als es geschehen ist, ausgesprochen werden, z. B. bei Rolle, Scheibe, Ebene, ebenmäfsig, Echo, Ecke, Element u. v. a. Die Mathematik und die Naturwissenschaften greifen nun einmal immer mächtiger in das Gebiet der Sprache ein. Bei „Wegerich" (Plantago) ist die Hauptsache (dafs er eine Pflanze ist) weggelassen. — Dagegen ist die Berücksichtigung anderer Gesichtspunkte (Ableitung, historischer und psychologischer Zusammenhang) hervorgehoben und so wird denn auch dem mathem.-naturwissenschaftl. Fachmanne und Lehrer das Buch in der Handbibliothek gute Dienste leisten. H.

B. Programmschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme der Provinzen Brandenburg und Pommern. Ostern 1896.

Referent: Oberlehrer STEGEMANN in Prenzlau.

1. Berlin. Gymnasium zum grauen Kloster. Progr. Nr. 51. Otto Hettwer: *Zur Bewegung eines schweren Punktes auf einer krummen Linie von der Gleichung:* $r^m = a^m \cos m\vartheta$. 32 S.

Unter der Voraussetzung, dafs die Anfangsrichtung des Radiusvektors entweder mit der Richtung der Schwere übereinstimmt oder ihr entgegengesetzt ist, wird die Differentialgleichung der Bewegung aufgestellt und integriert. Für die weitere Behandlung werden sodann einzelne spezielle Fälle ausgewählt. Die obige Gleichung stellt für $m = -2$ eine gleichseitige Hyperbel, für $m = -1$ eine Gerade, für $m = -\frac{1}{2}$ eine Parabel, für $m = +\frac{1}{2}$ eine Kardioide, für $m = +1$ einen Kreis, für $m = +2$ eine Lemniskate dar. Der Fall des Kreises wird von der Betrachtung ausgeschlossen; die Fälle der Geraden, der gleichseitigen Hyperbel und der Parabel werden kurz erledigt; ausführlich aber werden die Bewegungen des materiellen Punktes auf der Kardioide und auf der Lemniskate untersucht.

2. Berlin. Kölnisches Gymnasium. Progr. Nr. 58. Prof. Dr. Oswald Hermes: *Verzeichnis der einfachsten Vielflache.* 24 S. 1 Tafel.

Im Programm von 1894 veröffentlichte der Verfasser dieser Abhandlung eine Arbeit „Über Anzahl und Form von Vielflachen" (XXVI, 441), an welche sich die vorliegende anschliefst, ohne indessen eine unmittelbare Fortsetzung derselben zu sein, so dafs die hier gemachten Untersuchungen als selbständig zu betrachten sind und auch ohne die Kenntnis jener Arbeit ihr Interesse behalten. Als einfachste Vielflache werden diejenigen bezeichnet, die nur dreikantige Ecken enthalten. Um zu bestimmen, welche verschiedenen Formen ein solches von einer bestimmten Anzahl von Flächen begrenztes Vielflach annehmen kann, wird diejenige Grenzfläche, welche die gröfste Anzahl von Seiten hat, als Grundfläche bezeichnet; die an sie anstofsenden Flächen werden Seitenflächen und alle übrigen Deckflächen genannt. Dementsprechend sind die Seiten der Grundfläche die Grundkanten, die von der Grundfläche ausgehenden Kanten die Seitenkanten und alle übrigen Deckkanten. Es wird nun gezeigt, dafs zur Bestimmung der Gestalt eines Vielflachs nur die Untersuchung der Deckkantenfigur nötig ist. Einem Punkt als Deckkantenfigur entspricht ein Vierflach (Tetraeder); zu einer Kante als Deckkantenfigur gehört ein Fünfflach (Tetraeder mit einer abgestumpften Ecke); zu einem von zwei Kanten gebildeten Winkel oder zu einem Viereck als Deckkantenfigur gehört ein Sechsflach (Tetraeder mit zwei abgestumpften Ecken oder abgestumpfte vierseitige Pyramide) u. s. w. Während alle Vierflache und Fünfflache von derselben Art sind, ergeben sich für das Sechsflach schon zwei Formen. Bei zunehmender Flächenzahl wächst die Anzahl der möglichen Formen sehr bedeutend; der Verfasser hat sich deshalb darauf beschränkt, ein Verzeichnis derselben bis zum Zehnflach zu geben. Aus diesem Verzeichnis geht hervor, dafs das Siebenflach 5, das Achtflach 14, das Neunflach 51, das Zehnflach 231 verschiedene Formen haben kann.

3. Kottbus. Friedrich-Wilhelms-Gymnasium. Ostern 1895 Progr. Nr. 71 und 1896 Progr. Nr. 70. Oberl. Eduard Weber: *Der mathematische*

Lern- und Übungsstoff der Untertertia. 12 S. 2 Tafeln. *Der geometrische Lern- und Übungsstoff der Obertertia, die Ableitung der 7 niederen Rechnungsarten und die Entwickelung des Zahlenbegriffs in der elementaren Arithmetik.* 33 S. 3 Tafeln.

In den Lehrplänen von 1891 sind die geometrischen Pensa der beiden Tertien nicht mit voller Bestimmtheit abgegrenzt. Denn wenn auch für Untertertia der Kreislehre erster Teil und für Obertertia der Kreislehre zweiter Teil festgesetzt ist, so ist doch bei der Abgrenzung beider Teile einiger Spielraum vorhanden. Ebenso ist die Forderung, dafs in Obertertia die Anfangsgründe der Ähnlichkeitslehre zu behandeln seien, eine unbestimmte. Der Verfasser der beiden obigen Abhandlungen giebt nun eine Verteilung des planimetrischen Lern- und Übungsstoffes der Tertien, wie sie sich ihm in der Praxis bewährt hat. Er weist aus der Kreislehre der Untertertia folgende Abschnitte zu: Kreis und Sehne, Kreis und Tangente, Kreis und Dreieck, gleiche und ungleiche Sehnen, Kreis und regelmäfsiges Vieleck, Winkel im Kreise. Das Übrige bleibt der Obertertia vorbehalten. Aus der Ähnlichkeitslehre hat er in das Pensum der Obertertia aufgenommen: Proportionalität von Linien, Teilung von Linien und Flächen nach einem gegebenen Verhältnis, Ähnlichkeit der Dreiecke, Proportionalität besonderer Linien in ähnlichen Dreiecken, Flächenvergleichung ähnlicher Figuren, Proportionalität von Linien im rechtwinkligen Dreieck, Proportionen am Kreise. Mit des Verfassers Einteilung der Kreislehre kann man sich einverstanden erklären; aber den Begriff „Anfangsgründe der Ähnlichkeitslehre“ fafst er entschieden zu weit; denn die stetige Teilung, bis zu der er geht, gehört nach den Lehrplänen zum Pensum der Obersekunda. Es ist auch die planimetrische Lehraufgabe der Obertertia mit Rücksicht auf die anzuwendende Zeit (im Sommer 2, im Winter 1 Stunde wöchentlich) eine so umfangreiche, dafs der Lehrer in den meisten Fällen wird zufrieden sein müssen, wenn er die Ähnlichkeitslehre bis zur Durchnahme der Ähnlichkeitssätze erledigt hat.

Die Weise der Behandlung des Lehrstoffs in den vorliegenden Abhandlungen entspricht der wichtigen Forderung, dafs die Beweise immer möglichst einfach und anschaulich zu gestalten seien. Diesem Zwecke dient unter anderm auch die ausgedehnte Benutzung der geometrischen Örter. Das Übungsmaterial ist gut ausgewählt und geordnet. Auf knappe und bestimmte Form der Sätze ist grofse Sorgfalt verwandt worden; doch geht der Verfasser in der Verdeutschung der speziell mathematischen Ausdrücke manchmal etwas zu weit. Es ist z. B. überflüssig und unzweckmäfsig, statt „parallel“ „gleichlaufend“ zu setzen; denn was „parallel“ bedeutet, weifs jedermann, und der Ausdruck „Parallelogramm“ mufs doch beibehalten werden. Auch die Ausdrücke „Eckenlinie“ statt „Diagonale“, „Anseite“ statt „Kathete“, „Gegenseite“ statt „Hypotenuse“ sind nicht empfehlenswert. Ferner würde „homolog“ besser durch „gleichliegend“ als durch „gleichartig“ ersetzt werden.*) Für die Behandlung von Konstruktionsaufgaben sind einige Beispiele gegeben worden, welche als mustergiltig anerkannt werden können.

In dem Schlufsteil der Arbeit, welcher das arithmetische Pensum der beiden Tertien behandelt, wird in klarer, leicht verständlicher Weise dargelegt, wie die Rechnungsarten der verschiedenen Rechnungsstufen aus einander hervorgehen, und wie die inversen Rechnungsarten zur Erweiterung des Zahlensystems, nämlich zur Einführung der negativen, gebrochenen, irrationalen und lateralen Zahlen führen. Mit Recht warnt der Verfasser davor, auf der ersten Stufe des arithmetischen Unterrichts Beweise von leicht begreiflichen Dingen mit einem grofsen Apparate von Erklärungen und Folgerungen zu liefern. Dies erweckt keine Freude am

*) Vergl. unsere Bemerkungen in Bd. XX, 24. D. Red.



Lernen, sondern Abneigung und Verdrufs. Ein hoher methodischer Wert wird den algebraischen Gleichungen, insbesondere den Wortgleichungen, beigelegt. Mit einer kurzen Übersicht über die Geschichte der Entwickelung der Algebra schliefst die Arbeit.

4. Landsberg a. W. Gymnasium mit Realklassen. Progr. Nr. 80. Oberl. Dr. Eugen Höhnemann: *Zur Heimatskunde von Landsberg a. W.* 24 S.

Obwohl diese Arbeit ein vorwiegend lokales Interesse hat, kann sie doch der Beachtung weiterer Kreise empfohlen werden, weil sie eine ausführliche Darlegung der geologischen Verhältnisse des Netze-Warthebruchs sowie der nördlich von demselben gelegenen Hochfläche und der südlich gelegenen Sternberger Platte enthält.

5. Potsdam. Viktoria-Gymnasium. Programm Nr. 83. Ernst Kusch: *C. G. J. Jacobi und Helmholtz auf dem Gymnasium. Beitrag zur Geschichte des Viktoria-Gymnasiums.* 40. S.

Mit dieser Arbeit ist nicht nur ein Beitrag zur Geschichte des Viktoria-Gymnasiums in Potsdam geliefert worden, sondern zugleich auch ein Beitrag zur Vervollständigung des Lebensbildes der beiden genannten grofsen Männer der Wissenschaft. Die Arbeit darf daher ein allgemeines Interesse beanspruchen. Jacobi trat im November 1816 als Schüler in das Gymnasium zu Potsdam ein und verliefs dasselbe zu Ostern 1821 mit dem Zeugnis der Reife; Helmholtz war Schüler derselben Anstalt von Ostern 1830 ab und erlangte das Zeugnis der Reife zu Michaelis 1838. Was uns über beider Schülerlaufbahn sowie über die derzeitigen Schulverhältnisse mitgeteilt wird, ist den Schulakten entnommen. Haben die letzteren dem Verfasser auch kein lückenloses Material zur Verfügung gestellt, so ist es ihm doch gelungen, auf Grund der durch die Akten festgestellten Thatsachen eine interessante Schilderung der beiden später so berühmt gewordenen Schüler zu geben.

Von Jacobis Prüfungsarbeiten sind der deutsche Aufsatz gröfstenteils und die mathematische Arbeit wörtlich wiedergegeben worden. Letztere ist eine Behandlung des Problems: „Wenn Polhöhe eines Ortes, Abweichung eines Sterns, des Sternes Höhe, Stundenwinkel und Azimut für diesen Ort gegeben sind, aus je drei dieser Stücke die beiden anderen zu finden". Die Beurteilung beider Arbeiten seitens des Korrektors und seitens der Prüfungskommission war in den Akten vorhanden; die mathematische Arbeit ist von dem Korrektor Dr. Heinrich Bauer „sehr gut" genannt worden. Auch in den Sprachen leistete Jacobi Hervorragendes; doch fehlt bei den betreffenden Prüfungsarbeiten die Beurteilung. Dagegen hat sich ein vollständiger Entwurf des Entlassungszeugnisses in den Akten vorgefunden.

Von Helmholtz werden mitgeteilt drei Quintanerzeugnisse und zwei Primanerzeugnisse, sodann aus den Akten über die Abiturientenprüfung die kurze vita, die Themata der schriftlichen Arbeiten und die Beurteilung der letzteren. Für die mathematische Arbeit waren vier Aufgaben gestellt worden, eine stereometrische, eine geometrische, eine aus der Gleichungslehre und eine zahlentheoretische. Aufser diesen vier Aufgaben löste Helmholtz noch eine fünfte: „Die Gesetze des freien Falls der Körper sollen erörtert werden". Die Lösung dieser fünften Aufgabe ist wörtlich wiedergegeben worden. Die ganze Arbeit ist sowohl vom Korrektor, dem Oberlehrer und späteren Professor Meyer, als auch von der Prüfungskommision „ausgezeichnet" genannt worden. Ein Entwurf des Entlassungszeugnisses ist in den Akten nicht vorhanden gewesen.

Als Anhang hat der Verfasser seiner Abhandlung eine Seite der mathematischen Prüfungsarbeit Jacobis und eine Seite der Helmholtzschen vita in getreuer Nachbildung beigefügt.

6. Prenzlau. Gymnasium. Progr. Nr. 84. Oberl. Robert Krüger: *Beiträge zum mathematischen Unterricht.* 32 S.

Es liegt hier für die Koordinatengeometrie eine Sammlung von 189 Aufgaben vor, welche aus den zu den Reifeprüfungen an höheren Schulen gestellten Aufgaben ausgewählt worden sind. Dieselben betreffen die gerade Linie, den Kreis und die Parabel. Der zweite Teil der Sammlung, welchen das nächste Programm bringen soll, wird voraussichtlich Aufgaben über die Ellipse und die Hyperbel enthalten. Die Aufgaben über die gerade Linie sind in folgende Gruppen gebracht worden: a) Lage, Schnittpunkt und Winkel zweier Geraden, b) Längen von Strecken, c) Gleichungen von Geraden, d) Flächeninhalt eines Dreiecks und Vierecks, e) geometrische Örter. Die der letzteren Gruppe angehörigen Aufgaben sind selbstverständlich solche, die auf eine Gerade als geometrischen Ort führen. Die Kreisaufgaben sind folgendermaſsen gruppiert worden: a) Gestalt und Lage von Kreisen und Geraden zu einander, b) Tangenten, c) Centrale und Potenzlinie zweier Kreise, d) geometrische Örter. Die Gruppen der Aufgaben über die Parabel sind: a) Lage und Gleichung der Parabel, b) Sehne, Tangente, Normale der Parabel, c) Konstruktion von Parabeltangenten und Parabeln, d) Parabelsegment, e) Rotationsparaboloid, f) geometrische Örter. Die Konstruktionsaufgaben c) erfordern zu ihrer Lösung keine Rechnung. Die geometrischen Örter f) sind meistens Parabeln, in einigen Fällen gerade Linien. Daſs die durch ihre Gleichungen dargestellten Geraden, Kreise und Parabeln konstruiert werden, ist von der gröſsten Wichtigkeit für den Schüler; deshalb wird in vielen Aufgaben die Konstruktion ausdrücklich gefordert. Allen Aufgaben sind die Resultate beigefügt. Dadurch wird die Sammlung nicht nur für die Benutzung beim Unterricht bequemer, sondern sie kann auch als ein vortreffliches Übungsmaterial für den Privatfleiſs der Schüler dienen.

7. Berlin. Friedrichs-Realgymnasium. Progr. Nr. 95. Oberl. Dr. Gustav Ramme: *Die wichtigsten Schutzeinrichtungen der Vegetationsorgane der Pflanzen. II. Teil.* 25. S.

Im ersten Teile dieser Arbeit (Progr. von 1895, XXVII, 453) wurden I. die Schutzmittel der Pflanzen gegen die Angriffe der Tiere, II. die Schutzmittel gegen zu intensive Belichtung und III. die Schutzeinrichtungen zur Herstellung von Zug-, Druck- und Biegungsfestigkeit besprochen. Der jetzt vorliegende zweite Teil enthält zunächst IV. die Betrachtung der Schutzeinrichtungen gegen die Gefahr des Austrocknens, welche sich in die beiden Gruppen für die Regulierung der Absorption und für die Einschränkung der Transpiration einteilen lassen. Dergleichen Schutzeinrichtungen sind bei sehr vielen Pflanzen, vornehmlich bei den Pflanzen der Wüste, der Steppe, des Hochgebirges und arktischer Klimate, ferner bei Salzpflanzen und bei vielen Epiphyten vorhanden. Sodann folgen V. die Schutzeinrichtungen zur Förderung der Transpiration, welche namentlich für die Sumpfpflanzen der Tropengegenden von groſser Bedeutung sind und sich daher bei diesen Pflanzen auch am kräftigsten entwickelt finden. Endlich kommen noch VI. die Schutzmittel der Pflanzen gegen die Kälte zur Behandlung. Zum Schluſs giebt der Verfasser eine tabellarische Übersicht über sämtliche von ihm betrachteten Schutzmittel. Die Arbeit ist ein schätzbarer Beitrag zur Biologie der Pflanzen.

8. Berlin. Luisenstädtisches Realgymnasium. Progr. Nr. 97. Franz Goldscheider: *Über die Gauſssche Osterformel. I. Teil.* 29 S.

Diese Abhandlung beginnt mit der Darlegung der geschichtlichen Entwickelung der Bestimmungen über das Osterfest. Dann folgt eine Erläuterung der Einrichtungen des julianischen und des gregorianischen Kalenders und im Zusammenhange damit eine Erklärung der Hilfsbegriffe „goldene Zahl, Epakte, Ostergrenze, Sonntagsbuchstabe, Sonnenzirkel“.

Auf der so gegebenen Grundlage baut sich nun die Entwickelung der Gaufsschen Osterformel auf, welche letztere den Zweck hat, die erwähnten Hilfsbegriffe entbehrlich zu machen und den Ostertermin einzig und allein aus der Jahreszahl zu bestimmen. Die Darstellungsweise ist eine leicht verständliche, und da von mathematischen Formeln ein möglichst beschränkter Gebrauch gemacht worden ist, so entbehrt die Abhandlung auch für den Nichtmathematiker des Interesses nicht. Dieselbe schliefst mit einem historischen Rückblick auf den Verlauf des Osterstreites, der sich nach der Einführung des verbesserten Kalenders durch den Papst Gregor XIII. in manchen Ländern erhob. Für den II. Teil der Arbeit werden Anwendungen der Gaufsschen Formel in Aussicht gestellt.

9. Berlin. Sophien-Realgymnasium. Progr. Nr. 98. Paul Johannesson: *Das Beharrungsgesetz.* 26 S.

In dieser Arbeit wird dargelegt, dafs das Beharrungsgesetz in der Newtonschen Form, wie es in unsern Lehrbüchern der Physik enthalten ist, dem heutigen Standpunkte der Wissenschaft nicht mehr entspricht, da es „eine leere Selbstverständlichkeit“ aussage. Es werden nach einander folgende Kapitel behandelt: I. Die Form, II. der Inhalt, III die Irrtumsquelle des Beharrungsgesetzes. IV. Welchen Wert hatte der Beharrungssatz? V. Die Wahrheit des Beharrungssatzes in neuer Form. Als hauptsächlichste Irrtumsquelle wird in Kapitel III die Bedingungslosigkeit des Beharrungsgesetzes bezeichnet. Trotzdem hatte der Satz, wie in Kap. IV erörtert wird, für frühere Forscher, insbesondere für Newton und seine Nachfolger, hohen Wert und grofse Bedeutung. Die in Kap. V gegebene neue Form des Beharrungssatzes wird gewonnen durch die Betrachtung, dafs der Satz in alter Form der Bewegung eines Massenteilchens drei Eigenschaften beilegen sollte: die Geradlinigkeit, die Gleichförmigkeit und die Unabhängigkeit von anderen Massen; daraus werden folgende drei oberste Regeln für die mechanische Forschung abgeleitet: 1. Führe alle Bewegungen auf geradlinige zurück; 2. beschreibe die Bewegungen mit Hilfe von Beschleunigungen; 3. betrachte die Massen als bewegungbestimmende Umstände.

10. Brandenburg a. H. von Saldernsches Realgymnasium. Progr. Nr. 99. Prof. Dr. Friedrich C. G. Müller: *Über neue Einrichtungen für den Experimentalunterricht am von Saldernschen Realgymnasium.* 17 S. 2 Abbildungen im Text.

Es ist als richtig anerkannt worden und wird auch in den Lehrplänen von 1891 gefordert, dafs im physikalischen und chemischen Unterricht das Experiment in den Vordergrund zu treten hat. Diese Forderung schliefst die andere in sich, dafs an jeder Schule, die für einen gedeihlichen Experimentalunterricht notwendigen Apparate, Zimmer und sonstigen Einrichtungen vorhanden sein müssen. Nun ist aber durch kürzlich veranstaltete Umfragen festgestellt worden, dafs neben einer verhältnismäfsig kleinen Zahl gut ausgestatteter Schulen die meisten nur über unzureichende Einrichtungen, Apparate und Geldmittel für den Experimentalunterricht verfügen, dafs einzelne aber so kläglich gestellt sind, dafs selbst bei grofsen Opfern an Zeit und Mühe es dort unmöglich ist, den Forderungen der Lehrordnung im entferntesten zu genügen. Solche Vernachlässigungen kommen vorwiegend in kleinen Städten vor. Damit sie beseitigt werden, hält der Verfasser des vorliegenden Berichtes den Erlafs von Normalvorschriften in Bezug auf Zahl und Einrichtung der erforderlichen Räumlichkeiten, den Bestand an Apparaten, Werkzeugen und Unterrichtsmitteln, das Mindestmafs der jährlichen Geldzuschüsse für zweckmäfsig. Mit Recht sagt er: „Was würde man sagen, wenn in kleinen Garnisonen keine Schiefsplätze wären und die Mannschaften mit alten Perkussionsflinten ausgebildet werden sollten? Oder kommt es bei der Ausrüstung und

Schulung für den geistigen Wettkampf der Völker nicht so sehr darauf an?"

Auf diese allgemeinen Erörterungen läfst der Verfasser einen ausführlichen Bericht über die vor kurzem hergestellten neuen Einrichtungen für den Experimentalunterricht am von Saldernschen Realgymnasium folgen, wobei dann gleichzeitig das Mindestmafs dessen, was überhaupt für den Unterricht in der Physik und Chemie an den höheren Schulen vorzusehen ist, festgestellt wird. Die beschriebenen neuen Einrichtungen sind nach den Vorschlägen des Verfassers und demgemäfs seinen Grundsätzen entsprechend ausgeführt worden. Schon aus der Beschreibung derselben erkennt man ihre Zweckmäfsigkeit, und sie können daher anderen Schulen zur Nachahmung empfohlen werden. Ohne auf sonstige Einzelheiten näher einzugehen, sei der neu aufgestellte Experimentiertisch als das bei weitem wichtigste Gerät besonders erwähnt. Derselbe ist mit Gas- und Wasserleitung versehen; auch ist für den Gasabzug und Wasserabflufs gesorgt. In der Mitte unter einer abnehmbaren Platte befindet sich eine Wasserwanne und auf der rechten Seite eine Vertiefung für Versuche mit Quecksilber. Unter der Wanne hat der Tisch einen offenen Raum, in welchen ein geladener Akkumulator geschoben werden kann, so dafs dem Experimentator jederzeit ein elektrischer Strom von 2, 4, 6, 12 Volt zur Verfügung steht. Dies letztere ist für die Elektrizitätslehre, sowie für manche andere Zwecke von ganz besonderer Wichtigkeit. Die Art der Pole und die Batterieschaltungen sind am Tische weithin sichtbar bezeichnet. Mit dem Experimentiertisch wetteifern hinsichtlich ihrer Zweckmäfsigkeit die übrigen getroffenen Neueinrichtungen; der Beschreibung derselben ist des leichteren Verständnisses halber der Grundrifs des Lehrzimmers und des physikalischen Kabinets beigegeben worden. Eine zweite Abbildung stellt einen vom Verfasser konstruierten Heliostaten dar.

11. Berlin. Siebente Realschule. Progr. Nr. 121. Oberl. Dr. Leo Fernbach: *Die Violine als akustischer Apparat.* 26 S.

Will man beim akustischen Unterrichte ein musikalisches Instrument benutzen, so ist die Violine am leichtesten zur Hand. Sie leistet auch in vieler Hinsicht gute Dienste und besitzt namentlich vor anderen musikalischen Instrumenten den Vorzug, dafs sie mit Leichtigkeit aufser in ihre eigentliche reine Stimmung auch in jede beliebige andere Stimmung gebracht werden kann. Ferner sind unter den Schülern wohl immer einige, welche sich des Violinspieles befleifsigen und daher in der Lage sind, die in der Schule vorgeführten Versuche zu Hause selbständig zu wiederholen. In vorliegender Abhandlung wird dargelegt, wie die Violine im akustischen Unterricht mit Vorteil gebraucht werden kann. Die beschriebenen Versuche betreffen hauptsächlich die Schwingungsformen gespannter Saiten, die Beziehungen der Tonhöhe zur Länge und Spannung der Saiten, die Abhängigkeit der Tonstärke von der Amplitude der Schwingungen, das Mittönen der Saiten, die Obertöne, die Schwebungen und die Kombinationstöne. Manche Versuche, insbesondere diejenigen über die Obertöne und über die Schwebungen, sind wegen des nach unten hin zu geringen Umfanges der Violine nicht ausgiebig genug; aufserdem sind einzelne derselben ziemlich schwierig anzustellen, so dafs eine volle Verwertung der Violine als akustischen Apparats nur demjenigen Lehrer möglich sein wird, der mit der Technik des Violinspiels einigermafsen vertraut ist.

12. Berlin. Achte Realschule. Progr. Nr. 122. Dr. Max Blasendorff: *Über die Teilung des Kreisbogens.* 29. S. 1 Tafel.

Diese Abhandlung enthält zunächst eine kurze Geschichte des Trisektionsproblems. Sodann werden zwei Näherungsmethoden für die nach beliebigem Verhältnis vorzunehmende Teilung eines Kreisbogens angegeben und so die Fehlergrenzen genau bestimmt. Die erste dieser Methoden geht

davon aus, dafs das Problem, einen Winkel oder Bogen α im Verhältnis $m:(1-m)$ zu teilen, gelöst ist, wenn es gelingt, ein Dreieck ABC mit dem Aufsenwinkel $BAD=\alpha$ zu konstruieren, in welchem $\sphericalangle C$ das $m$fache und $\sphericalangle B$ das $(1-m)$fache des Aufsenwinkels α ist. Eine Annäherung wird dadurch erzielt, dafs die Winkel B, C und α als hinreichend klein vorausgesetzt werden, sodafs man bei Anwendung des Sinussatzes den Bogen statt des Sinus setzen kann. Die Konstruktion wird dann eine ziemlich einfache. Man braucht im Dreieck ABC nur $\frac{AB}{AC}=\frac{m}{1-m}$ zu machen; dann ist annähernd $\sphericalangle B=(1-m)\alpha$ und $\sphericalangle C=m\alpha$. Die Bestimmung der Fehlergrenze ergiebt, dafs für $\alpha \leqq \frac{\pi}{4}$ der Fehler weniger als $\frac{1}{120}$ des Radius beträgt. Eine noch gröfsere Annäherung wird erzielt, wenn man den Aufsenwinkel als Peripheriewinkel auf dem zu teilenden Kreisbogen α zeichnet, weil dann der Aufsenwinkel gleich $\frac{1}{2}\alpha$ ist. Für $\alpha \leqq \frac{\pi}{4}$ beträgt jetzt der Fehler weniger als $\frac{1}{500}$, für $\alpha \leqq \frac{\pi}{8}$ weniger als $\frac{1}{4000}$ des Radius, und damit ist schon ein ziemlich hoher Grad von Genauigkeit erreicht. Wie diese Annäherungsmethode auch auf gröfsere Bogen oder Winkel angewandt werden kann, ohne dafs der Konstruktionsfehler vervielfältigt zu werden braucht, wird ausführlich dargelegt.

Die zweite Methode des Verfassers geht von folgender Konstruktion aus: Die Sehne AB des im Verhältnis $m:(1-m)$ zu teilenden Kreisbogens α wird äufserlich und innerlich in den Punkten F und G nach dem genannten Verhältnis geteilt. Dann trifft der durch F und G gehende apollonische Kreis den Bogen AB in einem Punkte H, welcher annähernd der gesuchte Teilpunkt ist. Die Untersuchung des hierbei gemachten Fehlers führt sodann zu einer Korrektur des Verfahrens, durch welche ein bedeutend höherer Grad der Annäherung erzielt wird als bei Anwendung der ersten Methode. Diese Korrektur besteht darin, dafs statt des erwähnten appollonischen Kreises derjenige durch F gehende Kreis gezeichnet wird, dessen Mittelpunkt M zwischen F und G so liegt, dafs $MF=3\,MG$ ist. Der auf diese Weise erhaltene Teilpunkt H kommt dem wahren Teilpunkte aufserordentlich nahe, so dafs der Fehler für $\alpha \leqq \frac{\pi}{4}$ weniger als $\frac{8}{100000}$ des Radius beträgt.

13. Berlin. Zwölfte Realschule (Höhere Bürgerschule). Progr. Nr. 126. Oberl. Dr. Paul Lange: *Die Lehre vom Instinkte bei Lotze und Darwin.* 16 S.

In dieser Abhandlung werden zunächst die Lehren Lotzes und Darwins vom Instinkte dargelegt. Dabei wird gezeigt, wie Lotze die psychischen Vorgänge festzustellen sucht, welche den Instinkthandlungen zu Grunde liegen, wohingegen Darwin von allen philosophischen Erörterungen absieht und nur die Entstehungsweise, namentlich der kompliziertesten Instinkte, mittels seiner Descendenztheorie zu erklären sucht. Sodann folgt eine kurze Kritik beider Theorien, welche einen vermittelnden Standpunkt einnimmt, indem sie sich für die einfachen Instinkte der Lotzeschen Lehre, für die komplizierten Instinkte aber der Darwinschen Lehre zuwendet.

14. Charlottenburg. Städt. Realschule. Progr. Nr. 127. Alfred Seiffert: *Über eine neue geometrische Einführung in die Theorie der elliptischen Funktionen.* 29 S. 1 Tafel.

Zur Veranschaulichung der elliptischen Funktionen werden hier gewisse auf einer Kugeloberfläche von Pol zu Pol gehende krumme Linien benutzt,

welche der Verfasser Kugelspiralen nennt, und zu denen er auf folgende Weise gelangt ist: Einer Zahl a wird die Zahl b wiederholt als Minuendus hinzugefügt; dann entspricht die erhaltene Zahlenreihe den Gleichungen $f(o) = a$; $f(n+1) = b - f(n)$. Diese Operation, welche vom Verfasser als „Reflexion" bezeichnet wird, setzt ganzzahlige n voraus; jedoch läfst sie sich sowohl in der Ebene als auch im Raume durch die Bewegung eines Punktes P derart darstellen, dafs auch für beliebige n der Ort von P den beiden obigen Gleichungen entspricht. In der Ebene sind z. B. der Kreis und die Ellipse solche Bahnen für Punkt P, die den gestellten Forderungen genügen; im Raume sind die erwähnten Kugelspiralen hierhergehörige Kurven. Die letzteren entstehen auf folgende Weise: Auf einer Kugel mit dem Radius 1 bewegt sich Punkt P vom Pol A aus zum Pol A' auf dem Meridian M, dessen Ebene sich um die Achse AA' dreht. Bei allen auf diese Weise entstehenden Kurven gilt für jeden Kurvenpunkt P, wenn man den Kurvenbogen AP mit s, das Komplement der geographischen Breite des Punktes P mit φ und den Drehungswinkel der Meridianebene M mit u bezeichnet, die Differentialgleichung $ds^2 = d\varphi^2 + \sin^2\varphi\, du^2$. Kommt noch eine weitere Beziehung zwischen s, φ und u hinzu, welche das Bewegungsgesetz des Punktes P enthält, so ergiebt sich die Gleichung einer ganz bestimmten Kugelspirale. Die Bewegungsgesetze $du = k\,ds$, $du = l\,d\varphi$, $du = m\,d\varphi + n\,ds$ liefern drei Spiralen, welche zur geometrischen Darstellung der elliptischen Funktionen I., II. und III. Gattung brauchbar sind. Am wichtigsten ist die Spirale I. Gattung; sie wird darum auch vom Verfasser am ausführlichsten behandelt. Ihr Bewegungsgesetz $du = k\,ds$ zeigt an, dafs Kurvenstücke, welche zwischen gleich weit entfernten Meridianen liegen, gleich sind. Hiernach ist diese Spirale leicht zu konstruieren. Da man findet $s = \int_0^\varphi \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2\varphi}}$, so ist $\varphi = am\, s$; mithin ist das von P aus auf die Achse gefällte Lot $PQ = \sin am\, s$; und das auf die Äquatorialebene gefällte Lot $PR = \cos am\, s$; ferner hat man, wenn τ den Winkel bezeichnet, unter welchem die Kurve den durch P gehenden Meridian schneidet, $\sin \tau = k^2 \sin^2\varphi$, $\cos \tau = \sqrt{1 - k^2 \sin^2\varphi} = \Delta\varphi = \Delta am\, s$. Die reelle Periode der elliptischen Funktionen ergiebt sich jetzt durch einfache geometrische Betrachtungen, desgleichen das Additionstheorem. Projiziert man die Spirale erster Gattung auf gewisse Ebenen, Kugelflächen oder andere geeignete Flächen, so entspricht jeder Projektion eine besondere Form des elliptischen Integrals erster Gattung. Einige Projektionen sind vom Verfasser benutzt worden, um die imaginäre Periode der elliptischen Funktionen zu ermitteln. Auch zu wichtigen Transformationen, z. B. zur Landenschen Transformation, führen die an diese Kugelspiralen angeknüpften geometrischen Betrachtungen. — Man erkennt, das vom Verfasser eingeschlagene Verfahren erweist sich als sehr fruchtbar; dasselbe ist um so mehr beachtenswert, als ein weiterer Ausbau der „Theorie der Kugelspiralen" einen lohnenden Erfolg erwarten läfst.

15. Stettin. Friedrich-Wilhelm-Realgymnasium. Progr. Nr. 152. Weiland Prof. Dr. H. Lieber:*) *Über die isogonischen und isodynamischen Punkte des Dreiecks.* 27 S. 1. Tafel.

Die isogonischen Punkte O_1 und O_2 eines Dreiecks sind diejenigen Punkte, von welchen aus die Dreiecksseiten unter Winkeln von 120° bezw. 60° gesehen werden. Ihre Winkelgegenpunkte Q_1 und Q_2 heifsen die isodynamischen Punkte des Dreiecks. Manche Eigenschaften sowohl

*) Verfasser ist am 10. Novbr. 1896 verstorben. D. Red.



der isogonischen als der isodynamischen Punkte sind schon längere Zeit bekannt, z. B. die Beziehungen der Punkte O_1 und O_2 zu den über den Dreiecksseiten errichteten gleichseitigen Dreiecken; desgleichen der Satz, dafs bei richtig gewählten Vorzeichen $O_1A + O_1B + O_1C$ und $O_2A + O_2B + O_2C$ Minima sind, ferner, dafs die Gerade Q_1Q_2 durch den Umkreismittelpunkt M und den Grebeschen Punkt K des Dreiecks ABC geht, und dafs die den Punkten Q_1 und Q_2 zugehörigen Fufspunktdreiecke gleichseitige sind. Auch in dem Aufgaben-Repertorium dieser Zeitschrift haben diese Punkte verschiedentlich Beachtung gefunden; Die Aufgaben Nr. 250, 313, 352, 353, 409, 434, 586, 810, 811, 1279, 1379 beschäftigen sich mit ihnen. Doch sind dies alles mehr oder weniger vereinzelte Sätze geblieben. In vorliegender Abhandlung giebt nun der Verfasser eine zusammenhängende und umfassende Theorie der isogonischen und isodynamischen Punkte, wie sie bisher noch nicht aufgestellt worden ist. Dieselbe schliefst sich an die Ergebnisse der neueren Dreiecksuntersuchungen an, welche in den Programmen des Friedrich-Wilhelm-Realgymnasiums zu Stettin 1886, 1887 und 1888 vom Verfasser mitgeteilt worden sind. Während aber diese letzteren Arbeiten im wesentlichen eine Zusammenstellung der von den verschiedenen Mathematikern gefundenen Sätze enthalten, wird in der neuen Abhandlung gröfstenteils Neues geboten. Viele bisher nicht bekannte Beziehungen der isogonischen und isodynamischen Punkte zu anderen Punkten, Dreiecken, Kreisen und Kegelschnitten werden in 58 Paragraphen entwickelt. Bei den Beweisen ist durchweg das synthetische Verfahren angewandt worden. Die Arbeit ist sehr reichhaltig, sodafs auf Einzelheiten hier nicht näher eingegangen werden kann. Sie enthält soviel des Interessanten, dafs sie der Beachtung der Mathematiker angelegentlichst zu empfehlen ist. Die sauber ausgeführte Tafel enthält die wichtigsten der betrachteten geometrischen Gebilde.

Nachträgliche Programmschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme der Rheinprovinz und Hohenzollerns. Ostern 1898.

(Fortsetzung vom Jahrgang 1896, S. 604.)

Referent: Dr. J. Norrenberg, Oberlehrer am Realgymnasium und Gymnasium zu Düsseldorf.

1. **Elberfeld,** Realgymnasium. Progr. Nr. 479. Oberlehrer W. Dette, *Einleitung in die analytische Geometrie der Ebene.* 76 S. 8° und 4 Figurentafeln.

Ohne von der herkömmlichen Darstellungsweise wesentlich abzuweichen, bietet der Verfaser einen durch hübsche Ausstattung empfehlenswerten Leitfaden der analytischen Geometrie der Ebene, in einem Umfange, der bei hinreichend hohen Anforderungen dem Lehrplane der Ober-Realschule bzw. des Realgymnasiums entspricht. Im Anschlusse an die durch den Druck hervorgehobenen Hauptsätze bilden passend gewählte Aufgaben und Lehrsätze angemessenen Übungsstoff.

2. **Neuss,** Königliches Gymnasium. Progr. Nr. 454. Professor Dr. Wilhelm Roudolf, *Die Verteilung des mathematischen Lehrstoffes auf die einzelnen Klassen des Gymnasiums.* 8 S. 4°.

Nachdem die neuen Lehrpläne von 1892, den Bedürfnissen der abgehenden Untersekundaner Rechnung tragend eine von dem früheren Modus abweichende Verteilung des mathematischen Lehrstoffes vorgenommen haben, ohne jedoch im Besonderen die einzelnen Klassenpensen genau zu

umgrenzen, ist es für jede Anstalt eine unerläßliche Forderung geworden, für den Unterricht in der Mathematik spezielle Lehrpläne durch Fachkonferenz festzustellen; wenigstens dort, wo die einmal eingeführten Lehrbücher sich noch nicht den neuen Verhältnissen anbequemt haben.

Der vorliegende Entwurf verteilt den mathematischen Unterrichtsstoff in ausführlicher Darstellung auf die einzelnen Klassen des Gymnasiums, im allgemeinen sich dem Wortlaute der neuen Lehrpläne eng anschliessend. Mit Recht wird in der untersten Klasse der Hauptnachdruck auf die Münz-, Maß und Gewichtssysteme gelegt. Doch scheint der Verfasser sich bez. des Rechenunterrichts allzu sanguinischen Hoffnungen hinzugeben und den spekulativen Fähigkeiten des Sextaners etwas zu viel zuzutrauen, wenn er schon mit ihm die vier Grundrechnungen „unter Voranstellung des Begriffs der einzelnen Rechnungsarten und ihrer Beziehungen zu einander bespricht. In der Praxis lassen sich solch' fromme Wünsche gewiß nicht realisieren. Ebenso wenig ist die Übung der Bruchregeln an Buchstabenausdrücken in Quarta angebracht. Schon der Gebrauch von Klammern, der ja allerdings in den Lehrplänen für Quarta gefordert wird, ist meines Erachtens im Rechenunterrichte gut zu entbehren. Kommt es doch in dieser Klasse hauptsächlich darauf an, den Schüler im Rechnen mit Dezimalbrüchen und in der Anwendung des Dreisatzes recht sattelfest zu machen. Soll dieses notwendige Ziel erreicht werden, so bleibt in den zwei Wochenstunden, die dem Rechenunterrichte in IV eingeräumt sind, für entbehrliche Übungen keine Zeit. Dagegen kann man in dieser Klasse die Dreieckskonstruktionen, welche der Verfasser auf die fünf Fundamentalkonstruktionen beschränkt wissen will, weiter ausdehnen. Als über das Pensum der Gymnasial-Mathematik hinausgehend, müssen die Besprechung der konvergenten Reihen, der Formeln der sphärischen Trigonometrie, die Formeln für Ellipsoid und Paraboloid bezeichnet werden. Ebenso geht der Verfasser über die Lehrpläne hinaus, wenn er im arithmetischen Pensum der Untertertia die negativen Zahlen behandelt. Allerdings dürfte er bei diesem Vergehen gegen § 9 recht viele Mitschuldige haben.

3. Siegburg, Kgl. Gymnasium. Progr. Nr. 460. Oberlehrer Koch, *Bestimmung der parallelen konjugierten Durchmesser zweier Ellipsoide.* 18 S. 4°.

Verfasser führt den Nachweis, daß zwei beliebige im Raume gelegene Ellipsoide stets ein System paralleler konjugierter Durchmesser besitzen. Er giebt den Weg an, auf welchem sich letztere bestimmen lassen und erläutert die entwickelte Methode an Zahlenbeispielen.

4. Köln, Königl. Gymnasium an Marzellen. Progr. Nr. 432. Oberlehrer Peter Wedekind, *Die Auflösung algebraischer Gleichungen des zweiten, dritten und vierten Grades mit Hülfe der Theorie der symmetrischen Funktionen.* 20 S. 4°.

Im ersten Teile seiner Arbeit reproduziert der Verfasser nach Serret, Handbuch der höheren Algebra den Nachweis, daß jede rationale und symmetrische Funktion der Wurzeln einer Gleichung sich rational durch die Koeffizienten dieser Gleichung ausdrücken läßt. Auf diesen Satz gründet sich eine Auflösungsmethode der Gleichungen zweiten, dritten und vierten Grades. Die einzelnen Wurzeln werden zunächst durch symmetrische Funktionen sämtlicher Wurzeln ausgedrückt und dann diese letzteren durch die Koeffizienten der Gleichung bestimmt. Vergl. Jacobi, Observ. ad theoriam aequ. pert. in Crelle's Journ. Bd. XIII.

5. Essen, Realgymnasium. Progr. Nr. 480. Dr. Hermann Heilermann, *Bemerkungen über die Verwendung der einfachsten Reihen bei der Begründung der algebraischen Regeln.* 11 S. 4°.

Die in Rede stehenden Reihen sind: 1) die natürliche Zahlenreihe, 2) die nach beiden Seiten erweiterte Reihe der algebraischen Zahlen,

3) die durch die Einschaltung von $(n-1)$ Gliedern zwischen je zwei Glieder der letzteren entstehende sogenannte „ergänzte“ Zahlenreihe, 4) die Potenzreihe, 5) die aus ihr durch Interpolation entstehende die Wurzeln umfassende ergänzte Potenzreihe. Diese Reihen werden in klar hervortretender Kontinuität auch für imaginäre und komplexe Zahlen abgeleitet und aus ihrer Betrachtung werden unmittelbar durch Einschiebung erweiterter Definitionen die algebraischen Regeln anschaulich entwickelt. Ein einfaches Beispiel möge dieses Verfahren erläutern. Durch wiederholte Addition und Subtraktion des Anfangsgliedes a wird die Reihe der Vielfachen aufgebaut:

$$\ldots\ldots -3a,\ -2a,\ -1a,\ 0,\ +1a,\ +2a,\ +3a,\ +4a,\ \ldots\ldots$$

Nunmehr wird das Produkt zweier Zahlen definiert als dasjenige Glied der erweiterten Reihe der Vielfachen des Multiplikanden, dessen Stelle der Multiplikator angiebt. Also ist das Produkt $(-n)(-a)$ das $(-n)$te Glied der aus $(-a)$ aufgebauten Reihe der Vielfachen, also gleich $+an$. Eine kurze Überlegung läfst erkennen, dafs sich auf ähnliche Weise alle algebraischen Regeln ohne Weiteres ergeben.

Es ist nicht zu verkennen, dafs diese originelle Betrachtungsweise die Einsicht in den Zusammenhang der algebraischen Operationen wesentlich erleichtert und das Prinzip der Permanenz (Hankel, Vorl. über compl. Zahlen) anschaulich vor Augen führt.

6. Wesel, Kgl. Gymnasium. Progr. Nr. 466. Oberl. Eugen zur Nieden, *Der Beweis in der Geometrie.* 32 S. 8⁰ und eine Figurentafel.

„Die vorliegende Abhandlung hat es sich zur Aufgabe gemacht, an einzelnen Beispielen nochmals die Mängel der Euklid'schen Beweise zu zeigen und zugleich ein naturgemäfses Beweisverfahren anzugeben, wie dasselbe Herbart und Schopenhauer vorschwebte.“

Seit Schopenhauer und Dühring gehört es gleichsam zum guten Ton, bei aller Anerkennung der strengen Systematik und der unübertroffenen logischen Schärfe die Euklidische Beweisführung als verfehlt und überwunden hinzustellen. Zwei Vorwürfe sind es vor allem, die gegen die Beweise jenes „Altmeisters“ der Geometrie ins Feld geführt werden, und deren erster in dem Schlagworte von der Euklidischen Starrheit seinen Ausdruck findet. Doch die geometrischen Gebilde sind nun einmal als solche starr und unbeweglich. Und wenn Euklid schon damals erkannte, dafs die Bewegung als ein mechanischer Vorgang aus einem Lehrgebäude der Geometrie auszuschliefsen sei, so läfst dies seine Klarheit und wissenschaftliche Strenge in umso hellerem Lichte erscheinen.

In didaktischer Beziehung ist ja das auch vom Verfasser empfohlene Prinzip, sich die Figuren fliefsend, d. h. als stetig veränderlich vorzustellen, von nicht zu unterschätzender Bedeutung. Niemand wird dies leugnen wollen. Auch Euklid werden wohl, als dieser seine Beweise ersann, die geometrischen Formen in derselben Mannigfaltigkeit vorgeschwebt haben, wie sie sich in unserem Geiste abspiegeln, und auch er wird zwischen dem strengen Buchstaben der Theorie und dem lebendigen Worte des Unterrichts wohl unterschieden haben.

Selbst die zur Einsicht in die Allgemeingültigkeit der Beweise notwendige „Unendlichkeitsinduktion“, wie sie Lange in seinen „Logischen Studien“ nennt, mufs Euklid bewufsterweise vollzogen haben; es wäre sonst undenkbar, wie sein Lehrgebäude von Fehlern frei geblieben wäre. Den Euklidschen Beweisen die Allgemeingültigkeit absprechen zu wollen, entbehrt daher jeder Begründung. Da Euklid, wie auch Simon in Baumeisters Handbuch betont, kein Lehrbuch für Schulknaben, sondern ein wissenschaftliches Handbuch schuf, so hielt er es offenbar für überflüssig, bei jedem Beweise auf diese ergänzende Unendlichkeitsinduktion hinzuweisen.

An den erwähnten Vorwurf schliefst sich ein zweiter an, der darauf hinweist, dafs die Euklidschen Beweise zwar unwiderleglich davon überzeugen, dafs die Lehrsätze richtig sind, aber keineswegs zur Einsicht verhelfen, **warum** sie richtig sein **müssen**, dafs sie also nicht die transcendentale Wahrheit, sondern nur die logische nachweisen. Euklid lieferte keine Beweise, welche sich aus der in dem betreffenden Lehrsatze ausgesprochenen Thatsache naturnotwendig ergeben, sondern führte auf künstlich geschlungenem Pfade zu einem Scheinbeweise, den man Schritt vor Schritt betrachtet als richtig anerkennen mufs, der jedoch den inneren Zusammenhang nicht aufklärt (Schopenhauer). Doch finden wir bei Schopenhauer selbst keinen näheren Aufschlufs über das Wesen des von ihm verlangten Beweises, noch auch über das, was er unter dem Seinsgrunde eines Lehrsatzes versteht. Auch die Versuche des Verfassers, das dem genannten Philosophen vorschwebende Ideal zu realisieren, klären uns hierüber nicht auf.

Sein eigenes Beweisverfahren entwickelt der Verfasser an einer Reihe von Beispielen, von denen wenigstens eines hier erläutert werden möge. Dem Satze vom Aufsenwinkel geht ein Lehrsatz voran, der als Satz vom Drehungswinkel bezeichnet wird: „Dreht man um einen Punkt aufserhalb einer Geraden eine zweite Gerade, die man sich in jedem Augenblick so weit gezogen denkt, bis sie die erste Gerade trifft, so wird von den beiden Winkeln, welche die beiden Geraden mit einander bilden, derjenige Winkel grösser, welcher auf derjenigen Seite der sich drehenden Geraden liegt, nach welcher die Drehung erfolgt; der andere Winkel wird um ebensoviel kleiner, und **zwar ist der Zuwachs des einen Winkels und die Abnahme des anderen Winkels gleich dem Drehungswinkel**". Es sei nun an dem Dreiecke ABC ein Aufsenwinkel durch Verlängerung der Seite BC über B hinaus gebildet. Dreht man nun die Seite AC um die der verlängerten Seite gegenüberliegende Ecke A, so bleibt nach dem angeführten Satze die Summe der dem Aufsenwinkel nicht anliegenden Dreieckswinkel konstant. Da aber auch für den Grenzfall, dafs AC mit AB zusammenfällt, die Summe gleich dem Aufsenwinkel wird, so mufs **immer** der Aufsenwinkel gleich der Summe der beiden ihm nicht anliegenden Dreieckswinkel sein. Auf ganz analoge Weise lassen sich nun eine ganze Reihe von Sätzen u. a. von der Summe der Dreieckswinkel, von der Summe der Winkel eines Polygons beweisen, indem man zuerst ihre Konstanz und dann durch Betrachtung eines Grenzfalles ihre wirkliche Gröfse ermittelt. Es soll keineswegs verkannt werden, dafs auf diese Weise die geometrischen Beweise in innigern Zusammenhang gebracht werden; darin, dafs eine Anzahl von Beweisen von einem gemeinsamen Gesichtspunkte aus sich in gleichartiger Weise entwickeln lassen, besteht ein nicht zu leugnender Vorzug des z. Nieden'schen Verfahrens. Andererseits aber lassen sich gegen ihn dieselben Vorwürfe erheben, wie gegen den so sehr bekämpften Euklid. Auch der Verfasser bedient sich zum Beweise seines Satzes vom Drehungswinkel einer „willkürlich" gezogenen Hülfslinie, die mit der Sache selbst ebensowenig zu thun hat, wie die Parallele beim Euklidschen Beweise vom Aufsenwinkelsatze. Auch die hier entwickelten neuen Beweise beruhen auf einer Verbindung von Anschauung und Logik, und dafs bei ihnen letztere mehr als bisher zurückträte, die Anschauung mehr in den Vordergrund gerückt wäre, läst sich kaum behaupten. Mit einer „Geometrie des Unbewufsten", wie sie der Verfasser wünscht, läfst sich bei Quartanern jedenfalls wenig erreichen.

7. **Mühlheim a. d. Ruhr**, Gymnasium mit Realschule. Progr. Nr. 452. Dr. Julius Busch, *Vorbereitender physikalischer Lehrgang*. II. Teil. 32 S. 8°.

Vergl. diese Zeitschrift Bd. XXVII (1896) S. 602.

8. **Rheydt,** Ober-Realschule und Progymnasium. Progr. Nr. 501. Oberlehrer Heinrich Klaas, *Beiträge zum mathematischen Unterricht.* 10 S. 4°.

Zu Multiplikations-, Divisions-, Potenz- und Wurzelaufgaben mit abgekürzten Zahlen verwendet der Verfasser die trigonometrischen Funktionen, deren Werte er für eine Reihe von Winkeln anzugeben die Freundlichkeit hat. Außerdem finden wir eine Ableitung der Formel für die Kugelzone durch Zerlegung der letzteren in abgestumpfte Kegel.

9. **Elberfeld,** Ober-Realschule. Progr. Nr. 498. Oberl. Emil Kalthoff, *Erklärung der Erscheinungen der Lichtbeugung und mathematische Behandlung einer Reihe gleichartiger Beispiele.* 22 S. 4° und eine Figurentafel.

Unter Zugrundelegung des Huyghens'schen Prinzips werden die Art der Fortpflanzung einer Wellenbewegung und die Erscheinungen der Diffraktion erklärt. Sodann behandelt der Verfasser mathematisch diejenigen Beugungserscheinungen, welche sich beim Durchgange des Lichtes durch eine oder mehrere parallele rechteckige Öffnungen zeigen, im engsten Anschlusse an diejenige Darstellungsweise, welche seit Schwerd's klassischem Werke die allgemein übliche geworden ist.

10. **Köln,** Realgymnasium. Progr. Nr. 497. Dr. P. Esser, *Das Pflanzenmaterial im botanischen Unterricht.* II. Teil IV und 100 S. 8°.

Vergl. diese Zeitschrift Bd. XXVII (1896) S. 603.

11. **Wetzlar,** Kgl. Gymnasium. Progr. Nr. 467. *Lehrstoff für den naturwissenschaftlichen Unterricht der unteren und mittleren Klassen des Gymnasiums.* Von den Fachlehrern zusammengestellt. 14 S. 4°.

Der Abdruck des in einer Reihe von Fachkonferenzen beratenen Normal-Lehrplanes verfolgt den Zweck, beim Übergange des Unterrichts aus einer Hand in die andere den stetigen Fortgang und das Ineinandergreifen desselben zu sichern. Einige vorangeschickte methodische Bemerkungen betonen die Bedeutung des schematischen Zeichnens und guter Abbildungen und verwerfen (allerdings ohne Begründung) die Anordnung des Stoffes nach Lebensgemeinschaften. Für die Klassen von Sexta bis Untertertia werden dann die im zoologischen und botanischen Unterrichte des Wetzlarer Gymnasiums zu besprechenden Gattungen und ebenso auch die einzelnen Kapitel des propädeutischen Physik-Kursus festgesetzt. Nach Einführung eines zweiteiligen Lehrbuches dürfte letztere Auswahl wohl außer Gebrauch gesetzt worden sein.

C. Zeitschriftenschau.

Geographische Zeitschrift von Hettner,

Jahrgang II.

(vergl. den Bericht über Jahrg. I im Jahrg. 1896 u. Z., Heft 1, S. 68 f.)

Vorbemerkung. Wie dort, wollen wir auch hier wieder — im Gegensatz zu dem Modus bei anderen Zeitschrift-Inhaltsangaben — den Inhalt nach Abteilungen gruppieren und zwar nach folgenden: A. mathematische Geographie mit Kartographie. B. physikalische Geographie (mit Geologie, Geognosie, Klimatologie, Hydrographie etc.). C. politische Geographie (mit Staatenkunde, Ethnologie und Statistik). D. didaktische Geographie (Unterricht), wozu hier noch kommen soll E. geschichtliche Geographie (Expeditionen, Reisen etc.). Verfasser der Aufsätze und Heftnummer stellen wir wieder in Parenthese.

A. mathematische Geographie inclus. Kartographie.

Die Aufsätze beschränken sich fast nur auf Kartographie: Kompaſskarten und Seekarten (Wagner, 2) — Erd- und Himmelsgloben und ihre Geschichte (nach*) Fiorini-Günther, (4) — Projektionen der Erdkarten mit Tafeln (Bludau, 9).

B. Physikalische Geographie.

Geotektonik. Morphologie der Erdoberfläche im letzten Jahrzehnt, besonders dynamische Wirkungen (Philippson, 9, 10, 11, 12) gröſserer ausführlicher Artikel. — Die geologische Formation des Löſs, Alter und Verlauf derselben (2). — Die Dünen (n. Sokolow, 3). Gletscher Norwegens m. Abb. (Richter, 6). — Physikalische Grundlinien Anatoliens und Centralasiens m. Ch. (Neumann, 1). — Entstehung des östl. und westindischen Archipels (Martin i. Leiden, 7). — Erdbeben in Mittel-Chile (6). — Tiefstes Bohrloch der Erde (Fitzau, 1).

Pflanzen- und Tier-Geographie. Pflanzengeographie, Aufgaben derselben (Schimper, 2). — Zoogeographische Stellung der Insel Helena (Robett, 4). — Tropenpathologie (Däubler, 11). — Zeckenplage in den Tropen (Müller, 12).

Klimatisches. Akklimatisation und Physiologie der Tropenbewohner (Däubler, 1). — Klima von Mittelamerika (Köppen, 8). — Klima von Kamerun (12).

Hydrographisches. Skagerack, Kattegat, Ostsee mit Diagramm (Schott, 3). — Häfen, ihre geol. Geschichte (n. Schaler, 2). — Schwimmende Inseln (4). — Nordseehalligen und schleswigsches Wattenmeer; Arbeiten dort (5). — Entstehung der Karseen in Salzburg (n. Fugger, 8). — Missisippilauf und Deltas; Veränderungen derselben (10). — Europas Seen nach Meereshöhe und Tiefe (Peuker, 11).

C. Politische Geographie.

Staatenkunde. Westindien (Deckert, 1). Cuba (2—3). Ceylons gegenwärtige Verhältnisse (1). Die baierische Pfalz, Charakterbild (Geistbeck, 2). — Neu-Süd-Wales Ebenen (3). — Boeren-Freistaaten Südafrikas mit Abb. (Schenk, 4—5). — Palästina, länderkundliche Studie (Fischer, 5—6). — Grenzlinie von Delaware und Pensylvanien (5). — Grenze von Chile und Argentinien (Steffen, 8). — Landschaft Abchasien (Suchum) in Südkaukasien (6). — Australkontinent, gegenwärtiger Stand unserer Kenntnisse von demselben (Jung, 10). — Nansens Nordpolexpedition, wissenschaftliche Resultate mit Ch. (nach Mohn, 10).

Ethnologisches. Armenien (4). — Aufstand auf den Philippinen (Blumentritt, 10). — Feuerland und seine Bewohner (Nordenskjöld, 12). —

Statistische Geographie mit wirtschaftlicher (socialer). Groſsbritannisches Eisenbahnnetz m. Abb. (Hahn, 9—10). — Bevölkerung von Rio Janeiro (Schack, 1); desgl. vom deutschen Reich (4).**) — Der Ver-

---

*) Dieses „nach“ bedeutet immer, daſs die Arbeit kein Originalaufsatz ist, sondern eine Bearbeitung (Excerpt. etc.) eines solchen. Wo ein Verfasser nicht angegeben ist, liegt vermutlich nur eine Bearbeitung (Notiz) der Redaktion vor.

**) Mit einer alphabetisch geordneten Städte-Tabelle mit Einwohnerzahl. Es giebt i. D. nach der Zählung vom 2. Dez. 1895 350 Städte über 10 000 E. Die vier gröſsten sind: Berlin (über 1½ Mill.), Hamburg (über ½ Mill.), München (408 000), Leipzig (398 000). Leipzig ist sonach die viertgröſste Stadt des deutschen Reichs. Die Zahlen beziehen sich auf Gemeinden, nicht auf zusammenhängende Ortschaften; sonst müſste bei Hamburg-Altona weit mehr heraus-

kehr Chinas im Altertum nach chinesischen Quellen (Hirth, 8). — Russischer Pelzhandel (Knaake, 9). — Erwerbsverhältnisse der Bewohner der Scilly-Inseln (1). — Begriffe und Zahlenwerte in der Geographie (Oppel 2). — Gewinnung von mineralischen und thierischen Stoffen (5); und von Pflanzenstoffen (6, 7, 8) gröfserer Aufsatz.

D. Didaktische (oder Schul-) Geographie.

Methodische Fragen in Geographie (Neumann, 1). — Seele der geographischen Namen (Egli, 3). — Wert und Verwendung der Spezialkärtchen in unsern Schulatlanten (Hölzel, 4). Hierzu eine Karte aus Debes-Kirchhoff-Kropatscheck Schulatlas, enthaltend fremde Städte, Bodenformen, Vulkane, Küstenformen und Korallen. — Das geographische Individuum bei Karl Ritter und seine Bedeutung für den Begriff des Naturgebiets und der Naturgrenze (Hölzel, 7—8). — Die geogr. Lehraufgaben der beiden Tertien (Blaje, 12).

E. Historische Geographie (Reisen, Expeditionen).

Reiseberichte an den Vorstand des Vereins für Erdkunde in Leipzig (Baumann, 1—2). — Nansens Reise (10), — Neue Forschungen auf Spitzbergen (12). —

Personalnachrichten (Nekrologe).

Egli † (Oppermann, 10). — Friedrich Simony (Peucker, 12). Siehe auch das Inhaltsverzeichnis unter Persönliches Nr. IX. —

Unser Lesesaal.

Wir machen unsere geehrten Leser aufmerksam auf zwei Aufsätze bezw. Schriften:

1. Bernhard Riemanns Lebenslauf von Dedekind in B. Riemanns gesammelten Schriften. Ausgabe von Weber, 2. Aufl., mit einem Bildnisse Riemanns, Leipzig, Teubner 1892. S. 541 f.

2) Schlegel, Die Grafsmannsche Ausdehnungslehre. Ein Beitrag zur Geschichte der Mathematik in den letzten fünfzig Jahren. (Sonderabdruck aus Z. f. Math. u. Phys. 41. Jahrg.) Ebend. 1896.

Der erstgenannte Aufsatz als Anhang zu obengenanntem Werke gegeben, wird jedem Mathematiker von höchstem Interesse sein; man wird denselben bezüglich des herben Schicksals des grofsen Gelehrten nicht ohne eine gewisse Rührung aus der Hand legen. Riemann liegt begraben auf dem Kirchhofe zu Riganzolo, wohin Selasca, sein Sterbeort am Lago Maggiore eingepfarrt ist. Sein Grabstein trägt die Inschrift:

„Hier ruhet in Gott
Georg Friedrich Bernhard Riemann, Prof. zu Göttingen,
geb. in Breselenz 17. Sept. 1826, gest. in Selasca 20. Juli 1866.
Denen die Gott lieben, müssen alle Dinge zum Besten dienen“.

NB. Der Grabstein, der ihm von italienischen Freunden und Fachgenossen gewidmet war, ist bei einer Verlegung des Friedhofes beseitigt worden.

Die zweite Schrift (Broschüre, Separatabdruck 44 S.) giebt eine höchst interessante geschichtliche Darstellung der immer noch wenig verstandenen Grafsmannschen Lehre. In derselben ist eine geradezu erstaunlich reiche Litteratur gegeben (allein 179 litter. Notizen). Man mufs sich nur

---

kommen. Ähnlich bei Barmen-Elberfeld (B. rund 127 000, E. 139 000). Seit dem Zählungstage dürfte sich aber das Bild schon wieder verändert haben. München dürfte wohl bereits von Leipzig überflügelt sein.

wundern — und diese Verwunderung ist uns auf's neue gekommen — dafs diese Lehre, wenn sie wirklich so ausgezeichnet und fruchtbar ist, wie behauptet wird, immer noch nicht weitere Verbreitung und Anerkennung gefunden hat. Uns hat es scheinen wollen, es liege das an der Unklarheit — um nicht zu sagen Unfafsbarkeit — der Fundamentalbegriffe und Fundamental-Definitionen derselben.

Wird doch von dem für das Vordringen in weit von der Heerstrafse abseits liegende Gebiete so zu sagen prädestinierten Spezialmathematiker 1. Ranges Möbius (S. 11) erzählt, dafs er, der doch „den Ideen des Werkes weitaus am nächsten“ gestanden, „beim Studium desselben seines philosophischen Charakters wegen erlahmte“. Und das will — soweit wir Möbius noch aus seinen eignen Vorlesungen kennen — viel sagen! Interessant ist auch die Stelle (S. 11): „Die im herablassenden, selbtgefälligen Tone des Olympiers gehaltene Äufserung von Gaufs, der das Werk des unbedeutenden Lehrers einer flüchtigen Durchsicht würdigte, und dessen Interesse sich nur darauf lenkte, inwieweit des Verfassers Tendenzen sich etwa mit den seinigen berührten, dürfte nach Abzug jenes Tones, für die damalige Aufnahme der Ausdehnungslehre im allgemeinen charakteristisch sein.“

Es wäre deshalb, unseres Erachtens, ein recht zeitgemäfses Unternehmen, dafs ein in die Grafsmannsche Lehre Eingeweihter über die Ursachen schriebe, die ein Verständnis dieser Lehre immer noch hindern. Es ist das zwar in diesem Aufsatze schon angedeutet, allein unsers Erachtens müfste es unter Herzuziehung der Fundamentalbegriffe und Fundamental-Definitionen noch ausführlicher geschehen. Vielleicht liefse sich damit eine mehr elementare — um nicht zu sagen populäre — mathematische Darstellung dieser Lehre verbinden.

D. Bibliographie.

Dezember 1896.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Grob, Schulvorst., Wie steuern wir der Verwahrlosung unter der Schuljugend? (24 S.) Zürich, Schmidt. 0,20.

Schröder, Dr., Oberlehrer, Richter, Offiziere. Statistische Untersuchungen zur Lösung der Gehaltsaufbesserungsfrage. (71 S.) Kiel, Lipsius. 1,40.

Prüfungsordnung für die Kandidaten des höheren Schulamtes vom 5. II. 87 etc. 2. Aufl. (61 S.) Berlin, Weidmann. 0,75.

Bergemann, Dr., Über Volkshochschulen. (30 Seiten.) Wiesbaden, Behrend. 0,60.

Booss, Schulinsp., Wer soll noch Lehrer werden? (75 S.) Osterwieck, Zickfeld. 0,50.

Malfertheiner, Prof., Vergleichende Statistik des Unterrichtserfolges der österr. Gymnasien. (69 S.) Wien, Pichler. 1,20.

Jessen, Musikdirektor Dr., Die Schülerwerkstätten als Erziehungsmittel für Handwerk, Industrie und Kunst. (11 S.) Berlin, Gsellius. 0,50.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Müller, Prof. Dr., Wissensstoff der elementaren Geometrie der Ebene und des Raumes zur Einführung in das geometrische Rechnen. (44 S.) Stuttgart, Kohlhammer. 1,00.

Kröger, M., Die Planimetrie in ausführlicher Darstellung und mit besonderer Berücksichtigung neuerer Theorien. Nebst einem Anhang über Kegelschnitte. (511 S.) Hamburg, Meifsner. 8,—.
Mandić, Methode und Apparat zur anschaulichen Entwickelung des pythagoräischen Lehrsatzes. (30 S.) Wien, Pichler. 0,80.
Traub, Prof. Dr., Berechnung der Radien der 8 Berührungskreise beim Apollonischen Problem. (18 S.) Lahr, Schauenburg. 0,50.

2. Arithmetik.

Zimmermann, L., Rechentafeln, welche die Produkte aller Zahlen unter 10000 in alle Zahlen bis 100 enthalten und daher die Multiplikation und Division mit diesen Zahlen ganz ersparen, bei gröfseren Zahlen aber zur Erleichterung und Sicherung der Rechnung dienen. (205 S.) Liebenwerda, Reifs. Geb. 5,00.
Löwenberg, Dir. Dr., Lehrbuch der Mathematik. Zum Selbststudium und für den Unterricht in Prima höherer Lehranstalten. (191 S.) Leipzig, Arnd. 4,50.
Schultz, Leitfaden der Körperberechnung für gewerbl. Schulen und zum Selbstunterricht für den Maschinentechniker. (169 S.) Essen. Baedeker. Geb. 1,60.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Rüefli, J., Grundlinien der mathematischen Geographie. (40 S.) Bern, Schmid & Francke. 0,50.

Physik.

Lodge, Prof., Neueste Anschauungen über Elektrizität. Übersetzt von A. v. Helmholtz und E. du Bois-Reymond. (539 Seiten.) Leipzig, Barth. 10,00.
Bergling, Stereoskopie für Amateurphotographen. (59 S. mit 23 Fig.) Berlin, Oppenheim. 1,20.
Steinhauser, Prof., Die theoretische Grundlage für die Herstellung der Stereoskopenbilder auf dem Wege der Photographie und deren sachgemäfse Betrachtung durch Stereoskopie. (149 S.) Wien, Lechner. 4,00.
Kerntler, Die elektrodynamischen Grundgesetze und das eigentliche Elementargesetz. (68 S.) Budapest, Selbstverlag. 2,00.
Polis, Über wissenschaftliche Ballonfahrten und deren Bedeutung für die Physik der Atmosphäre. (27 S.) Aachen, Meteorolog. Station. 1,40.
Kraftübertragung und Kraftverteilung, elektrische. Nach Ausführungen durch die allg. Elektrizitätsgesellschaft Berlin. (326 S. Berlin, Springer. Geb. 4,00.

Chemie.

Bunte, Hofrat Prof. Dr., Wissenschaftliche Forschung und chemische Technik. (17 S.) Karlsruhe, Braun. 0,50.
Iannasch, Prof. Dr., Praktischer Leitfaden der Gewichtsanalyse. (314 S.) Leipzig. Veit & Co. Geb. 6,50.
Hertzka, Photographische Chemie und Chemikalienkunde. (611 Seiten.) Berlin, Oppenheim. 12,00.
Biechele, Dr., Die chemischen Gleichungen der wichtigsten anorganischen und organischen Stoffe. (142 S.) Halle, Kämmerer. 2,00.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Renlow, Dr., Das menschliche Auge und seine Hilfsorgane. Anatomisch dargestellt, mit erläuterndem Text. (32 S. mit 5 Fig. und 1 farb. Phantom.) Fürth, Löwensohn. 1.80.

Müller, Prof. Dr. Karl, Die Entwicklung des Hühnchens im Ei. (68 S. mit 47 Abb.) Berlin, Paetel. 1,60.

Gerber, Privatdoz. Dr., Etwas über Nasen. (52 S.) Hamburg, Verlagsanstalt. 1,00.

Morin, Gymn.-Lehrer, Naturkunde für die humanistischen Gymnasien. Zoologie. Mit 273, gröfstenteils nach Momentaufnahmen v. Verfasser gez. Abb. (312 S.) München, Oldenbourg. Geb. 2,50.

Lauterborn, Untersuchungen über Bau, Kernteilung und Bewegung der Diatomeen. (165 S. mit 10 Tafeln.) Leipzig, Engelmann. 30,00.

Braun, Prof. Dr. M., Die Umformung der Gliedmafsen bei den höheren Tieren. (23 S. mit 18 Abb.) Hamburg, Verlagsanstalt. 0,80.

Anleitung zum Sammeln, Konservieren und Verpacken von Tieren. (54 S.) Berlin, Friedländer & Sohn. 1,50.

Schoch, Dr., *Lamellicornia melitophila. Catalogus systematicus Cetonidarum et Trichiidarum adhuc cognitarum.* (95 S.) Ebenda. 4,00.

Lay, Menschenkunde verbunden mit einer vergl. Tierkunde. Bau, Verrichtungen und Pflege des menschlichen Körpers. (82 S. mit 9 Taf.) Karlsruhe, Nemnich. 1,80.

2. Botanik.

Kny, Prof. Dr., Die Bedeutung der Pilze im Haushalte der Natur. (24 S.) Berlin, Paetel. 0,60.

Molisch, H., Die Ernährung der Algen. (16 S.) Wien, Gerold. 0,40.

Dodel, Prof. Dr., Aus Leben und Wissenschaft. Gesammelte Vorträge und Aufsätze. (694 S.) Stuttgart, Dietz. 4,40.

Pringsheim, Gesammelte Abhandlungen. 4. Bd.: Chlorophyll, Assimilation, Lichtwirkung, Sauerstoffabgabe, Osmotische Versuche. (596 S.) Jena, Fischer. 13.00.

3. Mineralogie.

Ohmann, Oberl., Mineralogisch-chemischer Kursus. Leitfaden für den Unterricht in der Mineralogie und Chemie an höheren Lehranstalten. (176 S.) Berlin, Winkelmann & Söhne. 1,40.

Schwippel, Dr., Die Erdrinde. Grundlinien der dynamischen, tektonischen und historischen Geologie. Für Studierende sowie auch für Freunde der Naturwissenschaften dargestellt. (84 S.) Wien, Pichler. 1,40.

Carte geologique internationale de l'Europe, votée au congrès international de Bologne 1881, executée .... sous la direction de M. M. Beyrich et Hauchecorne. 1 : 150000. 11 Blatt à 51 : 57 cm. Berlin, Reimer. 11,00.

Hintze, Prof. Dr., Handbuch der Mineralogie. 2. Bd.: Silikate und Titanate. (560 S.) Leipzig, Veit & Co. 18,00.

Geographie.

Penck, Prof. Dr., Geogr. Abhandlungen. Die Seen des Salzkammergutes. (115 S.) 6,50. — Atlas der österr. Alpenseen. Wien, Hölzel. 8,50.

Koppe, Prof. Dr., Die interessantesten Alpen- und Bergbahnen, vornehmlich der Schweiz. (56 S. mit Abb. und 2 Tafeln.) Berlin, Paetel. 1,20.

Deschamps, Das heutige Griechenland. Übers. v. Oberl. Dr. Markus. (413 S.) Grofsenhain, Starke. 4,00.

Kronecker, Dr., Von Javas Feuerbergen. (30 S. mit 10 Vollbildern und 2 Karten.) Oldenburg, Schulze. 2,00.
Nansen, Frithjof, In Nacht und Eis. Die norwegische Polarexpedition 1893—1896. In 36 Lieferungen. Leipzig, Brockhaus. à 0,50.
Lehmann, Schuldir., Geographische Charakterbilder. 33. Holländische Marschlandschaft. 60 : 80 cm. Leipzig, Schulbilderverlag. 1,40.
Kahlbaum, Prof., Eine Spitzbergenfahrt. (117 S.) Leipzig, Barth. 2,00.
Kunhardt, Wanderjahre eines jungen Hamburger Kaufmanns. Eine Reise um die Erde in 1000 Tagen. (442 S.) Berlin, Reimer. 10,00.
Gäbler, Schulwandkarte der d. Kolonien. 4 Blatt. Leipzig, Lang. 10,00.
Ludwig Salvator, Erherzog, Die Balearen in Wort und Bild. 2. Bde. (488 S. und 452 S.) Würzburg, Woerl. à 30,00.
Schmitz, Oberlehrer Dr., Die Handelswege und Verkehrsmittel der Gegenwart. Ein Leitfaden zur Ergänzung der geogr. Lehrbücher. (87 S.) Breslau, Hirt. 1,50.
Schütz-Holzhausen, v. u. Springer, Kuba und die übrigen Inseln Westindiens. Mit 20 Illustr. und 1 Karte. (388 S.) Ebda. Geb. 2,00.
Sabersky, Ein Winter in Ägypten. (304 S.) Berlin, Schall & Grund. 4,50.
Ritter, Dr., Reisebilder aus dem Orient. (99 S.) St. Gallen, Fehr 2,00.
König, Prof. Dr., Reisen und Forschungen in Algerien. (594 S. mit 24 Photograph., 16 farb. Tafeln u. 1 Karte.) Berlin, Friedländer. 25,00.
Stern, Zwischen Kaspi und Pontus. (258 Seiten.) Breslau, Schlesische Druckerei. 4,00.
Hettler, A., Geographisches Lexikon. (In ca. 300 Bogen). (16 Seiten.) Zürich, Hettler. Probeheft 0,20.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Zimmermann, Tafeln für die Teilung der Dreiecke, Vierecke und Polygone. 2. Aufl. (64 S.) Liebenwerda, Reiſs. Geb. 4,00.
—— die gemeinen und brigg. Logarithmen der natürlichen Zahlen von 1—10009 auf 4 Decim. nebst anderen Tafeln. (40 S.) Ebenda. 0,50.
Littrow, Wunder des Himmels. 8. Auflage von Dir. Prof. Dr. E. Weiſs. (1099 S.) Berlin, Dümmler. 14,00.
Müller-Bertossa, Ing. Prof., Anleitung zum Rechnen mit dem logarithmischen Rechenschieber, durch Beispiele erläutert. 2. Aufl. (60 S.) Zürich, Raustein. 1,80.

2. Naturwissenschaften.

Gumprecht, Dr., Wie studiert man Chemie und die beschreibenden Naturwissenschaften? Mit Berücksichtigung der sächsischen, preuſs. u. bayer. Prüfungsordnungen. 2. Aufl. (31 S.) Leipzig, Roſsberg. 0,60.
Lutz, Der Pflanzenfreund. Eine Anleitung zur Kenntniſs der wichtigsten wildwachsenden Gewächse Deutschlands. 2. Aufl. (96 S.) Stuttgart, Hoffmann. Geb. 4,00.
Vogel, Müllenhoff u. Röseler, Leitfaden für den Unterricht in der Zoologie. 1. Heft. Neue illustr. Ausg. (204 S.) Berlin, Winckelmann. 1,40.
Hoffmann's botanischer Bilderatlas. 2. Aufl. (459 farb. Abb. und 500 Holzschn.) Umgearbeitet nach dem natürlichen Pflanzensystem von Dr. Hoffmann. (194 S.) Stuttgart, Hoffmann. 18,00.
Brandt, Prof. Dr., Schulphysik für die Gymnasien. 1. Teil. Obertertia (Mechanik und Wärme), Untersekunda (Magnetismus, Elektrizität, Schall und Licht). 2. Aufl. (93 S.) Berlin, Simion. 1,20.
Löwenthal, Dr., System und Geschichte des Naturalismus oder die Wahrheit über die Entstehung der Weltkörper und ihrer Lebewesen. 6. Aufl. (112 S.) Berlin, Calvary. 3,00. (Forts. folgt.)

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Schulgesetzgebung und Schulstatistik. Auszüge und Abdrücke aus Zeitschriften u. dergl.)

Ein Stückchen Dilettanten-Mathematik.

Merkwürdige Zahlen.*)

In einem Beiblatt zu dem in Chemnitz erscheinenden „General-Anzeiger“ wurde Ende Juni vor. J. folgende „ganz merkwürdige“ Zahl gegeben und besprochen: 526315789473684210. Betreffender Referent hatte sie in einem verschollenen englischen Buche gefunden. Man geht vielleicht nicht fehl, wenn man annimmt, daſs sie von einem indischen Grübler stammt. Was eigentlich Merkwürdiges an der Zahl ist und wie sie entstanden, hat der Autor des englischen Buches, aus dem zu schlieſsen, was in dem Chemnitzer Blatt über sie gesagt wurde, nicht gewuſst. Die Zahl ist ja auch, wie sich aus dem ergeben wird, was über ihre Entstehung zu sagen ist, nicht in ihrer ursprünglichen Gestalt zur Kenntnis des englischen Autors gekommen.

Der Chemnitzer Referent ist geneigt, die angeführte Zahl eine Phönixzahl zu nennen; „denn wie der wunderbare Vogel Phönix aus der Asche immer wieder ersteht, so kommt die Zahl aus allen Multiplikationsoperationen, die man mit ihr vornimmt, immer wieder zum Vorschein.“ Das stimmt so ziemlich; nur darf der Multiplikator nicht ein „gemeiner“ Bruch sein, oder einen solchen enthalten, und schon wenn man jene mit nur einstelligen Zahlen multipliziert, ergiebt sich als Produkt statt einer 18-, eine 19stellige Zahl. Anders wird die Sache in letzterer Beziehung, wenn man die angeführte „Phönixzahl“ in ihrer ursprünglichen Gestalt nimmt: 105263157894736842. Man multipliziere dieselbe mit jeder einzelnen Ziffer der Reihe 2—9, und stets wird sich nur eine 18stellige Zahl als Produkt ergeben, darin, wie im Multiplikand, jede Ziffer von 1—8 zweimal, die 9 und die 0 aber je einmal vorkommen; nur zerfällt das Produkt, wie sich dies auch bei Multiplikationen der Zahl mit 526 an der Spitze ergiebt, stets in zwei verschieden groſse Ziffergruppen, die aber entsprechend groſsen Teilen des Multiplikanden gleichen. Die Produkte aus der Multiplikation mit 2 und 3 mögen hier stehen:

2|10526315789473684
3157894736842|10526.

Auſserordentlich merkwürdig war mir, als ich die Zahl auf ihre Bestandteile ansah, zunächst das Ergebnis, daſs sie sich, wenn die Gruppe 526 an der Spitze steht, rein in Potenzen von der 9 zerlegen läſst**), und

---

*) Abdruck aus Nr. 34 d. allgem. d. Lehrerzeitung (23. Aug. 1896).

**) Nach einer vorgenommenen Kontrollrechnung scheint das nicht richtig zu sein. D. Red.

zwar fanden sich in ihr die 4. Potenz einmal, die 2., 8., 9. und 14. je zweimal, die 8., 7. und 18. je dreimal, die 13. und 17. je viermal, die 11. und 16. je fünfmal, die 6. und 12. je siebenmal und die 5. achtmal enthalten. Nicht allein aber in der eben angeführten Form läfst sich die in Rede stehende Zahl in Potenzen von der 9 ohne Rest zerlegen, sondern auch dann ist es der Fall, wenn 10 vom Ende wieder an die Spitze gestellt, oder 105, beziehentlich 1052631 vom Anfang an das Ende gerückt werden.

Es ist nicht anzunehmen, dafs die Zahl — und zwar die ursprüngliche, mit 10 an der Spitze — auch in der Weise, wie sie zu zerlegen, gebildet ist; im Gegenteil hat sie ihr Entstehen offenbar einer Zahlenspielerei zu verdanken. Man hat die Potenzen von der 2 in der eigentümlichen Weise addiert, dafs man die nächste nach links zu immer um eine Stelle einrückte, und so fand sichs, dafs eine ins Unendliche wachsende Zahl entstand, die in Perioden abzuteilen ist, ähnlich, wie man bei einzelnen Divisionen periodische Dezimalbrüche erhält. Die in Rede stehende 18stellige Zahl

105263157894736842

ist eine einzige Periode von einer mit unendlich viel Ziffern geschrieben gedachten Zahl die von rechts nach links in lauter solche 18stellige Perioden abzuteilen ist. Dafs die Perioden 18stellig sind, dafs ferner immer 18 aufeinanderfolgende Potenzzahlen der 2 addiert werden müssen, um diese Perioden zu erhalten, und dafs die Quersumme der einzelnen Periode 81 ($= 9^2$) beträgt steht zusammengenommen gewifs mit dem Umstande in Verbindung, dafs die 18stellige Zahl in Potenzen von der 9 zu zerlegen ist; wenn aber selbst jene mit der Zahl vorgenommene Veränderung einer Gruppenverschiebung an diesem Umstande nichts ändert, so wird sich dies daraus erklären lassen, dafs 10, 105 und 1052631 die Quersumme 1, 6 und 18 ergeben. Die 1, als Multiplikator oder Divisor genommen, irritiert die 9 nicht, und 6, gleich 2×3, ist mit der 2 wie mit der 9 verwandt, wie zu diesen beiden Zahlen die 18 in nächster Beziehung steht.

Die merkwürdige Zahl ist einer von den vielen Beweisen, wie wunderbar unser ganzes aus Indien stammendes Zahlenmaterial überhaupt ist. Es sei mir gestattet, im Anschlufs an das Vorstehende auf eine litterarische Arbeit hinzuweisen, die bis jetzt fast vollständig übersehen wurde — sehr mit Unrecht darf ich hinzusetzen. Der Titel des betreffenden Buches ist: „Mnemosyne. Die Kunst, das Merken zu erleichtern, pädagogisch und historisch begründet und angewendet auf Geschichte, Geographie, Rechnen etc. von K. T. Mauersberger. Leipzig und Berlin, Verlag von Julius Klinkhardt 1885.“ Der Verfasser giebt u. a. Anweisung zu einem sehr abgekürzten, leichten und sicheren Multiplikations- und Divisionsverfahren, das sich gründet auf Benutzung der Quadratentafel. Er hat diese Tafel selbst ausgearbeitet, und zwar reicht sie bis zum Quadrat von 10 000. Sie enthält ca. 70000 Ziffern, und ich weifs, dafs der Verfasser — es waren schon Jahre nach dem Erscheinen des Buches, zu welcher Zeit er krank und unfähig gewesen war, die Korrektur zu lesen, vergangen — diese ganze Zahlenmasse nachgelesen und korrigiert hat, ohne eine Spur von Manuskript vor sich zu haben. Jeder aufmerksame Leser findet selbst auch die wenigen — kaum zehn — Druckfehler. Solche Leistung ist aber nur möglich, weil die — senkrechten — Zifferreihen der Quadratentafel, abgesehen von den sich gleichbleibenden Reihen, in lauter bestimmte Perioden zerfallen. Die Eigenschaft des Wunderbaren, die man bis jetzt allgemein an der 9 bemerkt hat — sie möchte man die eigentliche Phönixzahl nennen — kommt jedem anderen Teile des indischen Zahlen und Ziffernsystemes auch zu.

Es könnte nicht schaden, wenn man der Zahl an sich etwas mehr Aufmerksamkeit schenkte, gegenüber dem oft unklaren, zweideutigen Wort,

der Phrase. Im Laufe dieses Jahrhunderts sollen Orientalen einen Geheimbund gestiftet haben, welcher die Zahl zur Gottheit machte. Ein gotteslästerliches Beginnen! Mich dünkt aber, es giebt auch Nichtorientalen genug, welche der Zahl dienen, der greifbaren, die man im Kasten verschliefst. Die Gleichgültigkeit, die man so vielfach der Zahl gegenüber an den Tag legt, dient gar sehr den Zwecken jener ihrer geheimen Priester; wäre es nicht denkbar, dafs solche Gleichgültigkeit geflissentlich gefördert würde? Die europäischen Völker sind weit zurück im Rechnen, weit zurück z. B. hinter dem vortrefflichen mosaischen Gesetzgeber, der so nachdrücklich der Verarmung der einzelnen Familien seines Volkes vorbeugte. Wo das Prinzip herrscht, dafs kapitalistische Vermögen bis in Unermefsliche wachsen können — ich bin wahrhaftig kein Sozialdemokrat —, da ists mit der allgemeinen Rechenkunst schlecht bestellt, und die allgemeine Wohlfahrt mufs zu Grunde gehen. Man hat die Börse den Giftbaum genannt. In Wahrheit versinnlicht dieses pflanzliche Ungeheuer das Kapital mit dem Zinseszins, diesen als Blüte oder Frucht gedacht, und obgleich das Gesetz in etwas dagegen vorgeht, wuchert der Giftbaum doch, mehr oder weniger versteckt, an nur zu vielen Orten.

Ich kann mir nicht versagen, einen Passus aus K. T. Mauersbergers Mnemosyne hier anzuführen: „Ein Kapital zu 5 % auf Zinseszins angelegt, verdoppelt sich in rund 15 Jahren. Wäre zur Zeit der Geburt Christi ein Pfennig in dieser Weise angelegt worden, damit die sich ergebende Summe im Jahre 1890 unter die Armen verteilt werde, so würde sich das Kapital endlich 126 mal verdoppelt haben und

85′′′′′070590′′′′′730234′′′′615865′′′834651′′857942′052864 Pfennige

betragen.“ Das ist eine viel, viel wichtigere Zahl als die „Phönixzahl!“ Das Schreckliche und schliefslich Widersinnige des ungehindert wachsenden Zinseszinses — die Juden durften untereinander überhaupt keinen Zins nehmen; das verstand der mosaische Gesetzgeber unter dem Wucherverbot — soll durch jene Zahl so recht anschaulich gemacht werden. Versinnlichen wir sie uns etwas. Jene 85 Sextillionen Pfennige in Silber, das Pfund zu 50 Mk. oder 5000 Pf. gerechnet, würden 17 000 Quintillionen Pfund wiegen, oder 170 Quintillionen Zentner. Das Gewicht der Erde hat man zu 123 191 Trillionen Zentner angenommen. Mit letzterer Zahl in 170 Quintillionen dividiert, ergiebt rund 13 Millionen. Soviel silberne Kugeln von der Schwere der Erde, also 1300 Millionen, würden die Summe von 85 Sextillionen Pfennigen repräsentieren. Nun schätzt man die gesamte Bevölkerung der Erde auf 1300—1500 Millionen Menschen. So würde also bei einer Verteilung jenes (christlich-sozialen?) Schatzes auf je einen Menschen fast eine silberne Kugel von der Schwere der Erde entfallen.

Ja, solche Zahlen können eine deutliche Sprache reden! Sie weisen hin auf die Notwendigkeit einer wirklich progressiv wachsenden, den Zinseszinsgiftbaum in Wurzeln und Zweigen beschneidenden Einkommensteuer in allen Staaten, in denen man etwas von Rechenkunst verstehen will. Die Reiche würden reich werden, nicht, wie es jetzt in Wirklichkeit der Fall ist, immer ärmer und ärmer, wenn man in solch reinvernünftiger Weise gegen das immer weiter sich verbreitende Übel gesetzlich vorgehen wollte. Was haben sie doch alle, die von jeher berufen waren, als Lehrer des Volkes zu wirken, für eine schwere Unterlassungssünde auf sich geladen, indem sie so wenig eindringlich auf die Gefahren des hie und da immer anwachsenden Zinseszinses hinwiesen! Säume man nicht zu lange, den schrecklichen Fehler wieder gut zu machen, so viel nur immer möglich! Die Sache geht auch die Volksschullehrer etwas an!

Aug. Merkstreber.*)

*) Vermutlich pseudonym. D. Red.



Beleuchtung des vorstehenden Aufsatzes.

Vom Herausgeber.

I.

Aus dem arithmetischen Elementarunterricht ist jedem Schüler bekannt, dafs bei Verwandlung der einfachsten Stammbrüche mit 1stelligem Nenner von $\frac{1}{2}$ bis $\frac{1}{9}$ in Dezimalbrüche auch einige periodische vorkommen, von denen $\frac{1}{6} = 0{,}1666\ldots.$ und $\frac{1}{9} = 0{,}111\ldots.$ die bekanntesten und leicht zu merken sind. Schwieriger ist $\frac{1}{7}$ zu merken; denn

$$\frac{1}{7} = 0{,}(142857)142\ldots$$

hat eine 6stellige Periode. Doch giebt es auch hierfür ein mnemotechnisches Hilfsmittel (die Schüler bekommen es bald selbst heraus!). Denn die Periode beginnt, ähnlich wie bei $\frac{1}{6}$ mit dem Zähler (1) und schliefst mit dem Nenner (7). Die hinter 1 folgenden Stellen merken sich leicht so: $4 \times 2 = 8$ und nun ist nur noch 5 zu merken, sie steht an 5. Stelle. Die Zahlen 3, 6, 9 (1×3, 2×3, 3×3) fehlen in dieser Periode. Das Merkwürdige und auch für die Schüler Überraschende ist nun aber, dafs die Perioden der Vielfachen von $\frac{1}{7}$, nämlich von $\frac{2}{7}$ bis $\frac{6}{7}$ dieselben Ziffern geben, nur in anderer Reihenfolge. Ordnet man die Brüche auf einem Kreisumfang wie folgt an

$$\frac{1}{7},\quad \frac{3}{7},\quad \frac{2}{7},\quad \frac{6}{7},\quad \frac{4}{7},\quad \frac{5}{7},$$

so rückt immer die nächste Stelle der Periode an die vorhergehende, also

142... 428... 285... 857... 571... 714...

Ähnliche Perioden kann man leicht selbst finden, wenn man die echten Brüche, deren Nenner nicht etwa aus Potenzen der 2 und 5 bestehen (z. B. 16), von $\frac{1}{13}$ an aufwärts in Dezimalbrüche verwandelt und so würde man auch auf die 18stellige „Phönixzahl" des Verfassers kommen. Sie stammt von dem periodischen Dezimalbruch, den der gemeine Bruch $\frac{1}{19}$ giebt. Es ist nämlich:

$$\frac{1}{19} = 0{,}(0526315\overset{9}{7}894\overset{13}{7}368421)052\ldots$$

Die Periode ist also 18stellig. Verfährt man hier ebenso wie oben mit der Periode von $\frac{1}{7}$, d. h. multipliziert man die Periode nach und nach mit den Zahlen 2 bis 18, so erhält man ebenfalls die Periodenzahlen, aber immer in anderer Reihenfolge. Multipliziert man z. B. die Periode mit 7, so erhält man die Zahlenreihe

368421052631578947*);

diese Reihe beginnt mit der 13. Stelle der vorigen ursprünglichen. Multipliziert man letztere aber mit 17 so erhält man die Reihe

894736842105263157

und diese beginnt mit der 9. Stelle der ursprünglichen.*) Dies ist wohl auch dem Verfasser (im Chemnitzer Tagbl.) die Veranlassung zu der Be-

*) Es bedarf wohl kaum der Bemerkung, dafs man diese Perioden, mit vorgesetzter Null (0 Ganze) den Brüchen $\frac{7}{19}$ resp. $\frac{17}{19}$ nicht gleichsetzen darf, da man dann die nachfolgenden Perioden vernachlässigen würde!

nennung „Phönixzahl“ gewesen. Die von ihm angegebene ist aber gar nicht die ursprüngliche Periode, letztere beginnt, wie oben gezeigt, mit der Null. Die Phönixzahl des Verfassers erhält man, wenn man die ursprüngliche Periode mit 2 multipliziert (oder $\frac{2}{19}$ entwickelt).

Es wäre jedoch sehr irrig anzunehmen, dies (nämlich diese Erzeugung der Periode in anderer Gestalt) gelte für jeden periodischen Dezimalbruch. Bei solchen mit vorperiodischen Stellen ist das ja leicht zu sehen, aber auch bei reinperiodischen gilt es nur bedingungsweise. So verteilen sich z. B. die Perioden der Brüche mit dem Nenner 13 in zwei Reihen. Die erste ist

$$\frac{1}{13}, \quad \frac{3}{13}, \quad \frac{4}{13}, \quad \frac{9}{13}, \quad \frac{10}{13}, \quad \frac{12}{13},$$

zu denen bezw. die Perioden gehören:

076923; 230769; 307692; 692307; 769230; 923076.

Die zweite Reihe ist:

$$\frac{2}{13} \quad \frac{5}{13} \quad \frac{6}{13} \quad \frac{7}{13} \quad \frac{8}{13} \quad \frac{11}{13}$$

153846 384615 461538 538461 615384 846153

Der Grund hiervon ist in der höheren Zahlentheorie (Kongruenzen) zu suchen. Man findet das Nötige hierüber u. a. in Wertheims Zahlentheorie § 71 und besonders in Gaufs Werken Bd. II, S. 412 ff. Auch in *disquisitiones arithmeticae,* deutsche Ausgabe von Maser (Berlin, Springer. 1889) S. 366 f. und S. 453. Taf. III.

Um diese Zahlen aber kennen zu lernen, dazu braucht man doch nicht in einem „verschollenen englischen Buche“ herumzustöbern oder sie gar einem „indischen Grübler“ zuzuschreiben! Jeder leidlich geübte Tertianer eines Gymnasiums oder einer Realschule wird sie finden können. Nun hat aber der gröfste deutsche Mathematiker Gaufs diese Zahlen in grofser Menge berechnet (bezw. berechnen lassen) und sie uns in seinem Nachlafs (Werke*). Bd. II, S. 412—434) mitgeteilt. Dort findet sich eine „Tafel zur Verwandlung gemeiner Brüche mit Nennern aus dem ersten Tausend in Dezimalbüche“. Mit ihrer Hilfe kann man stündlich 1 Dutzend solcher Phönixzahlen aufstellen und über sie — plaudern.

Nicht uninteressant dürfte es für manchen sein, dafs man dort ziemlich lange Perioden findet. So giebt z. B. der gemeine Bruch mit dem Nenner 97 nicht weniger als 96 Dezimalen s. Gaufs-Maser S. 453. Die vom Verfasser angezogene Beziehung der Zahl zu den Potenzen der 9 konnten wir bei der unklaren Fassung des Textes nicht weiter verfolgen. (Siehe jedoch unsere obige Anm. S. 150.)

Wir benutzen die Gelegenheit, um — zugleich zur Ergänzung unserer Antwort im Fragekasten (Heft 1, S. 77) betr. die Frage Nr. 87 — auf zwei hierhergehörige Schriften hinzuweisen. Es sind dies 1. ein Programm von Heinrich Bork,**) Königl. Prinz Heinrich-Gymnasium i. Berlin v. 1895, wo die Eigenschaften der periodischen Dezimalbrüche eingehend behandelt sind. 2. Wertheim, Zahlentheorie, bes. § 71.

II.

Was nun den 2. Teil des Aufsatzes von Hrn. Merkstreber betrifft, so haben wir — noch ganz abgesehen von einer etwa beabsichtigten Reklame

---

*) Werke, herausgegeben von der Göttinger K. Gesellschaft d. Wissenschaften 1896.

**) Siehe die Programmschau vom Jahrg. 1896, S. 451.

für das (uns übrigens unbekannte) Buch „Mnemosyne" von Mauersberger — folgendes zu bemerken:

Mit dem Pfennig, der zu Christi Geburt auf Zinseszins ausgeliehen, heute zu einer fast unaussprechlichen Summe angewachsen sein soll, ist in Büchern, und vielleicht auch im Unterricht, schon viel Unfug getrieben worden. Dieses drastische Beispiel beweist gar nichts, wegen der höchsten Unwahrscheinlichkeit bezw. Unmöglichkeit des Falles. Wir wollen nicht auf das beinahe Lächerliche der Winzigkeit des ausgeliehenen Kapitals (1 Pfennig) eingehen — es ist ja nur gewählt, um die Sache recht drastisch erscheinen zu lassen — wir wollen vielmehr die innere Unwahrheit und Unhaltbarkeit des Falles an einem gröfseren Kapital und für einen kleineren Zeitraum beleuchten. Ein Kapital von 100 Mk. hätte — die Verdopplungszeit von 15 Jahren einmal als richtig angenommen*) — sich in 105 Jahren bereits 7 mal verdoppelt und wäre angewachsen zu 12800 M. Würde dann aber die Generation derer, die daran Teil haben und die nach 105 Jahren noch leben, das Kapital samt Zinsen nicht lieber einstreichen, als es den Nachkommen zu Gute kommen lassen? Und das zumal in einer Zeit, wie die unsrige, da man in liebenswürdiger Weise die Schuldenlast mit dem gezuckerten Worte „Amortisation" gerne auf die Schultern der Nachkommen wälzt? Nur ein eiserner Wille, der ca. 2000 Jahre konstant gewirkt, hätte dies hindern können. Wo war oder ist der aber? Und welche Bank oder welcher Staat, besäfsen sie Milliarden, würde schliefslich die hohe Zinsensumme, welche das enorm angeschwollene Kapital erfordert, zahlen wollen? Diese Rechnung läuft also nicht minder, ja fast noch mehr auf eine „Zahlenspielerei" hinaus, wie die Phönixzahl. Sie ist ja ohne jeden praktischen Wert. Zum Beweise einer progressiven Einkommensteuer und um den Börsen-Giftbaum an den Pranger zu stellen, bedarf es dieses drastischen Beispiels wahrlich nicht.

Einer unserer Mitarbeiter, dem wir den M. Artikel zusandten, schreibt uns hierüber: „Wollte man den Satiriker spielen, so könnte man anlog mit demselben Ansatz beweisen, dafs eine epidemische Krankheit in progressiver Weise den Erdball total entvölkern müfste; dafs nach 1000 Jahren der Himmel durch Spatzen verdeckt sein wird und die Länder von einem lebendigen Teppich überzogen sein werden, der durch zusammenhockende Katzen gebildet ist und drgl. mehr. Allein die Bäume wachsen nicht in den Himmel! Gerade diese einseitig berechneten Zahlen sind grundfalsch, weil die immervorhandenen und meist sehr wesentlichen Nebenumstände übersehen werden. Also der Mann mit der Gold- oder Silberkugel ist Chimäre; es verbleibt nur die Grofskapitalistenfrage im vernünftigen Sinn. Diese Frage gehört aber in erster Linie vor das Forum der Volkswirthschaftslehre. Sie wird nicht gelöst, wenn ein Unberufener unter dem Scheine mathematischer Wahrheit und Gewifsheit Schreckbilder entwirft, die infolge falscher Voraussetzungen in Trugbilder ausarten".

Dafs seitens der Chemnitzer Mathematikgelehrten eine Erwiderung auf den betr. Artikel, wie es scheint, nicht erfolgt ist, dürfte sich wohl daraus erklären, dafs man eine solche nicht der Mühe für wert hielt.

Der Referent der allgem. Lehrerzeitung — denn er ist ja der eigentliche Verfasser des vorstehenden Artikels — hätte sich recht sehr besinnen sollen, bevor er den Artikel des Chemnitzer Tageblattes**) **kritiklos** zur Grundlage des seinigen machte. Er hätte sich und seinem Vordermann den Vorwurf des Dilettantenhaften und seiner Lehrer-Zeitschrift eine Blamage erspart.

---

*) Der Verfasser giebt den Prozentsatz 5 an. Nach diesem richtet sich die Gröfse der Verdoppelungszeit. Bei 4% ist sie ca. 17 J. (genauer 17,67), bei $4\frac{1}{2}$% ca. 15 J. (genauer 15,75) bei 5% genauer 14,21 J. Man sehe Vega-Hülse, Sammlung mathem. Tafeln. Leipzig 1840, S. 608.

**) Dieser Artikel hat uns gar nicht vorgelegen.

Fragekasten.

Nr. 90) 1. In der Planimetrie von F. J. Brockmann (2. Auflage) findet man auf der 150. Seite unter Zusatz 2. eine sehr annähernde Konstruktion für die Quadratur des Kreises. Wiewohl ich nach der vorhergehenden Hilfskonstruktion die Zahlenwerte berechnet, und so die Konstruktion als richtig befunden habe, konnte ich mir dennoch keinen Aufschlufs geben: auf welche Weise der Erfinder zu einer derartigen Konstruktion gekommen sei und wie man dies geometrisch nachweisen könne.

2. In dem 1. Hefte von G. Delabar's „Geometr. Linearzeichnen" (5. Aufl. Freiburg 1894, S. 38) ist eine allgemeine Methode angegeben, wie man die Kreisperipherie in beliebig viel gleiche Teile teilen kann. Dieses Verfahren ist mit dem Namen Rinaldinisches bezeichnet. Ich konnte nicht den Grund auffinden, der eine solche Methode rechtfertigen würde; ich fand keinen Beweis dazu.

Kosta Jwkowits, Prof. d. Math. a. O.-G. in Zajetschar (Serbien).

NB. Diese Konstruktion giebt auch Gernerth (weil. Realschuldir. in Wien) in seiner Geometrie und sagt: Diese Konstruktion heifst nach ihrem Erfinder Rinaldi (1668) die Rinaldische. Die Seiten der Vielecke sind nach ihr ziemlich genau, so z. B. ist die Fünfeckseite nach Rinaldi $1{,}175 \cdot r$, während sie in Wahrheit $1{,}176 \cdot r$ ist, also um 0,001 zu klein. Wir haben die Konstruktion auch in unserer „Vorschule der Geometrie" (Halle, Nebert 1874) S. 142 aufgenommen. Einen Beweis giebt auch Gernerth nicht. Doch dürfte er nicht zu schwer sein. — Über die Brockmannsche Konstruktion können wir keinen Aufschlufs geben, da wir das B. Buch nicht besitzen. D. Red.

Es hat sich jedoch bei der Redaktion über diese schon früher einmal gestellte Frage zufällig eine briefliche Antwort des nunmehr verstorbenen Brockmann vorgefunden. Diese lautet:

Cleve, 18. I. 1890.

Geehrter Herr Redakteur! Die an mich per Postkarte gerichtete Frage, veranlafst durch einen Leser der Zeitschrift aus Serbien, und betreffend die annähernde Quadratur des Kreises in meiner Planimetrie läfst sich *brevissima manu* statt durch einen Artikel erledigen, da eine besondere Erfindung, wie der Fragesteller zu vermuten scheint, gar nicht darin steckt.

Den psychologischen Gang der Aufstellung einer solchen Konstruktion anzugeben, ist, wenn nicht geradezu unmöglich, auf alle Fälle sehr schwierig und unsicher und beschränkt sich stets nur auf Vermutungen. Da in vorliegendem Falle von einer erschöpfenden Konstruktion in mathematischem Sinne keine Rede sein kann, so müssen sich alle Näherungskonstruktionen darauf beschränken, durch Anwendung der kyklometr. Formeln Linien oder Kombinationen solcher zu erhalten, welche schliefslich eine Länge darstellen, die ein möglichst wenig abweichendes Vielfaches von π oder eines leicht angebbaren aliquoten Teiles desselben bedeuten.

Ist das erreicht (was sich auf zahllose Weise erreichen läfst), so ist das Übrige nur noch Kinderei und auch der Beweis erfordert nur ganz elementare Schlüsse.

Zum zweiten erwarten Sie eine Äufserung von mir über die Begründung der sogenannten Rinaldinischen (so lese ich!) Konstruktion, die ich aber deshalb höflichst ablehnen mufs, weil mir bis heute dieser Name nicht einmal bekannt war. Übrigens ist die Kreisteilung in den §§ 81 bis 85 meiner Planimetrie erschöpfend behandelt.

Hochachtungsvoll und ergebenst

F. J. Brockmann, Gymn.-Oberlehrer a. D.

Zum Gesetz der grossen Zahlen.

Nachtrag zu Jahrg. 1895, S. 157.

Zu der dort angegebenen Litteratur ist noch hinzuzufügen: ein populärer Vortrag von M. Cantor-Heidelberg in der Sammlung von Vorträgen herausgegeben von Virchow und Holtzendorff. XII. Serie, Heft 275. Hamburg, Richter. In den Anmerkungen giebt Cantor an, der Beweis Jakob Bernoullis für das Gesetz finde sich in der *Ars conjectandi*, Basel 1713, p. 227. Der Name *(loi des grands nombres)* rühre her von Poisson, *Recherches sur la probabilité* etc. Paris 1837, Kap. 3 und 4. Der Titel des Cantor'schen Vortrags heifst „das Gesetz im Zufall".

Dr. E. Meyer.

Die neue Schule von Göring.

Wir entnehmen den L. N. N. vom 1. Jan. d. J. (Haupt-Bl.) folgende Notiz: Berlin, 31. Dezember 1896. Im Kultusministerium wurde heute eine Ministerialsitzung abgehalten, die Staatssekretär v. Bötticher leitete. Dr. Georg Göring hielt über „Die neue Schule" einen Vortrag, deren Programm er in seiner gleichnamigen Schrift (Leipzig, Voigtländers Verlag) ausgeführt und in der „Schulkonferenz" 1890 in der Anwendung auf das bestehende Schulwesen dargelegt hat. („Verhandlungen über die Fragen des höheren Unterrichts".)*) Der Kultusminister äufserte sein Wohlwollen gegenüber den Bestrebungen des Vortragenden durch die Zusicherung, dafs die Regierung eine Privatanstalt im Sinne Görings auf alle Weise fördern und unterstützen werde.

Weierstrafs †.**)

Der berühmte Mathematiker Prof. Karl Weierstrafs ist gestern mittag im Alter von 82 Jahren gestorben. Mit ihm ist der letzte von dem mathematischen Dreigestirn Kummer-Weierstrafs-Kronecker, welches Jahrzehnte lang eine leuchtende Zierde der Berliener Universität bildete, dahingegangen. Sein Gesundheitszustand hat ihn zwar schon seit länger als zehn Jahren von der Ausübung seines akademischen Lehramts ferngehalten, aber seine geistige Frische war bis vor kurzem noch derart, dafs er die Oberleitung bei der Herausgabe seiner gesammelten mathematischen Werke zu führen vermochte. Weierstrafs war am 31. Okt. 1815 zu Ostenfelde in Westfalen geboren. Von 1834—1838 studierte er in Bonn Rechts- und Staatswissenschaften, von 1838—1840 in Münster Mathematik. Von 1842 ab war er Lehrer an den Gymnasien in Deutsch-Krone und Braunsberg. Hier wie dort beschäftigten ihn in aller Stille die höchsten Probleme seiner Wissenschaft und in den Gymnasial-Programmen erschienen seine ersten epochemachenden Arbeiten: „Über die analytischen Fakultäten" (1843) und die „Beiträge zur Theorie der Abelschen Integrale" (1849). Das Staunen der gelehrten Welt über die Strenge und Eleganz der gewonnenen Resultate spiegelte sich in den Worten, mit denen Encke 1857 das neue mathematische Genie in der Akademie der Wissenschaften begrüfste: „Die überraschende Wahrnehmung, dafs ein Gymnasiallehrer viele Jahre lang ganz in der Stille mit diesen abstrakten Untersuchungen sich beschäftigen, jeden Anlafs zur Publikation der einzelnen Fortschritte

*) Berlin 1891. 8. Herz (Bessersche Buchh.) S. 43—49; 189 u. f.; 451—456; 790 u. f. — Die Redaktion.

**) Aus Beibl. z. Nat.-Ztg. Nr. 120 (20./II. 97).

vermeiden und erst dann damit hervortreten konnte, als das Ganze zwar noch nicht abgeschlossen war, aber doch zu einer Abrundung sich hinneigte, machte einen ebenso tiefen Eindruck, als der nachher folgenden Darlegung der Beweise die freudigste Anerkennung zu teil wurde.“ Nunmehr trat Weierstraſs sofort in den Mittelpunkt der mathematischen Welt. 1856 wurde er auſserordentlicher Professor in Berlin und zugleich Lehrer am königlichen Gewerbe-Institut. 1864 rückte er zum ordentlichen Professor auf. Als Lehrer gab er stets sein Bestes; in seinen durch unerreichte Feinheit und Schärfe ausgezeichneten Vorträgen war ein bedeutender Teil des Bestandes der mathematischen Wissenschaft zuerst, und auch allein, niedergelegt. Nach seinen Vorlesungen gab sein Schwiegersohn Prof. Schwarz „Formeln und Lehrsätze zum Gebrauche der elliptischen Funktionen“ heraus. Weierstraſs selbst veröffentlichte eine Reihe von Abhandlungen, welche weiteres Material zur Funktionslehre brachten. Mit Kummer begründete er das mathematische Seminar an der Berliner Universität und mit Kronecker redigierte er Crelles „Journal für reine und angewandte Mathematik“. In den achtziger Jahren veranlaſsten ihn Krankheiten und die Bürde des Alters zur Aufgabe seiner Lehrthätigkeit. Dafür beschäftigte er sich sehr intensiv mit der Herausgabe seiner gesammelten Werke, die unter der Mitwirkung der Berliner Akademie der Wissenschaften erfolgt, welche dazu eine Kommission eingesetzt hat. Prof. Weierstraſs war u. a. Besitzer der goldenen Medaille für Wissenschaft und gehörte mit du Bois-Reymond, Bunsen und William Thomsen zu den ersten Inhabern der Helmholtz-Medaille. In der Nationalgalerie hängt sein Bild in der Portraitsammlung berühmter Zeitgenossen, das der Maler v. Voigtländer im Auftrage des Kultusministeriums zu des Gelehrten achtzigstem Geburtstage gemalt hatte.

Ein ähnlicher Nachruf findet sich im Berliner Tageblatt Nr. 92 (20./II. 97) der noch einige andere interessante Bemerkungen enthält z. B. daſs Weierstraſs nur ein einziges mathematisches Kolleg gehört habe (bei Gudermann-Münster) und daſs er im Auftrage der preuſsischen Akademie der Wissenschaften den 5.—7. Band der Werke Jacobis herausgegeben habe. Weierstraſs litt seit Jahren an der Wassersucht und einem Herzleiden. D. Red.

---

theoretischen Lehrstoff auf dasjenige Mindestmafs, das sich unschwer durch die Forderung eines genetischen Zusammenhanges des Lehrstoffes und durch die Bedürfnisse der übrigen Schuldisciplinen und der Baupraxis bestimmen läfst.

In seiner Einleitung enthält der Leitfaden eine übersichtliche Darstellung des Zusammenhanges der verschiedenen Projektionsweisen, die schon deshalb als überaus wünschenswert erscheinen dürfte, als ja fast die gesamte technische Ausbildung der Baugewerkschüler sich in dem Rahmen einer fortwährenden Anwendung der verschiedenen Projektionsweisen bewegt.

Der Leitfaden, der im wesentlichen eine Geometrie des Mafses darbietet, ist durch über 120 zumeist gröfsere, zum Teil ebenfalls mit Figuren versehene, der Baupraxis entlehnte Aufgaben für die Unterrichtszwecke und Bildungsziele der Baugewerkschule besonders brauchbar gemacht, sodafs auch das zeitraubende und zu Fehlern Veranlassung gebende Diktieren der Aufgaben in Wegfall kommt. Besondere Sorgfalt wurde der kalkulatorischen Seite der Aufgaben gewidmet.

Inhaltsübersicht.

Die verschiedenen zeichnerischen Darstellungsweisen von Körpern. — Einige Lagenbeziehungen zwischen Geraden und Ebenen im Raume. Neigungswinkel von Linien und Flächen. Projektionen. Oberflächenberechnungen von Dächern gleicher und ungleicher Neigung. — Die prismatischen Körper. Der Cavalierische Satz. Zahlreiche Übungsaufgaben aus der Baupraxis. Tonnen- und Kappengewölbe gleicher und ungleicher Stärke. — Die pyramidenförmigen Körper. Inhalts- und Oberflächenberechnungen. — Übungsaufgaben. Berechnung von Zeltdächern und Anschüttungen. — Stumpfe von pyramidenförmigen Körpern und Keilen. Inhaltsberechnung. Annäherungsweise Berechnung der Körperstumpfe. Berechnung von Sandhaufen, Baugruben, Baumstämmen u. s. w. — Die Guldinschen Regeln für Umdrehungskörper. Die Kugel und ihre wichtigsten Teile. Berechnung von Kuppeln und Kugelgewölben mit und ohne Laterne. Erdaushub, Hinterfüllung, Mauerwerkskörper und Fassungsvermögen von Strafsenkanälen im Knie, Futtermauern in abgerundeten Ecken u. s. w. — Die schief abgeschnittenen Prismen und ihre Berechnung. Übungsaufgaben über Flügelmauern, Rampen, Dämme und Einschnitte, Baugruben, Gewölbewangen. — Die Wangen- und Kappengewölbe. 1. Das Klostergewölbe, 2. Das Kreuzgewölbe, 3. Das Muldengewölbe, 4. Die quadratische Hängekuppel. — Neue Tabelle zur Berechnung der Laibungsflächen und Körperinhalte von Tonnen- und Kappengewölben. — Formelverzeichnis.

Bei der Redaktion eingelaufene Druckschriften.

(Januar und bis Mitte Februar 1897.)

Mathematik.

Memorie della Reale Accademia delle Science di Torino, Ser. II, tom. 46 *(Science fisiche, matematiche e naturali)*. 1896. Ein Quartband von ca. 450 S.

Föppl, Die Geometrie der Wirbelfelder. Leipzig, Teubner. 1897.

Schlesinger, Handbuch der Theorie der linearen Differentialgleichungen. II. Bd. T. 1. Ebenda. 1897.

Serret-Harnack, Lehrbuch der Differential- und Integral-Rechnung. 2. Aufl., red. von Bohlmann. Ebenda. 1897.

Girndt, Raumlehre für Baugewerkschulen 2. T. Körperlehre. Ebda. 1897.

Gundelfinger, Tafeln zur Berechnung der reellen Wurzeln sämtlicher

trinomischer Gleichungen (nebst 4stelligen Addit.-, Subtr.- und Brigg. Log.) Ebenda. 1897.

Weifshaupt, Das Ganze des Linearzeichnens etc. 2. Abt. Geometrische Projektionslehre. 1. Stufe mit Atlas enthaltend 30 Tafeln. 4. Aufl., neu bearb. von Richter. Leipzig. Zieger. 1896.

Astronomischer Kalender für 1897, herausgegeben von dem Dir. d. Sternwarte in Wien. Wien, Gerold. 1897.

Treutlein, Vierstellige logar. und goniometr. Tafeln nebst Hilfstafeln. Braunschweig, Vieweg. 1896.

Naturwissenschaften.

Pizzighelli, Anleitung zur Photographie. 8. Aufl. Halle a.S., Knapp. 1897.

Püning, Lehrbuch f. d. ob. Klassen höherer Lehranstalten. Münster i. W., Aschendorffsche Buchh. 1897.

Busch, 100 einfache Versuche zur Ableitung elektrischer Grundgesetze. 2. Aufl. Ebenda. 1897.

Weinhold, Vorschule der Experimentalphysik. 4. Auflage. Leipzig, Händel. 1897.

Fortschritte der Physik i. J. 1895. 51. Jahrg. II. Abteilung (Physik des Äthers) redig. von Börnstein. Braunschweig, Vieweg. 1896.

Schumann u. Gilg, Das Pflanzenreich (V. Band des „Hausschatz des Wissens"). Neudamm, bei Naumann (o. J.).

Sprockhoff, Grundzüge der Botanik, ein Lehrbuch mit Einzelbildern etc. 13. Auflage. Hannover, Meyer. 1897.

Claus, Lehrbuch der Zoologie. 6. Auflage. Marburg, Ehwert. 1897.

Kull und Lutz, Bilder aus der heimatl. Vogelwelt (Deutscher Lehrer-Verein f. Naturkunde i. Stuttgart). Mit 12 Täfelchen (in Kartenformat) enthaltend Vögel. Verlag d. Kasseler Hafer-Kakao-Fabrik, Hausen & Co. Kassel. 1896. (Fortsetzung folgt.)

Die Redaktion übernimmt bei der Masse der Einläufe keine Verpflichtung alle bei ihr einlaufenden Druckschriften zu besprechen oder auch nur anzuzeigen. Sie mufs es den betr. Verlagsbuchhandlungen überlassen, die nicht besprochenen Schriften durch ihren hiesigen Vertreter von uns zurückholen zu lassen.

Briefkasten.

Eingelaufene Beiträge: **B. i. M.** Elementare Methode 1) zur Berechnung der Winkelfunktionen, 2) zur Berechnung des Winkels aus seinem cos. — **M. i. A.** Reihen für cos x und sin x. — **H. i. Ch.** Zum Problem der Winkelhalbierenden. — **R.** Lehramtspraktikant in **H.** Zwei elementare Methoden die Quadratwurzel auszuziehen. Ist für u. Z. zu elementar. Wir bitten, auf dünneres Papier und nicht auf Foliobogen zu schreiben. — **W. i. W.** Ihr Artikel (Winke für Anfänger) pafst in eine Volksschulzeitschrift. Dieses Thema ist in u. Z. bereits zu oft und weit gründlicher behandelt, ohne dafs eine Einigung zu stande gekommen wäre (Winkelgrad und Bogengrad! Die Geraden schneiden „sich"?). — **X. i. Y.** In einer Geraden liegen stets zwei Richtungen verborgen (sind „latent"). Es ist also immer zu sagen, welche von beiden gemeint ist. — **H. i. D.** Physikalische Aufsätze sind uns erwünscht. Wir möchten u. Z. nicht „vermathematisieren"! — **v. L. i. K.** Nekrolog L. erhalten.

(Alles noch unerledigte brieflich.)

Über den mathematischen Unterricht an technischen Hochschulen.

Am 19. und 20. Sept. des vorigen Jahres hat in Darmstadt — im Anschlufs an die Frankfurter Naturforscher-Versammlung — eine Zusammenkunft von 16 Vertretern der mathematischen Fächer an den deutschen technischen Hochschulen stattgefunden zum Zwecke eines persönlichen Meinungsaustausches über die schwebenden Fragen des mathematischen Unterrichts an diesen Anstalten.

Die im Laufe der Diskussion gemeinsam und einstimmig festgestellten Anschauungen der Anwesenden wurden in der Form eines Protokolls der Versammlung zusammengestellt und dieses sodann den sämtlichen Vertretern der Mathematik an den deutschen technischen Hochschulen vorgelegt, deren Zustimmung es gefunden hat.

Nachdem der Text dieses Protokolls (ohne die Unterschriften) von seiten des Herrn Prof. Mohr in Dresden ohne eine vorherige Rücksprache mit einem der Betheiligten veröffentlicht worden ist, halten sich die unterzeichneten Geschäftsführer der Darmstädter Versammlung für verpflichtet, das in Rede stehende Protokoll mit den sämtlichen Unterschriften und mit dem ganzen Nachdruck einer einstimmig gefafsten Kundgebung in weitesten Kreisen bekannt zu geben.

Im März 1897.

Die Geschäftsführer der Darmstädter Versammlung.

Dyck, München. — Henneberg, Darmstadt. — Krause, Dresden.

Protokoll.

Die Unterzeichneten sprechen ihre Zustimmung zu der ersten Thesis aus, welche von dem Verein deutscher Ingenieure auf der 36. Hauptversammlung in Aachen 1895 in Bezug auf die Ingenieurausbildung aufgestellt worden ist; diese lautet:

„Die Technischen Hochschulen haben nicht nur die volle wissenschaftliche Ausbildung zu gewähren, deren der tüchtige Ingenieur im Durchschnitt bedarf, sondern sie müssen, entsprechend ihrer Aufgabe als Hochschulen, auch denjenigen, welche eine weitere Vertiefung ihres Wissens und Könnens anstreben, die Gelegenheit dazu bieten."

Die Mathematik bildet für die Durchführung der hier ausgesprochenen Aufgaben der Technischen Hochschulen eine grundlegende Wissenschaft, nicht wie mannigfach behauptet wird, eine Hülfswissenschaft.

Die Erteilung des mathematischen Unterrichts an den Technischen Hochschulen gliedert sich nach zwei Richtungen. Sie umfafst:

I. Den grundlegenden Unterricht in höherer Analysis, in analytischer und darstellender Geometrie, für die Gesamtheit der Bau-, Maschinen- und Elektro-Ingenieure, sowie der Architekten beziehungsweise der Hütten- und Bergingenieure — er kann zugleich auch als einleitender Unterricht für Lehramtskandidaten der Mathematik und Physik dienen;

II. Mathematische und mathematisch-physikalische Spezialvorlesungen, welche für ein vertieftes theoretisches Studium der Techniker bestimmt sind, gleichzeitig aber auch einer spezielleren Ausbildung von Lehramtskandidaten der Mathematik und Physik zu dienen geeignet sind. —

ad I. Der auf zwei Jahre berechnete, grundlegende mathematische Unterricht soll die Ausbildung zum mathematischen Denken ebenso wie die Erwerbung von Sicherheit und Geläufigkeit im Gebrauch des mathematischen Apparates zum Endziel haben.

Die ausführliche Heranziehung anschauungsmäfsiger Methoden sowie ein gegenseitiges Durchdringen der analytischen und geometrischen Disziplinen werden dieses Ziel am sichersten erreichen lassen. Technische Anwendungen werden in diesen Anfangsjahren des Unterrichtes wegen der fehlenden Vorkenntnisse der Studierenden nur in geringem Mafse gebracht werden können.

Für die Architekten kann der Unterricht auf die im ersten Jahre zu bringenden Grundbegriffe der Analysis und Geometrie und ihre einfachsten Anwendungen beschränkt werden. Für Bau-, Maschinen- und Elektro-Ingenieure dagegen ist die Weiterführung und Vertiefung dieser Disziplinen in einem zweiten Unterrichtsjahre unerläfslich.

Ein Zusammenziehen, ein rascheres Erledigen des Pensums, wie es von seiten der Techniker vielfach gewünscht wird, ist bei der Schwierigkeit und dem Umfang des notwendig vorzutragenden Stoffes, wie bei der von den Mittelschulen gegenwärtig gegebenen Vorbildung der Schüler unmöglich. Aus den gleichen Gründen mufs erstrebt werden, dafs in den ersten Semestern möglichste Konzentration auf den Unterricht in der Mathematik, Mechanik und Physik stattfinde.

Der Unterricht in der Mechanik kann dabei nicht vor dem zweiten Semester beginnen.

ad II. Über den grundlegenden Unterricht hinaus mufs denjenigen Studierenden der Technik, die eine tiefergehende theoretische Ausbildung in ihrem Fache anstreben, in Spezial-Vorlesungen Gelegenheit geboten sein, einzelne spezielle und für die Anwendungen be-

sonders wichtige Gebiete der Mathematik und mathematischen Physik kennen zu lernen, so z. B. Flächentheorie, Funktionentheorie, Potentialtheorie, Variationsrechnung, analytische Mechanik, Elastizitätslehre, mechanische Wärmetheorie u. dergl.

Es ist erwünscht und erscheint für die Ausbildung der Lehrer für den mathematischen Unterricht an technischen Mittelschulen besonders wichtig, dafs auch Lehramtskandidaten der Mathematik und Physik die Möglichkeit geboten werde, einen Teil ihrer Studienzeit (bis zu vier Semestern, wenn man die gesamte Studienzeit zu mindestens acht Semestern rechnet) an einer technischen Hochschule zu verbringen und sich hier mit den Aufgaben der Technik bekannt zu machen. Es ist deshalb zu erstreben, dafs (wo dies nicht schon der Fall ist) das Studium der Mathematik an einer technischen Hochschule bis zu vier Semestern dem an einer Universität gleich gerechnet werde. Der Stoff, welcher neben den sonstigen, insbesondere technischen Vorlesungen, den Lehramtskandidaten an einer technischen Hochschule geboten werden kann, ist in den Abschnitten ad I und ad II bezeichnet.

Das im Vorstehenden für die mathematischen Studien an einer technischen Hochschule aufgestellte Unterrichtsprogramm fordert zu seiner Durchführung vollständig durchgebildete Mathematiker als Lehrer, die sich dieses Fach zu ihrer Lebensaufgabe gestellt haben. Bei der Schwierigkeit gerade der grundlegenden Fragen dieser Wissenschaft, bei dem Umfang des zu beherrschenden Stoffes, bei der Unmöglichkeit anders als durch tiefes Eindringen die wahre Einfachheit der Methoden für den Lehrvortrag zu gewinnen, bei der erforderlichen pädagogischen Schulung, kann keine Rede davon sein, dass ein Techniker mathematische Vorlesungen auch nur für Anfänger halte!

Man wird von jedem Lehrer der Mathematik hervorragende Lehrbefähigung fordern müssen; man wird speziell von den Vertretern der Mathematik an einer Technischen Hochschule verlangen müssen, dafs sie Interesse und Verständnis für die Anwendungen ihres Faches auf technische Fragen besitzen, nicht minder aber, dafs sie auf der vollen Höhe der theoretischen Anforderungen ihres Faches stehen, mag dabei dann der Einzelne in seinen Arbeiten sich mehr den theoretischen oder mehr den angewandten Gebieten seines Faches zuwenden.

Nur durch Erweiterung und Vertiefung des Unterrichts an Technischen Hochschulen nach der Seite von Spezialvorlesungen in dem oben genannten Sinne kann der Gefahr begegnet werden, dafs die höhere theoretische Ausbildung der Techniker von den Universitäten übernommen wird, wodurch die Technischen Hochschulen zu Mittelschulen herabgedrückt würden.

Nur in der Vereinigung technischer und theoretischer Interessen in dem Lehrkörper der Hochschule liegt die Gewähr dafür, dafs die

Hochschule den von seiten der Technik an sie gestellten Forderungen zu genügen vermag, wie auch den Anforderungen, welche die Hochschule, in ihrem wohlverstandenen gemeinsamen Interesse mit der Universität, als Pflegstätte der technischen und der Naturwissenschaften erfüllen mufs.

Im Dezember 1896.

v. Braunmühl, München. — Burmester, München. — Dedekind, Braunschweig. — Dingeldey, Darmstadt. — Dyck, München. — Finsterwalder, München. — Fricke, Braunschweig. — Fuhrmann, Dresden. — Gräfe, Darmstadt. — Gundelfinger, Darmstadt. — Hauck, Berlin. — Helm, Dresden. — Henneberg, Darmstadt. — Hertzer, Berlin. — Hettner, Berlin. — Jürgens, Aachen. — Kiepert, Hannover. — Krause, Dresden. — Lampe, Berlin. — v. Mangoldt, Aachen. — Mehmke, Stuttgart. — Müller, Braunschweig. — Reuschle, Stuttgart. — Rodenberg, Hannover. — Rohn, Dresden. — Runge, Hannover. — Scheffers, Darmstadt. — Schell, Karlsruhe. — Schröder, Karlsruhe. — Schur, Aachen. — Wedekind, Karlsruhe. — Wiener, Darmstadt. — Wüllner Aachen.

Zusatz der Redaktion.

Für diejenigen unserer Leser, die sich für die im Vorstehenden behandelte Angelegenheit besonders interessieren, sei hingewiesen auf das ausführliche Programm der k. polyt. Hochschule zu Berlin-Charlottenburg 1896/97 (ein Band von 155 S.). Dort sind S. 62 und S. 97 die Vorlesungen über höhere Mathematik und Physik aufgeführt; unter denselben befinden sich teils solche, die auf Universitäten selten oder gar nicht zu hören sind, wie graphische Statik, kinematische, darstellende und synthetische Geometrie, teils solche, welche sich in den höchsten Regionen der mathem.-phys. Wissenschaft bewegen, wie Funktionentheorie, Variationsrechnung, Ellipt. Funktionen und F. kompl. Variabeln, Potentialtheorie, Raumkurven- und Flächentheorie. Nur Geodäsie, Astronomie und Versicherungstechnik fehlen. Überhaupt sind die Vorlesungen je nach den erwählten Berufen (Architekten, Bau- und Maschinen-Ingenieure, Chemiker) aufserordentlich differenziert und haben intime Beziehungen zur Praxis (Technik). Auch ist die Anzahl der Lehrkräfte für die mathem.-naturw. Fächer eine weit gröfsere, als auf Universitäten, wobei gerne zugegeben werden mag, dafs die Lehrkräfte nicht blos zu zählen, sondern auch zu wägen sind. Dazu kommen die mannigfachen Übungen und die Vorträge allgemein-wissenschaftlicher Natur. Kurz: der Studierende findet hier einen Reichtum und eine Fülle von Spezialvorlesungen und Übungen, wie sie ihm auch die beste Universität kaum bieten kann. Eine andere noch diskutierbare Frage ist aber, ob die polyt. Hochsch. in Ermangelung pädagog. und philosoph. Vorlesungen und Übungen auch zur Ausbildung von Lehrern geeignet sind.

Zum Problem der Winkelhalbierenden.

Von Dr. W. Heymann in Chemnitz.

Es sind mir aus Anlafs meiner Noten über die oben angezeigte Aufgabe in der Zeitschrift für Mathematik und Physik, Jahrg. 35, S. 254 und in vorliegender Zeitschrift, Jahrg. 27, S. 567 etliche Zuschriften sowie die einschlägige bemerkenswerte Dissertation der Herrn Dr. Bützberger „Ein mit der Theorie algebraisches Flächen zusammenhängendes planimetrisches Problem“ (Bern. Kommissionsverlag v. Jent u. Reinert. 1889) zugegangen. Manchen der Herren Fachkollegen dürfte es daher nicht unwillkommen sein, wenn ich an dieser Stelle kurz darüber referiere, was mir bisher über obiges Problem bekannt geworden ist. Ich kann dabei allerdings im wesentlichen nur von den Resultaten des Herrn Dr. Bützberger und meinen eigenen sprechen, denn in der in Frage kommenden Litteratur vermochte ich trotz aller Bemühungen nichts aufzufinden.*) Vielleicht führen diese Zeilen dazu, dafs der eine oder andere Leser einen neuen Beitrag zu der Aufgabe liefert; andererseits dürften sie ihn gewisser fruchtloser Versuche überheben, wie z. B. einer Konstruktion mittelst „Zirkels und Lineals“.

§ 1.

Das Problem, allgemein gefafst, besteht in folgendem: Bezeichnen x_1, x_2, x_3 die Seiten eines Dreiecks, w_1, w_2, w_3 die Halbierenden der Innenwinkel, w_1', w_2', w_3' die Halbierenden der Aufsenwinkel, wobei jede dieser Transversalen von der entsprechenden Ecke A_i bis zum Schnittpunkte mit der Gegenseite x_i des Dreiecks gemessen wird, so gelten nachstehende sechs Gleichungen:

$$1)\quad \begin{cases} w_1^2(x_2+x_3)^2 = x_2x_3(x_1+x_2+x_3)(-x_1+x_2+x_3), \\ w_2^2(x_3+x_1)^2 = x_3x_1(x_1+x_2+x_3)(x_1-x_2+x_3), \\ w_3^2(x_1+x_2)^2 = x_1x_2(x_1+x_2+x_3)(x_1+x_2-x_3). \end{cases}$$

*) Inzwischen hat Herr A. Korselt im vorigen Heft dieser Zeitschrift die Aufgabe für ein gleichschenkliges Dreieck in Betracht gezogen; wir kommen auf jenen Spezialfall im § 8 zurück.

$$2)\quad \begin{cases} w_1'^2(x_2-x_3)^2 = x_2x_3(\quad x_1-x_2+x_3)(\quad x_1+x_2-x_3), \\ w_2'^2(x_3-x_1)^2 = x_3x_1(\quad x_1+x_2-x_3)(-x_1+x_2+x_3), \\ w_3'^2(x_1-x_2)^2 = x_1x_2(-x_1+x_2+x_3)(\quad x_1-x_2+x_3). \end{cases}$$

Man denke sich irgend drei der Werte w_i und w_i' gegeben und bestimme die drei Unbekannten x_i.

Offenbar liegen zwanzig Aufgaben vor, welche jedoch in drei besondere Gruppen zerfallen, nämlich

I) Gegeben:

a) w_1, w_2, w_3. b) w_1, w_2', w_3'. c) w_1', w_2, w_3'. d) w_1', w_2', w_3.

II) Gegeben:

a) w_1', w_2', w_3'. b) w_1', w_2, w_3. c) w_1, w_2', w_3. d) w_1, w_2, w_3'.

III) Gegeben die noch fehlenden zwölf Kombinationen je dreier Halbierenden, wie z. B. w_1, w_2, w_1' etc.

Die Aufgaben jeder Gruppe sind gleichwertig, das soll heifsen: Die Aufgaben ein und derselben Gruppe lassen sich durch geeignete Vertauschung der in Betracht kommenden Gröfsen in einander überführen, sodafs mit einer auch die übrigen gelöst sind.

Es möge sogleich vorausgeschickt werden, dafs eine Auflösung der Gruppen I) und III) zur Zeit nicht bekannt ist; die Rechnung führt in beiden Fällen zu noch nicht näher untersuchten Gleichungen zehnten Grades. Dagegen kann Gruppe II) algebraisch gelöst werden; man benötigt hierzu einer quadratischen und einer cubischen Gleichung.

Führt man den Radius r des Umkreises des Dreiecks ein und bezeichnet die Innenwinkel durch A_1, A_2, A_3, so gestatten die Gleichungen 1) und 2) folgende Schreibweise

$$3)\quad w_1 = 2r\frac{\sin A_2 \sin A_3}{\cos\frac{A_2-A_3}{2}},\quad w_2 = 2r\frac{\sin A_3 \sin A_1}{\cos\frac{A_3-A_1}{2}},\quad w_3 = 2r\frac{\sin A_1 \sin A_2}{\cos\frac{A_1-A_2}{2}},$$

$$4)\quad w_1' = 2r\frac{\sin A_2 \sin A_3}{\sin\frac{A_2-A_3}{2}},\quad w_2' = 2r\frac{\sin A_3 \sin A_1}{\sin\frac{A_3-A_1}{2}},\quad w_3' = 2r\frac{\sin A_1 \sin A_2}{\sin\frac{A_1-A_2}{2}}.$$

Beachtet man, dafs zwischen r und dem Radius ϱ des Inkreises des Dreiecks die bekannte Beziehung

$$\varrho = 4r\,\sin\frac{A_1}{2}\sin\frac{A_2}{2}\sin\frac{A_3}{2}$$

besteht, so können die letzten Formeln auch verwandelt werden in

$$5)\quad w_1 \sin\frac{A_1}{2}\cos\frac{A_1}{2}\cos\frac{A_2-A_3}{2} = w_2\sin\frac{A_2}{2}\cos\frac{A_2}{2}\cos\frac{A_3-A_1}{2}$$
$$= w_3\sin\frac{A_3}{2}\cos\frac{A_3}{2}\cos\frac{A_1-A_2}{2} = \sigma,$$

$$6)\quad w_1' \sin\frac{A_1}{2}\cos\frac{A_1}{2}\sin\frac{A_2-A_3}{2} = w_2'\sin\frac{A_2}{2}\cos\frac{A_2}{2}\sin\frac{A_3-A_1}{2}$$
$$= w_3'\sin\frac{A_3}{2}\cos\frac{A_3}{2}\sin\frac{A_1-A_2}{2} = \sigma,$$

wobei zur Abkürzung

$$\sigma = 2\varrho\cos\frac{A_1}{2}\cos\frac{A_2}{2}\cos\frac{A_3}{2} = \frac{\varrho s}{2r} = \frac{\Delta}{2r}$$

gesetzt wurde und s den halben Umfang, Δ den Inhalt des Dreiecks bedeutet. Eine weitere Umformung der Ausdrücke 5) und 6) liefert

$$5\text{a})\quad w_1\cos\frac{A_1}{2}\left[\cos^2\frac{A_2}{2}-\sin^2\frac{A_3}{2}\right] = w_2\cos\frac{A_2}{2}\left[\cos^2\frac{A_3}{2}-\sin^2\frac{A_1}{2}\right]$$
$$= w_3\cos\frac{A_3}{2}\left[\cos^2\frac{A_1}{2}-\sin^2\frac{A_2}{2}\right] = \sigma,$$

$$6\text{a})\quad w_1'\sin\frac{A_1}{2}\left[\sin^2\frac{A_2}{2}-\sin^2\frac{A_3}{2}\right] = w_2'\sin\frac{A_2}{2}\left[\sin^2\frac{A_3}{2}-\sin^2\frac{A_1}{2}\right]$$
$$= w_3'\sin\frac{A_3}{2}\left[\sin^2\frac{A_1}{2}-\sin^2\frac{A_2}{2}\right] = \sigma.$$

Dieses sind im Wesentlichen die Formeln, welche den folgenden Betrachtungen zu Grunde gelegt werden müssen. Betreffs der Überführung der Aufgaben innerhalb einer Gruppe sei Folgendes bemerkt. Vertauscht man in den Gleichungen 1), beziehentlich 2) x_2 mit $-x_2$ oder x_3 mit $-x_3$, so geht w_1^2 über in $w_1'^2$ und umgekehrt, und entsprechend ist es bei den anderen Halbierenden. Genau dasselbe tritt ein, wenn man in den trigonometrischen Formeln 3) bis 6a) A_2 mit $180^0 + A_2$ oder A_3 mit $180^0 + A_3$ vertauscht.

§ 2.

Die Formeln 6a) ermöglichen unmittelbar eine Auflösung der ersten Aufgabe von Gruppe II). Indem man σ eliminiert, erhält man zwei Gleichungen, aus welchen die Verhältnisse der Sinus der halben Dreieckswinkel mit Hülfe einer quadratischen Gleichung gefunden werden, also

$$7)\qquad \sin\frac{A_1}{2} : \sin\frac{A_2}{2} : \sin\frac{A_3}{2} = \lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_3,$$

wobei jene Verhältnisse nur von den Verhältnissen der w_i' abhängen; die einzelnen Sinus aber werden proportional der dritten Wurzel aus σ. Für Dreieckswinkel besteht nun die Beziehung

$$8)\qquad \sin^2\frac{A_1}{2}+\sin^2\frac{A_2}{2}+\sin^2\frac{A_3}{2}+2\sin\frac{A_1}{2}\sin\frac{A_2}{2}\sin\frac{A_3}{2} = 1,$$

und folglich erhält man für σ oder zweckmäfsiger für $\tau = \frac{1}{\sqrt[3]{\sigma}}$ eine cubische Gleichung. Eingehenderes über die Berechnung von λ_i

findet man in der Bützbergerschen Dissertation und in § 6 der vorliegenden Abhandlung.

Man kann die Auflösung der in Frage kommenden cubischen Gleichung auch direkt von einer „Winkeldreiteilung" abhängig machen. Zu diesem Zwecke führe man eine neue Unbekannte t mittelst

9) $$\sin^2 \frac{A_1}{2} + \sin^2 \frac{A_2}{2} + \sin^2 \frac{A_3}{2} = t^2$$

ein und man erhält mit Rücksicht auf 7)

10) $$\sin \frac{A_1}{2} = \frac{\lambda_1 t}{\varkappa}, \quad \sin \frac{A_2}{2} = \frac{\lambda_2 t}{\varkappa}, \quad \sin \frac{A_3}{2} = \frac{\lambda_3 t}{\varkappa},$$

wobei

11) $$\varkappa = \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2}.$$

Aus naheliegenden Gründen erweisen sich die auch sonst häufig benutzten Substitutionen

12) $$\lambda_1 = \varkappa \cos \Theta \sin \omega, \quad \lambda_2 = \varkappa \cos \omega, \quad \lambda_3 = \varkappa \sin \Theta \sin \omega$$

bequem. Durch selbige wird nämlich die Beziehung 11) identisch erfüllt, und die neuen Hülfswinkel Θ, ω bestimmen sich aus

13) $$\operatorname{tg} \Theta = \frac{\lambda_3}{\lambda_1}, \quad \operatorname{tg} \omega \sin \Theta = \frac{\lambda_3}{\lambda_2};$$

sie hängen sonach nur von den Verhältnissen der λ_i, d. h. w_i' ab. Die Gleichung 8) geht vermöge der Ausdrücke 10) über in

14) $$t^2 + 2 \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}{\varkappa^3} t^3 = 1,$$

und für

$$t = \frac{\sqrt{3}}{2 \cos \varphi}$$

entsteht

$$4 \cos^3 \varphi - 3 \cos \varphi = \frac{3 \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}{\varkappa^3} \sqrt{3}$$

oder endlich, mit Berücksichtigung von 13),

15) $$\cos 3\varphi = \frac{3\sqrt{3}}{4} \sin 2\Theta \sin \omega \sin 2\omega.$$

Man beachte, dafs der Maximalwert des Produktes $\sin \omega \sin 2\omega$, ganz abgesehen von der vorliegenden Aufgabe, stets $\frac{4}{3\sqrt{3}}$ beträgt, und dafs mithin die rechte Seite von 15) die Einheit nie übersteigen kann. Die Formeln 10) lauten nun

16) $$\sin \frac{A_1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\cos \Theta \sin \omega}{\cos \varphi}, \quad \sin \frac{A_2}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\cos \omega}{\cos \varphi}, \quad \sin \frac{A_3}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\sin \Theta \sin \omega}{\cos \varphi}$$

und ermöglichen im Verein mit 13) und 15) eine bequeme Lösung der Aufgabe. Aus den Winkeln A_i kann man, wenn gewünscht, unter Zuhülfenahme der w_i' die Seiten x_i oder auch vorerst r oder ϱ bestimmen.

§ 3.

Winkelhalbierende Dreieckstransversalen geben zu Aufgaben, bei welchen die Auflösung von einer Winkeldreiteilung abhängt, reichlich Stoff. Eine Aufgabe, die in dieser Hinsicht besonders charakteristisch ist, habe ich im 35. Jahrgang der Zeitschrift für Mathematik und Physik mitgeteilt. Bei dieser waren die zum Umkreis des Dreiecks gehörigen, die Winkel A_i halbierenden Sehnen s_i gegeben. Hier möchte ich zwei andere erwähnen, die zu unseren Hauptaufgaben in engster Beziehung stehen.

Es bezeichne M den Mittelpunkt des Inkreises vom Dreieck, A_1', A_2', A_3' seien die Schnittpunkte der Halbierenden der Innenwinkel mit den Gegenseiten, und es sei gegeben

$$\left.\begin{array}{l}\alpha)\ A_1M = u_1,\ A_2M = u_2,\ A_3M = u_3.\\ \beta)\ A_1'M = v_1,\ A_2'M = v_2,\ A_3'M = v_3.\end{array}\right\}\ (u_i + v_i = w_i;\ i = 1, 2, 3)$$

Man hat zunächst die Beziehungen

$$17)\qquad u_1(x_1 + x_2 + x_3) = w_1(x_2 + x_3) \quad \text{etc.},$$

$$18)\qquad v_1(x_1 + x_2 + x_3) = w_1 x_1 \quad \text{etc.},$$

und aus diesen ergiebt sich durch Elimination der x_i die Eulersche Identität

$$19)\qquad \frac{u_1}{w_1} + \frac{u_2}{w_2} + \frac{u_3}{w_3} = 2$$

und aufserdem

$$20)\qquad \frac{v_1}{w_1} + \frac{v_2}{w_2} + \frac{v_3}{w_3} = 1,$$

$$21)\qquad \frac{u_1}{v_1} + \frac{u_2}{v_2} + \frac{u_3}{v_3} = \frac{u_1}{v_1}\cdot\frac{u_2}{v_2}\cdot\frac{u_3}{v_3} - 2.$$

Die Bestimmungsgleichungen für die x_i, falls die u_i oder v_i gegeben sind, erhält man, wenn die Werte der w_i aus α) beziehentlich β) in das Gleichungssystem 1) eingeführt werden, nämlich

$$22)\qquad \begin{cases} u_1^2(x_1 + x_2 + x_3) = x_2x_3(-x_1 + x_2 + x_3), \\ u_2^2(x_1 + x_2 + x_3) = x_3x_1(x_1 - x_2 + x_3), \\ u_3^2(x_1 + x_2 + x_3) = x_1x_2(x_1 + x_2 - x_3). \end{cases}$$

$$23)\qquad \begin{cases} v_1^2(x_2 + x_3)^2(x_1 + x_2 + x_3) = x_1^2x_2x_3(-x_1 + x_2 + x_3), \\ v_2^2(x_3 + x_1)^2(x_1 + x_2 + x_3) = x_1x_2^2x_3(x_1 - x_2 + x_3), \\ v_3^2(x_1 + x_2)^2(x_1 + x_2 + x_3) = x_1x_2x_3^2(x_1 + x_2 - x_3). \end{cases}$$

Die Auflösung dieser Gleichungen kann auf trigonometrischem Wege leicht erfolgen und soll den Inhalt des nächsten Paragraphen bilden. Für spätere Darlegungen erscheint es aber zweckmäſsig, zuvor auch den Zusammenhang zwischen den u_i und w_i' festzustellen. Verbindet man die Gleichungen 17) mit jenen des Systems 2), so ergiebt sich

$$24)\qquad \frac{x_2 x_3}{u_1 w_1'} = \frac{x_2 - x_3}{2\varrho} \quad \text{etc.}$$

$$25)\qquad \frac{u_1}{w_1'} = \frac{x_2 - x_3}{2\varrho_1} = \frac{x_2 - x_3}{2\varrho} - \frac{x_1(x_2 - x_3)}{2\varDelta} \quad \text{etc.},$$

wobei ϱ den Radius des Inkreises, $\varrho_1, \varrho_2, \varrho_3$ die Radien der entsprechenden Ankreise und $\varDelta$ den Inhalt des Dreiecks bedeutet. — Denkt man sich nach cyklischer Vertauschung der in Frage kommenden Gröſsen die zwei Paare fehlenden Gleichungen zu 24) resp. 25) hinzugefügt und berücksichtigt die Identitäten

$$\sum (x_2 - x_3) = 0, \quad \sum x_1(x_2 - x_3) = 0,$$

dann gelangt man zu folgenden Beziehungen

$$26)\qquad \frac{x_2 x_3}{u_1 w_1'} + \frac{x_3 x_1}{u_2 w_2'} + \frac{x_1 x_2}{u_3 w_3'} = 0,$$

$$27)\qquad \frac{1}{u_1 w_1'} + \frac{1}{u_2 w_2'} + \frac{1}{u_3 w_3'} = 0,$$

$$28)\qquad \frac{\varrho_1 u_1}{w_1'} + \frac{\varrho_2 u_2}{w_2'} + \frac{\varrho_3 u_3}{w_3'} = 0,$$

$$29)\qquad \frac{\varrho_1 u_1 x_1}{w_1'} + \frac{\varrho_2 u_2 x_2}{w_2'} + \frac{\varrho_3 u_3 x_3}{w_3'} = 0,$$

$$30)\qquad \frac{u_1}{w_1'} + \frac{u_2}{w_2'} + \frac{u_3}{w_3'} = 0.$$

Von diesen Gleichungen sind Nr. 27) und 30) besonders merkwürdig; sie zeigen, daſs die Verhältnisse der u_i durch die Verhältnisse der w_i' ausdrückbar sind, und daſs also die Aufgabe, bei welcher die Halbierenden w_i' der Auſsenwinkel gegeben sind, auf jene der u_i zurückführbar ist. Auch Herr Dr. Bützberger kommt in seiner Arbeit auf solche Gleichungen, aber die Gröſsen u_i besitzen bei ihm nicht die geometrische Bedeutung von Dreieckstransversalen. — Neben den drei u_i sind noch neun verwandte Transversalen vorhanden, das sind die Verbindungsstrecken der Mittelpunkte der drei Ankreise mit den Ecken des Dreiecks, und gleiches gilt von den v_i; doch lassen wir dies bei Seite.

§ 4.

Die trigonometrischen Formeln für die u_i und v_i ergeben sich unmittelbar wie folgt

$$31)\qquad u_1 \sin\frac{A_1}{2} = u_2 \sin\frac{A_2}{2} = u_3 \sin\frac{A_3}{2} = \varrho\,,$$

$$32)\qquad v_1 \sin\varepsilon_1 = v_2 \sin\varepsilon_2 = v_3 \sin\varepsilon_3 = \varrho\,.$$

Hierbei bedeuten die ε_i die Winkel, welche die w_i mit den x_i einschließen, jedoch immer in ein und demselben Sinne genommen, also etwa

$$33)\qquad \varepsilon_1 = 90^0 - \tfrac{1}{2}(A_2 - A_3),\quad \varepsilon_2 = 90^0 - \tfrac{1}{2}(A_3 - A_1),$$

$$\varepsilon_3 = 90^0 - \tfrac{1}{2}(A_1 - A_2),\quad \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 = 270^0.$$

Rückwärts findet man die A_i aus den ε_i durch eine Dreiteilung, nämlich

$$34)\qquad A_1 = \tfrac{2}{3}(90^0 + \varepsilon_2 - \varepsilon_3),\quad A_2 = \tfrac{2}{3}(90^0 + \varepsilon_3 - \varepsilon_1),$$

$$A_3 = \tfrac{2}{3}(90^0 + \varepsilon_1 - \varepsilon_2).$$

Berücksichtigt man jetzt die Gleichung 8) sowie die verwandte Beziehung

$$35)\qquad \sin^2\varepsilon_1 + \sin^2\varepsilon_2 + \sin^2\varepsilon_3 - 2\sin\varepsilon_1\sin\varepsilon_2\sin\varepsilon_3 = 1\,,$$

so entstehen mit Hinblick auf 31) und 32) die cubischen Gleichungen

$$36)\qquad (u_1^{-2} + u_2^{-2} + u_3^{-2})\,\varrho^2 + 2\,(u_1 u_2 u_3)^{-1}\varrho^3 = 1\,,$$

$$37)\qquad (v_1^{-2} + v_2^{-2} + v_3^{-2})\,\varrho^2 - 2\,(v_1 v_2 v_3)^{-1}\varrho^3 = 1\,,$$

und durch selbige sind die beiden Aufgaben der u_i und v_i gelöst. Die Gleichung 36) findet man auch in der Bützbergerschen Abhandlung. Man bemerke, daſs die beiden cubischen Gleichungen die gemeinsame Form

$$(\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2)\,\tau^2 + 2\,\lambda_1\lambda_2\lambda_3\tau^3 = 1$$

besitzen, wofern einmal die λ_i mit den reciproken u_i und τ mit ϱ, das andere Mal die λ_i mit den reciproken v_i und τ mit $-\varrho$ in Übereinstimmung gebracht werden. Setzt man daher wie in § 2

$$12)\qquad \lambda_1 = \varkappa\cos\Theta\sin\omega\,,\quad \lambda_2 = \varkappa\cos\omega\,,\quad \lambda_3 = \varkappa\sin\Theta\sin\omega\,,$$

das heiſst

$$13)\qquad \operatorname{tg}\Theta = \frac{\lambda_3}{\lambda_1}\,,\quad \operatorname{tg}\omega\sin\Theta = \frac{\lambda_3}{\lambda_2}\,,$$

so entsteht genau wie dort

$$14)\qquad t^2 + 2\,\frac{\lambda_1\lambda_2\lambda_3}{\varkappa^3}\,t^3 = 1\,,\quad (t = \varkappa\tau)$$

wobei

$$11)\qquad \varkappa = \sqrt{\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2}.$$

Man kann mithin das Endergebnis für beide Aufgaben in einer **gemeinsamen Form** anschreiben. Je nachdem die u_i oder v_i gegeben sind, findet man (vergl. 15) und 16))

38) $$\left.\begin{matrix}\sin\frac{A_1}{2}\\ \sin\varepsilon_1\end{matrix}\right\} = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\cos\Theta\sin\omega}{\cos\varphi},\quad \left.\begin{matrix}\sin\frac{A_2}{2}\\ \sin\varepsilon_2\end{matrix}\right\} = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\cos\omega}{\cos\varphi},$$

$$\left.\begin{matrix}\sin\frac{A_3}{2}\\ \sin\varepsilon_3\end{matrix}\right\} = \pm\frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\sin\Theta\sin\omega}{\cos\varphi},$$

wobei das obere Vorzeichen auf die A_i, das untere auf die ε_i Bezug hat. Der Winkel φ ist zu entnehmen aus

15) $$\cos 3\varphi = \frac{3\sqrt{3}}{4}\sin 2\Theta\sin\omega\sin 2\omega,$$

während ϱ aus der Formel

39) $$\varrho = \pm\frac{t}{\varkappa} = \pm\frac{\sqrt{3}}{\varkappa\cos\varphi}$$

zu berechnen ist.

Wie man sieht, wird besonders die Aufgabe der v_i, **algebraisch** behandelt, zu äufserst komplizierten Rechnungen führen, da neben der Dreiteilung, welche durch die Gleichung 15) veranlafst wird, auch die Dreiteilung, welche in den Formeln 34) angedeutet ist, in Frage kommt.

§ 5.

Ganz nahe verwandt mit der Aufgabe der v_i ist die der s_i, d. h. der Fall, in welchem die schon erwähnten winkelhalbierenden Sehnen des Umkreises gegeben sind. Man hat hier die einfachen Beziehungen

40) $$s_1 w_1 = x_2 x_3,\quad s_2 w_2 = x_3 x_1\quad s_3 w_3 = x_1 x_2,$$

welche in Verbindung mit dem Gleichungssystem 1) zu den Bestimmungsgleichungen der s_i führen. Weiterhin ist

41) $$s_1 = 2r\sin\varepsilon_1,\quad s_2 = 2r\sin\varepsilon_2,\quad s_3 = 2r\sin\varepsilon_3,$$

unter ε_i die unter 33) angegebenen Winkel verstanden. Ein Vergleich mit den Formeln 32) liefert einfach

42) $$s_1 v_1 = s_2 v_2 = s_3 v_3 = 2r\varrho,$$

und hiermit wäre die Aufgabe der s_i auf jene der v_i zurückgebracht. Man kann aber auch direkt die ε_i aus den Gleichungen 35) und 41) eliminieren und gelangt dadurch zu einer cubischen Gleichung für den Durchmesser d des Umkreises, nämlich

43) $$d^3 - (s_1^2 + s_2^2 + s_3^2)\,d + 2s_1 s_2 s_3 = 0,$$

womit die Aufgabe der s_i erledigt ist.

Neben den s_i hat man noch drei Sehnen s_i' des Umkreises, welche die Aufsenwinkel des Dreiecks halbieren. Für diese ist analog wie in 40)

44) $$s_1' w_1' = x_2 x_3, \quad s_2' w_2' = x_3 x_1, \quad s_3' w_3' = x_1 x_2$$

und aufserdem

45) $$s_1' = 2r \cos \varepsilon_1, \quad s_2' = 2r \cos \varepsilon_2, \quad s_3' = 2r \cos \varepsilon_3.$$

Die Formeln 40) in Verbindung mit 44) liefern

46) $$\frac{s_i}{s_i'} = \frac{w_i'}{w_i} = \operatorname{tg} \varepsilon_i, \quad (i = 1, 2, 3)$$

eine Beziehung, welche auch sofort der Figur entnommen werden kann. Sie zeigt, dafs die Winkel des Dreiecks durch eine Dreiteilung erhalten werden können (vergl. 34)), falls man zwei der Verhältnisse $w_i' : w_i$ kennt, und dafs zwischen allen drei Verhältnissen eine einfache Identität statt hat.

Bestimmen wir noch den Halbmesser r aus den s_i'. Man könnte zu diesem Zweck von Gleichung 43) ausgehen und in selbiger sämtliche s_i durch die s_i' vermöge der Gleichung

$$s_i^2 + s_i'^2 = d^2$$

ausdrücken. Direkter ist es wohl, wenn man Gleichung 35) durch geeignetes Quadrieren so umformt, dafs sie nur die Cosinus der ε_i enthält, und dann für diese die Werte aus 45) einträgt. Es ergiebt sich

47) $$(\cos^2 \varepsilon_1 + \cos^2 \varepsilon_2 + \cos^2 \varepsilon_3)^2 - 2(\cos^4 \varepsilon_1 + \cos^4 \varepsilon_2 + \cos^4 \varepsilon_3) = 4 \cos^2 \varepsilon_1 \cos^2 \varepsilon_2 \cos^2 \varepsilon_3$$

oder

48) $$(s_1'^2 + s_2'^2 + s_3'^2)^2 r^2 - 2(s_1'^4 + s_2'^4 + s_3'^4) r^2 = s_1'^2 s_2'^2 s_3'^2$$

und also

49) $$r = \frac{s_1' s_2' s_3'}{\sqrt{(s_1' + s_2' + s_3')(-s_1' + s_2' + s_3')(s_1' - s_2' + s_3')(s_1' + s_2' - s_3')}}.$$

Die Aufgabe der s_i' ist einfacher als die der s_i, an Stelle der cubischen Gleichung 43) tritt die rein quadratische 48); dagegen läfst sich die in den Formeln 34) enthaltene Winkeldreiteilung keinesfalls vermeiden.

Der Ausdruck 49) läfst eine bequeme geometrische Deutung zu. Sieht man nämlich die s_i' als Seiten eines Dreiecks an und berechnet den Radius des zu diesem Dreieck gehörigen Umkreises, so mufs sich offenbar der Ausdruck auf der rechten Seite von 49) ergeben. Mithin besitzt das gedachte Sehnendreieck, wie klein auch seine Seiten unter Umständen werden können, einen Umkreis, der von jenem des Originaldreiecks in der Gröfse nicht verschieden ist.

§ 6.

Wir kehren jetzt noch einmal zu der Aufgabe zurück, bei welcher die Halbierenden w_1', w_2', w_3' der Aufsenwinkel des Dreiecks gegeben sind und wollen zeigen, dafs sich die Rechnung durchweg rational ausführen läfst. Genauer gesprochen: Die Irrationalitäten, welche durch die auftretende quadratische und cubische Gleichung in die Formeln eingehen, lassen sich vollständig durch zwei aufeinander folgende Zwei- und Dreiteilungen eines Winkels ersetzen. Natürlich sind jene Irrationalitäten dann immer noch in der Lösung implicite enthalten, aber die Möglichkeit einer rein trigonometrischen Behandlung ist für die Aufgabe charakteristisch und verdient hervorgehoben zu werden.

Zwischen den u_i und w_i' bestanden nach § 3 folgende Gleichungen

27) $$\frac{1}{u_1 w_1'} + \frac{1}{u_2 w_2'} + \frac{1}{u_3 w_3'} = 0,$$

30) $$\frac{u_1}{w_1'} + \frac{u_2}{w_2'} + \frac{u_3}{w_3'} = 0,$$

und setzt man

$$\frac{u_1}{u_3} = \mu, \quad \frac{u_2}{u_3} = \nu,$$

dann ergiebt sich nach Elimination des ν für μ folgende quadratische Gleichung

50) $$\mu^2 - f\mu + 1 = 0,$$

wobei

51) $$f = \frac{w_3'}{w_2'} \cdot \frac{w_1'}{w_2'} - \frac{w_3'}{w_1'} - \frac{w_1'}{w_3'}.$$

Die geometrische Aufgabe hat nur dann präcisen Sinn, wenn μ reell ist, d. h. wenn $f \geqq 2$. Diese Bedingung läuft darauf hinaus, dafs die Summe zweier reciproken w' kleiner als die dritte reciproke w' wird; überdies mufs eine der w_i' mit Rücksicht auf die Formeln 4) oder 6) negativ angenommen werden. Soll etwa $x_1 > x_2 > x_3$, also auch $A_1 > A_2 > A_3$ sein, so wird w_2' negativ.

Führt man einen Hülfswinkel ψ durch die Gleichung

52) $$\sin 2\psi = \frac{2}{f}$$

ein, so ergeben sich die beiden Wurzeln von 50) in der Form

53) $$\mu_1 = \operatorname{tg}\psi, \quad \mu_2 = \operatorname{ctg}\psi.$$

Erinnert man sich, dafs die μ_i mit den reciproken λ_i zusammenfielen (§ 4), so hat man

54) $$\mu = \frac{u_1}{u_3} = \frac{\lambda_3}{\lambda_1} = \operatorname{tg}\Theta, \quad \nu = \frac{u_2}{u_3} = \frac{\lambda_3}{\lambda_2} = \operatorname{tg}\omega \sin\Theta,$$

und vergleicht man insbesondere die Ausdrücke von μ in 53) und 54), so erkennt man, dafs unser früheres Θ einfach mit ψ, resp. $90^0 - \psi$ übereinstimmt. Die Gleichung 30) lautet vermöge der Werte in 54)

$$55)\qquad \frac{\operatorname{tg}\Theta}{w_1'} + \frac{\operatorname{tg}\omega\sin\Theta}{w_2'} + \frac{1}{w_3'} = 0$$

und ergiebt mit Hinblick auf 52)

$$56)\qquad \operatorname{tg}\omega = -f\cdot\left[\frac{w_2'}{w_3'}\cos\Theta + \frac{w_2'}{w_1'}\sin\Theta\right].$$

Hiernach gestaltet sich die definitive Lösung der Aufgabe der w_i' wie folgt. Man lasse Θ mit ψ zusammenfallen, setze also statt 52)

$$\sin 2\Theta = \frac{2}{f},$$

berechne nach 56) den Winkel ω, wobei f aus 51) zu entnehmen ist und bestimme wie früher einen Hülfswinkel φ (vergl. § 4) mittelst

$$15)\qquad \cos 3\varphi = \frac{3\sqrt{3}}{4}\sin 2\Theta\sin\omega\sin 2\omega.$$

Die Dreieckswinkel ergeben sich alsdann durch

$$16)\ \sin\frac{A_1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\cos\Theta\sin\omega}{\cos\varphi},\ \sin\frac{A_2}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\cos\omega}{\cos\varphi},\ \sin\frac{A_3}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{\sin\Theta\sin\omega}{\cos\varphi}.$$

Die andere Lösung der quadratischen Gleichung 50), $\mu_2 = \operatorname{ctg}\psi$, würde erfordern, dafs man Θ auch mit $90^0 - \psi$ zusammenfallen liefse. Allein dieser Fall braucht nicht berücksichtigt zu werden, denn jene Vertauschung bewirkt, wie die Formeln unmittelbar zeigen, nichts als eine gleichzeitige Vertauschung von w_1' mit w_3' und von A_1 mit A_3 und führt zu keiner neuen Lösung.

Der Formel 15) entnimmt man wegen der Periodicität des Cosinus in bekannter Weise drei Winkel, einen spitzen φ und aufserdem etwa

$$\varphi' = 120^0 + \varphi,\qquad \varphi'' = 240^0 + \varphi,$$

jedoch kommen für die Aufgabe nur φ und φ' in Betracht; für φ'' übersteigen die Ausdrücke auf den rechten Seiten in 16) die Einheit, die Winkel A_i lassen sich nicht bestimmen, d. h. das Dreieck ist nicht reell. Wählt man für die Rechnung den spitzen Winkel φ, so gelangt man zu einem Dreieck, welches die vorgeschriebenen Halbierenden w_1', w_2', w_3' besitzt. Benutzt man dagegen φ', so ergiebt sich ein Dreieck, bei welchem zwei Halbierende von Innenwinkeln und eine Halbierende des dritten Aufsenwinkels die vorgeschriebenen Werte annehmen. — In unseren Formeln erscheint w_2' ausgezeichnet, daher entspricht der Lösung φ' der Fall, wo w_1, w_2, w_3' resp. w_1', w_2, w_3 gegeben sein würden.

Zahlenbeispiel. Gegeben:

$$w_1' = 1; \quad w_2' = -\tfrac{1}{4}; \quad w_3' = \tfrac{1}{2}.$$

Die Hülfswinkel sind

$$\Theta = 10^0\ 39'\ 43' \qquad \varphi = 24^0\ 44'\ 48''$$
$$\omega = 71^0\ 18'\ 54' \qquad \varphi' = 144^0\ 44'\ 48''.$$

Benutzt man φ, so erhält man ein Dreieck mit den Winkeln

$$\left.\begin{array}{l} A_1 = 125^0\ 10'\ 55'' \\ A_2 = 35^0\ 34'\ 35'' \\ A_3 = 19^0\ 14'\ 30'' \end{array}\right\},$$

und in diesem ist

$$w_1' : w_2' : w_3' = 4 : -1 : 2.$$

Benutzt man φ', so erhält man ein Dreieck mit den Winkeln

$$\left.\begin{array}{l} A_1 = 18^0\ 18'\ 3'' \\ A_2 = 140^0\ 16'\ 34'' \\ A_3 = 21^0\ 25'\ 23'' \end{array}\right\},$$

und in diesem ist

$$w_1 : w_2 : w_3' = 4 : 1 : -2.$$

§ 7.

Während die vier Aufgaben der Gruppe II) (vergl. § 1) eine befriedigende algebraische und trigonometrische Lösung zulassen, gilt solches nicht von den Aufgaben der Gruppen I) und III). Über die erste Aufgabe der Gruppe I), bei welcher also die drei Halbierenden w_1, w_2, w_3 der Innenwinkel gegeben sind, hat Herr Dr. Bützberger eine flächentheoretische Untersuchung angestellt. Er fragt nach der Anzahl der Schnittpunkte der drei Flächen vierter Ordnung, welche durch die Gleichungen 1) dargestellt werden und findet, daſs neben 52 singulären Schnittpunkten noch 12 im Endlichen gelegene Schnittpunkte übrig bleiben. Da die eine Hälfte der 12 Schnittpunkte centrisch-symmetrisch zur anderen in Bezug auf den Nullpunkt liegt, so vermutet er, daſs das Problem der w von einer Gleichung sechsten Grades abhängt. —

Ich fand dagegen vor längerer Zeit (vergl. meine Notiz im 35. Jahrg. d. Zeitschr. f. Mathematik u. Physik) für das Verhältnis irgend zweier Dreiecksseiten eine Gleichung zehnten Grades.*) Im Anschluſs an jene Notiz teilte mir Herr R. Blasejewski in Kazan

*) Herr Korselt hat neuerdings diese sehr verwickelte Gleichung explizite dargestellt und mir davon (Februar 1897) Mitteilung gemacht.

brieflich mit, dafs er für den Radius des Innenkreises ebenfalls zu einer Gleichung zehnten Grades gekommen sei.

In der That, bildet man die Verhältnisse der w_i und setzt $x_1 : x_3 = x$, $x_2 : x_3 = y$, so gelangt man zu den Gleichungen zweier Kurven vierter Ordnung, und von den 16 Schnittpunkten dieser Kurven scheiden sich nur 6 singuläre aus. Gleiches gilt natürlich für die übrigen drei Aufgaben der Gruppe I).

Ob die erwähnten Gleichungen zehnten Grades weiter reduzierbar oder algebraisch auflösbar sind, müssen wir jetzt dahin gestellt sein lassen. Jedenfalls bleibt es merkwürdig, dafs eine elementare geometrische Aufgabe solche Schwierigkeiten mit sich bringen kann, und andererseits zeigt doch die gelöste Aufgabe der w_i', wie vorsichtig man sein mufs, dafs man die Schwierigkeiten nicht überschätzt. — Im allgemeinen zeigen sich aber die Aufgaben, bei welchen die Winkelhalbierenden zu den gegebenen Stücken gehören, sehr spröde. So führt z. B. die Aufgabe, bei der die Höhe h_1, die Mittellinie m_2 und die Winkelhalbierende w_3 des Dreiecks gegeben ist, zu einer Gleichung sechsten Grades in x_1. Aber auch solche Gruppierungen enthalten ausnahmsweise einfache Fälle, wie die sehr bekannte und leichte Aufgabe zeigt, bei welcher h_1, m_1 und w_1 vorgeschrieben ist.

Was nun die zwölf Aufgaben der Gruppe III) anlangt, so könnte man irgend eine derselben als Fundamentalaufgabe wählen, etwa die, wenn w_1, w_2, w_1' gegeben ist, denn alle übrigen kommen auf diese zurück. Auch bei dieser Aufgabe wird man auf eine Gleichung zehnten Grades geführt, die folgendermafsen hergestellt werden kann. Nach § 5 ist

$$\text{58)} \qquad \operatorname{tg} \varepsilon_1 = \operatorname{ctg} \frac{A_2 - A_3}{2} = \frac{w_1'}{w_1};$$

daher kennt man die Differenz zweier Dreieckswinkel

$$A_2 - A_3 = 2\vartheta.$$

Setzt man

$$A_2 + A_3 = 2\varphi$$

und bildet mittelst der Gleichungen 3) das Verhältnis $w_1 : w_2$, so ergiebt sich leicht

$$\text{59)} \qquad \sin(\varphi + \vartheta) \cdot \sin \tfrac{1}{2}(3\varphi - \vartheta) = k \sin 2\varphi,$$

wobei k eine bekannte Gröfse, nämlich

$$k = \frac{w_1}{w_2} \cos \vartheta$$

bedeutet. Die Entwickelung der Gleichung 59) nach $\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = z$ liefert schliefslich eine Gleichung zehnten Grades für z.

§ 8.

Da ich die Schwierigkeiten der allgemeinen Aufgabe nicht überwinden konnte, so habe ich vor geraumer Zeit gewisse Sonderfälle in Betracht gezogen und vornehmlich das gleichschenklige und rechtwinklige Dreieck untersucht.

Betrachten wir ein gleichschenkliges Dreieck, bei welchem

$$A_1 = A_2 \quad \text{und also} \quad w_1 = w_2, \quad w_1' = w_2', \quad w_3' = \infty,$$

so kommen nur drei eigentliche Bestimmungsstücke, nämlich w_1, w_3 und w_1' in Frage, von denen zwei als gegeben gelten. Daher handelt es sich um die drei Aufgaben, wo

$$\text{a)}\ w_1,\ w_3; \quad \text{b)}\ w_1',\ w_3; \quad \text{c)}\ w_1,\ w_1'$$

vorgelegt sind, und dementsprechend haben wir zur Bestimmung des Winkels A_1 die Gleichungen

$$60)\quad \text{a)}\ \frac{w_1}{w_3} = \frac{2\cos A_1}{\sin\frac{3}{2}A_1}, \qquad \text{b)}\ \frac{w_1'}{w_3} = \frac{2\cos A_1}{\cos\frac{3}{2}A_1}, \qquad \text{c)}\ \frac{w_1'}{w_1} = \operatorname{tg}\frac{3}{2}A_1.$$

Die Aufgaben a) und b) sind nicht wesentlich von einander verschieden und führen bezüglich $\sin\frac{A_1}{2}$ resp. $\cos\frac{A_1}{2}$ auf cubische Gleichungen. Die dritte ist noch bequemer, denn der Winkel A_1 ergiebt sich hier unmittelbar durch eine Winkeldreiteilung. Daher wird letztere Aufgabe zweckmäfsig gewählt, wenn man beweisen will, dafs das Problem der Winkelhalbierenden nicht mit Hülfe von „Zirkel und Lineal" lösbar ist. Man kann nämlich sagen: Die Aufgabe, bei welcher w_1', w_2, w_3' gegeben ist, kann elementar nicht konstruiert werden, denn sie erfordert im Sonderfall $w_3' = \infty$, womit auch $w_2 = w_1$, die eben bemerkte Dreiteilung; ebensowenig wird mithin die Aufgabe der w_1, w_2, w_3 konstruierbar sein, weil sie mit der anfangs genannten zu derselben Gruppe I) gehört. Herr Korselt teilte mir brieflich mit, dafs er die Unmöglichkeit einer elementaren Konstruktion schon vor längerer Zeit erkannt habe; er erschliefst diese Unmöglichkeit aus der cubischen Gleichung, welche der Aufgabe 60a) entspricht. — Legt man die Aufgabe 60c) zu Grunde, wie wir es thaten, so kann man die cubische Gleichung und den Irreducibilitätsbeweis für selbige umgehen.

Was endlich das rechtwinklige Dreieck anlangt, so sind hier verschiedene, mehr oder weniger einfache Fälle zu unterscheiden. Um die nächstliegenden und zugleich wesentlichsten zu erwähnen, sei gegeben

$$\text{a)}\ w_1,\ w_2; \qquad \text{b)}\ w_1,\ w_3$$

und festgestellt, dafs $A_3 = 90^0$. Setzt man

$$\frac{w_1}{w_2}\cdot 2\sqrt{2}=f,\quad \frac{w_1}{w_3}\cdot 2\sqrt{2}=g.\quad \operatorname{tg}\frac{A_1}{2}=x,$$

so findet man leicht für Fall a)

$$(1+x)(1-x^2)=fx,$$

d. h.

$$x^3+x^2+(f-1)x-1=0;$$

für Fall b)

61) $$(1+2x-x^2)\sqrt{1+x^2}=gx,$$

d. h.

62) $$x^6-4x^5+3x^4-(g^2-3)x^2+4x+1=0.$$

Es ist charakteristisch für das Problem der Winkelhalbierenden, dafs selbst der Sonderfall eines rechtwinkligen Dreiecks zur Bildung einer Gleichung sechsten Grades Anlafs giebt, deren nähere Untersuchung vielleicht nicht ohne Interesse ist und hiermit angeregt sein möge.

Kleinere Mitteilungen.

Zur Lehre von der Schmelzwärme.

Von Dr. H. Thieme in Posen.

In den meisten Schulbüchern der Physik findet man folgende Behauptung: „Wird Schnee oder gestofsenes Eis im warmen Zimmer oder über einer Flamme bis zum Schmelzen erwärmt, so sieht man die Temperatur an einem hineingesteckten Thermometer, wenn dieselbe anfänglich unter 0^0 war, bis zum Schmelzpunkte steigen, dann aber unveränderlich auf diesem Punkte verharren, bis aller Schnee geschmolzen ist“.

Wer den Versuch macht — und heutzutage sollten derartige Behauptungen doch nur auf Grund wirklicher Versuche aufgestellt werden —, findet bald, dafs jene Behauptung den Thatsachen nicht entspricht; die Temperatur des Schmelzwassers steigt sehr bald über den Nullpunkt, wenn noch recht viel Schnee vorhanden ist.

Jeder Fachmann weifs allerdings, dafs nur der (ungeschmolzene) Schneerest die Temperatur 0^0 beibehält; das sollte aber auch in der Darstellung klar gesagt sein, und die Schüler sollten nicht überflüssiger Weise irre geführt werden.

Der Versuch in der hier angegebenen Form ist überhaupt nicht sehr überzeugend für den Nachweis der Schmelzwärme; klarer ist der Nachweis durch Mischungsversuche. Das Gemisch zweier gleicher Wassermengen von verschiedenen Temperaturen zeigt die

Mitteltemperatur, das Gemisch von Eis und heifsem Wasser zeigt eine Temperatur, die weit unter der Mitteltemperatur liegt. Also ist zur Verwandlung von Eis in Wasser Wärme erforderlich. An dem Versuch der Überschmelzung mit unterschwefligsaurem Natron läfst sich dann die Umkehrung der Erscheinung nachweisen.

Für die Unterstufe des physikalischen Unterrichts genügen diese qualitativen Versuche; für die Oberstufe tritt als Ergänzung die quantitative Bestimmung der Schmelzwärme hinzu.

In Sachen des Rechenstabes.

Von Dr. Carl Heinr. Müller, Oberlehrer zu Frankfurt a. M.

Der Wiederabdruck des Aufsatzes von Prof. Dr. von der Heyden in Essen aus Jahrg. III dieser Zeitschrift (im 8. Hft. des vor. Jahrg.) veranlafst mich zu folgenden Zeilen. Dafs der Rechenstab in den französischen höheren Schulen längst in Gebrauch ist, war mir wohl bekannt, dagegen habe ich ganz übersehen, dafs schon vor beinahe 25 Jahren in ds. Ztschr. der Vorschlag gemacht worden ist, auch an deutschen Schulen die Einführung des logarithmischen Stabrechnens zu betreiben. Da ich nun seit einigen Jahren am hiesigen kgl. Gymnasium den Versuch gemacht habe, die Schüler der oberen Klassen in das graphische Rechnen einzuführen, so genügt wohl eine kurze Notiz in diesen Blättern, um weitere Versuche auf diesem Gebiete anzuregen oder auch anderseits gemachte Erfahrungen zur Veröffentlichung zu veranlassen.

Das graphische Rechnen wird wohl am Besten in Obersekunda dadurch vorbereitet, dafs man arithmetische Gröfsen wie x^2, $\sqrt{x}$, x^3, $\sqrt[3]{x}$, $\log x$ bildlich darstellt. Am interessantesten wird die Darstellung für die goniometrischen Funktionen, namentlich für den Sinus. Ich verweise hier des weiteren auf einen Artikel im „Gymnasium“ VI S. 218. 1888. — Den Hauptschritt thut man dann wohl an der Hand des logarithmischen Rechen-Stabes, wie ihn Dr. Schülke auf S. 18 seiner wichtigen vierstelligen Logarithmentafel giebt. Von hier zum eigentlichen Stabrechnen ist nur noch ein kleiner Schritt. Ich benutze den Rechenstab von A. W. Faber (Preis 11 M). Die beigegebene Anleitung ist sehr ausführlich und für jeden gebildeten Mathematiker verständlich. In die Hände des Schülers übrigens gebe ich nur Kartonstreifen mit den lithographierten Teilungen einfachster Art. Weiter glaube ich vorläufig nicht gehen zu dürfen. Als Zukunftsbild allerdings schwebt mir vor, dafs den Schülern auch die wirklichen Stäbe ev. auf Kosten der betreffenden Anstalt in die Hände gegeben werden sollten. Dieser Schritt wird aber erst dann thunlich erscheinen, wenn überall vierstellige Logarithmen an Stelle der mehrstelligen getreten sind, mit andern Worten, wenn das Gefühl für den Grad der Genauigkeit unserer meisten Rechnungen ein klares und sicheres geworden ist. Bekanntlich entsprechen die vierstelligen Logarithmen einer Genauigkeit, wie sie bei den meisten wissenschaftlichen Arbeiten erforderlich ist, nämlich einer solchen von $^1/_{10000}$ (0,01 %). Will man dann einen Grad herabsteigen, auf $^1/_{1000}$ (0,1 %), so würde gerade der Rechenstab passen. Unsere Techniker wissen recht gut, dafs selbst diese Genauigkeit ausreicht, da sogar die graphische Statik im allgemeinen die Resultate nur auf 1 % genau liefert.

Zum Aufgaben-Repertorium.

(Redigiert von Oberlehrer C. Müsebeck-Waren in Mecklenburg.)

A. Auflösungen.

1473. (Gestellt von Emmerich XXVII$_2$, 110.) $81 = (8+1)^2$. Giebt es noch andere Zahlen, die dem Quadrat ihrer Quersumme gleich sind?

1. Auflösung. Wenn z eine $n$stellige Zahl und s ihre Quersumme ist, so ist $z > 10^{n-1}$ und $s < 10n$. Es kann nun $s^2 = z$ sein, wenn $10^2 n^2 > 10^{n-1}$ oder $n^2 > 10^{n-3}$ ist d. h. $n < 5$. Ist $z = 1000v + 100w + 10x + y = (v + w + x + y)^2 = s^2$, also $s^2 = s + 999v + 99w + 9x$, so folgt $s(s-1) = 9(111v + 11w + x)$; s oder $s-1$ mufs demnach durch 9 teilbar sein, welcher Bedingung keine der Zahlen von 32 bis 35 entspricht, und nur diese Quersummen s sind bei den vierstelligen Zahlen zu berücksichtigen, da $9999 > 36^2$ ist. — Ist $z = 100w + 10x + y = (w + x + y)^2 = s^2$ oder $s^2 - s = 99w + 9x$, so folgt $s(s-1) = 9(11w + x)$. Nun mufs $s < 27$ sein, weil $999 > 27^2$ ist; ferner mufs $s > 10$ sein, weil $s(s-1) \geqq 99$ ist. Da s oder $s-1$ durch 9 teilbar sein soll, so könnte $s = 18$ oder $s = 19$ sein. $s = 18$ würde liefern $2 \cdot 9 \cdot 17 = 9(11w + x)$ oder $11w + x = 34$; $w = 3$, $x = 1$, also $y = 14$, was unmöglich ist. $s = 19$ giebt $11w + x = 38$, also $w = 3$, $x = 5$ und $z = 11$, was ebenfalls unmöglich ist. — Ist $z = 10x + y = (x + y)^2 = s^2$, also $s(s-1) = 9y$, so ist $s = 18$ auszuschliefsen, weil $99 < 18^2$ ist. Es müfste also $s = 9$ oder $s - 1 = 9$ sein. $s = 9$ liefert $x = 8$, $y = 1$, also die Zahl 81; $s - 1 = 9$ würde $x = 10$ ergeben, was unmöglich ist. Mithin ist die obige Frage zu verneinen.

Bermbach (Münstereifel). Emmerich. Haberland. Kotte (Duisburg). Lökle (Stuttgart). Nopper (Karlsruhe). Pilgrim. Rummler. Steckelberg. Tafelmacher (Santjago).

2. Auflösung. Die Quadratzahlen haben in bezug auf 9 als Teiler die Reste 0, 1, 4, 7. Die Reste sind gleich dem Reste der Quersumme in bezug auf 9. Quadriert man die Quersumme, so mufs den Bedingungen der Aufgabe entsprechend der Rest sich reproduzieren; dies ist nur der Fall für die Reste 0 und 1, weil

die Zahlen von der Form $9n + 4$ bez. $9n + 7$, wenn man sie quadriert, bez. die Reste 7 und 4 liefern. Es sind daher nur die Zahlen zu untersuchen, deren Quersumme $\equiv 0$ resp. $\equiv 1 \pmod 9$ ist. Die Quersumme sei $\equiv 0$, die Zahl also das Quadrat eines Vielfachen von 9. Von den zweistelligen Zahlen kommt nur 81 in Betracht. Die höchste Quersumme einer drei- und vierstelligen Zahl ist 36. Man bilde daher die Quadrate von 18 und 27; beide genügen nicht. 5 und 6 stellige Zahlen sind ausgeschlossen, da ihre Quersumme kleiner als 54, ihre Wurzel gröſser als 100 ist. — Die Quersumme sei $\equiv 1$. Von ein- und zweistelligen Zahlen genügt die Zahl 1 der Forderung. Von drei- und vierstelligen Zahlen kommen nur die Zahlen 19 und 28 in Betracht, deren Quadrate 361 resp. 784 sind, sodaſs die Quersummen weder 19 noch 28 ergeben.

Massfeller. Stegemann. Trognitz (Meiningen).

1474. (Gestellt von Emmerich XXVII$_2$, 110.) Alle Zahlen anzugeben, die doppelt so groſs als das Quadrat ihrer Quersumme sind.

Auflösung. Aus $2 \cdot 10^2 n^2 > 10^{n-1}$ oder $2n^2 > 10^{n-3}$ (vergl Nr. 1473) folgt $n < 5$. Ist z vierstellig, so folgt aus $2s^2 = s + 999v + 99w + 9x$ die Gleichung $s(2s-1) = 9(111v + 11w + x)$; $s = 9$, 18 sind ausgeschlossen, weil $s(2s-1) \leqq 999$ ist, auch $s = 36$, weil $9999 > 2 \cdot 36^2$ ist; $s = 27$ liefert $3 \cdot 9 \cdot 53 = 9(111v + 11w + x)$ oder $111v + 11w + x = 159$ d. h. $v = 1$, $w = 4$, $x = 4$, also $y = 18$, was unmöglich ist. Ebenso wenig führen die Werte $2s - 1 = 9, 27, 45, 63$ zu einem Ergebnis. — Ist z dreistellig, so wird $s(2s-1) = 9(11w + x)$; $s = 9$ liefert $11w + x = 17$, also $w = 1$, $x = 6$ und $y = 2$, mithin die Zahl $162 = 2 \cdot 9^2$; $s = 18$ liefert $11w + x = 70$, also $w = 6$, $x = 4$ und $y = 8$, mithin die Zahl $648 = 2 \cdot 18^2$; $s = 27$ ist ausgeschlossen, ebenso $2s - 1 = 9, 18, 36, 54$. $2s - 1$ liefert $11w + x = 42$, also $w = 3$, $x = 9$ und $y = 2$, mithin die Zahl $392 = 2 \cdot 14^2$; $2s - 1 = 45, 63$ liefern keine Ergebnisse. — Ist z zweistellig, so wird $s(2s-1) = 9x$. Dieser Gleichung entspricht nur $2s - 1 = 9$, $s = 5$, $x = 5$, $y = 0$ und es ergiebt sich die Zahl $50 = 2 \cdot 5^2$. Die gefundenen 4 Zahlen sind die einzigen, die der Aufgabe genügen.

Bermbach. Emmerich. Kotte. Lökle. Massfeller. Pilgrim. Rummler. Steckelberg. Stegemann. Tafelmacher. Trognitz. Haberland ähnlich.

Anmerkung. Die gefundenen Lösungen $162 = 2 \cdot 81 = 2(1 + 6 + 2)^2$; $648 = 2 \cdot 324 = 2(6 + 4 + 8)^2$ u. s. w. führen noch auf folgende Beziehungen:

$3 \cdot 81 = 243 = 3(2+4+3)^2 \quad 3 \cdot 324 = 972 = 3(9+7+2)^2$

$4 \cdot 81 = 324 = 4(3+2+4)^2 \quad 4 \cdot 324 = 1296 = 4(1+2+9+6)^2$

$5 \cdot 81 = 405 = 5(4+0+5)^2 \quad 6 \cdot 324 = 1944 = 6(1+9+4+4)^2$

u. s. w.

Tafelmacher.

1475. (Gestellt von Emmerich XXVII$_2$, 110.) $6 \cdot 21 = 126$. Man bestimme alle Paare zusammengehöriger ein- und zweistelliger Zahlen, deren ausgerechnetes Produkt mit den drei Ziffern der Faktoren geschrieben werden.

1. Auflösung. Die dreistellige Zahl $100x + 10y + z$ soll einem der sechs Produkte 1) $x(10y+z)$; 2) $y(10z+x)$; 3) $z(10x+y)$; 4) $x(10z+y)$; 5) $y(10x+z)$; 6) $z(10y+x)$ gleich sein. Aus 1) folgt $(10y+z)(x-1) = 100x$; da aber $10y + z < 100$ und $x - 1 < x$ ist, so ist 1) unmöglich. Ebenso folgen aus 3), 4) und 5) die unmöglichen Gleichungen $(10-z)(10x+y) + z = 0$; $(10-z)(10x-1) + y(10-x) + 10 = 0$; $10x(10-y) + y(10-z) + z = 0$, da die Summe von positiven Gröfsen nicht 0 sein kann. Aus 6) $z(10y+x) = 100x + 10y + z$ folgt $y = \frac{100x - z(x-1)}{10(z-1)}$. Es müfste also $z(x-1)$ durch 10 teilbar sein. Dies kann in drei Fällen eintreten a) wenn $z = 5$ und x eine ungerade Zahl, b) wenn $x = 1$, c) wenn $x = 6$ und z gerade gleich 2λ ist. Im Falle a) wird $y = \frac{19x+1}{8}$, was unmöglich ist, da $y < 10$ sein mufs. Im Falle b) wird $y = \frac{10}{z-1}$; es kann also $z = 6$, $y = 2$, oder $z = 3$, $y = 5$ sein und es ergeben sich die Lösungen $6 \cdot 21 = 126$ und $3 \cdot 51 = 153$. Im Falle c) wird $y = \frac{600 - 10\lambda}{10(2\lambda - 1)} = \frac{60 - \lambda}{2\lambda - 1}$, wo $\lambda \leqq 4$. Nur $\lambda = 4$ liefert einen brauchbaren Wert $y = 8$, also $z = 8$, $x = 6$ und giebt die Lösung $8 \cdot 86 = 688$. Die Untersuchung der Gleichung 2) $y(10z + x) = 100x + 10y + z$ liefert nur $x = 6$, $y = 8$, $z = 8$, also die eben gefundene dritte Lösung, sodafs nur diese drei Lösungen möglich sind.

Beseke. Emmerich. Haberland. Lökle. Pilgrim. Rummler. Steckelberg. Stegemann. Tafelmacher.

2. Auflösung. Das Produkt der Reste der beiden Zahlen in Bezug auf 9 mufs denselben Rest geben, wie die Summe der beiden Zahlen. Es handelt sich daher nur um Zahlenpaare von der Form: $9n$, $9n'$; $9n + 2$, $9n' + 2$; $9n + 3$, $9n' + 6$; $9n + 5$, $9n' + 8$. Zahlenpaare von der Form $9n$, $9n'$ z. B. $9 \cdot 18$; 9, 27; ... genügen nicht der Bedingung der Aufgabe. Von den zweistelligen Zahlen von der Form $9n + 2$, $9n' + 2$ kommen nur die über 50 in Betracht. Da diese aber immer durch Multiplikation mit 2 an der dritten Stelle 1 liefern, sind auch diese ausgeschlossen. Unter den Zahlenpaaren von der Form $9n + 3$, $9n' + 6$ findet man 6 . 21 und $3 \cdot 51$ und unter den Zahlenpaaren von der Form $9n + 5$, $9n' + 8$ findet man $8 \cdot 86$.

Massfeller.

1476. (Gestellt von Emmerich XXVII_2, 110.) $3^2-1^2=(3-1)^3$. Man bestimme die allgemeine Form der ganzen positiven Zahlenpaare, die der Gleichung $x^2-y^2=(x-y)^3$ Genüge leisten.

Auflösung. Nach Abscheidung der Lösung $x=y$ erhält man aus $x+y=(x-y)^2$ sofort $y=x+\frac{1}{2}\pm\frac{1}{2}\sqrt{8x+1}$. Da das Quadrat jeder ungeraden Zahl die Form $8x+1$ hat, so setze man $8x+1=(2p+1)^2$, dann wird $x=\frac{1}{2}p(p+1)$ und $y=\frac{1}{2}p(p+1)+\frac{1}{2}\pm\frac{1}{2}(2p+1)$, also $y_1=\frac{1}{2}(p+1)(p+2)$, $y_2=\frac{1}{2}(p-1)p$. Zwei beliebige aufeinander folgende Trigonalzahlen stellen also die allgemeine Lösung dar. Bezeichnet man diese mit F_n und F_{n-1}, so ist $(F_n)^2-(F_{n-1})^2=(F_n-F_{n-1})^3$, denn da $F_n=\frac{n(n+1)}{1\cdot 2}$ und $F_{n-1}=\frac{(n-1)n}{1\cdot 2}$, also $F_n-F_{n-1}=n$ wird, so ergiebt sich $(F_n)^2-(F_{n-1})^2=\frac{1}{4}(n^2(n+1)^2-n^2(n-1)^2)=n^3$.

Bermbach. Beseke. Emmerich. Hellmann. Kotte. Lökle. Massfeller. Pilgrim. Ritjen. Rummler. Steckelberg. Stegemann. Stoll. Tafelmacher. Troegitz.

1477. (Gestellt von v. Frank, XXVII_2, 110.) Ein Dreieck mit der Grundlinie c und den Seiten a und b ist in ein anderes Dreieck zu verwandeln, welches dieselbe Grundlinie und dieselbe Höhe besitzt, dessen Seiten a' und b' in dem gleichen Verhältnis stehen wie a und b d. h. $a':b'=a:b$.

1. Analysis. Die zu suchende Spitze C' liegt auf dem apollonischen Kreise, welcher die Grundlinie $AB=c$ des Dreiecks ABC im Verhältnis $a:b$ teilt, und auf der Parallelen durch C zu AB.

Beseke. Fuhrmann. Haberland. Isak Lökle. Massfeller. Pilgrim. Ritjen. Rummler. Sievers. Steckelberg. Stegemann. Stoll. Tafelmacher. Troegitz.

2. Analysis. C und C' haben von der Mittelsenkrechten zu AB die Entfernung x und x' und h sei die Höhe zu c, dann ist
$a^2=\left(x+\frac{c}{2}\right)^2+h^2$, $b^2=\left(x-\frac{c}{2}\right)^2+h^2$; $a'^2=\left(x'+\frac{c}{2}\right)^2+h^2$, $b'^2=\left(x'-\frac{c}{2}\right)^2+h^2$. Da nun $\left(\frac{a}{b}\right)^2=\left(\frac{a'}{b'}\right)^2$ sein soll, so folgt

$$\frac{\left(x+\frac{c}{2}\right)^2+h^2}{\left(x-\frac{c}{2}\right)^2+h^2}=\frac{\left(x'+\frac{c}{2}\right)^2+h^2}{\left(x'-\frac{c}{2}\right)^2+h^2},$$

woraus sich $x\cdot x'=s^2$ ergiebt, wenn $\left(\frac{c}{2}\right)^2+h^2=s^2$ gesetzt wird.

Noppe.

Anmerkung. Bei inhaltsgleichen Dreiecken von gleicher Grundlinie (c) und Höhe (h) liegt das Verhältnis der beiden andern

Seiten zwischen $\frac{h}{s-\frac{c}{2}}$ und $\frac{h}{s+\frac{c}{2}}$, wo s der Schenkel des zugehörigen inhaltsgleichen gleichschenkligen Dreiecks ist. Noppel.

1478. (Gestellt von v. Jettmar XXVII$_2$, 110.) Wie grofs ist der Durchmesser des Um- und Inkreises jenes gleichschenkligen Trapezes mit den Parallelseiten a und b, welches zugleich Sehnen- und Tangentenviereck ist?

Auflösung. Das Trapez sei $ABCD$, $AB = a$, $CD = b$; DE sei das von D auf AB gefällte Lot, r der Radius des Umkreises, ϱ der des Inkreises. Da $ABCD$ ein Tangentenviereck ist, so ist $AD = BC = \frac{1}{2}(a+b)$, also $2\varrho = DE = \sqrt{AD^2 + AE^2}$ $= \sqrt{\frac{1}{4}(a+b)^2 + \frac{1}{4}(a-b)^2} = \sqrt{ab}$. Ist M der Mittelpunkt des Umkreises und F die Mitte von AC, so ist $\triangle ADE \sim AMF$, also $DE : DA = \frac{1}{2}AC : r$ oder $2r = \frac{AD \cdot AC}{DE}$ $= \frac{1}{2}\frac{(a+b)\sqrt{ab + \frac{1}{4}(a+b)^2}}{\sqrt{ab}} = \frac{a+b}{4}\sqrt{\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 6}$. Diese Relationen ergeben sich ebenso einfach durch Einführung trigonometrischer Funktionen.

Bermbach. Beseke. Bohm (Bremen). Fuhrmann. Haberland. Hellmann. Isak. v. Jettmar. Knops (Essen). Kotte. Lökle. Lukácsi. Massfeller. Noppel. Pilgrim. Ritjen. Rulf (Wien). Rummler. Steckelberg. Stegemann. Stoll. Tafelmacher. Troegnitz.

1479. (Gestellt von v. Jettmar XXVII$_2$, 110.) Wie grofs ist der Durchmesser des Um- und Inkreises jenes Deltoids mit den Seiten a und b, welches zugleich Sehnen- und Tangentenviereck ist?

Auflösung. Das Deltoid sei $ABCD$, $AB = AD = a$, $BC = DC = b$; O sei der Mittelpunkt des Inkreises, OE und OF seien die nach AB und BC gezogenen Berührungsradien. Da $\sphericalangle ABC = ADC = 1R$ ist, so ist $2r = AC = \sqrt{a^2 + b^2}$. Ferner hat man Deltoid $ABCD = \varrho(a+b) = ab$ oder auch $OE : EA = CF : FO$ d. h. $\varrho : (a-\varrho) = (b-\varrho) : \varrho$, woraus $2\varrho = \frac{2ab}{a+b}$ folgt.

Beseke. Fuhrmann. Haberland. Hellmann. Isak. v. Jettmar. Knops. Kotte. Lukácsi. Lökle. Massfeller. Noppel. Pilgrim. Ritgen. Rulf. Rummler. Steckelberg. Stegemann. Stoll. Tafelmacher. Troegnitz.

1480. (Gestellt von Stoll XXVII$_2$, 110.) Zieht man in einem Dreieck ABC die Winkelgegentransversalen AP und AQ, so schneiden sich die Umkreise der Dreiecke ABP und ACQ in dem durch A gehenden Apollonischen Kreise.

1. Beweis. Die Dreiecke ABC und APQ haben den Kreis des Apollonius gemeinsam, welcher von dem Umkreis des Dreiecks

ABP in S geschnitten wird. Schneidet die Winkelhalbierende des Winkels CAB die Seite CB in D, so halbiert SO sowohl $\sphericalangle BSC$, als auch QSP; es ist daher $\sphericalangle BSP = CSQ$. Da der Peripheriewinkel über CQ in dem Umkreis von AQC gleich dem Peripheriewinkel über BP in dem Umkreis von ABP sein mufs, so liegt Punkt S auch auf dem Kreise um ACQ. Beseke. Massfeller.

2. Beweis. Es ist $\sphericalangle BSP = CSQ$. Die Grundlinien zweier Dreiecke von gleicher Höhe und gleichem Winkel an der Spitze verhalten sich wie die Produkte der beiden andern Seiten. Mithin verhält sich $BP : CQ = SB \cdot SP : SC \cdot SQ = AB \cdot AP : AC \cdot AQ$ und $BQ : CP = SB \cdot SQ : SC \cdot SP = AB \cdot AQ : AC \cdot AP$, woraus durch Multiplikation $SB^2 : SC^2 = AB^2 : AC^2$, also die Behauptung folgt. Emmerich.

3. Beweis. Ist M der Mittelpunkt des durch A und D gehenden Apollonischen Kreises, X ein beliebiger Punkt dieses Kreises, so ist $\triangle MBX \sim MCX$, daher $\sphericalangle XMC = XBC - XCB$ und $\sphericalangle XAD = \frac{1}{2}(XBC - XCB)$. Umgekehrt liegt jeder Punkt X, für den die letzte Gleichung besteht auf dem Kreise um M. Da nun $\sphericalangle DAP = DAQ$ ist, so folgt, wenn $AC > AB$ ist, $\sphericalangle SAD = \frac{1}{2}(SAP - SAQ) = \frac{1}{2}(SBC - SCB)$. Mithin ist S ein Punkt des Kreises um M. Stegemann.

4. Beweis. Die Tangenten in B und C an die Kreise ABP resp. ACQ schneiden sich in T, dann ist $\sphericalangle TBC = TCB$, da $\sphericalangle PAB = QAC$ ist, also $BT = CT$. T liegt demnach als Punkt gleicher Potenz der Kreise ABP und ACQ auf der Verlängerung der gemeinsamen Sehne AS. Der Kreis um T mit BT ist der gemeinschaftliche Apollonische Kreis zu den Dreiecken ASB und ASC, es verhält sich also $AB : BS = AC : CS$ oder $AB : AC = BS : CS$. S liegt also auf dem durch A gehenden Apollonischen Kreise. Haberland.

5. Beweis. AS, BS, CS mögen den Umkreis in X, Y, Z treffen. Der Bogen XY besteht aus XC und CY und es ist $\sphericalangle CBY = PAS$, also $\sphericalangle XAY = PAC$. Ebenso besteht der Bogen XZ aus XB und BZ. Es ist $\sphericalangle BCZ = SAQ$, also $\sphericalangle ZAX = QAB$. Da $\sphericalangle PAC = QAB$ ist, so folgt Bogen XY = Bogen XZ. Fällt man nun von S die Lote SX', SY', SZ' auf die Seiten BC, CA, AB, so ist $\triangle X'Y'Z' \sim XYZ$. Da Sehne $XY = XZ$ ist, ist auch $X'Y' = X'Z'$. Ferner sind $BX'SZ'$ und $CX'SY'$ Sehnenvierecke, also $XZ' = SB \sin\beta$, $X'Y' = SC \sin\gamma$, daher verhält sich $SB : SC = c : b$, also liegt S auf dem Apollonischen Kreise. Fuhrmann.

6. Beweis. Schneiden die Kreise ABP und ACQ um O_1 und O_2 die Strecke $O_1 O_2$ bez. in E und F und treffen sich BE

und CF in G, so läfst sich zeigen, dafs $\sphericalangle\ EFG = GBC$, also $\triangle\ EFG \sim GBC$ ist. Daraus folgt, dafs G ein Punkt der Chordale AS der Kreise um O_1 und O_2 ist, und da $\sphericalangle\ ABG = GBS$ und $\sphericalangle\ ACG = GCS$ ist, so folgt $AB : BS = AC : CS$, also die Behauptung.

Pilgrim.

Hellmann beweist, dafs die Punkte P, B, C, Q und die Schnittpunkte der Halbierungslinie von $\sphericalangle\ BAC$ auf BC eine Involution bilden und Stoll zeigt, dafs, wenn man aus den Gleichungen der Kreise ABP und ACQ den Winkel $BAP = CAQ$ eliminiert, dann die Gleichung des durch A gehenden Apollonischen Kreises erhält.

1481. (Gestellt von Stoll XXVII$_2$, 110.) Verlängert man die von A ausgehende Höhe des Dreiecks ABC, bis sie den Umkreis zum zweiten Mal in A' schneidet, verbindet A' mit dem Mittelpunkt m von BC und verlängert $A'm$ bis zum zweiten Schnittpunkt F mit dem Umkreis, so ist AF der zu AO konjugierte harmonische Strahl in Bezug auf AB und AC, wobei O den Mittelpunkt des Umkreises bedeutet.

1. Beweis. Die Punkte B, C, m und der unendlich ferne Punkt der Geraden BC bilden eine harmonische Punktreihe. Ist nun O' der Punkt, in dem AO den Umkreis schneidet, so ist $O'A'$ parallel BC, weil Bogen BO' = Bogen CA' ist; mithin ist das Strahlenbüschel $A'(BmCO') = A'(BFCO')$ harmonisch, also auch das Strahlenbüschel $A(BFCO')$.

Emmerich. Fuhrmann. Hellmann. Pilgrim. Rulf. Stoll.

2. Beweis. Da $\triangle\ A'mC \sim BmF$ und $\triangle\ A'mB \sim CmF$ ist, so verhält sich $CA' : BF = mA' : mB$ und $mA' : mC = A'B : CF$, also $CA' : A'B = BF : CF$ und $\frac{CA'}{2r} : \frac{A'B}{2r} = \frac{BF}{2r} : \frac{CF}{2r}$ oder $\sin A'AC : \sin A'AB = \sin BAF : \sin CAF$ oder $\sin BAO : \sin CAO = \sin BAF : \sin CAF$ d. h. $A(BOCF)$ ist ein harmonisches Büschel.

Massfeller. Steckelberg. Stegemann. Besser und Haberland ähnlich.

1482. (Gestellt von Stoll XXVII$_2$, 111.) S und S' seien die Scheitel, M der Mittelpunkt einer Hyperbel; durch S seien Parallelen zu den Asymptoten gezogen, die Schnittpunkte einer Sekante mit diesen Parallelen und mit der Hyperbel sollen bezüglich A und A', H und H' heifsen. a) Geht die Sekante von M aus, so ist $MA \cdot MA' = MH^2 = MH'^2$; b) geht sie von S' aus, sodafs H' mit S' zusammenfällt, so ist $S'A + S'A' = 2S'H$. Beide Sätze liefern Methoden, eine Hyperbel zu konstruieren; besonders einfach gestaltet sich die Konstruktion bei Anwendung des Satzes b).

1. Beweis. Die Gleichung der Hyperbel sei $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$; dann sind die Gleichungen der zu den Asymptoten parallelen Geraden $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ und $\frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 1$.

a) Eine durch M gehende Sekante hat die Gleichung $y = \lambda x$; man erhält als Abscissen der Punkte A, A', H bez. $\frac{ab}{b+\lambda a}$, $\frac{ab}{b-\lambda a}$, $\frac{ab}{\sqrt{b^2-\lambda^2 a^2}}$. Daraus folgt die Behauptung.

b) Eine durch S' gehende Sekante hat die Gleichung $y = \lambda(x+a)$; man erhält daher als Ordinaten der Punkte A, A', H bez. $\frac{2\lambda ab}{b+\lambda a}$, $\frac{2ab}{b-\lambda a}$, $\frac{2\lambda ab^2}{b^2-\lambda^2 a^2}$, woraus sich die Behauptung ergiebt.

HABERLAND. LÖKLE. STEGEMANN. TROGNITZ. HELLMANN. PILGRIM. STOLL ähnlich mit Benutzung von Polarkoordinaten.

2. Beweis. a) Die Parallelen durch S zu den Asymptoten seien L_1 und L_2 und mögen von der Sekante durch M in X und Y getroffen werden. Ergänzt man $\triangle SXY$ zu dem Parallelogramm $SXHY$, so ist bekanntlich H ein Punkt der Hyperbel. MH schneide L_1 in A und L_2 in A'; da $HY \parallel L_1$, so verhält sich $MA : MH = MX : MY$ und da $HX \parallel L_2$, so verhält sich $MA' : MH = MY : MX$. Multipliziert man die beiden Proportionen, so folgt $MA \cdot MA' = MH^2$.

b) Verbindet man S' mit H, so erhält man auf L_1 und L_2 die Schnittpunkte a und a'. Zieht man in dem Parallelogramm $SXHY$ die zweite Diagonale SH, so schneidet diese die erste in O und da $SO = OH$, $SM = MS'$ ist, so ist $S'H \parallel MO$, also $aH = Ha'$.

RULF. MASSFELLER ähnlich.

1483. (Gestellt von Bökle XXVII_2, 111.) Es ist eine Schaar hyperbolischer Cylinder gegeben mit gemeinsamen Asymptotenebenen. Man drehe diese Schaar und bestimme die Schnittkurve jedes Cylinders in der neuen Lage mit dem der ursprünglichen. Welche Fläche erfüllen diese Schnittkurven?

Auflösung. Die Ebenen des ersten Paares seien $E_1 = 0$ und $E_2 = 0$ in der Normalform, die des zweiten Paares $E_3 = 0$ und $E_4 = 0$ nach der Verschiebung. Dann ist die Gleichung eines der Cylinder $E_1 \cdot E_2 = k$ und des entsprechenden nach der Verschiebung $E_3 \cdot E_4 = k$, somit gilt für die Schnittkurve $E_1 E_2 - E_3 E_4 = 0$. Dies ist aber die Gleichung einer Fläche zweiter Ordnung.

Ist $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ die Gleichung der Direktrix eines der Cylinder und die z-Achse parallel der erzeugenden Geraden, so ist die Gleichung der um den Winkel φ gedrehten Hyperbel $\frac{(x\cos\varphi - y\sin\varphi)^2}{a^2} - \frac{(y\cos\varphi + x\sin\varphi)^2}{b^2} = 1$. Da die Asymtotenebenen der Schaar gemeinsam sind, so ist $\frac{b}{a}$ konstant. Setzt man

$\frac{b}{a} = k$, so geben obige Gleichungen durch Elimination von a als Kurve der Schnittpunkte beider Hyperbeln $x^2 - y^2 + 2xy \operatorname{cotg} \varphi = 0$.

Bökle. Lökle. Pilgrim.

1484. (Gestellt von Miorini XXVII$_2$, 111.) Der Krümmungsmittelpunkt für den Hauptscheitel eines Kegelschnitts ist der Pol der Scheiteltangente in Bezug auf den Brennpunktskreis (d. h. jenen mit dem Kegelschnitte konzentrischen Kreis, der durch die Brennpunkte geht). Wie gestaltet sich die Sache für den Nebenscheitel der Ellipse?

Auflösung. Ist $\frac{x^2}{a^2} \pm \frac{y^2}{b^2} = 1$ die Gleichung eines centrischen Kegelschnitts, so ist, wenn ξ die Abscisse des Krümmungsmittelpunktes für den Hauptscheitel bezeichnet $\xi = \frac{a^2 \mp b^2}{a} = \frac{e^2}{a}$, mithin $a\xi = e^2$, woraus die Behauptung folgt. Für den Nebenscheitel einer Ellipse hat man, wenn η die Ordinate des Krümmungsmittelpunktes bezeichnet $\eta = -\frac{a^2 - b^2}{a} = -\frac{e^2}{b}$, mithin $-b\eta = e^2$ d. h. der Krümmungsmittelpunkt für den einen Nebenscheitel einer Ellipse ist der Pol der anderen Nebenscheiteltangente in Bezug auf den Brennpunktkreis. Isak. Noppen. Pilgrim. Steckelberg. Stegemann. Stoll.

1485. (Gestellt von Rulf XXVII$_2$, 111.) Betrachtet man die Mittelpunkte paralleler Kreissehnen als die Mittelpunkte von Kreisen, welche die nach den Endpunkten der Sehnen gehenden Radien berühren, so schneiden diese Kreise die zugehörigen Sehnen in den Punkten einer achterförmigen Kurve bei welcher die eingeschlossene Fläche $\frac{4}{3}$ vom Quadrat des Halbmessers beträgt.

Beweis. Die Gleichung des Kreises sei $x^2 + y^2 = r^2$. Eine beliebige zur Abscissenachse senkrechte Sehne AB schneide die Abscissenachse in C und habe vom Mittelpunkte die Entfernung $MC = x_1$. Von C aus sei auf MA das Lot CD gefällt und auf CA sei $CP = CD$ abgetragen. Dann sind die Koordinaten von

$$P: x = MC = x_1;\ y = CP = CD = \frac{MC \cdot CA}{MA} = \frac{x_1\sqrt{r^2 - x_1^2}}{r},$$

also ist die Gleichung des Ortes von $P: r^2y^2 = x^2(r^2 - x^2)$. Die Fläche MCP ist $\int\limits_0^x \frac{x\sqrt{r^2 - x^2}}{r} \cdot dx = \frac{r^3 - \sqrt{(r^2 - x^2)^3}}{3r}$. Ist E der Endpunkt des durch C gehenden Radius, so findet man für $x = ME = r$ Fläche $MEP = \frac{1}{3}r^2$, mithin ist die ganze eingeschlossene Fläche $\frac{4}{3}r^2$.

Bohm. Hellmann. Lökle. Massfeller. Noppen. Pilgrim. Ritjen (Schlettstadt). Steckelberg. Stegemann.

Zusätze. 1) Die Normalen in den Punkten dieser Kurve zu den parallelen Sehnen schneiden die zugehörigen Radien des Urkreises in den Punkten zweier Kreise $\left(\text{Radius } \frac{r}{2}\right)$.

2) Verlängert man die Fahrstrahlen ϱ der Lemniskate mit der Achse r um $\varrho \operatorname{tg} \varphi^2$, so erhält man die obige Kurve (ϱ und φ Polarkoordinaten).

Noppel.

1486. (Gestellt von Kleiber XXVII$_2$, 111.) Ein leuchtender Punkt von der Intensität i. N. K.*) befindet sich a Meter weit von einer homogenen ebenen Wand, welche p % des empfangenen Lichtes zurückstrahlt. Um die Verteilung der Helligkeit zu studieren, errichte man in jedem Punkte der Wand eine zu ihr senkrechte Ordinate gleich der an der Stelle herrschenden Helligkeit (in M. K.)*) a) Welches ist die Gleichung der Fläche? b) Welches ist der Rauminhalt des von Wand und Fläche begrenzten Körpers? c) Welches ist der Inhalt des Ordinatenraumes über einem von zwei Parallellinien begrenzten Wandstreifen von der Breite s, wenn dessen Mittellinie von der Lichtquelle die Entfernung E besitzt?

Auflösung. a) Die Entfernung eines Punktes P der Ebene von der Lichtquelle sei d, der Einfallswinkel α, sodaſs $\cos\alpha = \frac{a}{d}$ ist. Die Menge des den Punkt P treffenden Lichtes ist $\frac{i}{d^2}\cos\alpha = \frac{ia}{d^3}$ und es wird hiervon $\frac{p}{100}\cdot\frac{ia}{d^3}$ reflektiert. Nimmt man die von dem leuchtenden Punkte auf die Ebene gefällte Senkrechte zur z-Achse, zwei durch ihren Fuſspunkt gehende Senkrechte zur x- resp. y-Achse, so lautet die Gleichung der Fläche $z = \frac{pi}{100}\cdot\frac{a}{(a^2+x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}}$ oder $z^2(a^2+x^2+y^2)^3 = \left(\frac{pia}{100}\right)^2$. Diese Fläche hat die Gestalt eines umbo, sie senkt sich von der Spitze in konkaver Böschung allmählich zur Wand herab, die sie nie erreicht, sodaſs die Wand die Asymptotenebene dieser Fläche ist.

b) Zur Berechnung des Volumens V setze man $x^2+y^2=r^2$, dann wird

$$V = \int_0^\infty \frac{pia\cdot 2\pi r dr}{100\,(a^2+r^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{pia\cdot 2\pi}{100}\left[-\frac{1}{(a^2+r^2)^{\frac{1}{2}}}\right]_0^\infty = \frac{pi\cdot 2\pi}{100},$$

also unabhängig von a.

c) Der Streifen laufe parallel zur x-Achse, der Abstand seiner Mittellinie vom Koordinatenanfangspunkte sei e, dann erhält man

) Vergl. XXVII$_2$, 111. Anmerkung.

$$V = \frac{pia}{100}\int\limits_{e-\frac{s}{2}}^{e+\frac{s}{2}} dy \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(a^2+x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{pia}{100}\int\limits_{e-\frac{s}{2}}^{e+\frac{s}{2}} \frac{2dy}{a^2+y^2}$$

$$= \frac{2pia}{100}\cdot\frac{1}{a}\left[\operatorname{arc\,tg}\frac{y}{a}\right]_{e-\frac{s}{2}}^{e+\frac{s}{2}} = \frac{2pia}{100}\cdot\frac{1}{a}\,\delta,$$ wo δ den Winkel in Bogenmaſs bedeutet, den die vom Lichtpunkte auf die Randlinie des Streifens gefällten Senkrechten einschlieſsen. Die Resultate b) und c) lieſsen sich voraussehen, denn das von der Ebene und der in der Aufgabe konstruierten Fläche begrenzte Volumen stellt die von der Lichtquelle ausgehende Lichtmenge, gemessen in M. K. dar, ist also gleich der Fläche der Einheitshalbkugel i, wenn man die Absorption vernachlässigt.

Franz. Lökle. Massfeller. Pilgrim. Steckelberg. Stoll.

NB. Die Abteilung B („Neue Aufgaben") konnte diesmal fortbleiben, da noch eine groſse Anzahl derselben zur Bearbeitung vorliegen. Abteilung C dagegen muſste wegen Raummangel, um die Mitteilung von Quensen zum Abschluſs zu bringen, zurückgestellt werden.

D. Red. d. Z.

Briefkasten zum Aufgaben-Repertorium.

Lösungen sind eingegangen von Böhmländer (Memmingen) 1548. 1550a. 1554. Bücking 1552—1554. 1558. Fuhrmann 1550. 1552. 1555—1558. Haberland 1489. 1511. 1541. 1543. Lökle 1545. 1546. 1548—1558. Pilgrim 1526—1532. 1538—1544. Stegemann 1545. 1546. 1548. 1550. 1552—1558. Stoll 1545. 1546. 1548—1550. 1553. 1554. 1558. Trognitz 1548. 1550. 1552. 1556.

Neue Aufgaben haben eingesendet: a) mit Lösung: Bücking (2). v. Dalwigk (Marburg a. L.) (1). v. Jettmar (1). Stoll (7). b) Ohne Lösung: Bücking (2). Fuhrmann (2). Haberland (3).

Bei Schluſs dieser Abteilung waren bei der Red. d. Z. noch eingelaufen Auflösungen: Eckhardt (Ems) 1511—1515. 1545—1546. 1548—1552. Haberland 1513a. 1548. 1550. 1552. Pilgrim (Ravensburg) 1545—1558.

Berichtigungen.

Heft 2, S. 103 Z. 2 v. u. ist zu lesen: des Mittelpunkts des Umkreises des Dr. — S. 102 in Aufgabe Nr. 1562 muſs es heiſsen vierfachen (Quadratsumme) statt dreifachen.

Die mathematischen Aufgaben bei den Ostern 1893, Herbst 93 und Ostern 94 abgehaltenen Abschlufs- bezw. Reifeprüfungen an Realgymnasien und Realprogymnasien in Preufsen.

Zusammengestellt von Dr. Quensen in Gandersheim.

(Fortsetzung und Schlufs von Heft 2, S. 111.)

II.

Aufgaben aus der elementaren Körperberechnung.

Da die Anzahl derselben sehr grofs ist, so würde eine wörtliche Anführung zu weit gehen; ich will sie deshalb in möglichst abgekürzter Form geben. Die Verteilung der Aufgaben auf die einzelnen Körper ist folgende: Kegel 32, Pyramide 23, Prisma 15, Cylinder 14, Kugel 11, Würfel 2, Tetraeder 2, Pyramidenwürfel 1: in den übrigen 33 Aufgaben kommen je zwei oder drei Körper vor.

Pyramide.

Gerade regelmäfsige dreiseitige Pyramide: 1) Geg. Grundkante $a = 0{,}925$ m, $h = 27{,}583$ m, ges. Inhalt I; 2) geg. $a = 12$ cm, Seitenkante $b = 21$ cm, ges. I und Oberfläche O; 3) geg. $h = 2{,}5$, ϱ des Grunddreiecks $= 1{,}5$, ges. I. 4) Gerade dreiseitige Pyramide mit den Grundkanten $a = 24$ cm, $b = 40$ cm, $c = 32$ cm und $h = 84$ cm, ges. I. Gerade regelmäfsige vierseitige Pyramide 5) geg. $a = 16{,}45$ m, Höhe der Seitenflächen $p = 9{,}7856$ m, ges. I; 6) und 7) geg. $a = 32$ m, $p = 28{,}1$ m, ges. I; 8) geg. $a = 3{,}5$ m, $b = 5{,}5$ m, ges. I und der Neigungswinkel ε der Seitenfläche gegen die Grundfläche; 9) $h = 12$ cm, $\varepsilon = 53^\circ 7' 48''$, ges. I und O; 10) $a = b = 15$ cm, I ges. 11) Eine quadratische Steinpyramide, deren Höhe sich zur Grundfläche wie $3 : 7$ verhält, wiegt bei 2,6 spez. Gew. 920 kg, ges. a, b, ε und Winkel zwischen Seitenkante und Grundkante.

Gerade regelmäfsige sechsseitige Pyramide: 12) $a = 8$ cm, $h = 15$ cm, ges. I und b; 13) $a = 10{,}5$ cm, $h = 30$ cm, ges. b; 14) a, h, ges. I und O; 15) $a = 6{,}8$ cm, $h = 14{,}6$ cm, ges. I, b, ε; 16) Turmspitze, $a = 2{,}43$ m, ges. die Höhe der Seitenfläche, wenn die Schieferbekleidung 1020,60 Mk. bei 7 Mk. für 1 qm kostet. 17) Wie teuer ist eine sechsseitige gerade regelmäfsige Pyramide aus Gold, wenn $a = 2$ cm, $b = 6$ cm, das kg Gold 2700 Mk. wert ist und das spez. Gew. desselben 19,32 ist? 18) Ges. der Inhalt einer geraden Pyramide mit regelmäfsigem Zehneck als Grundfläche, wenn $a = 8$ cm, $b = 24$ cm ist. 19) Ges. r der Grundfläche, a und b einer regelmäfsigen zwölfseitigen Pyramide, wenn $h = 4$ cm, $I = 36$ cm ist. 20) Eine Pyramide wiege $n = 1000$ mal so viel als ihre $h = 2$ m hohe Spitze, ges. die Höhe der Pyramide. 21) Eine abgestumpfte quadratische Pyramide aus Granit wiege $p = 11\,338$ kg, ihre Höhe sei $h = 2{,}5108$ m, die untere Kante $a = 1{,}5693$ m*); wie grofs ist die obere Kante a_1, wenn das spez. Gew. des Granits $s = 2{,}6$ ist? 22) Pyramidenstumpf mit rechteckigen Grundflächen, $h = 15$ m, $a = 14$ m, $b = 12$ m, $a_1 = 2{,}1$ m, ges. I. 23) Pyramidenstumpf mit regelmäfsigen Sechsecken als Grundflächen, $a = 14$ cm, $a_1 = 2{,}37$ cm, $h = 15$ cm, ges. I.

Prisma:

Rechtecker:**) 1) Die Seitenflächen haben den Inhalt 22 qcm, 24 qcm, 33 qcm, ges. I, die Kanten a, b, c, die Diagonale d; 2) und 3) Diagonal-

*) Man sehe unsere obige Anm. Heft 2, S. 108. D. Red.

**) Kurzer Name für „rechtwinkliges Parallelepipedon", der angeblich jetzt vielfach angewendet wird. D. Red.

ebene ein Quadrat von 100 qm (bez. 37^2 qm), $a : b = 3 : 4$ (bez. $= 5 : 7$), ges. I und O; 4) Diagonalebenen 75 qcm, 117 qcm, $12\sqrt{106}$ qcm, ges. a, b, c, O, I. 5) Ein rechteckiger Saal hat die Kanten 6 m, 7,50 m, 4 m; wieviel Luft kommt auf jede von 18 sich in demselben befindenden Personen? 6) Wie teuer ist ein prismatischer Balken, wenn $a = 0{,}35$ m, $b = 0{,}30$ m, $c = 9{,}50$ m ist und 1 cdm seines Holzes 0,02 Mk. kostet? 7) Ein Rechtecker aus Tannenholz ($a = 15{,}2$ cm, $b = 6{,}5$ cm, $c = 20$ cm) sinkt im Wasser 17,8 cm ein; ges. das spez. Gew. des Holzes. 8) Eine Mauer ($a = 20$ m, $b = 2{,}60$ m, $c = 0{,}60$ m) soll aus gebrannten Ziegeln ($a_1 = 25$ cm, $b_1 = 12$ cm, $c_1 = 6{,}5$ cm) hergestellt werden; auf den Mörtel rechnet man 20 % des Rauminhaltes der Mauer. Wie viel Ziegelsteine sind erforderlich? 9) Dreiseitiges regelmäfsiges Prisma mit $a = 181$, $h = 126$, ges. I. 10) Wieviel Gramm wiegt ein gleichseitiges Flintglasprisma ($a = 3$ cm, $h = 7$ cm), wenn das spez. Gew. des Flintglases 3,45 ist? 11) Ein gerades dreiseitiges Prisma, dessen Kanten sämtlich $a = 14$ cm sind, ist durch eine Ebene, die durch eine Grundkante geht und mit der Grundfläche einen Winkel $\varepsilon = 26^0 33' 35''$ bildet, in zwei Teile geteilt. Wie grofs ist jeder Teil? 11) Welchen Inhalt hat eine regelmäfsige sechsseitige Säule, wenn $a = 4$ cm, $h = 10$ cm ist? 13) Ges. h und O einer regelmäfsigen fünfseitigen Säule, wenn $a = 0{,}75$ m und $I = 24$ cbm ist. 14) Ges. O und I eines geraden Prismas, dessen Seitenkante $d = 4$ m und dessen Grundfläche ein gleichschenkeliges Trapez mit den parallelen Seiten $a = 7{,}2$ m, $b = 2{,}2$ m und der nicht parallelen $c = 6{,}5$ m ist. 15) Welchen Wert hat eine massiv goldene Säule von der Höhe $h = 15$ cm, wenn der Radius des der regelmäfsigen neunseitigen Grundfläche umschriebenen Kreises $r = 5$ cm ist, wenn 1 kg Gold 2790,90 Mk. wert und das spez. Gew. des Goldes 19,266 ist?

Cylinder.

1) $r = 6{,}3$ cm, $h = 11{,}7$ cm, ges. O und I. 2) Ges. r, wenn $h = 2r$ und $I = 35$ cbm ist. 3) Wie viel Liter fafst ein Hohlcylinder, wenn $h = 30$ cm, $2r = 12$ cm ist? 4) $O = 1000$ qcm, $r = 10$ cm, ges. I 5) Achsenschnitt ein Rechteck mit dem Inhalt $F = 50{,}4625$ qcm, $h = 10$ cm, ges. O. 6) Gewicht eines Eisencylinders ist p g, seine Höhe h cm; wie grofs ist r, wenn das spez. Gew. des Eisens s ist? 7) In ein gleichschenkeliges Dreieck ($a = 7$ cm, $h = 11$ cm) ist ein Quadrat eingezeichnet; bei der Drehung um die Basishöhe beschreibt das Quadrat einen Cylinder, dessen Inhalt berechnet werden soll. 8) Ein cylinderförmig gemauerter Brunnen hat im Lichten einen Durchmesser $2r = 1$ m, die Mauer ist 0,50 m dick, die Tiefe beträgt 8 m; wie viel Mauerwerk enthält der Brunnen? 9) und 10) Wie schwer ist eine gufseiserne (bleierne) Röhre von 2 m (4,25 m) Länge, 3 cm (15 mm) Wandstärke und 20 cm (3 cm) lichter Weite, wenn das spez. Gew. 7,2 (11,36) ist? 11) und 12) Ein Wasserglas hat die Gestalt eines Cylinders, dessen äufserer Radius 3,4 cm, dessen Höhe 9,2 cm und dessen Dicke 0,2 cm ist. Wie schwer ist das Ganze, wenn $^3/_4$ des Glases mit Wasser gefüllt ist und das spez. Gew. 2,6 ist? 13) Wieviel m enthält 1 kg Kupferdraht von 1 mm Stärke und dem spez. Gew. 8,9? 14) Ein Lampencylinder hat eine Höhe von 26 cm, der äufsere Radius ist 2,5 cm, das Gewicht 120 g. Wie dick ist der Cylinder, wenn das spez. Gew. 1,65 ist?

Kegel.

1) Geg. $r = 10$ m, $h = 24$ m; 2) geg. $r = 5{,}3$, $h = 8{,}6$, ges. I und O. 3) Gesucht das Gewicht eines kegelförmigen Bleilotes, wenn $h = 21$ cm, $2r = 5$ cm, spez. Gew. 11,36. 4) $h = 36{,}7$ cm, Umfang des Grundkreises 60 cm, Kegelmantel gesucht. 5) Wieviel wiegt ein gufseiserner Kegel, dessen Seitenlinie $s = 2r = 5{,}7$ cm und dessen spez. Gew. 7,2 ist.

6) Ein senkrechter Kegel soll übertüncht werden. Wieviel beträgt der Arbeitslohn, wenn $r = 4{,}24$ m, $s = 11{,}5$ m beträgt und für 1 qm 0,20 Mk. bezahlt wird? Achsenschnitt ein gleichseitiges Dreieck, 7) mit der Seite $a = 2$ m, 8) mit dem Flächeninhalte $F = 45{,}8$ qm; I und M gesucht. 9) Mantel $M = 47{,}124$ qm und Grundfläche $F = 28{,}2744$ qm geg., I gesucht. 10) $M = 484$ qm, $r : h = 1 : 3$, ges. I. 11) $M = 81{,}311$ qcm, $F = 21{,}045$ qcm, ges. Winkel zwischen Achse und Seitenlinie. 12) $M = 18$ qcm, $s : 2r = 3 : 2$, ges. I. 13) Ein Kegel mit dem spez. Gew. 2,37 wiegt 970 kg, der Winkel zwischen Grundfläche und Seitenlinie ist $67^\circ 31'$, ges. M 14) $s = 2r + 1$ cm, $s = h + 2$ cm, ges. O und I. 15) Durch einen Schnitt parallel zur Grundfläche wird von einem Kegel (r, h) $^1/_8$ desselben abgeschnitten. Wie grofs ist der Radius x und die Höhe y des abgeschnittenen Kegels? 16) In einem schiefen Kegel beträgt $r = 6$ cm, $h = 9$ cm, die Achse 14 cm; ges. die gröfste und kleinste Seitenkante und die Neigung der Achse zur Grundfläche. 17) Ein rechtwinkeliges Dreieck mit der Hypotenuse 2,3 cm und der kleineren Kathete 1,4 cm rotiert um die letztere; ges. I und M. 18) Ein rechtwinkeliges Dreieck rotiert einmal um die Kathete a, dann um die andere Kathete b; ges. I und M beider Rotationskörper und Unterschied beider. 19) Einem Kreise vom Radius r ist ein gleichseitiges Dreieck umbeschrieben. I und O des durch Rotation des Dreiecks um eine Höhe entstehenden Kegels zu berechnen. 20) wie 18, aber das gleichseitige Dreieck einbeschrieben. 21) Ein Quadrat rotiert um eine seiner Diagonalen. Wie grofs ist die Quadratseite, wenn der entstehende Körper aus Gufseisen (spez. Gew. 7,25) besteht und 1 kg wiegen soll?

Abgestumpfter Kegel, Radius der unteren Grundfläche r, der oberen r_1. 22) Wieviel Liter fafst ein Eimer, wenn $r = 25$ cm, $r_1 = 16$ cm, $h = 45$ cm ist? 23) Wie 22, $2r = 20$ cm, $2r_1 = 24$ cm, Kegelseite $s = 16$ cm. 24) Wie viel qm Stoff ist zur Herstellung eines Lampenschirmes erforderlich, wenn $2r = 24$ cm, $2r_1 = 9$ cm, $s = 25$ cm ist? Wie viel cbm Erde sind zur Aufführung eines Hügels in der Form eines abgestumpften Kegels erforderlich, wenn $r = 5{,}4$ m, $r_1 = 2{,}1$ m, $s = 6{,}5$ m ist? 26) und 27) $r = 5$ m, $r_1 = 3$ m, Höhe des Ergänzungskegels $h_1 = 9$ m, ges. M, O, I. 28) $h = 6$ m, $s = 10$ m, $r + r_1 = 14$ m, ges. M, O, I. 29) Ein um einen Kreis ($r = 10$ cm) beschriebenes Sechseck wird um einen Durchmesser so gedreht, dafs zwei abgestumpfte Kegel entstehen; I und O des Rotationskörpers gesucht. 30) $O = 354{,}82$ qcm, $s = 8$ cm, die beiden Grundkreise haben zusammen den Flächeninhalt von 128,74 qcm; ges. r und r_1. 31) Obere Grundfläche 3 qm, untere 12 qm, die Abstände des Mittelpunktes der unteren Grundfläche von dem Rande der oberen sind überall dem Durchmesser der oberen Grundfläche gleich; ges. I. 32) $I = 450$ cbm, $h = 6$ m, $r - r_1 = 3{,}5$ m, ges. r und r_1.

Kugel.

1) Inhalt und Oberfläche des Mondes, dessen Radius 1740 km beträgt. 2) Gewichtsverlust einer ganz in Quecksilber getauchten Platinkugel von 4 cm Durchmesser. 3) Geg. der Inhalt eines gröfsten Kugelkreises $= 78^1/_2$ qm, ges. I und O der Kugel. 4) und 5) $O = 3{,}4$ qm ($= 247{,}5$ qm), ges. I. 6) Der Umfang eines gröfsten Kugelkreises, dessen Abstand vom Mittelpunkte $M = 10$ cm ist, beträgt 22 cm, ges. O und I. 7) In welchem Abstande von M mufs man eine Kugel, deren Oberfläche 452,16 qcm ist, schneiden, damit der entstandene Kreis den Inhalt 50,24 qcm hat? 8) Ges. der Inhalt eines Kugelabschnitts, dessen Höhe $h = 75$ cm beträgt, wenn der Radius der Kugel $r = 80$ cm ist. 9) Rauminhalt eines Kugelabschnitts 62,8 cbm, seine Höhe 2 m. Wie grofs ist die Oberfläche? 10) Ein Kugelabschnitt aus Eisen wiegt 1,08 kg, seine Höhe ist 12 cm; ges. der Radius der zugehörigen Kugel, wenn das spez. Gew. des Eisens

7,5 ist. 11) $r = 6$ cm der Radius einer Kugel, von der eine Kalotte abgeschnitten wird, deren Fläche gleich der des gröfsten Kugelkreises; ges. I der Kugel und Kalotte.

Würfel, Tetraeder, Pyramidenwürfel.

1) Diagonale des Würfels 25 cm, ges. O. 2) Ges. das Gewicht eines gufseisernen Würfels, dessen Oberfläche gegeben ist. 3) Die Höhe eines Tetraeders zu berechnen, wenn $a = 31{,}755$ cm. 4) die Höhe eines Tetraeders ist $= 2{,}4492$ m, zu berechnen a, I, Radius und Oberfläche der ein- und umbeschriebenen Kugel. 5) Die Oberfläche und den Inhalt eines Pyramidenwürfels aus den Kantenlängen zu berechnen.

Kugel in Verbindung mit anderen Körpern.

1) und 2) Um einen würfelförmigen Kasten von der Kantenlänge a (von der Oberfläche 144 qm) hat man eine Kugel beschrieben; ges. I und O der Kugel. 3) drei Kugeln von Messing ($r = 6$ cm, 8 cm, 12 cm) sollen zu einem Würfel umgegossen werden, ges. a. 4) Vier messingene Würfel ($a = 12$ cm, 15 cm, 18 cm, 25 cm) sollen zu einer Kugel zusammengegossen werden, ges. r. 5) Aus einem Würfel ($a = 7{,}3$ cm) soll die gröfste Kugel gedreht werden; ges. O der Kugel und die Menge der Abfallsspäne. 6) Ähnlich wie 5, geg. $r = 2{,}97153$. 7) I einer Kugel gleich dem eines geraden dreiseitigen Prismas ($a = 15$ m, $b = 14$ m, $c = 13$ m, $h = 6$ m), ges. O der Kugel. 8) Aus einem geraden Balken von 13,45 m Länge, dessen rechteckiger Querschnitt die Seiten 0,25 und 0,31 m hat, soll die gröfste Anzahl von Kugeln ($r = 0{,}125$ m) geschnitten werden. Wie viel Kugeln lassen sich anfertigen und wie viel cbm betragen die dabei abfallenden Späne? 9) Eine Kugel und ein gleichgrofser Cylinder haben denselben Radius $r = 37{,}058$, ges. h des Cylinders. 10. Einem geraden Cylinder mit quadratischem Achsenschnitt ist eine Kugel einbeschrieben; ges. O der beiden Körper, wenn deren Unterschied im Rauminhalte 5,378 cbm beträgt. 11) Wie viele Kugeln ($r = 1{,}5$ cm) können aus einem 15 m langen Bleirohre, dessen innerer Durchmesser 7 cm und dessen Wandstärke 3 cm beträgt, gegossen werden, wenn beim Schmelzen 4 % verloren gehen? Wie schwer ist jede Kugel, wenn das spez. Gew 11,346 ist? 12) In einem geraden Kegel (r, h) ist eine Kugel einbeschrieben, ges. I und O der Kugel. 13) Wie 12, geg. Mantel $= 100$ qm, Grundfläche 50 qm. 14) Wie grofs ist I eines Kegels ($s = 11{,}66$ cm, $\varepsilon = 84^\circ 40'$) und I einer auf seiner Grundfläche konstruierten Halbkugel? 15) Ein Kessel ist aus einem abgestumpften Kegel ($r = 6$ cm, $r_1 = 4$ cm, $h = 5$ cm) und einer Halbkugel zusammengesetzt; I und O des Kessels zu berechnen. 16) Der Inhalt einer einem Würfel einbeschriebenen Kugel ist $I = 113{,}097$ cbm; ges. O der Kugel und des dem Würfel umbeschriebenen Cylinders. 17) Auf einem würfelförmigen Unterbau ($a = 3{,}1$ m) steht ein Cylinder ($r = 2{,}7$ m, $h = 5{,}2$ m); auf der oberen Grundfläche des Cylinders ruht eine 1,2 m hohe Kalotte, die aus einer Kugel mit dem Radius 2,3 m gearbeitet worden ist; wie grofs ist der Inhalt des Gesamtkörpers?

Kegel in Verbindung mit anderen Körpern.

1) Wie grofs ist der Radius eines 13 cm hohen Kegels, der so grofs wie ein Würfel mit der Kante $a = 14{,}55$ cm ist? 2) Die Grundfläche eines geraden Kegels ist dem Grundquadrate eines Würfels mit der Kante a einbeschrieben, ges. r, h, s, M, I des Kegels. 3) Aus einem prismatischen Stück Blei, dessen Grundfläche ein Quadrat ($a = 46{,}05$ cm) und dessen Höhe $h = 20$ cm, soll ein Kegel von der Höhe $h_1 = 5$ cm gegossen werden, ges. r. 4) Die Gesamtoberfläche eines Kegels zu berechnen, der einer geraden quadratischen Pyramide (a, h) umbeschrieben ist.

5) Einem geraden Kegel ($r = 7$, $h = 6$) ist eine quadratische Pyramide umbeschrieben, ges. O und I der Pyramide. 6) Ein Kegel ($r = 3,75$ cm. $h = 4,32$ cm) soll in einen Cylinder von der Höhe $h_1 = 2,25$ cm umgegossen werden, ges. r. 7) Aus einem geraden Cylinder ($r = 12$ cm, $h = 16$ cm) ist von der einen Grundfläche aus ein kegelförmiges Stück ($r = 6$ cm, $h = 8$ cm) ausgehöhlt, so dafs die Achsen beider Körper zusammenfallen, wie grofs ist der Inhalt des übrig gebliebenen Stückes? 8) Ein gerader Cylinder ($r = 12,6602$, $h = 5$) ist so grofs wie ein abgestumpfter Kegel ($r = 12,6602$, $h = 10$), ges. r_1. 9) Ein Kegelstumpf ($r = 12$ cm, $r_1 = 7$ cm, $h = 5$ cm) hat parallel seiner Achse eine cylindrische Durchbohrung von 4 cm Durchmesser; wie viel wiegt der Körper, wenn er aus Stahl von dem spez. Gew. 7,7 besteht? 10) Auf einem Bleicylinder ($r = 4,5$ cm, $h = 8$ cm, spez. Gew. 11,35) steht ein gerader Kegel aus Eisen (spez. Gew. 7,2) mit derselben Grundfläche und Höhe. Welche Kante mufs ein Wasser enthaltener Würfel von demselben Gewichte haben?

Andere Körper.

1) In einem Zimmer von 6 m Länge, 5 m Breite und 4 m Höhe sind die Mitten der Grundkanten mit der Mitte der Decke durch Seile verbunden. Wie lang sind diese Seile, und welchen Rauminhalt hat die von den Seilen gebildete Pyramide? 2) Auf einem senkrechten regelmäfsigen sechsseitigen Prisma ($a = 50$ cm, $h = 16$ cm) ruht eine Pyramide von gleicher Grundfläche und der Höhe 96 cm, ges. der Inhalt des Gesamtkörpers. 3) Ein Würfel ($a = 12$ cm hat dasselbe Volumen wie ein Cylinder ($h = a$), ges. der Radius des Grundkreises. 4) In ein gerades Prisma ($h = 7,5$), dessen Grundfläche gleichschenkelig rechtwinkelige Dreiecke mit den Katheten $a = h$ sind, ist ein Cylinder einbeschrieben; O und I desselben zu berechnen. 5) Um ein Prisma ($I = 320$ cbm), dessen Grundfläche ein Dreieck ($a = 20$ m, $b = 7$ m, $\alpha = 98^\circ 40' 20''$) ist, ist ein Cylinder beschrieben; wie grofs ist dessen Inhalt? 6) Ein gerades Prisma hat zur Grundfläche ein rechtwinkeliges Dreieck, dessen Flächeninhalt 180 qm beträgt; ein spitzer Winkel des Dreiecks ist $12,68^\circ$ und eine Seitenkante verhält sich zur kleinsten Kathete wie 4 : 3. Wie grofs sind die Kanten, O und I des Prismas und O und I des umbeschriebenen geraden Cylinders?

Bei einer Vergleichung dieser Aufgaben aus der Körperberechnung mit denen bei den Prüfungen an Gymnasien fällt das häufige Vorkommen des Kegels auf, dann auch, dafs zu manchen Lösungen trigonometrische Rechnungen erforderlich sind. Sonst sind die Aufgaben im allgemeinen nicht schwieriger wie die für Gymnasiasten; einige sind aber gar zu leicht, so z. B. die Berechnung des Mondinhaltes. Zum Schlufs möchte ich noch hervorheben, dafs die meisten Gruppen von Aufgaben der Prüfungsordnung gemäfs zweckentsprechend gestellt sind; aus derselben geht meiner Ansicht nach hervor, dafs in einer Gruppe solche Aufgaben zusammengestellt werden müssen, bei deren Bearbeitung der Prüfling zeigen kann, dafs er sich die Lehraufgabe der Untersekunda in der Mathematik genügend angeeignet hat. Der Prüfling soll zeigen, dafs er genügende Gewandtheit im logarithmischen Rechnen hat, dafs er in der Auflösung quadratischer Gleichungen sicher ist, dafs er die trigonometrische Berechnung von Dreiecken versteht und endlich Bescheid über die einfachen Körper und Berechnung deren Kantenlängen etc. weifs. Diesen Anforderungen genügen die Aufgaben der einzelnen Gruppen in den meisten Fällen. In manchen Gruppen, welche eine besondere trigonometrische Aufgabe nicht enthalten, verlangt z. B. eine andere Aufgabe eine trigonometrische Rechnung, damit der Prüfling sich über seine Kenntnisse in der Trigonometrie ausweisen kann.

Litterarische Berichte.

A. Rezensionen und Anzeigen.

Arendt, Dr. Rudolf (Professor an der öffentlichen Handelslehranstalt in Leipzig und Redakteur des chem. Centralblattes). Didaktik und Methodik des Chemieunterrichts. Sonderausgabe aus Baumeisters „Handbuch der Erziehungs- und Unterrichtslehre für höhere Schulen" München 1895. C. H. Becksche Verlagsbuchhandlung. Preis Mk. 1,80.

Dafs die Bearbeitung der „Didaktik und Methodik des Chemieunterrichts" bei Arendt in bewährteste Hände gelegt ist, bedarf keiner besonderen Hervorhebung. Seit länger als einem Menschenalter erfreut sich Arendt des Rufes eines vorzüglichen Methodikers. Die sogenannte systematische Methode des Chemieunterrichts fand in ihm einen Kritiker von vernichtender Schärfe, der aber auch aufbauend thätig war und Hülfsmittel schuf für eine Gestaltung des chemischen Unterrichts nach pädagogischen Grundsätzen. Die reiche litterarische Vergangenheit Arendts erschwert es ihm natürlich Neues zu bringen, und aus Scheu, seine eigenen Schriften zu rekapitulieren hat er uns denn auch nicht mit einer vollständigen, systematischen Didaktik und Methodik beschenkt, sondern er beschränkt sich im wesentlichen darauf, eine Analyse des in seinen Lehrbüchern befolgten Lehrganges zu geben, wobei vor allem der logische Zusammenhang des Ganzen und seiner einzelnen Teile, sowie der allmähliche Fortschritt von Stufe zu Stufe hervortritt. Einleitend ficht Verfasser wie vor 35 Jahren einen Straufs gegen die systematische Behandlung der Chemie aus. Alsdann werden die Prinzipien aufgestellt, die nach des Verfassers Ansicht für die methodische Behandlung des chemischen Unterrichts mafsgebend sein müssen: der Unterricht schreite vom Leichten zum Schweren fort, die Behandlung sei zuerst eine durchaus elementare, die Stoffe, an die angeknüpft wird, seien einfach und bekannt, die Reaktion bilde den Einteilungsgrund für den ganzen Lehrgang, ein und derselbe Stoff trete zu verschiedenen Malen auf, ein erschöpfendes Bild seines chemischen Verhaltens werde nach und nach gewonnen, durch wiederholtes Zurückgreifen auf früher Erkanntes ist das gewonnene Material

zu ordnen und systematisch abzurunden, der Lehrgang mufs sowohl in formaler Hinsicht wie nach seinem materiellen Inhalt ein geschlossenes Ganze bilden, er mufs sowohl die induktive als die deduktive Methode zur Anwendung bringen und mufs endlich für alle Schulen passen. Eingehend wird dann gezeigt, dafs der in den Arendtschen Lehrbüchern innegehaltene Lehrgang diesen Forderungen entspreche. Mit Nachdruck spricht sich Arendt für den Betrieb der organischen Chemie aus, die seit 1882 aus dem Lehrplan der norddeutschen Realgymnasien gestrichen ist und in dem der Oberrealschulen nur ein bescheidenes Plätzchen behalten hat. „Die praktische Pädagogik mufs immer von neuem den Ruf erheben: Wiedereinführung der organischen Chemie mit ihrem technischen, biologischen, physiologischen und hygienischen Abschlufs in allen höheren Schulen, aus denen sie zur Zeit ausgeschlossen ist.“ Wenn Ref. richtig sieht, so tritt Arendt in dieser seiner neuesten Schrift noch entschiedener als früher dafür ein, die kulturgeschichtliche Bedeutung so mancher chemischen Prozesse zu betonen.

Auf S. 44 bis 46 finden wir eine interessante, aber nicht gerade erfreuliche Zusammenstellung der in den verschiedenen deutschen Staaten geltenden Lehrpläne und der dem chemischen Unterricht eingeräumten Stundenzahl.

Auf die Ansichten Anderer ist nur wenig eingegangen. Eine eingehendere Besprechung erfährt Wilbrand als Begründer und geistvollster Vertreter der Methode, die, von aus der Erfahrung heraus ergriffenen Stoffen und Vorgängen zusammengesetzter Natur ausgehend, den Lehrstoff gruppenweise ordnet und in rein analytischer Behandlungsweise induktiv fortschreitet.

Knöpfel schrieb vor einigen Jahren eine Programm-Abhandlung: Über die Verwertung des geschichtlichen Elements im chemischen Unterricht, Capesius veröffentlichte im Jahrbuch des Vereins für wissenschaftliche Pädagogik einen „Lehrgang der Chemie auf geschichtlicher Basis“. Beide Arbeiten unterzieht Arendt einer Erörterung. Trotz der Milde in der Form wird der Leser doch erkennen, dafs Arendt der Ansicht ist, wir hätten es in diesen Arbeiten nur mit einer neuen Stilisierung alter Ansichten und Bestrebungen zu thun.

Der erfahrene Lehrer wird auch diese vorliegende Schrift Arendts mit Interesse und Genufs lesen, dem Anfänger bietet sie zwar nicht eine erschöpfende Methodik des Chemieunterrichts, aber sie führt ihn auf den Weg, auf dem er eine solche, soweit es aus Büchern möglich ist, findet.

Zerbst. K. Petzold.



SMOLKA, Al. (Professor an der k. k. Staatsgewerbeschule in Bielitz). Lehrbuch der anorganischen Chemie für gewerbliche Lehranstalten. Leipzig und Wien. Franz Deuticke. 1895. Preis 5 Mk.

Das vorliegende Werk soll den Schüler, der sich einem hochschulmäfsigen Studium der technischen Chemie nicht widmen kann, und welcher mit den allerwichtigsten chemischen Grundlehren bereits vertraut ist, soweit vorbereiten, dafs er in der Lage ist, das Studium der analytischen Chemie und der chemischen Technologie nutzbringend zu betreiben.

Das Buch zerfällt in einen allgemeinen und einen speziellen Teil. Der allgemeine Teil umfafst 65 Seiten, ist also recht ausführlich, von grofser Klarheit und Schärfe. Der spezielle Teil ist nach Elementen geordnet, die Darstellung ist sehr deutlich und übersichtlich. Besonders ausführlich sind die für die analytische Chemie wichtigen Reaktionen behandelt. Abbildungen fehlen so gut wie ganz.

Für eine neue Auflage macht Ref. auf Folgendes aufmerksam: Seite 48 werden Aluminium u. s. w. als vierwertig angegeben, während man sie wohl besser dreiwertig annimmt; Seite 99 wird angegeben, dafs das Blut in der Lunge allmählich zu Kohlensäure und Wasser verbrannt wird, was doch völlig falsch ist; Seite 160 wird der Apatit Calciumphosphat genannt, thatsächlich ist er eine Doppelverbindung von Calciumphosphat und Calciumchlorid bez. Calciumfluorid; auf Seite 192 fehlt beim Acetylen seine jetzt so viel besprochene Darstellung aus Calciumcarbid; Seite 246 werden Calciumsulfat, -carbonat u. s. w. Mineralien genannt. Mineralien sind aber Gyps und Kalkspat.

Referent zweifelt nicht, dafs der Schüler, der den Inhalt des Smolkaschen Buches sich mit Verständnis angeeignet hat, analytische und technische Chemie mit Nutzen betreiben kann.

Zerbst. K. PETZOLD.

HENNIGER, Oberlehrer Dr. K. A. Grundzüge der anorganischen Chemie mit Einschlufs der Elemente der Mineralogie und organischen Chemie. Leipzig, O. R. Reisland. 1895. Preis geb. 2,75 Mk.

Man merkt es vorliegenden Grundzügen an, dafs sie aus der Unterrichtspraxis herausgewachsen sind; sie sind, wie der Verfasser im Vorwort sagt, zum Teil geradezu aus Ausarbeitungen zusammengestellt, die für den Unterricht verwandt und Jahre hindurch revidiert wurden.

Nach einer kurzen Einleitung werden die Elemente der Reihe nach behandelt und zwar nach feststehender Disposition: Vorkommen,

Darstellung, Eigenschaften, Verbindungen, Verwendung. Grofse Sorgfalt ist auf die analytischen Reaktionen verwandt, die auch sehr ausführlich — ausführlicher als in den meisten Schulbüchern — behandelt sind. Auf die systematische Beschreibung der Elemente folgen einige Paragraphen aus der allgemeinen Chemie: das periodische System der Elemente, das Gesetz von Dulong und Petit, die Siede- und Gefrierpunkte von Salzlösungen, dann Zusammenstellungen aus der analytischen Chemie, die Krystallsysteme, die Bildungsgeschichte und das Baumaterial der Erde, die Elementaranalyse und einige organische Verbindungen. Die Abschnitte über die Bildungsgeschichte und das Baumaterial der Erde sind völlig mifsglückt und bleiben in einer neuen Auflage am besten fort, während hiervon abgesehen das vorliegende Buch dem Ref. sonst recht wohl verwendbar erscheint.

Zerbst. K. Petzold.

Börner, Dr. H. (Direktor des Realgymnasiums in Elberfeld). Vorschule der Chemie und Mineralogie. Berlin, Weidmannsche Buchhandlung. 1895. Preis 1,50 Mk.

Während für den chemisch-mineralogischen Unterricht an Realschulen in den letzten Jahren zahlreiche Leitfäden erschienen sind, ist dem nicht so für diesen Unterricht an Gymnasien und in der Untersekunda der Realgymnasien. Da die vorhandenen Leitfäden nach dem Verfasser vorliegenden Buches alle zu viel Stoff bieten, teilweise auch methodisch nicht befriedigen, so entschlofs er sich zur Herausgabe eines neuen.

Verfasser glaubt aus den preufsischen Lehrplänen von 1891 herauslesen zu dürfen, dafs das Ziel des betreffenden Unterrichts ein wesentlich materielles ist, obgleich doch auch darin zu lesen ist: das Bestreben des Lehrers wird vor allem dahin zu richten sein, dafs die Schüler zu eigenem Denken und zum Beobachten angeleitet werden. Schliefslich kommt auf die Interpretation der Lehrpläne allerdings wenig an: das Ziel eines verständigen Unterrichtes hat ja stets darin bestanden, einen wertvollen Stoff auf bildende Weise zu übermitteln — abgesehen für solche, denen theoretische Schrullen die Unbefangenheit geraubt.

Vorliegendes Buch zerfällt in vier Hauptabteilungen von recht ungleicher Länge. Sie führen die Überschriften: Feuer, Luft, Wasser, Erde. Im Anschlufs an den Nachweis, dafs diese vier Elemente der Alten teils gar nicht Stoffe, teils zusammengesetzter Natur sind, werden dann die übrigen im Buche enthaltenen Daten auf untersuchendem Wege gewonnen oder — namentlich im Abschnitt: Erde — einfach mitgeteilt. An geeigneter Stelle finden sich Belehrungen über Mineralien und Krystallformen, selbst über

einige Gesteine. Die Angaben über letztere entbehren allerdings stellenweise der Korrektheit und vorsichtigen Fassung, die man auch von ganz elementaren Darstellungen verlangen mufs.

Der Börnersche Leitfaden ist natürlich als Werk eines erfahrenen Schulmannes im Unterricht mit Nutzen zu verwenden, doch erhebt sich auch ihm gegenüber das Bedenken, dafs er zu viel Stoff bringt. Auch übertrifft nach des Ref. Ansicht die methodische Behandlung des Stoffes die in den besseren Schulbüchern vorliegende nicht, ja bleibt hinter ihr zurück.

Zerbst. K. Petzold.

Arnhart, Ludwig. Die organische Chemie. Methodisches Hülfsbuch für die Hand des Lehrers, sowie zum Selbststudium. I. Teil: Theoretische Vorbegriffe und Chemie der Pflanze. Wien. Verlag des Vereines „Bürgerschule". 1885. Preis 50 Kreuzer.

Ehe zum eigentlichen Thema übergegangen wird, werden erst recht elementare Grundbegriffe und der Gebrauch des Mikroskopes erörtert. Die Kenntnis von Avogadros Satz, Atomgewichten u. s. w. sollte man allerdings von Jemandem, der organische Chemie treiben will, voraussetzen. Im Folgenden werden zunächst die Samen mehrerer Pflanzen genau — auch nach ihrem mikroskopischen Bau — beschrieben und die in ihnen vorkommenden Stoffe wie Stärke, Pflanzenschleim, Cellulose und Eiweifs behandelt. Wir erfahren ihre Eigenschaften und Reaktionen und lernen die Elementaranalyse und die daraus resultierende Berechnung der Formel kennen. Nachdem der fertige Same abgehandelt ist, wird der Keimungsvorgang untersucht, wobei Diastase, Maltose, Dextrin und Asparagin zur Besprechung kommen. Zum Schlufs wird auf die Ernährung der Pflanze eingegangen, der Bodenkunde werden hierbei 10 Seiten gewidmet.

Das Heftchen ist inhaltlich fast durchweg korrekt und zuverlässig, in der Darstellung allerdings von ermüdender Breite. Lehrer, die das, was sie durchnehmen wollen, sich erst kurz vorher inhaltlich aneignen müssen, finden es im vorliegenden Heftchen übersichtlich und verständlich zusammengestellt, auch sind die Versuche genau beschrieben, sodafs der Wunsch des Verfassers: „möge das Buch vielen die Arbeit ersparen, die es mir gemacht" sicher in Erfüllung gehen wird. Zugleich ist der Stoff methodisch in geschickter Weise zubereitet, sodafs dem Lehrer auch nach dieser Richtung Arbeit erspart wird. Ob aber dies zu empfehlen ist?

Zerbst. K. Petzold.

BEHRENS, H. **Anleitung zur mikrochemischen Analyse der wichtigsten organischen Verbindungen.** Erstes Heft. Hamburg und Leipzig. Leopold Vofs. 1895. Preis 2 Mk.

Während schon vor einer Reihe von Jahren Haushofer in seinen „Mikroskopischen Reaktionen" einen Leitfaden für den Gebrauch des Mikroskops in der Mineralanalyse veröffentlichen konnte, war für die Analyse organischer Verbindungen das Mikroskop wenig in Gebrauch. Der Verfasser vorliegenden Heftes lernte im Laufe der letzten Jahre die Vorzüge mikroskopischer Methoden auf dem Gebiete organischer Verbindungen schätzen, er unterzog die Angaben in den einschlägigen Werken einer Prüfung und Sichtung, fand neue Reaktionen und änderte alte ab. Die Ergebnisse dieser mehrjährigen Arbeiten sollen in ca. 6 Heften veröffentlicht werden. Im vorliegenden ersten werden die Glieder der Anthracengruppe, die Phenole, Chinone, Ketone, Aldehyde behandelt. Es ergiebt sich, dafs die Empfindlichkeit der Reaktionen nicht so grofs ist wie in der anorganischen Chemie, dafs von einem systematischen Gang der Analyse nicht die Rede sein kann, dafs aber auch bei der Analyse organischer Verbinduugen das Mikroskop seine Brauchbarkeit bewährt. Analytiker von Fach werden von vorliegendem Heft mit Interesse Kenntnis nehmen.

Zerbst. K. PETZOLD.

BEURIGER, J. (Gymnasial-Oberlehrer). **Physikalisch-chemische Wandtafeln.** Leipzig und Neuwied. Hausers Verlag (Louis Hauser). 1895. Preis aufgezogen 10 Mk.

Vielfach finden sich in physikalischen und chemischen Lehrbüchern die Zahlenangaben im ganzen Buche zerstreut, auch sind diese Angaben oft sehr abgerundet und zum Teil veraltet. Da ist es denn mit Freuden zu begrüfsen, dafs Beuriger auf 9 Tafeln die Atomgewichte der chemischen Elemente, spezifische Gewichte, Brechungsexponenten, Wellenlänge und Schwingungszahlen des Lichtes, Ausdehnungskoeffizienten, Volumen des Wassers bei verschiedenen Temperaturen, Schmelz- und Siedetemperaturen, spezifische Wärmen, Spannkraft des Wasserdampfes, Leitungsvermögen für Wärme und Elektrizität verzeichnet hat. Der Druck ist grofs und deutlich, auch auf weitere Entfernungen hin sind die Zahlen lesbar. Die Angaben sind zum Teil den Tabellen von Landolt-Börnstein, zum Teil den Originalarbeiten entnommen. In einem Begleitheftchen finden sich einige Litteraturangaben, fast nur solche, die als Ergänzung der Nachweise bei Landolt-Börnstein anzusehen sind.

Zerbst. K. PETZOLD.



GENAU, A. (Seminarlehrer in Büren). Physik für Lehrerbildungsanstalten. Gotha. E. F. Thienemann. 1895. Preis 2 Mk., geb. 2,50 Mk.

Vorliegendes Lehrbuch zeigt weder in dem gebotenen Lehrstoff, noch in der Anordnung oder Darstellung desselben Originalität, was Ref. nicht als Mangel hinstellen will, sondern nur erwähnt, um zu begründen, dafs er von einer eingehenden Charakteristik desselben absieht. Das Gebotene ist im Ganzen korrekt, nur vereinzelt sind Stellen zu beanstanden. Nach des Ref. Ansicht wären einige hochtheoretische Angaben — Erörterungen kann man sie nicht nennen — besser weggeblieben, sie tendieren Phrasenhaftigkeit zu erzeugen. Dafür könnten manche Partieen, z. B. der die Linsen behandelnde Abschnitt, ausführlicher und dabei doch ganz elementar behandelt werden. Doch zählt das Genausche Buch zu den brauchbareren seiner Art.

Zerbst. K. PETZOLD.

STEINER, KARL JOSEPH. Das Mineralreich nach seiner Stellung in Mythologie und Volksglauben, in Sitte und Sage, in Geschichte und Litteratur, im Sprichwort und Volksfest. Gotha. E. F. Thienemann. 1895. Preis 2,40 Mk. geb. 3 Mk.

Der ausführliche Titel orientiert bereits hinlänglich über den Inhalt. Wir haben es mit einem liebenswürdig geschriebenen Buche zu thun, das eine Menge aus den verschiedensten Gebieten mit grofsem Sammlerfleifs zusammengetragenen Stoffes enthält und so Manches bietet, was auch für den Unterricht verwendbar ist und was sich in anderen Büchern nicht findet. Auch für die Klassenbibliotheken ist es zur Anschaffung zu empfehlen.

Zerbst. K. PETZOLD.

Kleiner Litteratur-Saal.

KRAMER, Dr. P. (Provinzial-Schulrat in Magdeburg). Theorie und Erfahrung. Beiträge zur Beurteilung des Darwinismus. Halle a. S. Verlag von Louis Nebert. gr. 8^0. Geheftet 4 Mk. (o. J.)

Eine sehr beachtenswerte gegen die vagen Prinzipien des Darwinismus gerichtete Arbeit. Verf. zeigt im allgemeinen mit trefflichen Gründen, dafs sich die realen Verhältnisse in der belebten Natur durch Darwins Grundsätze nicht genügend erklären lassen, und weist dies insbesondere auf dem Gebiete der geschlechtlichen Zuchtwahl, an deren Hauptgesetzen er mit Recht eine ausreichende Begründung vermifst, nach. Als Glanzpunkt der Schrift dürfte ohne Zweifel der Teil zu betrachten sein, in dem Verf. klar-

stellt, dafs selbst die Anwendung Darwinistischer Grundsätze auf die Theorie der geschlechtlichen Zuchtwahl zu Schlüssen führt, deren Unrichtigkeit sich bei nur geringem Nachdenken aus der realen Wirklichkeit von selbst ergiebt. — Das Buch hat auch einen grofsen pädagogischen Wert und dürfte namentlich einen kritisch beanlagten Lehrer der Naturwissenschaften vor pädagogischen Misfgriffen bewahren.

Dresden. Dr. Löschhorn.

Nachschrift der Redaktion. Die vorstehend besprochene Schrift konnten wir trotz aller Mühe nicht erlangen, da sie im Buchhandel überhaupt nicht mehr zu beziehen ist. Wir konnten uns also über dieselbe (und zugleich über die Wahrheit des obigen Berichts) nicht informieren. Es scheint sonach, als hätte Verfasser und Verleger dieselbe zurückgezogen. Jedenfalls haben sie daran wohlgethan; denn es scheint uns doch eine recht mifsliche Sache zu sein, heute noch gegen die doch ziemlich anerkannte Darwinsche Theorie anzukämpfen. Wer nicht Fachmann ist und wer — selbst als solcher — nicht schwerwiegende Bedenken gegen diese Lehre vorbringen kann, sollte davon fern bleiben.

Arendt Rudolf, Prof. Dr., Bildungselemente und erziehlicher Wert des Unterrichts in der Chemie. Zweiter unveränderter Abdruck. Hamburg und Leipzig. Verlag von Leopold Vofs. 1895. Preis 2 *M*.

Derselbe, Grundzüge der Chemie. Fünfte, vermehrte und verbesserte Auflage. Ebenda. 1894. Preis *M* 2,40.

Derselbe, Anorganische Chemie in Grundzügen. Sonderabdruck aus dem vorigen. Zweite Auflage. Ebenda. 1894. Preis *M* 1,60.

Die erste Auflage von Arendts „Technik der Experimentalchemie" enthielt eine lange Einleitung rein pädagogischen Inhalts. In der zweiten Auflage blieb diese Einleitung weg. Da ihr Fehlen schmerzlich empfunden wurde, so wurde ein neuer unveränderter Abdruck veranstaltet, so dafs die in die Tiefe gehenden klassischen Betrachtungen wieder leicht Jedermann zugänglich sind.

Gleich der vorigen vierten Auflage des Arendtschen Lehrbuches zeigt auch die vorliegende fünfte eine merkliche Vermehrung Der Hauptteil derselben entfällt auf eine systematische Übersicht der wichtigsten Mineralien und Gesteine. Ferner ist hinzugekommen eine Abbildung und Beschreibung des Siemensschen Regenerativofens, eine Betrachtung über die kulturhistorische Bedeutung des Reduktionsgesetzes u. a. Die logische Einteilung des Stoffes tritt im Druck jetzt noch deutlicher hervor. Ein kleines Versehen findet sich auf S. 161, wo Leopoldshall nach der Provinz Sachsen statt nach dem Herzogtum Anhalt verlegt ist.

Zerbst. K. Petzold.

Bachmann F., Prof. Dr. Direktor und Breslich W., Lehrbuch der Physik und Chemie für höhere Mädchenschulen, Lehrerinnen-Seminarien und Fortbildungsanstalten. Dritte nach den neueren Bestimmungen umgearbeitete Auflage. Berlin. Ernst Siegfried Mittler und Sohn. 1895. Preis *M* 2,40, geb. *M* 2,80.

Das vorliegende an Mädchenschulen vielfach gebrauchte Lehrbuch ist in seiner neuen Auflage den neuen Lehrplänen von 1894 entsprechend

umgearbeitet. Der physikalische Teil scheint dem Ref. gelungener als der chemische. Von Versuchen wird ausgegangen und aus ihnen werden die Gesetze in gewandter Weise induktiv abgeleitet. Die Rolle der physikalischen und chemischen Vorgänge im Haushalte der Natur, sowie ihre Beziehungen zum bürgerlichen Leben werden eingehend erörtert. Obgleich die Darstellung der straffen Systematik und der Verwendung der Mathematik entbehrt, ist sie doch nicht ganz elementar und trocken, sondern hält einen angemessenen Mittelweg inne.

Zerbst. K. Petzold.

B. Programmschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme der höheren Schulen des Königreichs Sachsen. Ostern 1896.

Berichterstatter: Jürgen Sievers, Oberlehrer an der Realschule m. P.-G. in Frankenberg i. S.

1. Dresden-A., Wettiner G., Nr. 546. Oberlehrer K. Scheele: *Über die Auflösung algebraischer Gleichungen durch unendliche Reihen.* 29 S. 4°.

Die Aufgabe, algebraische Gleichungen durch Reihenentwickelung zu lösen ist schon von Lambert (1757) und nach ihm von Euler behandelt worden; sie hat für die Funktionentheorie eine gewisse Bedeutung erlangt. Verfasser will nun aus bestehenden Reihen durch lineare Substitutionen neue ableiten und untersuchen, unter welchen Bedingungen diese neuen Reihen die Wurzeln der gegebenen Gleichung darstellen und dann schließlich an einigen Beispielen zeigen, wie sich die gefundenen Reihen anwenden lassen. Er giebt zuerst die Reihenentwickelungen für eine allgemeine Gleichung n^{ten} Grades, transformiert dann die vollständige Gleichung n^{ten} Grades auf eine $(n-1)$ elementige Stelle und wendet endlich diese Transformation auf einige spezielle Gleichungen an.

2. Dresden-N., Kgl. G., Nr. 547. Oberlehrer H. Ihle: *Bestimmung der galvanischen Leitungsfähigkeit und deren Abhängigkeit von der Temperatur für eine Reihe quasi-isotroper, metallischer Leiter in Prismenform.* 36 S. 4°.

Nachdem Verf. auf die hohe Bedeutung der Leitungsfähigkeit λ und des Temperaturkoeffizienten $\varkappa$ und auf die Abhängigkeit beider vom Temperaturzustande und der Zusammensetzung der Körper hingewiesen hat, definiert er das Maß für den Widerstand (w), beschreibt seine und die Matthiessen-Hockinsche Methode, schildert seinen Beobachtungs-Apparat und die Kalibrierung des Meßdrahts, fügt eine Korrektionstafel ein, giebt die Dimensionen der von ihm untersuchten Stäbchen an und schildert dann das ihm größtenteils von Prof. Dr. Voigt in Göttingen zur Verfügung gestellte Beobachtungsmaterial. — Es ist eine größere Anzahl von (22) Metallen und Legierungen untersucht und die Ergebnisse am Schlusse der Arbeit in einer Zusammenstellung der für λ und $\varkappa$ gefundenen Werte niedergelegt worden. Verfasser bestätigt die steigende Leitungsfähigkeit des Wismuts bei Temperaturzunahme. —

3. Leipzig, Nicolaigymnasium. Nr. 541. Oberlehrer Dr. C. Fischer: *Über die Begründung der Infinitesimalrechnung durch Newton und Leibniz.* 46 S. 4°.

Der Verfasser dieser sehr interessanten Abhandlung will nicht eigentlich ein abschließendes Urteil in dem berühmten Prioritätsstreit zwischen Leibniz und Newton fällen, sondern vielmehr seine durch eingehende Studien begründete Auffassung verschiedener Gesichtspunkte darlegen, die in diesem

Streite eine wesentliche Rolle spielen. Besonders liebevoll bearbeitet er die Auffassung und Behandlung des Unendlichkleinen im Altertum, namentlich bei Euklid und Archimedes, und bei Newton und Leibniz; er gelangt dabei zu dem Ergebnis, daſs die Alten zwar den Ausdruck für das Unendliche vermieden haben, daſs ihnen aber weder die Vorstellung unendlicher gesetzmäſsig verlaufender Prozesse noch die Idee unendlich kleiner Gröſsen gefehlt habe, und daſs, wenn man Newton und Leibniz vergleiche, dieser jenen in der Gedankenfolge, wie in der glücklichen Wahl der Bezeichnungen weit übertreffe, ein Urteil, dem ich persönlich völlig beistimme.

4. **Leipzig,** Thomasgymnasium. Nr. 552. Prof. Dr. R. Sachse: *Das Tagebuch des Rektors Jakob Thomasius.* 36 S. 4°.

Die Abhandlung führt ein Stück aus der Geschichte der altehrwürdigen Leipziger *Schola Thomana* vor und giebt damit zugleich einen Beitrag zur Geschichte des alten Rektors Jakob Thomasius (1676—1684), dessen Tagebuch nicht nur die für die Schule nötigen Nachrichten enthält, sondern auch seine Eindrücke von dem, was drauſsen in der Welt vor sich ging und zwar genau, manchmal sogar in behaglicher Breite. Verfasser beschränkt sich in seiner Arbeit auf das für die allgemeine Kulturgeschichte Interessante; die Schulverhältnisse streift er nur, obgleich das Tagebuch auch hierfür reichen Stoff geboten hätte. Hoffentlich benutzt Verfasser ihn für eine zweite, sicher ebenso interessante Abhandlung.

5. **Schneeberg,** Königl. Gymnasium. Nr. 555. Oberlehrer P. H. Freitag: *Untersuchung* I. *der Kurve* $\left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{2}{3}} = 1$; II. *der Fläche* $\left(\frac{x}{a}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{2}{3}} + \left(\frac{z}{c}\right)^{\frac{2}{3}} = 1$. 24 S. 4°.

In dem ersten Teil der Arbeit behandelt der Verfasser die Lage und Gestalt der Kurve, ihre Tangenten und Normalen, ihren Krümmungskreis und die Quadratur und Rektifikation; es ergiebt sich als Gesamtfläche $\frac{3ab\pi}{8}$, als Gesamtumfang $\frac{4a^2 + ab + b^2}{a + b}$. Ebenso verbreitet sich der zweite Teil über Lage und Gestalt der Fläche, ihre Tangentialebenen und Normalen, den Hauptkrümmungshalbmesser, die Kubatur und die Komplanation; für das Volumen ergiebt sich $\frac{4abc\pi}{35}$, für die Oberfläche aber ein ziemlich umfangreicher Ausdruck, der für $a = b = c$ in $\frac{17}{12}a^2\pi$ übergeht. — Die gefundenen Werte werden, soweit es thunlich ist, mit den entsprechenden Werten bei der ein- und umbeschriebenen Ellipse bezw. dem ein- und umbeschriebenen Ellipsoid verglichen; auch wird auf die verhältnismäſsig einfachen Beziehungen zwischen beiden aufmerksam gemacht.

6. **Annaberg,** Königl. R.-G. nebst P.-G. Nr. 559. Oberlehrer B. Chemnitzer: *Koordinaten-Transformationen auf beliebiger Oberfläche in konjugiert-komplexen Variabeln.* 32 S. 4°.

Nachdem Verfasser in der Einleitung die Grundlagen einer Geometrie auf beliebiger Oberfläche erörtert hat, behandelt er das Bogenelement auf einer beliebig gegebenen Oberfläche in konjugiert-komplexen Koordinaten und wendet sich dann seinem eigentlichen Gegenstande zu. Der erste

Abschnitt beschäftigt sich mit der Transformation verschiedener Arten von Koordinatensystemen auf gegebener Oberfläche in einander und umfaſst sechs einzelne Transformationen, wie z. B. die Maſstransformation eines beliebigen Koordinatensystems in sich; der zweite Abschnitt enthält die Transformation eines gegebenen Koordinatensystems auf gegebener Oberfläche in ein durch seine analytische Definition als doppelte Kurvenschar auf dieser Oberfläche gleichfalls gegebenes anderes Koordinatensystem und behandelt drei einzelne Transformationen, wie z. B. die Transformation eines beliebigen Koordinatensystems in ein näher bestimmtes isometrisches.

7. **Döbeln,** Königl. R.-G. und Landwirtschaftsschule. Nr. 562. Oberlehrer Dr. Fr. Krautz: *Anbauversuche mit Braugerste in der Döbelner Pflege.* 38 S. 4°.

Da der Körnerbau von Jahr zu Jahr für den deutschen Landmann schlechter rentiert, ist diesem schon oft der Rat gegeben worden, seinen Betrieb überhaupt zu ändern und mehr zur Viehhaltung, zum Rübenbau u. a. S. überzugehen. Verfasser erkennt die Berechtigung dieses Rates an, meint aber doch, daſs der Körnerbau stets die Hauptsache sein werde und auch bleiben müsse und empfiehlt dann auf Grund der in der Abhandlung eingehend geschilderten sehr interessanten Anbauversuche des Döbelner landwirtschaftlichen Vereins den Anbau von Braugerste, von der Deutschland jetzt noch nicht einmal die Hälfte des eigenen Bedarfs erbaue. Er ist der Ansicht, daſs viele Gegenden unseres deutschen Vaterlandes, die sich jetzt am Gerstenbau nicht beteiligen, eine gute Braugerste hervorbringen können, wenn sie der für ihren Boden und ihr Klima richtigen Sorte eine sorgfältige Kultur angedeihen lassen. Der jetzt leider abnehmende Gerstenbau wäre sehr wohl in nicht allzu ferner Zeit imstande, den ganzen Bedarf Deutschlands zu decken. Auf die Schilderung der Versuche muſs ich leider verzichten, da sie dem Gebiete dieser Zeitschrift doch wohl zu fern liegen; ich glaube aber, sie werden manchen Fachgenossen mehr interessieren, als man nach dem Stoff allein vielleicht schlieſsen möchte.

8. **Dresden-A.,** Annenschule (R.-G.). Nr. 563. Oberlehrer Dr. phil. K. M. Klassen: *Über das Leben und die Schriften Byrhtferths eines angelsächsischen Gelehrten und Schriftstellers um das Jahr 1000.* 39 S. 4°.

Die vorliegende Abhandlung führt uns in das reich entwickelte Leben der Angelsachsen im Anfang des 11. Jahrhunderts. Das Handbuch des angelsächsischen Gelehrten Byrhtferths gewährt einen guten Einblick in die Leistungen der Angelsachsen, besonders auf mathematischem und astronomischem Gebiete, indem es in der Hauptsache die Einteilung des Jahres, und die Bestimmung der kirchlichen Feste, besonders des Osterfestes, behandelt; man kann es also als einen Versuch eines Lehrbuchs der Kalender- und Festrechnung ansehen. — Verfasser bespricht das Leben und Wirken Byrhtferths, giebt den Inhalt des Handbuchs ausführlich an und gewährt dem Leser so in seiner mit gründlicher Quellenkenntnis geschriebenen Abhandlung einen interessanten Einblick in die englische Kulturgeschichte jener Zeit.

9. **Freiberg i. S.,** Realgymnasium. Nr. 565. Oberlehrer Dr. phil. S. Peine: *St. Barbara, die Schutzheilige der Bergleute und der Artillerie und ihre Darstellung in der Kunst.* 38 S. 4°.

Verfasser erzählt uns zunächst über die Barbara-Legende, die uns in zahlreichen griechischen und lateinischen Handschriften überliefert worden ist, sodann von der Verehrung der Heiligen, die besonders im Mittelalter eine hohe Bedeutung hatte, und geht schlieſslich auf die bildliche Darstellung der Heiligen ein, die von verschiedenen Malerschulen in zum Teil berühmten Gemälden dargestellt worden ist.

10. Leipzig, Städt. Realgymnasium. Nr. 566. Oberlehrer Prof. Dr. E. Mogk: *Kelten und Nordgermanen im 9. und 10. Jahrhundert.* 25 S. 4°.*)

Von den kaiserlichen Erlassen des Jahres 1890 ausgehend, wonach das Deutsche im Mittelpunkt des gesamten Unterrichts höherer Lehranstalten stehen soll, wirft Verfasser die Frage auf, wie es denn nun mit der deutschen Mythologie stehe und kommt zu dem folgenden Ergebnis: Von den Göttern und Sagen der alten Deutschen wissen wir fast gar nichts; alle zusammenhängenden Sagen schöpfen wir aus altisländischen Quellen, den Eddaliedern, die aber auch in ihrer jetzigen Gestalt kein so hohes Alter haben, wie man früher vielfach glaubte. Es steht fest, dafs diese Lieder durchaus nicht altgermanische oder gar deutsche Verhältnisse wiederspiegeln, nicht einmal gesamt nordische, sondern nur isländische spiegeln sie wieder. Die hohe Blüte der isländischen Litteratur im Mittelalter ist gezeitigt worden durch den engen Verkehr mit den Kelten, die zur Zeit der Völkerwanderung die griechisch-römische Kultur bewahrt und die auch die Phantasie der Nordgermanen befruchtet haben. Die mit gründlicher Gelehrsamkeit geschriebene Abhandlung beweist, dafs man die Sagen der Edda nur mit grofser Vorsicht als Ausdruck altgermanischen Glaubens in die Schule verpflanzen darf.

11. Zwickau, Realgymnasium. Nr. 568. Konrektor Prof. V. H. Schnorr: *Die Krystallformen des Kalkspates von Neumark.* 16 S. 4°.

Die Schrift beschäftigt sich mit Kalkspatkrystallen aus dem Diabas, der bei Neumark zu Tage tritt. Es werden neun Rhomboeder, 17 positive Sklalenoeder und vier negative Sklalenoeder, im ganzen also 30 Formen beschrieben, wovon sieben nach Angabe des Verfassers bisher am Kalkspat überhaupt nicht beobachtet worden sind. Der Schlufs ist den Zwillingserscheinungen gewidmet. — Die Krystallwinkel sind an einem Goniometer des Universalapparats nach der neuesten Konstruktion aus der Werkstatt von R. Fuess in Steglitz gemessen und auf die Sekunden genau angegeben. Für Mineralogen dürfte die Arbeit nicht ohne Interesse sein.

12. Chemnitz, Städt. Realschule. Nr. 570. Oberlehrer W. Zöllner: *Die Bedeutung der Elbe für den mittelalterlichen Handel Sachsens.* 23 S. 4°.

Diese Abhandlung schildert nicht allein die Entwickelung des Elbhandels von seinen ersten Anfängen (Tiberius) bis auf unsere Tage, sondern giebt auch ein anschauliches Bild von den mannigfachen politischen Verwicklungen, die durch den Elbhandel hervorgerufen worden sind und zur Gestaltung der Verhältnisse beigetragen haben. Ich erinnere nur an Bardewieck, Hamburg, Magdeburg und die Mark Meifsen. Die Arbeit ist mit Quellenangaben reich ausgestattet und dürfte Jedem, der dem Gegenstande Geschmack abzugewinnen vermag, gewifs recht interessant und lesenswert erscheinen. Man wird weder eine Übersicht über die Elbhandelsartikel, noch eine Erörterung über die Bemannung und Ausrüstung der Elbschiffe früherer Zeiten, noch sonst etwas Wesentliches in das Gebiet Einschlägiges vermissen; sogar der Benennung der Schiffsarten, ihre Tragfähigkeit und ihres Anschaffungspreises und der strompolizeilichen Vorschriften gedenkt Verfasser, ebenso auch der mancherlei Schwierigkeiten, die früher den Verkehr über den Strom, wie auch auf dem Strom hemmten.

13. Dresden-Friedrichsstadt, Realschule. Nr. 573. Herm. Rebenstorff: *Über Farbenthermoskope und ihre Verwendung im Unterricht.* 39 S. 4°.

Der in der Physik unterrichtende Lehrer hat oft mit der Schwierigkeit zu kämpfen, die Ergebnisse der Experimente einer ganzen Schulklasse nur

---

*) Diese Abhandlung gehört strenggenommen in das sprachliche Gebiet. D. Red.

schwer zeigen zu können; das gilt z. B. von Temperaturveränderungen und Ausdehnungserscheinungen. Und doch haben die Schüler ein berechtigtes Interesse daran, sich sinnlich von dem Sachverhalt zu überzeugen. Um nun diesen Wunsch zu erfüllen, bedient man sich verschiedener Mittel und auch die vorliegende Arbeit strebt in der Hauptsache demselben Ziel entgegen. — Nachdem Verfasser sich zunächst über die Hülfsmittel bei thermischen Demonstrationen verbreitet hat, behandelt er im Besondern die Doppeljodide des Quecksilbers, das Kupfer-Quecksilberjodid, das Silber-Quecksilberjodid und verwandte Verbindungen, giebt dann einige Bemerkungen über die Farbe und ihre Änderungen und bespricht endlich eingehend die Verwendung der Farbenthermoskope im Unterricht. Einen Teil der vom Verfasser beschriebenen Experimente glaube ich in der Versammlung der sächsischen Realschullehrer — Dresden, Herbst 1895 — gesehen zu haben; sie wurden sehr elegant und sicher ausgeführt und fanden allgemeinen Beifall. Ich glaube deshalb allen Physiklehrern das Studium der Abhandlung auf's Angelegentlichste empfehlen zu können; auch dürfte ihnen der angeschlossene Preiskurant für die zum Silber-Farbenthermoskop gehörigen Apparate eine dankenswerte Beigabe sein.

14. **Glauchau**, Realschule m. P. G. Nr. 576. Oberlehrer R. Lehmann: *Verzeichnis der Schülerbibliothek.* 85 S. 4°.

Die Zusammenstellung der Bücher einer Schülerbibliothek, besonders einer ziemlich reichhaltigen, wie die Glauchaus, ist recht dankenswert, da andere Schulen sie bei Anschaffungen gern zu Rate ziehen werden. Verfasser ordnet in übersichtlicher Weise die Bücher in drei Abteilungen ein, nämlich in Bücher für die Ober-, für die Mittel- und für die Unterklassen. Vermissen wird man vielleicht Scheffels Eckehardt, diesen Freund der Alten und der Jungen, und die Gedichte des Schweizerdichters H. F. Meyer, von denen sich doch eine Anzahl der schönsten zu Deklamationen eignen, so „Die Füße im Feuer", „Der trunkene Gott", „Fingerhut".

15. **Leipzig**, Realschule I. Nr. 579. Oberlehrer M. Löwe: *Das Zahlenrechnen an der sächsischen Realschule.* 10 S. 4°.

Dieser Aufsatz enthält gewissermaßen den Niederschlag der langjährigen Erfahrungen des Verfassers im Rechenunterricht und verdient somit gewiß eine nähere Betrachtung, und das umsomehr, als die Ansichten des Verfassers noch dadurch ein erhöhtes Gewicht erhalten, daß er zugleich auch Verfasser der gangbarsten Rechenbücher an den sächsischen Realschulen ist. Deshalb werde ich mich in diesem Falle nicht auf eine bloße Inhaltsangabe beschränken, sondern auch einige Punkte besonders beleuchten. — Nachdem der Verfasser das Wesen der Realschule gekennzeichnet und die Berechtigungen ihrer Zöglinge aufgezählt hat, giebt er eine allerdings nur auf die Leipziger Realschulen sich gründende Statistik über die Berufswahl der Abiturienten und schildert dann die Bedeutung des Rechnens im Lehrplan der Realschule. Ob der Verfasser nicht zu weit geht, wenn er das Rechnen als Grundpfeiler des Lehrplans neben die Muttersprache stellt, lasse ich dahingestellt. Jedenfalls erscheint aber auch mir der Rechenunterricht in den Oberklassen der Realschule unentbehrlich; nur sollte er nicht mit einer Stunde wöchentlich abgefunden werden, dann wird sein Wert allerdings fraglich. — Der bildende Wert des Rechnens ist m. E. ein recht bedeutender; umsomehr aber sollte man auch dahin streben, den Stoff so zu ordnen, daß er allenthalben von einem möglichst großen Prozentsatz der Schüler verdaut wird. Aus diesem Grunde würde ich z. B., abweichend von dem Verfasser das Einfachste aus der Prozent- und Zinsrechnung bereits in der vierten, also nicht erst in der dritten Klasse drannehmen und dafür die zusammengesetzte Regeldetri und die schwierigeren Aufgaben aus der Gesellschafts- und der Mischungsrechnung aus der vierten in die dritte Klasse verweisen. — Der dritte und letzte

Abschnitt enthält ganz vortreffliche Bemerkungen über die methodische Behandlung des Stoffs, namentlich auch über die Betreibung des Kopfrechnens. So z. B. sieht Verfasser in erster Linie auf Sicherheit, in zweiter auf Gewandtheit und in dritter auf Schönheit in der Ausführung. Rechenvorteile sollen nur angewandt werden, wenn sie wirklich Vorteile sind und sie die Sicherheit nicht gefährden. Die österreichische Divisionsmethode ist zu verwerfen und ebenso auch — füge ich hinzu — die kombinierende Multiplikation. Der Diskont ist vom 100 zu rechnen, weil das allgemeiner Geschäftsgebrauch ist. — Allen Fachgenossen sei hiermit das Lesen des Schriftchens warm empfohlen. —

16. **Meerane,** Realschule. Nr. 584. Oberlehrer O. Nestler: *Ein Entwurf der geometrischen Elemente bis zu den Parallelen mit einem Vorwort und 15 angeschlossenen Figuren.* 18 S. 4°.

In dem Vorwort handelt Verfasser über die verschiedenen Auffassungen der Null und die Folgerungen hieraus für die Parallelentheorie; dann wendet er sich zu den allgemeinen Eigenschaften der geometrischen Gebilde und von da zu den Hauptsätzen der allgemeinen Gröfsenlehre und behandelt nun der Reihe nach die Gerade und die Ebene, den Kreis, den Winkel und die Figurenbestimmung. In einem zweiten Abschnitt folgen dann die Winkel des einfachen und des Doppelkreuzes oder, wie es gewöhnlich heifst, die Sätze über die Winkelpaare an Parallelen und deren Umkehrungen. — Da der Verfasser nach dem vorliegenden Entwurf den Unterricht in den Anfangsgründen der Planimetrie erteilt, dürfte eine eingehende Besprechung des Schriftchens in dieser Zeitschrift am Platze sein. Ich kann mich deshalb an diesem Orte wohl mit dieser kurzen Inhaltsangabe begnügen.

17. **Pirna,** Städt. Realschule. N. 587. Oberlehrer Brömel: *Der Gleichgewichtszustand einer Flüssigkeit in einer vertikalen kapillaren konischen Röhre.* 22 S. 4°. Eine Figurentafel.

Nachdem Verfasser einiges aus der Geschichte der Kapillarität mitgeteilt und namentlich die Verdienste von Borelli, Laplace, Gaufs und Neumann ins rechte Licht gerückt hat, behandelt er zunächst den Fall der sich nach oben erweiternden und dann den Fall der sich nach oben verengernden Röhre. Die cylindrische Röhre sei auch schon anderswo bearbeitet, wie z. B. von F. Neumann; und die gewonnenen Resultate lassen sich mit geringen entsprechenden Änderungen auch auf den ersten hier behandelten Fall übertragen, nicht aber auf den zweiten, da die Oberfläche hierbei eine Gestalt annehmen kann, die bei der cylindrischen Röhre ausgeschlossen ist. — Für Freunde dieses Gebiets werde noch bemerkt, dafs Verfasser es als sein Verdienst in Anspruch nimmt, das Problem des Gleichgewichts einer Flüssigkeit in einer vertikalen kapillaren konischen Röhre besonders dadurch gefördert zu haben, dafs er auch für den Fall der sich nach oben verengenden Röhre eine zweite Annäherung gegeben habe.

18. **Werdau,** Realschule. Nr. 592. Oberlehrer F. O. Otto: *Ein Attraktionsproblem.* 64 S. 8°.

Verfasser behandelt die Bestimmung der freien Bewegung eines materiellen Punktes unter dem Einflusse einer nach einem festen Centrum hin gerichteten Kraft von der Form:

$$P = \frac{A}{r^2} + \frac{B}{r^3} + \frac{C}{r^4}.$$

Er beschäftigt sich zunächst mit der Aufstellung der Differentialgleichungen der Bewegung, bearbeitet dann eine sich hierbei ergebende Funktion, reduziert die Integrale auf die Legendresche Normalform, führt dann

elliptische Funktionen und Transzendente ein, geht darauf zur Darstellung der elliptischen Funktionen durch die Jacobische Funktion Θ und die Aufstellung der Bahngleichungen über und diskutiert schliefslich die gefundenen Werte. In der Schlufsbetrachtung wird der Fall der Abstofsung kurz erörtert und dann noch darauf hingewiesen, dafs die Bahnkurven, von denen eine kleine Tafel beigegeben ist, auch den ästhetischen Anforderungen, die man nach des Verfassers Ansicht an sie zu stellen berechtigt ist, sehr wohl genügen.

19. **Chemnitz,** Techn. Staatslehranstalten. Prof. Th. Joh. Pregél: *Die Technik im Altertum.* 54 S. 4°.

Nach einem kurzen Überblick über die Urgeschichte der modernen Kulturwelt schildert Verfasser zunächst die Bedeutung des Feuers für den Kulturmenschen und giebt dann eine eingehendere Darstellung der Entwickelung der Welt unserer Haustiere und unserer Nutzpflanzen. Hieran schliefst sich eine Geschichte der Metalle und ihrer Bearbeitung durch den Menschen. Dann bespricht Verfasser die Indienstnahme der Naturkräfte: Wind und Wasser und die Konstruktion der ersten Maschinen: Drehbank, Handspinnrad, Kriegsmaschinen u. s. w. Nunmehr folgt die Verwertung der Elastizität und des Hebels; es wird die Brunnen- und die Mühlenbaukunst, die Bearbeitung der Metalle und die Einführung der Steinkohle berührt. Es folgt eine Besprechung der Töpferei und Glasbläserei, der Wirkerei und Weberei, der Färberei und der Druckerei und der mancherlei andern Industriezweige, die im Altertum betrieben wurden. Die Abhandlung ist reich mit Quellenangaben ausgestattet und, wenn sie auch wenig Eigenes enthalten sollte, doch gewifs eine interessante Zusammenstellung eines reichen Stoffes.

Notiz der Redaktion.

Herr Realschuloberlehrer Sievers hat wegen Arbeitsüberbürdung die fernere Bearbeitung der sächsischen Programmschau abgelehnt. An seiner statt hat sich auf unsere Aufforderung im Jahrg. 1896, Heft 6, S. 640 Herr Dr. Richter, Oberlehrer an der Realschule I Leipzig (Nordvorstadt) zur Bearbeitung derselben erboten. Wir bitten deshalb die Herren Fach-Kollegen aus Sachsen, Ihre Programmarbeiten an genannten Herrn zu senden.

Wir ergreifen die Gelegenheit, Herrn Oberl. Sievers für seine langjährige treue Unterstützung bezügl. dieser Abteilung unsern wärmsten Dank auszusprechen. —

C. Zeitschriftenschau.

Himmel und Erde.

Illustrierte naturwissenschaftliche Monatsschrift, herausgegeben von der Gesellschaft Urania, Berlin. Verlag von Hermann Paetel, Jahrgang IX.

(Forts. von Heft 1, S. 54.)

Heft 4. Die Bewegung unsrer Erdrinde und ihre Messung. Von Hecker-Potsdam (m. 7 Fig.). Ein höchst interessanter Aufsatz ist: „Der Kältepol in Werchojansk (Sibirien) und die solare Theorie.“ Von Zenker-Berlin. Hierin wird man aufgeklärt über sibirische Kälte. Geradezu erschreckend sind die Temperaturgegensätze im östlichen Sibirien. Man kennt in dem kleinen Städtchen Werchojansk Temperaturgegensätze, die zwischen minus 66 Grad Kälte im Januar und plus 16 Grad Wärme

im Juli liegen. Und dennoch weifs der Mensch sich mit diesem Klima zu befreunden. Selbst Europäer, welche einige Jahre lang in demselben gelebt haben, sehnen sich danach zurück. Was bedeutet denn auch dieser berüchtigte sibirische Frost gegen den europäischen! Die Luft ist bei stärkeren Kältegraden fast ausnahmslos ganz still, der Himmel vollständig klar, die Sonne wirkt so stark, dafs oft bei minus 25 Grad Celsius das Wasser von den Dächern tropft und es dem Spaziergänger — selbstverständlich im Pelze, den auch der ärmste Bettler besitzt — fast zu warm wird. Wie anders ist das in Europa, wo der schneidende Nordwind bei viel geringeren Kältegraden oft die wärmsten Pelze durchdringt, und es niemand einfällt, unter minus 25 Grad ohne triftigen Grund die Winterluft zu geniefsen. Ein grofser Vorzug ist die Trockenheit des Klimas, welche der Gesundheit zusagt. Lungenkrankheiten sind in Sibirien unbekannt; hierher gekommene Lungenkranke finden häufig Heilung, mindestens Linderung ihres Leidens. So vermag also die menschliche Natur sich im hohen Mafse den Bedingungen des Klimas anzupassen.

Der Artikel „Über Korallenriffe und ihren Anteil an dem Aufbau der Erdrinde“ von Frech-Breslau mit 5 Illustr. und einem Titelbilde findet hier seinen Abschlufs. Der letzte Art. d. Heftes „Eine Kulturbewegung in der Naturwissenschaft“ von Hallervorden-Königsberg ist psychiatrischer Natur und kämpft für eine „klinische Psychologie“, die sittl. Bestrebungen Kants aufs neue hervorrückend. —

Heft 5. Die Bedeutung der Südpolarforschung. Von Hahn-Königsberg. Mit Kartenskizze der Südpolarregion und einem Bildnisse Neumayers. — Das Matterhorn von R. v. Lendenfeld mit Titelbild und 2 Illustr. — Bestimmung der Polhöhe und der Intensität der Schwerkraft auf 22 Stationen von der Ostsee bei Kolberg bis zur Schneekoppe (v. k. pr. Geod. Instit.) Mit 2 Illustr. Schwerprofil im Meridiandurchschnitt.

Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaften.

Jahrgang III.

Nr. 1. Neumann-Berlin, Über geometr. Wandtafeln. — Schwalbe-Berlin, Freihand-Versuche, Mitteilung II.: Versuche mit kohlensaurem Wasser. — Möller-Braunschweig, Über Mathematik und Naturwissenschaft in ihrer Beziehung zum Studium des Ingenieurwesens.

Es folgt dann die Mitteilung über mehrere im Verein zu Elberfeld gehaltenen Vorträge: Demonstration mit dem elektrischen Mikroskop von Schöler-Elberfeld; Unterrichtsmittel für den Stereometrie-Unterricht in Untersekunda. (Holz- und Blechmodelle) von Lenz-Elberfeld; Kritische Bemerkungen über die Mathematik der höheren Schulen von Buchrucker-Elberfeld.

Dem Hefte ist ein Verzeichnis der Mitglieder des Vereins beigegeben, dat. vom 1. Jan. 1897. Die Zahl der Mitglieder beträgt bereits über 500 (527). Die meisten zählt Berlin (36), dann folgt Elberfeld (27). Am Kopfe des Heftes ist angezeigt, dafs die nächste Versammlung in Danzig zu Pfingsten ds. J. stattfindet und dafs Vorträge bis 1. März bei Dir. Hamdorf in Guben anzumelden seien.

Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht.

Jahrgang X.

Heft 1. **Aufsätze.** E. Mach, Über Gedankenexperimente. Fr. C. G. Müller, Galvanometrische Schulapparate. M. Raschig, Veranschaulichung der Luftbewegung in gedeckten und offenen Pfeifen. M. Koppe, Die Coriolissche Kraft. — **Kleine Mitteilungen.** P. Spies, Die Rogetsche Spirale. H. Kuhfahl, Bemerkungen zu der Formel für das Dopplersche

Prinzip. W. Merkelbach, Einfacher Knallgas-Apparat. Für die Praxis: Versuche mit Glühlampen. — **Berichte.** *1. Apparate und Versuche:* Himmelsglobus nebst Anleitung zu dessen Gebrauch (K. Rohrbach). Künstliche Regenbildung (Errera). Eine neue Form des Quadrantenelektrometers (F. Dolezalek und W. Nernst). Eine neue Form der Quecksilberluftpumpe (R. W. Wood). *2. Forschungen und Ergebnisse:* Die Gewinnung elektrischer Energie aus der Kohle (W. Borchers, A. Coehn u. a.). Der Lichtbogen zwischen Quecksilberelektroden (L. Arons). Die Abarten des Kohlenstoffs (H. Moissan). *4. Unterricht und Methode:* Didaktik und Methodik des Chemie-Unterrichts (R. Arendt). *5. Technik und mechanische Praxis:* Vakuumröhrenbeleuchtung (Farlan Moore). Die magnetische Ungleichmäfsigkeit des Eisens und Stahls (A. Ebeling und E. Schmidt). Magnetisierung und Hysterese einiger Eisen- und Stahlsorten (H. du Bois und E. Taylor Jones). — **Neu erschienene Bücher und Schriften.** R. Meyer, Jahrbuch der Chemie. W. Nernst und W. Borchers, Jahrbuch der Elektrochemie. H. Behrens, Mikrochemische Analyse. J. Beuriger, Physikalisch-chemische Wandtafeln. H. G. Zeuthen, Geschichte der Mathematik. G. Brandt, Schulphysik. K. List, Leitfaden für den Unterricht in der Chemie. W. Kalmann, Chemische Untersuchung von Rohstoffen. F. Bachmann u. W. Breslich, Lehrbuch der Physik und Chemie für höhere Mädchenschulen, 3. Aufl. Programm-Abhandlungen. — **Versammlungen und Vereine.** 68. Naturforscherversammlung zu Frankfurt a/M. — Mitteilungen aus Werkstätten. — Korrespondenz — Anleitung zum Gebrauch der astronomischen Tafel für 1897. — Himmelserscheinungen im Januar, Februar und März 1897.

Anhang zur Zeitschriftenschau.

Unser Lesesaal.

In der (österr.) Zeitschrift f. R.-W. (Jahrg. XXII, Heft 3—4) steht ein Artikel „Über olympische Spiele und ihre Bedeutung für die körperliche Erziehung der Jugend von Kemény, Mitglied des internat. Komités (für diese Spiele), ein Aufsatz, der zumal die Turnlehrer, aber auch jeden andern Lehrer, der es mit der physischen Erziehung der Jugend gut meint, interessieren wird. Der Artikel orientiert über die Veranstaltungen, die das internationale Komité getroffen hat, sowie überhaupt über die Thätigkeit der Anhänger und Förderer dieser Spiele in den verschiedenen Staaten: Amerika, England, Ungarn, Deutschland, Griechenland. Dabei ist auch die deutsche Litteratur über diese Spiele berücksichtigt. Da in Schul-Zeitschriften über diese Veranstaltungen wenig und selten etwas zu lesen ist, so dürfte dieser Artikel allen Fachkollegen sehr zu empfehlen sein.

In derselben Zeitschrift findet sich für Neusprachlehrer eine Reihe von Artikeln über den französischen Sprachunterricht nach *Gouins* Methode (XXI, 11—12 u. XXII, 1) und Stimmen über diese Methode (XXII, 3). —

Auf der Leipziger Universitätsbibliothek fanden wir die (neue) Fortsetzung der bekannten Raumerschen Geschichte der Pädagogik von Lothholz (Gymn.-Dir.): „Pädagogik der Neuzeit in Lebensbildern". Gütersloh, Bertelsmann 1897. Sehr interessant erschienen uns darin die Lebensbeschreibungen zweier Schulmänner und zwar Philologen*) nämlich

*) Dies sei zugleich denen zum Troste gesagt, die uns immer für einen Feind der Philologen („Philologenfresser") angesehen haben; unter ihnen hat sich besonders ein bair. Gymnasialdir. hervorgethan, dem wir uns in ds. u. Ztschr. deshalb noch einmal vorzustellen die Ehre haben werden.

Köchly und Bonitz. Von dem ersteren bewahren wir noch heute aus der Zeit unsers Kreuzschulbesuchs ein lebhaftes Bild. Der letztere, den wir gelegentlich eines Besuchs in Berlin kennen zu lernen die Ehre hatten, und der als Philolog auch die Mathematik hoch schätzte, ist wegen seiner tiefgreifenden organisatorischen Wirksamkeit in Österreich noch in gutem Andenken. Leider konnten wir in dem verdienstlichen Buche einen Mathematiker als Schulmann nicht entdecken, obschon es deren genug gegeben hat. Es sind eben nur Philologen gezeichnet. Es wäre daher an der Zeit, dafs ein begabter Schriftsteller unter den Mathematikern auch eine „Ruhmeshalle berühmter Mathematiklehrer" eröffnete. —

Unsere früher ausgesprochene Bitte an die Herren Fachkollegen (Jahrg. 1896. Heft 6, S. 461), sie möchten ihre Lesefrüchte von hochinteressanten Artikeln auf dem Tische unsers Lesesaales niederlegen, ist leider von keiner Seite erfüllt worden. Lesen denn die Herren gar nichts? Vielleicht beglücken uns einmal die im Ruhezustande (Pension) befindlichen und der Mufse geniefsenden Herren mit einigen Lesefrüchten?!

Bibliographie.

Ergänzung zu Heft 2, S. 149 (Dez. 1896).

3. Geographie.

Debes' politische Schulwandkarte des deutschen Reichs und seiner Nachbargebiete. 1:880000. 2. Auflage. (6 Bl.) Leipzig, Wagner & Debes. 6,00.

Ehlers, Otto, Im Osten Asiens. 3. Aufl. (391 S.) Berlin, Allg. Verein für deutsche Litteratur. 6,00.

—— Samoa, Die Perle der Südsee, *à jour* gefafst. 3. Auflage. (199 S.) Berlin, Paetel. 3,00.

Bülow, Prem.-Lieutenant, Deutschsüdwestafrika. 2. Aufl. (365 S.) Berlin, Mittler. 6,00.

Wegener, Herbsttage in Andalusien. 3. Aufl. (322 S.) Berlin, Allg. Verein für deutsche Litteratur. 6,00.

Steinen, Prof. Dr., Unter den Naturvölkern Zentralbrasiliens. 2. Aufl. (413 S. mit Tafeln und Abb.) Berlin, Reimer. 5,50.

Siebold v., Nippon. Archiv zur Beschreibung von Japan. 2. Auflage. (421 S.) Würzbürg, Woerl. 8,00.

Gäbler, Schulwandkarte des deutschen Reichs und der Nachbarländer, politisch. 1:800000. 8. Auflage. Leipzig, Lang. 15,00.

—— Schulwandkarte von Europa, physikalisch. 6. Auflage. 1:3000000. Ebdenda. 15,00.

—— Dieselbe. Kleine Ausgabe. 4. Aufl., politisch koloriert. Ebda. 10,00.

Januar und Februar 1897.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Baumeister, Dr., Die Einrichtung und Verwaltung des höheren Schulwesens in den Kulturländern von Europa und in Nordamerika. (894 S.) München, Beck. 16,00 M.

Banner, Oberl. Dr., Pädagogische Aphorismen und Aufsätze. (116 S.) Frankfurt a. M., Kesselring. 1,00.

Supprian, Sem. Dir. a. D., Frauengestalten in der Geschichte der Pädagogik. Kulturgeschichtl. Skizzen zur Frauenfrage. (289 S.) Lpz., Dürr. 4,00.

Braunmühl v., das achtjährige Mädchengymnasium. (14 S.) München, Hugendubel. 0,25.

Knöpfel, Gymn. L., Statistische Untersuchungen über die Gesamtlage der akademisch gebildeten Lehrer im Vergleiche mit den übrigen Beamten im Großherz. Hessen, unter besonderer Berücksichtigung der Verh. in den größeren deutschen Bundesstaaten. (32 S.) Gießen, Roth. 0,60.
Schulz, Mehr Kenntnisse! Weniger Zeit! Ein Vorschlag zur Neubildung unserer Schule. (47 S.) Berlin, Heinrich. 0,60.
Ichenhaeuser, Die Ausnahmestellung Deutschlands in Sachen des Frauenstudiums. (47 S.) Berlin, Walther. 0,80.
Partheil und Probst, zur Concentration der naturkundlichen Fächer. (40 S.) Dessau, Kahle. 0,50.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Hesse's L. O. gesammelte Werke. Herausg. von der math.-phys. Klasse der kg. bayer. Akademie der Wissensch. (732 S. mit Bildnifs) München, Franz. 24,000.
Böttger, Oberl., Grundzüge der Geometrie (ebene G. und Stereometrie). Lpzg., Dürr. Geb. 2,40.
——, daraus sep.: die Stereometrie (43 S.). Ebda. 0,60.

2. Arithmetik.

Fricke, Prof. Dr., Hauptsätze der Differential- und Integral-Rechnung. 1. Tl. (80 S.) Braunschweig, Vieweg u. S. 2,00.
Gundelfinger, Prof. Dr., Tafeln zur Berechnung der reellen Wurzeln sämtlicher trigonometr. Gleichungen. Hinzugefügt sind 4stellige Additions-, Subtraktions- und Briggische Logarithmen, sowie eine Interpolationstafel für alle Differenzen unter 100. (15 S.) Lpzg, Teubner. 1,40.
Griesmann, Dir. Dr, Der heutige Stand des Rechenunterrichts in der Volksschule. (40 S.) Lpzg., Dürr. 0,80.
Bolte, Oberl. Dr., Leitfaden für den Unterricht in der Arithmetik, zum Gebrauche an Navigationsschulen bearb. (64 S.) Hamburg, Peufser. 1,60.
Dorn's Aufgaben für mündliches und schriftliches Rechnen für höhere Mädchenschulen. In 7 Heften. Breslau, Handel. à 0,50.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

vacat.

Physik.

Föppl, Prof. Dr., Die Geometrie der Wirbelfelder. In Anlehnung an das Buch des Verf. über die Maxwellsche Theorie der Elektrizität. (108 S.) Lpzg., Teubner. 3,60.
Keller, Dr., Über den Urstoff u. seine Energie. 1. Tl. Eine phys.-chem. Untersuchung über die theoretische Bedeutung der Gesetze von Dulong-Petit und Kopp auf der Grundlage einer kinetischen Theorie des festen Aggregatzustandes. (58 S.) Ebda. 2,00.
Schlesinger, Prof. Dr., Handbuch der Theorie der linearen Differentialgleichungen. (532 S.) Ebda. 18.00.
Püning, Prof. Dr., Lehrbuch der Physik für die oberen Klassen höherer Lehranstalten. (270 S.) Münster, Aschendorff. Geb. 2,80.

Hentschel, Dr., Über die wahrscheinlichen Ursachen der Regenbildung. Offener Brief an die deutschen Elektrotechniker. (6 S.) Grünberg, Weifs..0,15

Chemie.

Bersch, Dr., Handbuch der Mafs-Analyse. (586 S.) Wien, Hartleben. 7,20.
Hoff, Prof. vant, Vorlesungen über Bildung und Spaltung von Doppelsalzen. Deutsch v. Dr Paul. (95 S.) Lpzg., Engelmann. 3,50.
Oppenheim. Dr. C., Grundrifs der Chemie. 1. Teil. Anorgan-Chemie. (156 S.) Berlin, Boas und Hesse. 3,20.
Schultze, Das letzte Auflodern der Alchemie in Deutschland vor 100 Jahren. Die Hermetische Gesellschaft 1796—1819. Ein Beitrag zur deutschen Kulturgeschichte. (44 S.) Lpzg., Freund. 1,80.
Günther, Anorganische Chemie. (62 S.) Berlin, Günther. 0,80.
Peters, Dr., Angewandte Elektrochemie. (338 S.) Wien, Hartleben. 3,00.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Friese, Die Bienen Europas nach ihren Gattungen, Arten und Varietäten auf vergl. morphologisch- biologischer Grundlage bearb. 3 Tl. Solitäre Apiden. (316 S.) Berlin, Friedländer. 12,00.
Trouessart, Dr., *Catalogus Mammalium tam viventium quam fossilium.* (218 S.) Ebda. 10,00.
Lehmann, Zoologischer Atlas. Nach Aquarellen v. Leutemann p. p. in Buntdruck ausgeführt. Taf. 49. Pfau. 81 cm : 60 cm. Lgzg., Schulbilderverlag. 1,40.
Hertwig, Prof. Dr., Zeit- u. Streitfragen der Biologie. 2. Heft: Mechanik u. Biologie. (211 S.) Jena, Fischer. 4,00.
Baer, K. †, Lebensgeschichte Cuvier's. Herausg. v. L. Stieda. (125 S.) Braunschweig, Vieweg. 3,00.
Möbius, Geh.-R. Prof. Dr., Die Tierwelt Ostafrika's und der Nachbargebiete. (273 S. m. 65 Taf.) Berlin, Reimer. 20,00.
Dürigen, B., Deutschlands Amphibien u. Reptilien. (676 S. m. Abb. u. 1 farb. Taf.) Magdeburg, Creutz. 18,00.
Mojsisovics, Prof., Das Tierleben der österreichisch-ungarischen Tiefebenen. Biologische u. tiergeographische Skizzen u. Bilder. (344 S. u. 8 Taf.) Wien, Hölder. 7,20.

2. Botanik.

Migula, Prof. Dr., Die Characeen. Unter Berücksichtigung aller Arten Europas bearb. (77 S.) Lpzg. Kummer. 2,40.
Möbius, Prof. Dr., Beiträge zur Lehre von der Fortpflanzung der Gewächse. (212 S.) Jena, Fischer. 4,50.

3. Mineralogie.

Schmid, Prof. H., Die modernen Marmore und Alabaster. Deren Einteilung, Entstehung, Eigenschaften u. Verwendung. (79 S.) Wien, Deuticke. 1,80.

Geographie.

Thoroddsen, Geschichte der isländischen Geographie. Übers. v. A. Gebhardt. 1. Bd. die isländ. Geogr. bis zum Schlusse des 16. Jahrh. (273 S.) Lpzg., Teubner. 8,00.
Lehmann, Dir., Geographische Charakterbilder. No. 29 Dresden. 58 cm : 80 cm. Farbendruck. Leipzig, Schulbilderverlag. 1,40.

Haardt, Vinc. v., Wandkarte der Planigloben. Orohydrogr. Ausgabe 1 : 20 000 000. Wien, Hölzel. 7,00.

Debes, Schulwandkarte von Asien. 1 : 7400 000. Lpzg., Wagner u. Debes 10,00.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Lieber, Prof. Dr. und Prof. von Lühmann, Leitfaden der Elementar-Mathematik. 1. Tl. Planimetrie, Trigonometrie und Körperberechnungen. 12. Aufl. (87 S.) 1,50. — 3. Tl. Erweiterung des Vor., sphär. Trig., Coordinaten und Kegelschnitte. 8. Aufl. (139 S.) Berlin, Simion. 1,80.

Serret, Lehrbuch der Differential- und Integralrechnung, Deutsch v. Axel Harnack. 2. Aufl. v. Bohlmann. 1. Differentialrechnung. (570 S.) Lpzg., Teubner. 10,00.

Reidt, weil. Prof. Dr., Einleitung in die Trigonometrie und Stereometrie für d. Untersekunda. 3. Aufl. (32 S.) Berlin, Grote. 0,30.

Seeger, Realgymn.-L., Die Elemente der Arithmetik. I. Tl. Pensum der Quarta u. der Untertertia. 2. Aufl. (112 S.) Güstrow, Opitz u. Co. 1,40.

Villicus, Dir. Prof., Die Geschichte der Rechenkunst vom Altertume bis zum 18. Jahrh. Mit Illustrationen, Zahlzeichen, Zahlensystemen u. Rechenmethoden der alten Kulturvölker und altamerikanischen Völkerstämme. 3. Aufl. (114 S.) Wien, Gerold. 3,20

2. Naturwissenschaften.

Korn, Privatdoz. Dr., Eine Theorie der Gravitation und der elektrischen Erscheinungen. 2. Aufl. 2. Tl. (208 S.) Berlin, Dümmler. 2.50.

Graetz, Prof. Dr., Die Elektrizität und ihre Anwendungen. Ein Lehr- und Lesebuch. 6. Aufl. (556 S.) Stuttgart, Engelhorn. 7,00.

Abendroth, Konrekt. Prof. Dr., Leitfaden der Physik m. Einschlufs der einfachsten Lehren der mathemat. Geogr. II. Bd. Kursus der Prima. 2. Aufl. (289 S.) Lpzg., Hirzel. 4,00.

Claus, Prof. Hofr. Dr. Karl, Lehrbuch der Zoologie. 6. Aufl. (966 S. m. 889 Holzschn.) Marburg, Elwert. 13,50.

Eiben, Sem. Lehrer, Praktische Anweisung zum Ausstopfen der Vögel für alle Freunde der Ornithologie. 3. Aufl. (58 S.) Lpzg., Ernst. 0,75.

Strasburger, Prof. Dr., Das botanische Praktikum. Anleitung zum Selbststudium der mikroskopischen Botanik. Für Anfänger u. Geübtere. Zugleich ein Handbuch der mikroskopischen Technik. 3. Aufl. (739 S. m. 221 Abb.) Jena, Fischer. 20,00.

Weinhold, Reg.-R. Dr., Vorschule der Experimentalphysik. Naturlehre in elementarer Darstellung nebst Anleitung zum Experimentieren. 4. Aufl. (572 S. m. 440 Holzschn.) Lpzg., Quandt u. Händel. 10,00.

3. Geographie.

Wagner, H., Lehrbuch der Geographie. 6. Aufl. von Guthe-Wagner's Lehrbuch der Geographie. Hannover, Hahn. In Lief. à 3,00.

Gaebler, Wandkarte der Apenninen-Halbinsel. 1 : 1 000 000. 2. Aufl. Lpzg., Lang. 12,00.

——, Schulwandkarte von Süddeutschland. 1 : 3000000. 2. Aufl. Ebda. 14,00.

Mündel, Die Vogesen. 8. Aufl. Strafsburg, Trübner. Geb. 4,00.

Perthes, Taschenatlas. 33. Aufl. vollst. neu bearb. von Habenicht. 24 kolor. Karten. Gotha, Perthes. Geb. 2,40.

Hirsch, Reisen in Südarabien, Mahraland u. Hadramut. (232 S.) Leiden, Brill. 9,00.

Gaebler, Schulwandkarte von Oceanien u. Australien. 1 : 8 000 000. 2. Aufl. Lpzg., Lang. 10,00.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Schulgesetzgebung und Schulstatistik, Auszüge und Abdrücke aus Zeitschriften u. dergl.)

Bericht über die Verhandlungen der pädagogischen Sektion der Naturforscher-Versammlung zu Frankfurt a./M.

Vom 21.—26. September 1896.

Mitteilung des Herausgebers nebst Spezialbericht des Referenten Dr. C. H. Müller in Frankfurt a./M.

(Forts. von S. 14, Heft 1.)

III.

Gemäſs unserer Vorbemerkung im Jahrg. 1896, Heft 8, S. 624 würde nun zuvörderst No. 2, Vortrag des Herrn Prof. Simon-Straſsburg „Geschichte und Metaphysik der Differential-Rechnung" folgen. Da aber dieser Vortrag ein mehr akademisches Interesse hat, so bringen wir zuvörderst den Doppelvortrag des Herrn Dir. Prof. Schwalbe-Berlin, da derselbe eine innigere Beziehung zur Schule aufweist, als jener; nämlich: a) Über technische Exkursionen. b) Freihand-Versuche.

I.

Über technische Exkursionen.

Der Vorwurf, daſs die höheren Schulen nicht ausreichend den technischen Fortschritten der Neuzeit folgen, ist meist übertrieben, wenigstens für die Realanstalten. Die Erfahrungen und Einrichtungen am Berliner Dorotheenstädtischen Realgymnasium, dem Redner vorsteht, werden dem Folgenden zu Grunde gelegt. Besonderes Interesse verdienen die technischen Exkursionen. Ähnliches ist schon früher von Commenius, dem Frankeschen Stifte, den Philanthropinisten u. a. angeregt worden*) — Zunächst sind die technischen Anstalten (Fabriken u. s. w.) in nächster Nähe des Schulorts zu besuchen, soweit sie sich für die Schüler eignen Groſse Städte sind hier bevorzugt. Aber auch in kleineren Verhältnissen lassen sich Wasserwerke, Landwirtschaftsbetriebe, Eismaschinen, Mühlenwerke, Töpfereien, elektrische Anlagen, Gieſsereien, Kalköfen, Gasanstalten, Brauereien u. dergl. ohne Schwierigkeiten besichtigen. Die Besuche finden im engen Anschluſs an den physikalischen Unterricht statt. Namentlich

---

*) Am Wiesbadener Realgymnasium, der ältesten deutschen Anstalt dieser Art, bestand ein fakultativer zweistündiger Kursus in der Technologie (vornehmlich chemische T.) für Primaner, mit welchem Exkursionen verbunden waren. Anm. d. Ref.

wird die Lehre von den einfachen Maschinen den Ausgangspunkt bilden. Behörden und Privatpersonen kommen den Wünschen der Schulen meist freundlich entgegen, doch dürfen die Besuche nicht zu oft erfolgen. Hierdurch erhält nun das Lehrfach (Chemie oder Physik) eine bedeutende Stütze. Dann gewinnt der Schüler Interesse für die Entwickelung seiner Vaterstadt, er empfängt ein Bild der enormen modernen Kulturarbeit und versteht besser die Abhängigkeit des Gewerbes von den natürlichen Hilfsquellen der Gegend. Nicht zu unterschätzen ist das ethische Moment, indem der Lehrer dem Schüler näher tritt. Ferner lernt der Schüler den Wert praktischer Arbeit schätzen und achten und wird vor der gefährlichen Überschätzung abstrakt geistiger Arbeit geschützt. Dem Einwande, daſs durch technische Exkursionen „Fachbildung" oder eine Verflachung idealer Bestrebungen und Hinleitung zum Materiellen erzielt würde, ist leicht zu begegnen. Die Lehrer haben sich in jedem Falle für die Ausflüge gründlich vorzubereiten. Die Universität hat bis jetzt wenig hierfür gethan, und es ist dringend nötig, daſs Vorlesungen über allgemeine Technologie (verbunden mit Exkursionen) eingerichtet werden.*) Bis zur Erfüllung dieses Wunsches kann sich der Lehrer mit den trefflichen Handbüchern der chemischen und elektrischen Technologie (Wagner u. s. w.) behelfen. Auf den meisten Gebieten der physikalischen Technologie ist allerdings ein empfindlicher Mangel an geeigneten Handbüchern vorhanden. Auch die gröſseren Lehrbücher der Physik berücksichtigen die Anwendungen in der Praxis nicht ausreichend. Ein Handbuch der physikalischen Technologie mit Rücksicht auf die Bedürfnisse höherer Schulen wäre daher als eine verdienstvolle Bereicherung unserer pädagogischen Litteratur anzusehen. Zur weiteren Ausbildung der Lehrer können dann die pädagogischen Seminare dienen, namentlich wenn sie in gröſseren Städten sich befinden. Auch mathematisch-naturwissenschaftliche Ferienkurse, die jetzt wohl als stehende Einrichtung zu betrachten sind, haben vielfach treffliche Gelegenheit, in dieser Hinsicht zu wirken. Den Lehrern aus den westelbischen Provinzen Preuſsens wäre anzuraten, zuweilen einige Provinzen des Ostens kennen zu lernen, während umgekehrt die Lehrer der Ost-Provinzen Gelegenheit suchen müſsten, auch einmal die Ferienkurse des Westens (Göttingen, Frankfurt a./M.) zu besuchen, um die Einrichtungen der Erz- und Farbindustrie kennen zu lernen. Dann würden auch viele veraltete Darstellungen über Hochofenbetrieb und andere metallurgische Prozesse, über Porzellanfabrikation u. dergl. verschwinden. — Die methodische Behandlung eines Ausfluges ist etwa folgende: In der Klasse wird zuerst eine Vorbesprechung ausgeführt, denn der Schüler muſs wissen, was er sehen soll. Der Unterricht bei der Besichtigung selbst ist peripathetisch. Nach der Exkursion folgt in der Klasse eine Nachbesprechung zur Wiederholung und Erläuterung unklarer Anschauungen. — Die Teilnahme ist fakultativ und nur für die Schüler der drei oberen Klassen bestimmt. In Berlin, speziell am Dorotheenstädtischen Realgymnasium werden den betr. Lehrern wöchentlich zwei Stunden für solche Ausflüge (auch für botanische bez. zoologische) als Pflichtstunden angerechnet. — Auch weitere Exkursionen wurden ausgeführt, z. B. von der Ober-Prima der betr. Anstalt in den Dortmunder Berg- und Hüttenbezirk. Näheres wird noch Dr. Böttger im Osterprogramm 1897 berichten. Die Kosten sind nicht übermäſsig groſs, selbst bei groſsen Ausflügen. Mit Rücksicht auf bedürftigere Schüler empfiehlt sich die Bildung einer Exkursionskasse. Von den Ausflügen werden zahlreiche und lehrreiche Fabrikerzeugnisse mitgebracht, die meistens von den freundlichen Fabrikherren geschenkt sind. Mit Leichtigkeit könnte von der

*) Vergl. die Frage der Vorbildung der Oberlehrer und Besuch der technischen Hochschulen im 1. Teile dieses Berichts. Anm. d. Ref.

Behörde eine Organisation getroffen werden, die es ermöglichte, ohne grofse Kosten für alle Schulen, namentlich auch für Gymnasien*) das nötige technische Material zu beschaffen, da es sich bei der Zusammenstellung nur um Objekte von geringem Geldwerte handelt. — Systematisch eingerichtete Exkursionen sind somit ein fruchtbringendes Bindeglied zwischen Schule und Technik und tragen im hohen Grade dazu bei, für die heranwachsende Jugend das Verständnis unserer industriell hoch entwickelten Zeit anzubahnen.

In der Diskussion über diesen beifällig aufgenommenen Vortrag fragt Direktor Bode nach den Kosten bei solchen Exkursionen. — Direktor Schwalbe erwidert, selbst weitere Exkursionen machen keine zu grofsen Kosten; von Berlin nach Dortmund (Ferienausflug) betrug das Reisegeld 26 Mark alles in allem. Bei Besuchen in der Nähe des Schulortes aber sind die Kosten ganz unbedeutend. — Professor Simon hebt hervor, dafs solche technologischen Ausflüge für den Humanisten noch weit notwendiger sind als für den Realisten, da er sonst nach wenigen Jahren, z. B. als Jurist in die Lage kommen kann, ohne alle Sachkenntnis die wichtigsten Entscheidungen in industriellen Fragen zu treffen.**) — Professor Stelz erwähnt sehr billige technologische Exkursionen der Bockenheimer Realschule in die nächste Umgebung. — Dr. Müller betont, dafs bei den Frankfurter Ferienkursen der Besuch von technischen Anlagen ein sehr häufiger war.

II.

Unmittelbar hieran schlofs sich der Vortrag des Direktors Schwalbe:

Über Freihand-Versuche (Home Experiments).

Im „Zeitalter der Naturwissenschaften" ist es nötig, dafs naturwissenschaftliche Erkenntnis nicht blos den gebildeten Ständen zugänglich gemacht werde, es mufs vielmehr die Fähigkeit naturwissenschaftlich zu denken, zu einem Fundament der Bildung der Elementar-Schulen gemacht werden. In der Naturgeschichte ist es leicht, hierzu das nötige Anschauungsmaterial zu finden, anders in der Naturlehre (Physik und Chemie). Hier sind zunächst Apparate nötig, deren Beschaffung für einfache Verhältnisse nicht leicht ist. In grofsen Städten zwar sind die Elementar-Schulen (Volks- und Mittelschulen) oft im Besitz von Apparat-Sammlungen, welche manch kleines Gymnasium beschämen könnten. Aber an allgemeiner Verwendung und Auswertung des Unterrichts in der Naturlehre auf Grund einfachster Mittel fehlt es noch. Derartige Hilfsmittel sollen so ausgewählt sein, dafs der Schüler imstande ist, den Vorgang richtig zu erkennen und richtige Schlüsse daraus zu ziehen. Für den Lehrer ist auch bei uns eine grofse Zahl von Büchern vorhanden, welche vortrefflich Anleitung zu einfachen Experimenten geben (z. B. Weinholds Vorschule***)). Aber eine Seite dieses Unterichtsbetriebs

---

*) Referent weist auf die von Reuleaux empfohlene, aber leider recht teure Stoffsammlung von Eichler, Stuttgart, Deutsche Verlagsanstalt hin.

**) Die Juristen sagen freilich, in solchen Fragen würden ja ohnehin industrielle (gewerbliche etc.) Sachverständige zu Rate gezogen (Ingenieure!). Es ist jedoch irgendwo sehr richtig bemerkt worden, dafs, wenn auch die Juristen die Fragen nicht selbst beantworten, die Gutachten nicht selbst abgeben und darnach Entscheidungen treffen könnten, sie doch wenigstens für die geschickte Auswahl der Sachverständigen hinreichend vorgebildet sein müfsten. D. Red.

***) Dieses Buch ist jetzt in neuer (4.) Auflage erschienen. Hier konnten auch noch die Werke von Crüger (Physik) und von Stöckhardt (Chemie) angeführt werden. D. Red.

hat bei uns noch keine systematische Ausbildung erhalten, ich meine das Freihand-Experiment oder *Home-Experiment*, wie der englische Ausdruck lautet. Die Briten und Amerikaner haben schon längst Nutzen aus diesen Experimenten gezogen, und manche dortigen Unterrichtsbücher bauen sich ganz auf solchen auf. Derartige Versuche lassen sich fast ohne Kosten mit jenen Hilfsmitteln herstellen, die in jedem kleineren Haushalte vorhanden sind und zeigen sich trotzdem dazu geeignet, bestimmte Gesetze darzulegen und gewisse Eigenschaften der Körper nachzuweisen. Die Franzosen sind nicht minder rührig gewesen, selbst die Akademie der Wissenschaften hat diesen Versuchen ihre Aufmerksamkeit zugewandt. Ingenieure, Professoren, Mitglieder des franz. Instituts tragen ihr Scherflein zum Aufbau einer reichen Sammlung von Freihand-Experimenten bei. In Deutschland betrachtet man diese vielfach als oberflächliche Beschäftigung und Spielerei, und doch können gerade diese aufserordentlich anregend und belehrend wirken. In einzelnen Büchern (Wagner, Emsmann und Dammer) finden sich wohl kleine Zusammenstellungen. Selbst auf Hochschulen — wir erwähnen Professor Schäffer in Jena und seine *Physica pauperum* — haben diese einfachen Experimente eine Stätte gefunden, ohne indessen als heimatsberechtigt angesehen zu werden. Hierher wird man auch jene Hilfsmittel rechnen, welche für das Selbstexperimentieren der Schule geschaffen sind. Für die geistige Bildung ist der Betrieb von physikalischen und chemischen Schülerübungen sehr förderlich. Freilich will man von philologischer Seite nicht anerkennen, dafs die Anstellung und Darstellung eines Versuchs Überlegung und Nachdenken erfordert. — Erwähnenswert von einfachen Apparaten sind besonders diejenigen von Meiser-Mertig in Dresden. Jene einfachen Freihand-Experimente im Einzelunterrichte waren geradezu in früheren Zeiten der Ausgangspunkt für den Experimental-Unterricht überhaupt. Schon Rousseau giebt uns im „Emile“ einige treffliche Beispiele. Das Freihand-Experiment ist nicht nur für die Elementarschule ein wesentliches Erfordernis, auch die Ober-Schule (Gymnasium, Realgymnasium und Realschule) kann manches wohl gebrauchen. Ja sogar physikalische Spielereien und Spielsachen lassen sich mannigfach verwenden. Seit Jahren hat Redner solche Sächelchen gesammelt und sie namentlich bei Repetitionen verwandt. Es bedarf nur einer guten Zusammenstellung, um darzuthun, dafs auch die kleinste Schule sich in die Lage bringen kann, den experimentellen Unterricht zu pflegen und ein Verständnis der gewöhnlichsten Naturerscheinungen anzubahnen.*)

Es giebt zwei Wege, die gleich empfehlenswert sind, den betreffenden Stoff zu ordnen. Einmal geht man — um die Physik näher zu betrachten — von der üblichen systematischen Anordnung aus (Mechanik, Akustik, Magnetismus u. s. w.) und stellt die Versuche zusammen mit zu lehrenden Gesetzen. Ganze Lehrgebiete lassen sich so in einfacher Weise aufbauen, z. B. Reibungselektrizität. — Andererseits kann man auch so verfahren, dafs man einen Körper oder einen physikalischen oder chemischen Vorgang zum Ausgang nimmt und an diesem die einzelnen Gesetze und Veränderungen demonstriert. Eine reiche Fülle von Versuchen lassen sich mit einer brennenden Stearinkerze, einer Petroleumlampe, einem Stückchen Eisendraht, einer Glasplatte, Siegellackstangen, Papierblättchen, Reibgummi, Hartgummifederhaltern u. s. w. anstellen. Letzterer Lehrgang würde wohl mehr für den chemischen Unterricht, ersterer für den physikalischen passen. Ohne Zweifel sind derartige Versuche in allen Kreisen unseres Vaterlandes — aus allerlei Beobachtungen ist das zu schliefsen — verbreitet, es bedarf nur der Sammlung. Dann aber werden sie ein treffliches Hilfsmittel zur Verbreitung gediegener natur-

*) Herr Schw. hat diese Versuche wiederholt bei Vorträgen für Elementarlehrer und Rektoren erprobt. Anm. d. Ref.

wissenschaftlicher Bildung in allen Volksschichten bilden. Wenn diese Bildung, beruhend auf klarer Kenntnis der einfachsten und wichtigsten Thatsachen und der Methode des Forschens und Schliefsens, die der Naturforschung eigentümlich ist, Gemeingut aller geworden, dann wird man in der That erst die segenbringende Wirkung des naturwissenschaftlichen Geistes unseres Jahrhunderts erkennen können.

Die recht beifällig aufgenommenen Auslassungen des Vortragenden wurden nur kurz besprochen, dagegen prüfte man die vorgelegten Bücher und anderweitige Schriften (meist englische und französische), mit Interesse. In betreff der Schüler-Apparate erwähnt Dr. C. H. Müller seine günstigen Beobachtungen mit den Meiser-Mertigschen Apparaten und mit einfachen Feldmefsapparaten (Ohmann, Berlin), die allerdings mehr in das mathematische Gebiet greifen, aber optische Gesetze vielfach streifen.*)

Nachschrift der Redaktion.

Dem Berichte unseres Herrn Referenten, den wir wegen seiner allzugrofsen Ausdehnung kürzen mufsten, entnehmen wir noch folgendes, was wir im Interesse des höheren Lehrerstandes nicht zurückhalten möchten.

Der Besuch der Sektion war ein recht schwacher. Mit Mühe wurden die unten erwähnten 19 Mitglieder zusammengebracht.**) Da diese Erscheinung auch für die Zukunft zu befürchten steht, so hatte der Ortsvorstand (Dir. Dr. Bode und Dr. C. H. Müller) im Laufe der Tagung die Frage gestellt, ob man nicht der obersten Leitung der Versammlung empfehlen solle, die pädagogische Sektion aus der Reihe der Abteilungen auszuscheiden. Als Gründe hierfür wurden angegeben: 1) dafs die unterrichtlichen Interessen durch den emporblühenden Vereinstag der Schulmathematiker (zuletzt in Elberfeld) hinreichend vertreten und gesichert seien und zu wünschen sei, dafs alle Lehrkräfte sich auf diesen Verein wirksam konzentrieren. 2) Nicht minder sei auch die Beteiligung der Fachkollegen am Philologentag aus naheliegenden Gründen sehr dürftig, so dafs auch hier ein förmliches Einschlafenlassen erspriefslich wäre. 3) Sei es für die Oberlehrer weit belehrender, wenn sie den wissenschaftlichen Sitzungen in Mathematik und den verschiedenen naturw. Zweigen (Physik, Chemie, Naturgeschichte, Physiologie) je nach Neigung und Vorbildung beiwohnen, als wenn sie sich bemühen, ein welkes Pflänzchen kümmerlich am Leben zu erhalten.

Die anwesenden Mitglieder waren jedoch mit Dir. Schwalbe der Ansicht, dafs man die Sektion noch während der laufenden Organisationsperiode (bis 1898) beibehalten solle. Dann aber möge man der Leitung anheimgeben, die pädagogische Sektion von der Tagesordnung verschwinden zu lassen.

Wir befürchten, dafs hier etwas geschehen könne, was das höhere Lehrertum und mit ihm die Schulinteressen nur schädigen und das man später bereuen werde. Da uns indes die Sache zu wichtig erscheint, als dafs sie in einer kurzen Nachschrift erledigt werden könnte, so gedenken wir im nächsten Hefte dieser Angelegenheit einen ausführlichen Artikel zu widmen.

Die 19 Teilnehmer waren folgende:

1. Bärthel, Alb., Oberlehrer, Berlin. 2. Bode, Dr. Paul, Direktor, Frankfurt a./M. (Einführender). 3. Brittner, Dr. Prof., Oberlehrer, Frankfurt a./M. 4. Dörr, Dr. Viktor, Oberlehrer, Metz. 5. Fink, Dr., Oberlehrer, Frankfurt a./M. 6. Förmes, H., Schul-Assessor, Michelstadt.

---

*) Degenhardt, Prakt. Geometrie. Frankfurt, Hermann, 1896.
**) Siehe das nachfolgende Verzeichnis.



7. Grede, Dr., Oberlehrer, Frankfurt a./M. 8. Kadesch, Dr., Oberlehrer, Wiesbaden. 9. Kewitsch, Dr. Prof. emerit., Oberlehrer, Freiburg i. B. 10. Leuzinger, Prof. H., Tiflis. 11. Meyer, Dr. E., Probandus, Frankfurt a./M. 12. Müller, Dr. C. H., Oberlehrer, Frankfurt a./M. (Schriftführer). 13. Quentell, Dr., Seminardirektor, Friedberg i. Hessen. 14. Reinhardt, Dr., Oberlehrer, Frankfurt a./M. 15. Schulz, Dr. Paul, Oberlehrer, Berlin. 16. Schwalbe, Prof. Dr. B., Direktor, Berlin. 17. Simon, Dr. Prof., Oberlehrer, Strafsburg. 18. Stelz, Prof., Oberlehrer, Frankfurt a./M. 19. Zint, Wilh., Oberlehrer, Frankfurt a./M.

Zwei wichtige Experimentalvorträge in Leipzig.

Am 10. und 13. März ds. J. hielt der, auch vielen auswärtigen Lehrern an höheren Schulen wohl bekannte Physiker G. Dähne von der Gesellschaft Isis aus Dresden-Blasewitz zwei Experimentalvorträge und zwar in dem Missions-Vereinshause (Rofsstrafse), das schon oft zu dererlei Vorträgen benutzt wurde. Konnte man nach den vorzüglichen Zeugnissen, die Herr Dähne von den ersten physikalischen Autoritäten besitzt, etwas Aufserordentliches erwarten, so übertraf doch das Vorgeführte diese Erwartung noch. So kam es denn auch, dafs nach dem Herrn Dähne vorausgegangenen Rufe neben einigen hiesigen physikalischen Autoritäten eine grofse Reihe hiesiger Lehrer den Zuhörerkreis bildeten.

Der erste Vortrag handelte über die Elektrizität und zwar über den Zusammenhang von Licht, Wärme und Elektrizität und das neu erschlossene Gebiet elektrischer Wellen und der Strahlen elektrischer Kraft.

[Teslasche Versuche mit Wechselströmen höchster Spannung und raschester Folge. Tesla-Licht.*) Resonanz elektrischer Schwingungen. Elektrisches Abstimmen Leydener Flaschen auf Resonanz. Die Becherschen Versuche über elektrische Wellen und elektrische Resonanz in langen Drähten. Die berühmten Herzschen Hohlspiegelversuche über elektrische Wellen und Strahlen elektrischer Kraft. Röntgen-Strahlen.]

Der zweite Vortrag brachte die Spektral-Analyse. Er bestand in einem abgeschlossenen experimentellen Überblick über das gesamte Gebiet dieses physikalischen Zweiges. Die Experimente wurden auf Wandschirm mit elektrischem Bogenlicht weithin sichtbar gemacht. (Lampe und Laterne von Duboscq, Platin-Zinkbatterie von 70 Elementen.)

[Das kontinuierliche Spektrum, Linienspektra. Emissions- und Absorptions-Spektra. Eine durchgeführte spektrale Blut-Analyse. Sodann folgte die Spektral-Analyse der Himmelskörper. Endlich die Experimente über krumme Lichtstrahlen mit der neuen Theorie von Prof. Schmidt-Stuttgart (Protuberanzen, Schlieren).]

Was nun diese Vorträge besonders auszeichnete, das war erstens die Exaktheit der durch vorzügliche Apparate ausgeführten Experimente und zweitens die aufserordentlich klare und ansprechende Auseinandersetzung des Vortragenden. Beides griff organisch so exakt in einander, dafs man aus dem Vortrag einen wahren Kunstgenufs erlangte. Dies war in noch höherem Grade beim zweiten Vortrag der Fall, bei dem die Versuche besonders gut gelangen. Während nämlich Herr D. vorträgt, operiert er ganz unvermerkt und ohne Störung zugleich an seinen Apparaten; er entfaltet in der Beherrschung derselben und in der Vorführung der Experimente eine wahre Virtuosität.

*) Mittelst gr. Funken-Induktors. Rolle aus 36 Kilometer Draht.

Beiden Vorträgen folgte — wie nicht anders zu erwarten war — am Schlufse lautschallender Applaus und es wurde bei vielen der Wunsch rege, Herr D. möchte diese Vorträge bald wiederholen und sie vielleicht in mehrere (drei oder vier) zergliedern.

Wir können nicht umhin, allen Lehrern der Physik im deutschen Reiche die Vorträge des Herrn D., falls er wieder eine Rundreise machen sollte, für ihre Schulen bezw. ihre Vereine angelegentlichst zu empfehlen.

H.

Professor Dr. Heinrich Lieber †.

Heinrich Lieber wurde am 26. Juni 1835 in Züllichau im Regierungsbezirk Frankfurt a. O. geboren. Sein Vater war damals Lehrer am Gymnasium zu Züllichau und unterrichtete an demselben vorzugsweise in der Mathematik und den Naturwissenschaften. Später wurde er an demselben Orte Rektor der höheren Bürgerschule. Nach einer Reihe von Jahren erwachte in ihm eine alte Vorliebe für die Theologie, der er einst auf der Universität zu Gunsten der Mathematik entsagt hatte. Er zog mit seiner Gemahlin und seinen drei Kindern nach Berlin, studierte einige Semester Theologie und legte die theologischen Prüfungen ab. 1849 wurde er zum Pastor in Woxfelde und später in derselben Eigenschaft nach Mallnow bei Frankfurt a. O. berufen. Er selbst entdeckte in seinem Sohne dessen gute Begabung für die Mathematik, und seine Neigung, die er immer noch dieser Wissenschaft bewahrt hatte, wufste er auch auf den Sohn zu übertragen. Ostern 1848 trat dieser in das Gymnasium zu Züllichau ein. Hier machte er in den meisten Fächern normale, in der Mathematik aber unter der vortrefflichen Leitung Erlers sehr gute Fortschritte. Dieser Unterricht ist für seine geistige Entwicklung und für seine spätere Thätigkeit von hervorragender Bedeutung geworden, denn er erwarb in demselben nicht nur die Kenntnis der Elementarmathematik, sondern er lernte auch zugleich eine klare zielbewufste Methode kennen. Wenn er sich auch später nicht völlig an dieselbe angeschlossen hat, so hat sie ihm doch in seinen methodischen Bestrebungen einen gewissen festen Halt gewährt. Mit grofser Verehrung hat er später stets seines Lehrmeisters gedacht, und beide Männer sind in herzlicher Freundschaft zu einander verbunden geblieben. Ostern 1855 bestand er am Gymnasium zu Züllichau die Abiturientenprüfung, studierte dann ein Semester in Halle und sechs Semester in Berlin Mathematik und Naturwissenschaften. Hier zogen ihn zunächst die Vorträge Kummers besonders an, und in der That mufste die geschickte Anordnung des Stoffes und die lichtvolle, methodisch vollendete Darstellung in den Vorlesungen des grofsen Gelehrten für einen Jeden besonders anziehend sein, der nicht nur auf den Inhalt, sondern auch auf die Form und die Methodik einer wissenschaftlichen Darstellung Wert legt. Mit besonderer Dankbarkeit gedachte Lieber stets des Professors Dr. Franz, der damals Oberlehrer am Gymnasium zum grauen Kloster war und aufserdem an der Universität Vorlesungen über theoretische Physik hielt. Dieser wirkte nicht nur durch seine Vorlesungen, sondern noch in ganz besonderem Mafse durch seinen persönlichen Verkehr, durch Besprechung von Gegenständen aus der höheren Mathematik und Physik anregend auf den jungen Studierenden und stand ihm bei seinen Studien mit sachverständigem Rate zur Seite. Vom 1. April 1856 bis zum 1. April 1857 genügte Lieber in Berlin seiner militärischen Dienstpflicht. Bald nach dem Abschlusse seiner Universitätsstudien Ostern 1859 trat er als Hilfslehrer in das Schindlersche Waisenhaus in Berlin ein. Hier hatte er zum ersten Male Gelegenheit seine Lehrbegabung zu bethätigen und es glückte ihm in dem Mafse, dafs nach

drei Semestern, Michaelis 1860, sein Abgang von der Anstalt tief bedauert wurde. Inzwischen hatte er im August 1860 die Prüfung *pro facultate docendi* bestanden und trat dann Michaelis 1860 in Schellbachs Seminar ein. Wie sehr Schellbach seine Thätigkeit anerkannte, geht daraus hervor, daſs er ihn zur Herausgabe seiner mathematischen Aufgaben als Mitarbeiter heranzog.*) Michaelis 1861 wurde Lieber am Gymnasium zu Pyritz, Regierungsbezirk Stettin, provisorisch und Ostern 1862 ebendort definitiv angestellt. Hier hatte er den mathematischen Unterricht zunächst in allen Klassen, später in den drei oberen Klassen zu erteilen. Am 30. September verheiratete er sich dort mit Ottilie Strübing, einer Tochter des Sanitätsrates Strübing in Pyritz, und begründete dadurch ein überaus glückliches Familienleben. So sehr es ihn auch befriedigte, schon als junger Lehrer in den oberen Klassen zu unterrichten, so allseitig auch die Anerkennung war, die sein Unterricht erfuhr, so muſste es doch mit der Zeit für ihn drückend werden, daſs seine Stelle nur gering dotiert war, und so muſste nach einigen Jahren in ihm der Wunsch rege werden in äuſserlich günstigere Verhältnisse zu kommen. Dies glückte ihm Ostern 1871, indem er eine Anstellung an dem damals bedeutendsten Realgymnasium Pommerns, der Friedrich-Wilhelm-Schule zu Stettin erhielt. Dort unterrichtete er zunächst in den mittleren Klassen, von Ostern 1884 an wieder ausschlieſslich in den oberen Klassen.

Wie aus dem Bisherigen hervorgeht, haben auf Liebers Unterrichtsmethode zwei Faktoren wesentlich eingewirkt, Erlers Unterricht und die Anleitung in Schellbachs Seminar. Von diesen beiden Einflüssen war nach dem Eindrucke, den ich aus meinem persönlichen Verkehr mit Lieber gewonnen habe, dieser zunächst der stärkere, jener der nachhaltigere. Es war ja natürlich, daſs er sich anfangs genau in den Bahnen hielt, die ihm durch Schellbachs Anleitung angewiesen waren, nach und nach aber nahm sein Lehrverfahren doch ein in manchen Punkten anderes Gepräge an. So hatte er zunächst auch die Eigentümlichkeit der Schellbachschen Schule angenommen, in dem Unterrichte in der Planimetrie das Zeichnen von Figuren an der Wandtafel möglichst zu vermeiden und die Figuren nur mit Worten zu beschreiben. Später hat er dieses Lehrverfahren mit aller Entschiedenheit verworfen. Er war eine viel zu selbständige Natur, um sich an den einen oder den anderen der beiden Lehrmeister völlig anzulehnen. Mit richtigem Takte das entschieden Gute in deren Lehrmethode und das, was noch einer Verbesserung fähig war, erkennend, hat er die Methoden Beider innerlich verarbeitet, und das Ergebnis dieser Arbeit und seiner eigenen Erfahrung im Unterrichte wurde eben seine Methode, der er so glückliche Erfolge an seinen Schülern verdankte. Liebers Streben im Unterrichte war dahin gerichtet, daſs die Schüler ein tüchtiges, auf sicherem Verständnis beruhendes Wissen, namentlich aber ein sicheres Können erwerben sollten, die Fähigkeit, mathematische Aufgaben planmäſsig und zielbewuſst zu behandeln. Dem Bestreben, in den mathematischen Unterricht philosophische Elemente hineinzutragen, indem man auf den philosophischen Zusammenhang und die philosophischen Beziehungen der Sätze zu einander hinweist, etwa in der Absicht, dadurch dem Unterrichte noch eine gröſsere formale Bildungskraft zu geben, war er durchaus abhold. Wenn die Schüler nur ein tüchtiges, klares Wissen erworben haben, wenn sie mathematische Aufgaben zu behandeln, die Sprache des gewöhnlichen Lebens in die der Mathematik zu übersetzen verstehen, dann ist ihnen schon von selbst die Fülle formaler Bildung zuteil geworden, die der mathematische Unterricht zu geben vermag. Will man in denselben noch künstlich formale Bildung

*) Sammlung und Auflösung mathematischer Aufgaben von K. H. Schellbach. Unter Mitwirkung des Dr. H. Lieber bearbeitet und herausgegeben von E. Fischer, Dr. phil. Berlin, Verlag von Georg Reimer.

hineintragen, so hält man die Schüler, die das Ziel schon greifbar vor Augen haben, von der Erreichung desselben zurück, ja man verdunkelt die Ziele und macht die Schüler in ihren Bestrebungen unsicher. Das Erreichen des Zieles, eines guten Wissens und Könnens, suchte Lieber den Schülern nach Möglichkeit zu erleichtern. Daher suchte er stets nach den einfachsten Beweisen und den durchsichtigsten Lösungen von Aufgaben. Um die Memorierarbeit der Schüler möglichst wenig zu belasten, war er bemüht, den Lehrsätzen und den Regeln stets eine möglichst kurze und gedrungene Fassung zu geben. Eine solche prägt sich dem Gedächtnisse der Schüler weit sicherer ein als eine weitschweifige Fassung mit peinlich genauer Angabe jeder Einzeloperation. Dieses Streben nach Kürze findet ja nicht bei sämtlichen Fachgenossen Beifall. Wenn man aber diesen knappen Fassungen Mangel an logischer Schärfe vorwirft, so trifft dieser Vorwurf nicht zu. Der gerügte Mangel ist nur ein scheinbarer. Es ist eben nur die Hauptsache angeführt und alles weggelassen, was selbstverständlich ist, und was die Schüler, welche die ganze Ableitung verstanden haben, auch als selbstverständlich ergänzen und in der Anwendung ausführen. Indem er so den Schülern das Erlernen der Mathematik erleichterte und mit freundlicher Ruhe dem Verständnisse des einzelnen gern zu Hilfe kam, erreichte er, dafs auch die minder Begabten nicht zurückblieben. Die Schüler wufsten, dafs sie sich in guten Händen befanden, ihr Vertrauen zu ihm war ein unbedingtes. Ich führe in dieser Beziehung die Mitteilungen an, die mir einer seiner früheren Schüler gemacht hat, der später selbst das Studium der Mathematik ergriffen hat. Viele Schüler Liebers haben sich mündlich ganz in demselben Sinne zu mir ausgesprochen: „Liebers Verhältnis zu seinen Schülern war das denkbar beste. Durch gleichmäfsige Ruhe erreichte er in seinen Stunden ungeteilte Aufmerksamkeit und Teilnahme aller Schüler, ohne dafs kaum jemals ein hartes Wort seinerseits gefallen wäre. Dadurch, dafs er stets Rücksicht auf die weniger begabten Schüler nahm, wufste er auch diese zu interessieren und zum Mitarbeiten anzuregen, wenngleich es ihm besonderes Vergnügen bereitete einen guten Schüler zur Lösung schwierigerer Aufgaben anzuregen. Sobald er ein weitergehendes Interesse des einen oder anderen Schülers wahrnahm, suchte er diesen auch aufserhalb der Schule zu beschäftigen und zu fördern. Das weitere Fortkommen solcher Schüler behielt er stets im Auge und empfand immer offenbare Freude, wenn ihn dieselben auch nach Verlassen der Schule noch besuchten. Er fragte nach allen Einzelheiten der Beschäftigung und des Studienganges und suchte sie nach Möglichkeit zu fördern, nicht nur durch Ratschläge, sondern auch durch Empfehlungen an Universitätsprofessoren oder durch Befürwortung bei der Vergebung von Stipendien und Ähnlichem. Hörte er, dafs die Studien guten Fortgang nahmen und mit Erfolg zum Abschlufs gebracht wurden, so nahm er regen Anteil und war doch stets bedacht auch während der Universitätsstudien das Interesse für die Schulmathematik rege zu erhalten."

Es ist nun noch nötig, auf Liebers literarische Thätigkeit einzugehen, denn gerade durch diese hat er sich in weiteren Kreisen bekannt gemacht und sich Verdienste erworben, die über den Bezirk seiner amtlichen Thätigkeit weit hinausgehen. Man wird es indessen begreiflich finden, wenn ich, gerade weil ich seiner literarischen Thätigkeit so nahe gestanden habe, mich in betreff derselben kurz fasse. Nur auf die geometrischen Konstruktionsaufgaben*) möchte ich näher eingehen, weil ich vermute, dafs gerade dieses Buch als das verdienstlichste angesehen wird. In den älteren Sammlungen geometrischer Konstruktionsaufgaben war, um das Auffinden der Lösung zu erleichtern, bei jeder Aufgabe durch

*) Geometrische Konstruktionsaufgaben. Herausgegeben von Dr. H. Lieber und F. v. Lühmann. Berlin. Verlag von L. Simon.

Nummern auf Lehrsätze und andere Aufgaben verwiesen, die bei der Lösung zur Anwendung kommen sollten. Ein leitender Gedanke fehlte dabei ganz, sodaſs das Auffinden der Lösung für den Schüler, vielfach auch für den Fachmann, das Werk eines glücklichen Zufalles blieb. In dem genannten Buche wurde ein neuer Weg eingeschlagen. Die Aufgaben waren nach anzuwendenden Lösungsverfahren zu Gruppen gesondert, jede Gruppe war mit einer kennzeichnenden Überschrift versehen, bei jeder Gruppe war der leitende Gedanke für die Lösung angegeben und die gemeinsame Figur einer eingehenden geometrischen Durchnahme unterworfen. Es ist hier nicht nötig auf die Vorteile näher einzugehen, welche diese Einrichtung bietet; die groſse Verbreitung, welche das Buch gefunden hat, bezeugt, daſs hier das Richtige getroffen war. Diese Einrichtung des Buches ist ausschlieſslich Liebers Werk. Als ich Ostern 1868 am Gymnasium zu Pyritz als zweiter Mathematiker angestellt und dadurch mit Lieber bekannt und befreundet wurde, standen der Plan des Buches und die Einrichtung bei Lieber bereits vollständig fest. Unser Zusammenarbeiten ging nur darauf hinaus, weiteres Material zu sammeln, also Aufgaben zu suchen, zu lösen und zu ordnen. 1874 erschien die nach denselben Prinzipien bearbeitete Sammlung trigonometrischer Aufgaben, 1876 und 1877 der Leitfaden der Elementarmathematik in drei Teilen. 1880 übernahm Lieber in Gemeinschaft mit mir die mühevolle Redaktion des Aufgabenrepertoriums dieser Zeitschrift. Als ich 1884 durch ein ernstes Augenleiden mich genötigt sah, von der Redaktion zurückzutreten und auch ferner ausgedehnteren auſseramtlichen Arbeiten fern zu bleiben, leitete er zunächst das Aufgabenrepertorium allein und erhielt später die Unterstützung und Mitarbeiterschaft des Herrn Oberlehrers Müsebeck, früher in Stettin, jetzt in Waren. 1888 gab Lieber eine Sammlung stereometrischer Aufgaben heraus, die in der Einrichtung den beiden anderen Sammlungen ähnlich war und 1894 in Gemeinschaft mit Herrn Oberlehrer Dr. Köhler in Stettin arithmetische Aufgaben. Beide Sammlungen gehören zu den besten ihrer Gattung und verdienten nach Inhalt und Einrichtung eine gröſsere Verbreitung als sie bisher gefunden haben. In den letzten Jahren seines Lebens arbeitete Lieber in Gemeinschaft mit Herrn Oberlehrer Müsebeck an einem zweiten Teile der arithmetischen Sammlung, der für das Pensum der Prima eines Realgymnasiums oder einer Oberrealschule erheblich mehr Übungsstoff liefern sollte als in anderen Sammlungen arithmetischer Aufgaben geboten ist. Dieses Buch, welches einem wesentlichen Bedürfnisse entspricht, war bei Liebers Tode seiner Vollendung nahe und dürfte nun bald im Druck erscheinen.

Diese Produktivität neben der amtlichen Thätigkeit zeigt, daſs Lieber eine auſserordentliche Arbeitskraft besaſs. Er hatte wirklich Freude an seiner Arbeit, und diese Schaffensfreudigkeit verlieſs ihn selbst nicht zu der Zeit, wo seine körperlichen Kräfte nachlieſsen. An äuſserer Anerkennung für sein Streben hat es ihm nicht gefehlt. Am 14. März 1885 erhielt er den Titel Professor, also zu einer Zeit, wo dieser Titel noch eine Auszeichnung war. Am 12. Mai 1893 wurde ihm der Rang eines Rates vierter Klasse verliehen, am 5. September 1894 wurde er durch die Verleihung des Roten-Adler-Ordens vierter Klasse ausgezeichnet.

Trotz seiner ausgedehnten arbeitenden Thätigkeit war Lieber nichts weniger als einseitig; vielmehr bewahrte er für alle Tagesfragen, mochten sie wissenschaftlicher, industrieller oder politischer Natur sein, ein lebhaftes Interesse und verstand sich gut über dieselben zu orientieren. Gröſseren Geselligkeiten wich er lieber aus, doch in kleineren vertrauten Kreisen fühlte er sich wohl, und er zeigte sich dort lebhaft und unterhaltend. Im Verkehr war er zuvorkommend und gefällig, besonders im Kreise seiner Amtsgenossen. So war er in weiten Kreisen beliebt, und da er sich für Alles interessierte, gern gesehen. Zu einem näheren

Freundschaftsverhältnisse war er nur wenig geneigt; wo er aber eine innigere Freundschaft geschlossen hatte, zeigte er sich in seiner ganzen Liebenswürdigkeit und Selbstlosigkeit, die einen Grundzug seines Charakters ausmachte und ihn an Alles eher denken liefs als an sich selbst. Sein so überaus glückliches Familienleben wurde im Winter 1894—1895 zum ersten Male getrübt. Er, der sich stets einer unerschütterlichen Gesundheit und Rüstigkeit erfreut hatte, erkrankte plötzlich. Kleinere Blutergüsse ins Gehirn, wahrscheinlich eine Folge seiner angestrengten Thätigkeit und seiner sitzenden Lebensweise, veranlafsten partielle Lähmungen auf der rechten Seite des Gesichtes und eine völlige Erblindung des rechten Auges. Das linke Auge wurde durch eine Operation gerettet. Er lag noch einige Zeit seiner amtlichen Thätigkeit ob, sah sich dann aber genötigt, sich einen längeren Urlaub zu erwirken. Seine schriftstellerische Thätigkeit gab er aber auch jetzt nicht auf; sie war ihm ein Bedürfnis geworden. Im Sommer 1896 schien er sich zu erholen, wenngleich eine gewisse Mattigkeit in Bewegung und Sprache blieb, und an einen Wiedereintritt in sein Amt nicht zu denken war. Da trat am 9. November nachmittags ein stärkerer Bluterguſs ins Gehirn, ein Schlagfluſs, ein, der ihm auch die Sehkraft auf dem linken Auge raubte und in der Frühe des 10. Novembers 1896 seinem Leben ein Ende machte. Der zu frühe Tod des in weiten Kreisen beliebten Mannes fand allgemeine Teilnahme. Alle, die ihm näher gestanden haben, trauerten um den Verlust, insonderheit seine zahlreichen Schüler, die dem vortrefflichen und gütigen Lehrer aufrichtige Verehrung zollten. Auch die Vielen, die seinen Schriften Anregung, Rat und Belehrung verdanken, werden mit Teilnahme seiner gedenken. Ehre seinem Andenken.

Königsberg i. d. Neumark. F. v. Lühmann.

Ferraris †.*)

La Reale Accademia delle Scienze di Torino adempie al doloroso ufficio di annunziare alla S. V. Chiarissima la grave perdita da essa fatta del Gocio Prof. Comm. Galileo Ferraris, Senatore del Regno mancato ai vivi ieri 7 del corrente mese, alle ore 17,15.

Torino, 8 febbraio 1897.

Zum Andenken an Karl Weierstrafs †.**)

Abdruck aus dem „Hamburger Correspondent“.

Am Freitag, den 19. Februar ds. J. starb in Berlin Karl Theodor Weierstrafs im 82. Lebensjahre. In ihm verliert die wissenschaftliche Mathematik ihren bedeutendsten Führer, unsere Gesellschaft den Senior ihrer Ehren-Mitglieder und viele Hunderte von Mathematikern ihren liebevollen, immer hülfsbereiten Lehrer.

Weierstrafs wurde am 31. Oktober 1815 in Ostenfelde bei Lippstadt als Sohn des Bürgermeisters geboren. Später wurde sein Vater Salinen-Beamter zu Westernkotten bei Erwitte in Westfalen. Weierstrafs stammt aus einer ursprünglich protestantischen Familie. Sein Vater war jedoch zum Katholicismus übergetreten, und auch dessen Kinder, Karl, Clara,

*) Zu spät eingelaufen. D. Red.

**) Rede, gehalten von Professor Dr. Schubert in der Hauptsitzung der Mathematischen Gesellschaft zu Hamburg am 1. März 1897.

Elise und Peter wurden gläubige Katholiken. Auf dem Gymnasium in Paderborn, das Karl Weierstraſs von 1829 bis 1834 besuchte, zeigte er zwar besondere Vorliebe für Mathematik, entschloſs sich aber dennoch, Jura und Cameralia zu studieren, und zwar in Bonn, wo er ein flotter Corpsstudent bei den Saxonen wurde. Erst 1838 entschloſs er sich, umzusatteln und Mathematiker zu werden. Er ging deshalb nach Münster, wo er zwei Jahre lang Mathematik studierte, jedoch mehr aus Büchern als aus Vorlesungen. Dort hörte er bei Gudermann das einzige mathematische Colleg, das er in seinem Leben gehört hat. Im Sommer 1841 bestand er in Münster das Examen pro facultate docendi. Seine Examens-Arbeit behandelte die Entwickelung der Modular-Functionen. Von Münster, wo Weierstraſs bis Michaelis 1842 Probandus war, ging er zunächst an das Progymnasium in Deutsch-Crone und von da 1848 an das Gymnasium in Braunsberg. In den 15 Gymnasiallehrer-Jahren fand Weierstraſs Zeit genug, um bedeutende Abhandlungen teils über allgemeine Funktionentheorie, teils über analytische Fakultäten, teils über Abelsche Funktionen und Integrale zu produzieren. Man findet dieselben im ersten Bande seiner Gesammelten Werke in chronologischer Reihenfolge. Als Gymnasiallehrer verbrachte Weierstraſs die Sommerferien meist bei seiner Familie in Westernkotten. Eine Freundin seiner Schwester Elise schreibt mir über Weierstraſs Ferienaufenthalt in Westernkotten folgendes: „Karl war immerzu mathematisch thätig, auch wenn er nicht am Schreibtisch saſs. Kein Blättchen Papier, keine Manschette, keine Tapete war vor seinen Aufzeichnungen sicher. Wenn er aber im trauten Familienkreise oder in heiterer Gesellschaft war, so konnte er oft kindlich froh und heiter sein. Öffentliche Gesellschaften und Vergnügen liebte er nicht, und es wurde als ein Wunder gepriesen, daſs er uns zu Konzert und Ball von Westernkotten nach Erwitte begleitete, was ihm, da er nicht tanzte und wenig Freude an Musik hatte, gewiſs eine Qual war. Dennoch brachte er seinen Schwestern dieses Opfer. Überhaupt fand er, trotz allem Arbeiten, immer noch Zeit, sich seiner Familie zu widmen. Das Familienleben war ein inniges, durchgeistigtes und so anregend, daſs man die herrlichsten Eindrücke beim Scheiden mit sich nahm."

In Braunsberg schrieb Weierstraſs die berühmt gewordene Arbeit über Abelsche Integrale in dem Programm zum Schuljahr 1848/49, und 1853 vollendete er in Westernkotten die Abhandlung über Abel'sche Funktionen. — Richelot in Königsberg, der die Bedeutung seiner Abhandlungen erkannte, trat mit Weierstraſs in Briefwechsel und sorgte dafür, daſs die Universität Königsberg ihn 1854 zum Doctor honoris causa machte. Mehr und mehr wurden die Mathematiker auf den in stiller Zurückgezogenheit arbeitenden Gymnasiallehrer aufmerksam, der das höchste mathematische Problem der damaligen Zeit, die Erforschung der Eigenschaften der von Jacobi und Abel entdeckten doppelt-periodischen Funktionen so erfolgreich in Angriff nahm. 1856 wurde Weierstraſs nach Berlin berufen, und zwar als ordentlicher Professor am Gewerbe-Institut, gleichzeitig aber auch als auſserordentlicher Professor an der Universität und als Mitglied der Akademie. Am Leibnitztage 1857 begrüſste Encke das neue Mitglied der Akademie mit warmen und verheiſsungsvollen Worten, nachdem Weierstraſs in seiner Antrittsrede das Programm seiner Lebensarbeit entwickelt hatte. 1861 gründete er mit Kummer zusammen das Mathematische Seminar, dem viele hervorragende Mathematiker der Gegenwart ihre tiefere mathematische Ausbildung verdanken. Erst 1864 wurde er Ordinarius an der Universität. 1881 übernahm er mit Kronecker zusammen die Leitung des von Crelle gegründeten und nach dessen Tode von Borchardt redigierten Journals für reine und angewandte Mathematik. Die Verdienste des groſsen Gelehrten wurden von der Mitwelt in jeder Beziehung anerkannt. Er war Mitglied oder Ehrenmitglied der angesehensten Akademien der Welt. 1873 war er Rector magnificus. Er

gehörte mit Dubois-Reymond, Robert Bunsen und Sir William Thomson zu den ersten Empfängern der Helmholtz-Medaille. In den 60er und 70er Jahren war Weierstraſs der Magnet für alle mathematischen Talente. Beispielsweise kamen Michaelis 1869 drei Mathematiker, die schon promoviert hatten, gleichzeitig nach Berlin, lediglich in der Absicht, um bei Weierstraſs Kolleg zu hören, weil dies, wie sie mit Recht meinten, zur Vollendung ihrer mathematischen Ausbildung nötig sei. Diese drei Mathematiker waren Felix Klein, jetzt in Göttingen, Sophus Lie, jetzt in Leipzig, und Otto Stolz, jetzt in Innsbruck. Auch Sonja Kowalewska verdankte ihre höhere mathematische Ausbildung in erster Linie Weierstraſs. Auch als Frau von Kowalewsky schon den Lehrstuhl in Stockholm inne hatte, suchte sie noch häufig ihren alten Lehrer auf, der sich immer gern mit seiner begabten Schülerin unterhielt.

Als Weierstraſs 1856 nach Berlin gegangen war, hatte er seinen alten Vater und seine beiden Schwestern Elise und Clara zu sich genommen. Mit ihnen führte er ein glückliches Familienleben. 1866 starb der Vater und im vorigen Jahre auch Clara. Etwa seit 12 Jahren litt Weierstraſs an rheumatischen Schmerzen, sodaſs er sein Lehramt nicht mehr ausüben konnte. Im letzten Jahre konnte er das Haus nur noch im Rollstuhl verlassen. Doch ist seine geistige Frische bis zu seinem Tode unvermindert geblieben, sodaſs er sich um die Fertigstellung seiner „Gesammelten Werke“ noch immer selbst bekümmern konnte. Noch im ganzen Januar d. J. hat er mit Schwartz daran gearbeitet. Mit rührender Treue pflegte ihn seine Schwester Elise bis zu seinem Tode. In den letzten Tagen weilte an seinem Krankenlager auch sein Bruder Peter, der als pensionierter Gymnasialprofessor in Berlin lebt. Wer Weierstraſs näher gestanden hat, wird weder sein liebenswürdiges Wesen noch auch seine ausdrucksvolle äuſsere Erscheinung je vergessen. Sein bartloses Gesicht, seine klaren Augen und das lange weiſse Haar ist in mehreren Kunstwerken verewigt. Für die National-Gallerie hat im staatlichen Auftrage Rudolf von Voigtländer sein Bildnis gemalt.

Weierstraſs hat die Resultate seiner Forschungen in Crelles Journal und in den Schriften der Berliner Akademie niedergelegt, vielfach jedoch auch in seinen Vorlesungen selbst, sodaſs oft erst seine Schüler kommen muſsten, um die Früchte seines Ingeniums der Mitwelt zu zeigen. Obwohl Weierstraſs seine Produktionskraft fast ausschlieſslich auf Funktionentheorie konzentrierte, so verfolgte er doch auch mit Interesse die Fortschritte in anderen Teilen der Mathematik. Beispielsweise hatte er, wie er mir einmal erzählte, seinem Freunde und Kollegen Jacob Steiner kurz vor dessen Tode versprochen, er wollte dafür sorgen, daſs die neuere synthetische Geometrie an der Universität Berlin nicht verwaise. Da nach Steiners Tode niemand da war, der das Fach übernehmen wollte, so arbeitete Weierstraſs sich selbst hinein, und hielt mehrere Jahre hindurch ab und zu ein Kolleg über neuere synthetische Geometrie. Im Seminar regte er oft zu andern als funktionentheoretischen Studien an. Auch ich selbst wurde 1869 von ihm veranlaſst, die damals neuen Arbeiten von Chasles über Charakteristiken (in den Comptes rendus) durchzudenken und darüber im Seminar vorzutragen. Ich that es und habe seitdem nicht aufgehört, in der mir von Weierstraſs angedeuteten Forschungsrichtung weiter zu arbeiten. Denn die Keime meiner Abzählungs-Methoden steckten in jenem Seminarvortrag.

Nachdem Weierstraſs im Auftrage der Akademie die Herausgabe des fünften, sechsten und siebenten Bandes der Gesammelten Werke von Jacobi besorgt hatte, bestimmten ihn seine hervorragendsten Schüler, doch auch an eine Gesamtausgabe seiner eigenen Werke zu denken. Lange verzögerte sein Gesundheitszustand die Ausführung dieses Planes. Vor einigen Jahren wurde er aber doch ausgeführt. Die Akademie setzte behufs Überwachung der Herausgabe von Weierstraſs Werken eine Kommission ein, mit der

Bestimmung, daſs nach dem Tode eines Kommissions-Mitgliedes immer die überlebenden drei ein viertes Mitglied kooptieren sollten. Zuletzt bestand die Kommission aus Weierstraſs selbst, Auwers, Frobenius und Schwartz. Mit der eigentlichen Bearbeitung der zahlreichen Abhandlungen und Vorlesungen sind Hettner, Knoblauch, Fritz Kötter, Phragmén und Stickelberger beauftragt. In Aussicht genommen sind acht Bände, die ersten drei für die Abhandlungen, die letzten fünf für die Vorlesungen. Bis jetzt sind zwei Bände erschienen, die von unserer Stadtbibliothek sofort angeschafft sind. Der dritte Band und ein Band Vorlesungen sind soweit fertig, daſs sie sehr bald erscheinen werden. Bei der Bedeutung und der Arbeitslust der Bearbeiter ist auch jetzt, nach Weierstraſs Tode, die Vollendung des Unternehmens als gesichert zu betrachten.

Die Zeit reicht heute nicht aus, um den Einfluſs zu schildern, den Weierstraſs auf den Fortschritt unserer Wissenschaft ausgeübt hat. Vielleicht aber wird der Tod unseres berühmten Ehrenmitgliedes einige unserer Mitglieder — ich denke namentlich an Köpcke, Bohnert und Schröder — anstacheln, im Laufe des kommenden Vereinsjahres Vorträge über die Methoden des groſsen Gelehrten zu halten.

Mit unserer Gesellschaft hat Weierstraſs dadurch Beziehungen gehabt, daſs er auf die Bitte, unsere Festschrift durch eine kleine Arbeit auch aus seiner Feder zu zieren, bereitwilligst einging. Leider aber verhinderte ihn dann Krankheit, seine Absicht auszuführen. Die Ernennung zum Ehrenmitglied anläſslich des zweihundertjährigen Jubiläums unserer Gesellschaft nahm er mit groſsem Danke an.

In der Hoffnung, daſs das Beispiel seines zielbewuſsten Forschens unseren Mitgliedern ein neuer Sporn zu eigener produktiver wissenschaftlicher Thätigkeit werden möchte, in der Hoffnung, daſs unsere Gesellschaft nie aufhören möchte, die mathematisch-wissenschaftliche Forschung auf ihre Fahne zu schreiben, bitte ich Sie, das Andenken unseres verstorbenen Ehren-Mitgliedes durch Erheben von den Sitzen zu ehren.

Zur Volksschullesebuchfrage.*)

Vor uns liegt ein neues Volksschullesebuch in zwei Bänden unter dem Titel: „Lesebuch für evangelische Volksschulen. Herausgegeben im Auftrage der Kgl. Regierung zu Arnsberg. I. Mittelstufe (262 S.). II. Oberstufe (464 S.). Bielefeld und Leipzig. Velhagen & Klasing.“ Mit diesem Buche uns etwas eingehender zu beschäftigen, veranlaſst uns weniger der Inhalt desselben als mehr die Titelbemerkung: „Herausgegeben im Auftrage der Königl. Regierung zu Arnsberg“ und eine im amtlichen Schulblatte für den Regierungsbezirk Arnsberg (Nr. 8 vom 4. August 1896) veröffentlichte Verfügung folgenden Wortlauts: „Mit Genehmigung des Herrn Unterrichtsministers ordnen wir hierdurch an, daſs das in unserem Auftrage herausgegebene Lesebuch für evangelische Schulen (Verlag von Velhagen & Klasing) in allen evangelischen Volksschulen unseres Verwaltungsbezirkes zum Ersatz aller bisher dort gebrauchten Lesebücher mit dem Beginn des Schuljahres 1897/98 zur Einführung gelange u. s. w.“

Wir fragen: Seit wann ist es denn Sache der Behörden, Schulbücher auf Bestellung anfertigen zu lassen und ihre zwangsweise Einführung zu

---

*) Der Verfasser bittet um weitere Verbreitung dieses Aufsatzes durch Abdruck in pädagogischen Zeitschriften. Wir willfahren dieser Bitte umsomehr, da dies jeden Verfasser eines Schulbuchs betrifft. Vergl. Jahrg. 1896, S. 156. Artikel „Einführung neuer Schulbücher“. Man sehe jedoch unsere Nachschrift! D. Redaktion.

verfügen? Steht nicht den Schulvorständen das Recht zu, über die Einführung von der Behörde bereits genehmigter Lehrmittel zu beschliefsen oder die Genehmigung neuer Lehrmittel bei der Behörde zu beantragen?

Dafs Regierungsschulräte an der Herstellung von Volksschullesebüchern in unverhältnismäfsigem Umfange sich beteiligten, ist zwar schon früher vorgekommen, aber ein Erlafs vom 14. September 1873 liefs keinen Zweifel darüber, wie man unter dem Ministerium Falk über solche Betriebsamkeit urteilte. Heute scheint man darüber anders zu denken.

Wer das vorliegende Volksschullesebuch verfafst hat, wird weder auf dem Titel noch in einem dem Buche beiliegenden Begleitworte verraten. Warum nicht? Schämen sich die Verfasser ihrer Arbeit? (Ein Gerücht und eine Besprechung des Lesebuches im Berliner Tageblatt, Nr. 517 vom 11. Oktober 1896, sprechen nämlich von zwei Verfassern, einem königlichen Schulrat und einem königlichen Seminarlehrer.) Nun, die Arbeit ist nicht gerade schlecht, wenn auch eine unbefangene Kritik sich nicht mit allem wird einverstanden erklären können. Da fallen z. B. in dem für die Mittelstufe bestimmten Bande Lesestücke auf, die entschieden auf die Oberstufe gehören, u. a. Uhlands Kapelle und das Abendlied von Claudius. Auch das Lesestück „Dornenkrone“ (I, 61), das unmittelbar auf die „traurige Geschichte vom dummen Hänschen“ und eine Reihe von Sprüchen, wie „Bin ich gleich noch jung und klein“ u. s. w folgt, ist entschieden für die Mittelstufe viel zu schwer, wenn man es überhaupt für ein Volksschullesebuch geeignet finden will. Und was soll die Mittelstufe anfangen mit einem Lesestücke über den „Oberpräsident von Vincke“, in dem Sätze vorkommen wie: „Die französische Herrschaft, die Kriegsjahre und die vielen neuen Landesteile machten im Anfange die Verwaltung dieser Provinz (Westfalen) zur schwierigsten im ganzen Staate“? Welcher Lehrer darf sich zutrauen, Kindern der Mittelstufe das Verständnis dafür erschliefsen zu können?

Der für die Oberstufe bestimmte Band bringt Schillers Glocke; aber die in diesem Gedichte enthaltene Verklärung der „schönen Zeit der jungen Liebe“ zukünftigen deutschen Jünglingen und Jungfrauen zugänglich zu machen, wagt man nicht, man schneidet ein Stück aus dem Gedichte heraus.

Die eigentlich volkstümliche Litteratur ist in dem Buche schlecht bedacht, dagegen findet man viele realistische Stoffe berücksichtigt mit Abschnitten aus Realienbüchern (z. B. über die Ameise oder über die Trichine, aus Kahnmeyer und Schulze), aus Naturgeschichtsleitfäden u. dgl., deren Verfasser wohl selbst kaum jemals daran gedacht haben, dafs ihre Beschreibungen einmal als Musterstücke in Lesebüchern prangen würden. Eine aus alten Zeiten stammende trockene Beschreibung der Gans (I, S. 174) berichtet noch immer von den der Gans entstammenden Schreibfedern. Oder wird in den Arnsberger Schulen noch mit Gänsefedern geschrieben?

Dafs die Auswahl der Lesestücke zur Heimatskunde den Herausgebern besondere Schwierigkeiten gemacht hat, glauben wir gern; aber sie hätten lieber weniger bieten sollen, als Lesestücke, die der Aufnahme in ein Volksschullesebuch durchaus nicht würdig sind.

Um auch ein Wort über das Äufsere der Bücher zu sagen, mufs die sehr gediegene Ausstattung in Papier, Druck und Einband anerkannt werden. Die reichen Bildervorräte der Verlagshandlung machten auch eine reiche Ausstattung mit guten Bildern möglich. Aber mancher Pädagog hätte vielleicht eine andere Auswahl aus jenen reichen Bilderschätzen getroffen. Jetzt finden wir z. B. in diesen zwei Bänden von Bildern deutscher Dichter drei, von Hohenzollernbildern — achtzehn.

Aber mit dem Inhalte des Lesebuches wollten wir uns nicht vorzugsweise beschäftigen. Wir fassen uns daher mit unserm Urteil kurz: Es giebt bessere Lesebücher als das vorliegende. Im Arnsberger Regierungs-

bezirke darf freilich fernerhin ein besseres nicht eingeführt oder weiter benutzt werden.

Leider hat einen anderen preufsischen Regierungsbezirk bereits ein ähnliches Schicksal betroffen. Ein Erlafs der Stettiner Regierung vom 20. Mai 1896 ordnet für den ganzen Bezirk die Einführung des bei Ferdinand Hirt erschienenen Bockschen Lesebuches an. Das ist auch ein Lesebuch, von dem man nur sagen kann: Es giebt viel bessere. Es ist die durch einen Regierungsschulrat bewirkte Neubearbeitung des — sagen wir: berühmten Münsterberger Lesebuches. Wer die Segnungen der preufsischen Regulative kennt, weifs auch um das Münsterberger Lesebuch Bescheid. Mit der Neubearbeitung einer solchen Vorlage etwas schaffen zu wollen, das auf der Höhe der Zeit steht und den Vergleich mit neueren Erscheinungen auf dem Gebiete der Lesebuchlitteratur aushalten kann, — welcher Pädagog möchte ein solches Wagnis unternehmen?

So steht es in zwei Regierungsbezirken. Werden die übrigen dem gegebenen Beispiele folgen? Wir überlassen es den Buchhändlern und den Verfassern von Lesebüchern, die volkswirtschaftliche Seite einer solchen Aussicht zu beleuchten. Aber auch der Pädagog, der Vertreter einer nicht still stehenden, immer fortschreitenden Wissenschaft, mufs nach solchen Vorgängen fragen: Ist ein Fortschritt noch möglich? Ist noch eine Aussicht vorhanden, dafs immer das Bessere sich Bahn bricht? Wird sich noch ein Verleger finden, der es wagt, ein Lesebuch zu drucken, das einen Fortschritt anbahnen will? Mufs der Verleger nicht fürchten, dafs sein neues Buch gegenüber anderen von Regierungen herausgegebenen oder zwangsweise eingeführten Lesebüchern Makulatur wird?

Das Herz thut einem weh, wenn man solche Fragen aufwerfen mufs, wenn man die Schule vor solche Aussichten gestellt sieht.

Aber haben die Regierungen nicht vielleicht bei ihren Verfügungen die wohlmeinendsten Absichten gehabt? Davon, dafs sie der Schule einen Dienst hätten erweisen wollen, hat man nichts gehört. Aber es geht die Rede, die Behörden wollten die Geldbeutel der Eltern schonen. Die Eltern sollen sich nicht genötigt sehen, bei Umzügen neue Lesebücher für ihre Kinder anschaffen zu müssen. Ob das durch die neue Verfügung wirklich erreicht wird? Wer jetzt mit schulpflichtigen Kindern nach dem Arnsberger Bezirke zieht oder aus ihm wegzieht, mufs bestimmt neue Lesebücher anschaffen; bisher war der Fall wenigstens möglich, dafs im alten und im neuen Wohnorte das gleiche Lesebuch eingeführt war.

Man möchte aber an diese rührende Rücksicht auf den Geldbeutel der Eltern kaum glauben. Ist denn die Ausgabe für ein neues Lesebuch so grofs? Warum denn immer gerade die Klagen für die berechtigsten halten, die sich auf die nötigsten Ausgaben für die Erziehung der Kinder beziehen? Das ist freilich richtig, dafs viele Eltern über die Ausgaben für in der Schule gebrauchte Bücher, Hefte u. s. w. viel eher klagen, als über die Ausgaben für Plunderstaat, mit dem man die Kinder behängt, oder für Vergnügungen, die man den Kindern — oft viel zu früh — gewährt. Wo aber wirklich eine Armut herrscht, der die Anschaffung eines neuen Lesebuchs allzu schwer oder unmöglich wird, da hat es noch immer Mittel gegeben, dem abzuhelfen. Schulklassen schaffen Bücher für arme Schüler an, Verleger haben sich bereit erklärt, für arme Kinder Freiexemplare zu liefern.

Wenn man jetzt dem Geldbeutel mancher Eltern eine kleine Ausgabe ersparen will, thut man das dann nicht, indem man die Geldbeutel anderer Leute — z. B. der Verleger bisher eingeführter Lesebücher, denen man ihre Absatzquellen verschliefst — um grofse Summen bringt? (Dafs von diesen Summen aufser dem Verleger noch viele andere Leute leben, gehört wieder in eine Betrachtung vom volkswirtschaftlichen Standpunkte aus.)

Genug davon. Es handelt sich um mehr als um die Geldbeutel, es handelt sich um die Schule, um die Volkserziehung. Und da haben wir noch viele Fragen auf dem Herzen, die uns das Herz schwer machen.

Wer hat denn das Volksschullesebuch geschaffen? Regierungen oder Pädagogen? Wer hat denn bisher für die Vervollkommnung der Volksschullesebücher gesorgt? Waren Berthelt, Jäckel, Petermann und Thomas, Lüben und Nacke, Paldamus, Engelien und Fechner und wie die Verfasser alter berühmter Lesebücher — um von neueren ganz zu schweigen — sonst noch heifsen, Regierungsräte oder Lehrer?

Ferner: Haben wir nicht Rückschritte auf dem Gebiete des Volksschullesebuches zu verzeichnen, die in ihrem letzten Grunde auf Regierungserlasse zurückzuführen waren? (Siehe Regulative und Münsterberger Lesebuch.)

Ferner: Woher soll denn dem Lehrer die Freudigkeit in der Erfüllung seines Berufes kommen, wenn ihm nicht gestattet ist, freudig mit vorwärts zu schreiten, wenn er gezwungen ist, nach einem Buche zu unterrichten, von dem er sich sagen mufs, dafs es weit zurücksteht hinter vielen anderen, nach denen er lieber unterrichten würde, mit denen er mehr zu erreichen hoffen dürfte?

Ferner: Sollen denn die Schulgemeinden und ihre Vertreter nicht mehr das Recht haben, für ihre Schulen das Beste bezw. das Geeignetste auszuwählen? Sollen etwa den zwangsweise eingeführten Lesebüchern auch aufgezwungene Geschichtsleitfäden u. dergl. folgen?

Wir hören auf zu fragen. Videant Consules —!

Nachschrift der Redaktion.

Ohne die Berechtigung der vorstehenden Beschwerde (zugleich mit Rücksicht auf den Art. i. Jahrg. 1896 S. 156) anzweifeln zu wollen, möchten wir doch, eingedenk des Wortes *audiatur et altera pars,* zu bedenken geben, dafs die Schulbehörde allerdings die Pflicht hat der überhandnehmenden Massenhaftigkeit und Buntscheckigkeit der Lehrmittel zu steuern. Dafs sie aber selbstschöpferisch oder vermittelnd durch ihre Organe bei der Bearbeitung eingreift, ist zu mifsbilligen. Es wäre daher zur Vermeidung des Streits ein Modus ausfindig zu machen, der allen Teilen gerecht würde und dieser besteht unseres Erachtens darin, dafs eine Kommission von Schulmännern (Direktoren) des betr. Bezirks über die neu einzuführenden oder abzuändernden Lehrmittel von Zeit zu Zeit (etwa aller drei Jahre) berate und Vorschläge mache und diese der Schulbehörde zur Entscheidung vorlegte. Hierbei wäre allerdings den Schulmännern (Pädagogen) als Sachverständigen die gewichtigste Stimme einzuräumen;*) auch wäre ihnen bei ungünstigen Entscheidungen der unteren bezw. mittleren Schulbehörden (Bezirks- und Provinzialschulbehörden) die Berufung an die oberste Schulbehörde zu sichern.

Internationaler Mathematiker-Kongress in Zürich 1897.

Zürich, Januar 1897.

Wir erhielten folgende Zuschrift:

Hochgeehrter Herr! Wie ihnen bekannt sein wird, ist die Frage eines internationalen Mathematiker-Kongresses seit längerer Zeit Gegenstand lebhafter Verhandlungen seitens der Fachgenossen. Im Hinblick auf die Erfolge, welche durch internationale Verständigung auf andern Wissensgebieten erzielt worden sind, wurde die Wünschbarkeit einer

*) Die Hinzuziehung von nicht sachverständigen Mitgliedern der Schulvorstände und von Buchhändlern (Verlegern) erscheint uns als zu weitgehend.



internationalen Vereinigung auch der Mathematiker von allen, die sich mit der Frage beschäftigten, einmütig betont. Nachdem auf Grund manigfacher mündlicher und schriftlicher Korrespondenzen das Projekt eine festere Gestalt anzunehmen begonnen hatte und auch die Ortsfrage wiederholt in Erwägung gezogen worden war, wurde es allgemein als zweckmäfsig bezeichnet, dafs der erste Versuch von einem Lande ausgehen möchte, dafs durch seine Lage, seine Verhältnisse und durch seine Tradition zur Anbahnung internationaler Beziehungen besonders geeignet sei. So richteten sich denn bald die Blicke nach der Schweiz und insbesondere nach Zürich.

Obwohl sich die Züricher Mathematiker keineswegs die Schwierigkeit des Unternehmens verhehlten, glaubten sie doch, im Interesse der Sache die Anregungen, die ihnen von den verschiedensten Seiten her zugegangen waren, nicht von der Hand weisen zu dürfen. Sie erklärten sich daher gerne bereit, die erforderlichen Vorbereitungen zur Einberufung eines internationalen Mathematiker-Kongresses zu übernehmen und soweit es an ihnen liege, das Unternehmen nach Kräften zu fördern. Mathematiker anderer Nationen schlossen sich an, und so trat das unterzeichnete internationale Komitee zusammen, mit der Aufgabe, für das Jahr 1897 in Zürich eine Zusammenkunft der Mathematiker aller Länder der Erde zu veranstalten.

Der Kongress, an welchem teilzunehmen Sie hiermit, hochgeehrter Herr, von dem Komitee ergebenst eingeladen werden, soll in Zürich am 9., 10. und 11. August 1897 in den Räumen des eidgenössischen Polytechnikums stattfinden. Das Komitee wird nicht verfehlen, Ihnen rechtzeitig das genauere Arbeitsprogramm vorzulegen und sich alsdann Ihre Zusage zur Beteiligung an dem Kongresse zu erbitten. Immerhin darf schon jetzt darauf hingewiesen werden, dafs naturgemäfs die wissenschaftlichen und die geschäftlichen Verhandlungen sich vorzugsweise um solche Fragen gruppieren werden, die ein allgemeineres Interesse besitzen und denen eine prinzipielle Bedeutung innewohnt.

Die Bedeutung wissenschaftlicher Kongresse beruht aber nicht minder auch auf der Pflege persönlicher Beziehungen. Das Lokalkomitee wird es sich angelegen sein lassen, auch dieser Seite des zu veranstaltenden Kongresses seine Aufmerksamkeit zuzuwenden und durch Entwerfung eines bescheidenen Festprogramms Rechnung tragen.

Mögen die Erwartungen, welche sich an diese erste internationale Mathematikervereinigung knüpfen, in Erfüllung gehen! Möge eine zahlreiche Beteiligung die wissenschaftlichen und persönlichen Beziehungen der Fachgenossen fördern im Interesse gemeinsamer Arbeit und des Fortschrittes der mathematischen Wissenschaft!

H. Bleuler, Präsident des schweiz. Schulrates, Zürich.

H. Burkhardt, Prof. an der Universität Zürich. L. Cremona Prof. in Rom. G. Dumas, Assistent am eidg. Polytechnikum, Zürich. J. Franel, und C. F. Geiser, Professoren ebenda. A. Co. Greenhill, Prof. in Woolwich. A. Herzog Direktor des eidg. Polytechnikums, Zürich. G. W. Hill, Prof. in West-Nyack (U. S. A.). A. Hurwitz, Prof. am eidg. Polytechnikum, Zürich. F. Klein, Prof. in Göttingen. A. Markoff, Prof in Petersburg. F. Mertens, Prof. in Wien. H. Minkowski, Prof. am eidg. Polytechnikum, Zürich. G. Mittag-Leffler, Prof. in Stockholm. G. Oltramare, Prof.in Genf. H. Poincaré, Prof. in Paris. J. Rebstein, Assistent am eidg. Polytechnikum, Zürich. F. Rudio, Prof. ebenda. K. Vondermühll, Prof. in Basel. F. H. Weber, Prof. am eidg. Polytechnikum, Zürich.

Korrespondenzen in Angelegenheiten des Kongresses sind an Prof. Geiser, Küsnacht-Zürich zu richten.

Mathematischer Verein zu Hannover.

(Auszug aus dem Bericht über das Vereinsjahr 1896.*)

Die Zahl der Mitglieder betrug 25. Der Vorstand bestand aus den Herren Prof. Dr. Kiepert als Vorsitzenden, Professor Roesener als Schriftführer und Oberlehrer Dr. Bräuer als Kassierer. In den Sitzungen, deren im ganzen 9 stattfanden, sprach Oberlehrer Dr. Bräuer über die elektromotorische Wirksamkeit der Jonen und über elektrometrische Messungen, Oberlehrer Dr. Schrader über Demonstration des osmotischen Druckes, Prof. Dr. Kiepert über Herstellung neuer Tafeln zur Berechnung elliptischer Integrale, Prof. Dr. Klein aus Göttingen über die Technik und die Ausbildung der mathematischen Lehramtskandidaten, Prof. Dr. Runge über einen einfachen Apparat zur Zerlegung einer beliebigen Welle in eine Reihe von Sinuswellen und über eine Correktion von spektralanalytischen Beobachtungen und Oberlehrer Presler erstattete Bericht über den Verlauf der zu Pfingsten in Elberfeld abgehaltenen Versammlung der Mitglieder des „Vereins zur Förderung des Unterrichts in der Mathematik und den Naturwissenschaften“.

Ferienkursus des Physikalischen Vereins Frankfurt a. M. vom 22. April bis 5. Mai

Stunden-

	22. April Donnerstag	23. April Freitag	24. April Samstag	26. April Montag	27. April Dienstag	28 April Mittwoch
$7\frac{1}{2}$—$8\frac{1}{2}$		Epstein	Epstein	Epstein	Epstein	Freun[d]
9—10	Eröffnung	Üb. event. Museum	Üb. event. Museum	Üb. event. Museum	Üb. event. chem. Übungen	
10—11	Freund					Bender
11—12						
3—4	Rosenberger	Rosenberger	Rosenberger	Rößler	Rosenberger	Exkursion
4—5	König	König	Freund	Gold und Silber Scheideanstalt	Lepsius	Hinkelstein
5—6						Klärbecken

Lehrplan.

I. Vorlesungen.

1. Physikalische:
   A. Neuere physikalische Demonstrationen. Herr Professor Dr. W. König, Dozent am Physik. Verein und Leiter des physik. Laboratoriums.
      a. Abbesche Versuche über die Grenzen mikroskopischer Vergrößerungen. (2 Stunden).
      b. Tesla-Versuche. (2 Stunden.)
      c. Beziehungen zwischen Licht und Elektrizität (Luminiszens, Fluorescenz, Phosphorescenz, Lichterscheinungen bei elektrischen

*) Den Bericht von 1895 s. im Jahrg. 1896 S. 159. D. Red.

Entladungen, Kathoden- und Röntgenstrahlen, Lichtelektrische Versuche. (3—4 Stunden.)

d. Neue Vorlesungsexperimente und Schulapparate. (1—2 Stunden.)

B. Aus der Entwickelungsgeschichte der elektrischen Prinzipien. Herr Dr. F. Rosenberger, Professor an der Musterschule. (5 Stunden).

Die Ausbildung des Begriffs der Elektrizität. — (Anziehung, Abstoſsung, Lichterscheinung, Leitung, — Gilbert, Guerike, Hawksbee, Gray.)

Die Theorien der elektrischen Imponderabilien (Dufay, Franklin, Wilke, Aepinus, Symmer.)

Faraday und seine Umgestaltung der elektrischen Fundamente. Die moderne Gestaltung der elektrischen Theorien.

(Maxwell, Hertz, Boltzmann u. s. w.)

Die Elektrizität und die fundamentalen Grenzbegriffe der Physik (Dynamik, Energetik, Kinetik.)

2. Elektrotechnische Vorlesungen.

Herr Dr. J. Epstein, Dozent am Physikalischen Verein, Leiter der Elektrotechnischen Lehr- und Untersuchungsanstalt.

a. Die Elemente der elektrischen Arbeitsübertragung. (8 Stunden.) Stromstärke, Stromrichtung. — Gleichstrom, Wechselstrom, Momentanwerte u. Effektivwerte. — Phasen, Stromkurve. — Spannung, Widerstand. — Ohm'sches Gesetz u. Anwendungen. — Elektrischer Effekt und elektrische Energie. — Induktion, Selbstinduktion.

plan 1897.

29. April Donnerstag	30. April Freitag	1. Mai Samstag	3. Mai Montag	4. Mai Dienstag	5. Mai Mittwoch
pstein	Epstein		Epstein	Epstein	Exkurs.
Üb. event. Werner und Winter	Üb.	König	Üb. event. Museum	Üb.	Lahmeyer Hartmann und Braun } Klärbecken
senberger König	Exkursion Städt. Elektrizitätswerk	Freund	Exkursion Griesheim	Freund	König Schluſs

Scheinbare und effektive Watt. — Das Verhalten von Gleichstrom-Wechselstrom- Drehstrommotoren im Betriebe.

b. Besprechung der elektrotechnischen Exkursionen.

3. Chemische Vorlesungen.

A. Herr Dr. Lepsius, früher Dozent des Physikalischen Vereins, Direktor der chemischen Fabrik Griesheim.

Über moderne Explosivstoffe. (2 Stunden.)

B. Herr Prof. Dr. M. Freund, Dozent am Physikalischen Verein Leiter des chemischen Laboratoriums.

a. Argon und Helium. (2 Stunden).

b. Über osmotischen Druck, van't Hoff's Theorie der Lösungen und die neueren Methoden zur Molekulargewichtsbestimmung. (2 Stunden.)

c. Über Fortschritte auf dem Gebiete der Verflüssigung von Gasen,

verbunden mit praktischen Übungen im Experimentieren. (2 Stunden.)
d. Über Anwendung der Elektrizität in der chemischen Industrie. (2 Stunden.)
e. Über neue Schulversuche. (1—2 Stunden.)
f. Besprechung der Exkursionen.

C. Herr Dr. F. Rössler.
Über die moderne Methode der Goldgewinnung.

II. Übungen.

1. Elektrotechnisches Praktikum. Herr Dr. J. Epstein.
Aichung von technischen Meſsinstrumenten (Galvanometer, Ampèremeter, Voltmeter, Wattmeter, Elektrizitätszähler.)
Widerstandsmessungen. — Aufnahme von Wechselstromkurven. — Versuche über Selbstinduktion. — Bremsversuche an Gleichstrom-, Wechselstrom- und Drehstrommotoren.
2. Übungen im Anschluſs an die Vorlesung c. des Herrn Prof. Dr. Freund.

III. Exkursionen.

Es sind in Aussicht genommen die Besichtigungen der Gold- und Silber-Scheideanstalt, Chemische Fabrik Griesheim, Pumpstation der Frankfurter Wasserleitung am „Hinkelsteiner Rauschen", Klärbeckenanlage, Städtisches Elektrizitätswerk, Elektrische Centrale in Bockenheim, Sammlung der Senkenbergischen Naturforschenden Gesellschaft, Lithographische Anstalt von Werner & Winter.

Weitere Auskunft erteilt der Leiter des Kursus Herr Realschuldirektor Dr. P. Bode.

Fragekasten.

Nr. 91. Modelle beim Unterricht in der Sterometrie und darstellenden Geometrie.

(Geometrie déscriptive)

Wir erhielten folgende Zuschrift aus Marburg:

Sehr geehrter Herr! Ich möchte durch den Fragekasten Ihrer Zeitschrift Äuſserungen darüber anregen, wie weit ein Bedürfnis nach Modellen für den Unterricht in der Stereometrie vorliegt und wie weit man deshalb im darstellend geometrischen Hochschul-Unterricht Entwürfe zu solchen Modellen berücksichtigen sollte. Ich denke zunächst an ein Modell zur dreiseitigen Ecke mit der Polarecke, weiter an ein Modell einer dreiseitigen Ecke mit den Winkeln, um daran oder an der in die Ebene ausgebreiteten Figur (vgl. z. B. Reidt in Schlömilchs Handbuch der Mathematik I, od. Hammer, Trigonometrie) die Fundamentalformeln der sphärischen Trigonometrie anschaulich zu entwickeln. Ich sehe schematische Zeichnungen und selbst genaue Darstellungen z. B. in schiefer Parallelprojektion nicht als so anschaulich für den Anfänger an, daſs daneben nicht auch zuweilen ein Modell am Platze wäre. Ich kann mich aber nur auf Erfahrung als darstellend-geometrischer Assistent an einer technischen Hochschule stützen und möchte das Ergebnis praktischer Erfahrung von der Schule her kennen lernen. Legt man überhaupt i. A. Wert auf Modelle wie die angegebenen und würde das Bedürfnis etwa noch weiter gehen? Empfiehlt sich deshalb in Vorlesungen oder Übungen über darstellende Geometrie ein Betonen solcher Fragen?

Ergebenst
Dr. F. v. Dalwigk.



Ohne einer Antwort seitens erfahrener Lehrer der darstellenden Geometrie vorzugreifen, möchten wir nur soviel bemerken, daſs nach unserer Erfahrung die Vorführung und Benutzung von Modellen sowohl in der Stereometrie als auch in der darstellenden Geom. nicht dem geringsten Zweifel unterliegt, ja daſs wir dieses Hülfsmittel geradezu für notwendig halten, natürlich je nach dem Bildungsgrad der Schüler und der Gattung der Schule bezw. Hochschule. Wir haben in Österreich, wo an Realschulen und polytechnischen Hochschulen die darstellende Geom. eine hochwichtige Rolle spielt, diese Modelle in hoher Ausbildung gesehen und angewandt gefunden; ja, die Wiener Weltausstellung i. J. 1873 zeigte in der Unterrichts-Abteilung geradezu vollendet schöne Sammlungen u. a. auch aus Paris. Wir raten dem Herrn Fragesteller, sich an die polytechn. Hochschule zu Berlin (Charlottenburg) zu wenden und zumal an den dortigen Hauptvertreter dieses Faches, unsern geehrten Mitarbeiter Herr Geh.-R. Prof. Dr. Hauck. Die Redaktion.

Zum Frage- und Antwortkasten Nr. 90.

Renaldische Konstruktion betreffend.

(Heft 2, S. 156.)

Herr Prof. Günther-München schreibt uns hierüber: „Die fragliche Methode hat mit dem Buch vom Räuber Rinaldini nichts zu thun, wohl aber mit dem Bologneser Mathematiker Renaldino oder Renaldini (1615—1698). Der Beweis ist allerdings nicht ganz einfach, aber z. B. von mir gegeben in d. österr. Zeitschr. f. Realschulwesen III. Jahrg. S. 528 u. S. 764."

In unserer Notiz S. 156 (Z. 19 v. o.) befindet sich ein Druckfehler; es muſs heiſsen Renaldi, so steht auch in unserer Vorschule a. a. O.

In Poggendorffs biogr.-litt. Handwörterbuch findet sich jedoch folgendes:

„Renaldini (Renaldino) Carlo

Erst Ingenieur im päbstl. Heer, dann 1648 Prof. d. Philosophie an d. Universität zu Pisa und darauf Prof. d. Mathematik und Philosophie von 1667—1698, wo er sich nach seiner Vaterstadt zurückzog. Mitglied der *Accademia del Cimento* i. Florenz, geb. 1615 Dez. 30. Ancona, gest. 1698 Juli 18. Ancona, schrieb *opus algebraicum* (1644) und *Philosophia naturalis* 1694." Von Geometrie ist keine Rede. — Herr Prof. Kautzner i. Graz giebt uns bezügl. der Renald. Konstruktion noch folgende litter. Notizen:

1. Schulz v. Straſsnitzki, Handbuch d. Geom. f. Praktiker. Wien 1850. S. 306—309.
2. C. L. A. Kunze, Lehrbuch d. Geom. Jena 1851. S. 244.
3. Schlömilch, Grundzüge d. Geom. d. Maſses. 2. Heft. Ebene Trigonometrie 1883. (Behandelt d. Frage am eingehendsten betr. d. mod. Konstr.) [Man sehe 5. Aufl. § 30, S. 141 u. Anhang z. Trigonom. p. 245 u. f. Die Red.]
4. Frischauf, Elemente d. Geom. Leipzig 1877. (Enthält beides.)
5. J. H. van Swindens Elemente d. Geom. übersetzt u. vermehrt von C. F. A. Jacobi, Jena 1834, S. 508—511, wo man Sachliches, Historisches, Litterarisches beisammen findet.

(PS. Das letztere Werk bietet überhaupt eine wahre Fundgrube geom. Wissens und sollte in keiner Bibliothek eines Mathematiklehrers fehlen. Vielleicht entschlieſst sich einmal ein arbeitskräftiger und wissensreicher Fachkollege, eine neue (vermehrte) Ausgabe dieses Werkes zu veranlassen mit Figuren im Texte und Nachträgen. Die Red.)

Da das zuletzt genannte Werk von van Swinden-Jacobi jetzt selten und wohl kaum in der Bibliothek aller Mathematiklehrer zu finden sein dürfte, so glauben wir manchem Fachkollegen einen Gefallen zu erweisen, wenn wir hier einiges Geschichtliche daraus mitteilen. Nachdem d. Verf. in Nr. 684 (S. 510) in Anm. 1 festgestellt hat, dafs mit Zunahme der Seitenzahl die Fehler der Werte für den Centriw. des eingeschr. Vielecks immer gröfser werden, fährt er in Anm. 2. u. 3 fort:

„Das Verfahren rührt von dem ital. Mathematiker C. Renaldini her, der es in seinem Werke: „*Ars analytica*“ im 2. Bd. pag. 367 u. 368 mitteilte; der gegebene Beweis aber ist von dem holländischen Mathematiker Nieuwland.“

„Was Renaldini selbst geglaubt hatte, dem traten später auch andere z. B. Sturm in seinem Werke „*Mathesis enucleata*“ bei, dafs nämlich das Verfahren allgemein gültig sei, d. h. in allen Fällen volle Schärfe gewähre. Allein schon Jacob Bernoulli (opp. pag. 765) deckte den desfallsigen Irrthum auf. Man vergleiche damit, was Kästner im 1. Teile seiner geometr. Abhandlungen p. 266 sqq. über den Gegenstand beigebracht hat.“

In Baltzers Elementen, einem Buche, das doch sonst in Litteraturangaben das Mögliche leistet, findet sich leider hierüber nichts.

Bei der Redaktion eingelaufene Druckschriften.

(Ergänzung zu Heft 2, S. 160.)

Pädagogisches und Litterar-Geschichtliches.

Partheil und Probst, Zur Konzentration der naturkundlichen Fächer. Dessau-Leipzig, Kahle. (o. J.)

Poggendorffs biogr.-litt. Handwörterbuch etc. Bd. III, Lief. 7.

Zeitschriften.

Mathem. Ann. Bd. 48. Heft 4. — Zeitschr. f. Mathematik u. Physik (Red. Mehmke u. Cantor). 42. Bd. 1. — Periodico di mathematica per l'insegnamento secondario ed. Lazzeri (früher Besso-Lugli). XI, 6. XII, 1. — Zeitschrift f. phys. und chem. Unt. (Poske). X, 1. — Himmel und Erde (Urania). IX, 4. — Naturw. Rundschau. XI, 52 und XII, 1—4. — Geogr. Zeitschr. v. Hettner. III, 1. — Zeitschr. f. Schulgeographie. XVIII, 2. — Zeitschr. f. Realschulwesen. XXII, 1. — Central-Organ f. d. R.-W. XXIV, 12. (Hört auf zu erscheinen.) — Ztschr. f. weibl. Bildung XXV, 1—2 (Jan.). — Allgem. d. Lehrerzeitung. 1896. Nr. 52 u. 1897. Nr. 1—5 (unter neuer Redaktion: Arnold u. Jahn). — Überdies als neu hinzugekommen: Deutsche botan. Monatsschrift XV, 1 (Jan.) — Deutscher Tierfreund. Januar 1897. Nr. 4. — *Bolletino della associazione* „Mathesis“ etc. *delle scude medie anno* I, num. 2.

Der Schrifteneinlauf vom März mufste wegen Raummangel zurückgestellt werden.

Briefkasten.

Herrn R. i. W. Frühere Auflagen des Werkes von Hann etc. sind angezeigt in Jahrg. VII, 474 und XII, 461. Diesmal wird aber eine gründliche Rezension gewünscht. — Alles andere brieflich. Anfragen werden per Antwort-Karte erledigt.

Sollen die Sektionen für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht in den Versammlungen der Naturforscher und Philologen ausfallen oder bestehen bleiben?

Vom Herausgeber.

Wir haben am Schlusse unserer Nachschrift zu dem Frankfurter Bericht (Nr. III in Heft 3, S. 222) unsern Widerspruch gegen die in Frankfurt vorgeschlagene Ausscheidung der genannten Sektionen bereits angekündigt. Zuvörderst wird es sich als notwendig erweisen die dort angeführten Gründe für die Ausscheidung auf ihre Stichhaltigkeit zu prüfen. Als erster Grund wird angeführt, dafs die unterrichtlichen Interessen durch den Schulmathematiker-Tag (zuletzt in Elberfeld) vertreten und gesichert seien. Zugegeben, diese unterrichtlichen Interessen seien vollauf gesichert — was noch zu erweisen wäre — so sind es doch sicher nicht die wissenschaftlichen. Die letzteren sind für die Fachlehrer der Mathematik und der Naturwissenschaften weit mehr und besser vertreten in der Naturforscher-Versammlung. Es wäre Selbstüberhebung der betr. Lehrer dies zu bestreiten.

Wir möchten aber noch folgendes hinzufügen: Durch die pädagogische Sektion bei der Naturforscher-Versammlung ist die Möglichkeit geboten, ja es liegt sogar im Interesse der Lehrer, die Hochschullehrer oder Gelehrten für den höheren Schulunterricht zu interessieren und womöglich zur Teilnahme an ihren Verhandlungen zu gewinnen, wenn nicht alle so doch manche. Ja es dürfte sich sogar erreichen lassen, manche Ärzte, die ja bekanntlich mit den Naturforschern zusammen tagen und die jetzt auch aus sanitären Gründen (als Schulärzte) von den Schulbehörden zur Beratung zugezogen werden, für die Vorträge der Lehrer zu gewinnen, falls solche das ärztliche Gebiet berühren.*) So wird das Band zwischen h. Schule und Hochschule befestigt und erhalten; im entgegengesetzten Falle wird es zerrissen. Denn die Lehrer an Hochschulen werden doch kaum — falls der Verein der

) Wir denken hier besonders an die Schulhygieine. Man s. das in ds. Ztschr. noch zu besprechende Handbuch der Schulhygiene) von Burgerstein und Netolitzky (zweien Österreichern), Jena, G. Fischer 1895.

*) österr. Orthographie.

mathem.-naturw. Fachlehrer nicht gerade in einer Universitätsstadt tagt — zu den Versammlungen desselben kommen. Ja wir halten diese Verbindung bezw. diesen Zusammenhang der Fachkollegen mit der Naturforscher-Versammlung und durch sie mit der Hochschule gerade jetzt für höchst notwendig, weil die Kluft, die sich zwischen mathem.-naturw. Hochschul- und Mittelschul-Unterricht*) allmählich aufgethan hat, immermehr sich zu erweitern droht und weil es höchste Zeit ist, sie bei der Schwierigkeit — wenn nicht Unmöglichkeit — sie zu schliefsen, wenigstens zu überbrücken.

Hierdurch erledigt sich zugleich der dritte Grund der Gegner, dafs es für die Oberlehrer belehrender sei, wenn sie den wissenschaftlichen Sitzungen der Naturforscher-Versammlung beiwohnten. Als ob sie das nicht auch könnten, wenn sie die pädagogische Sektion beibehalten; nur dürften die am Orte Wohnenden nicht zu viele Verwaltungsämtchen während der Versammlung sich aufbürden lassen. Also die Lehrer sollen an den Verhandlungen der Naturforscher-Versammlung teilnehmen mit Hintansetzung ihrer eigensten d. h. Unterrichtsinteressen. Diese sollen vielmehr während der Versammlung schweigen. Das käme einer zeitweiligen Verleugnung des Lehrerberufs gleich. Und selbst wenn in der pädagogischen Sektion der Naturforscher-Versammlung nur ein einziger und — was sich sehr empfehlen würde — zugleich auf den Hochschulunterricht sich beziehender bezw. ihn berührender Vortrag gehalten und gründlich diskutiert würde**), so wäre das immer noch besser, weil nützlicher, als wenn die unterrichtlichen Interessen ignoriert werden. Wenn die Gegner hinzufügen, es sei die Teilnahme der Lehrer an den wissenschaftlichen Sitzungen erspriefslicher als wenn sie sich bemühen ein welkes Pflänzchen kümmerlich am Leben zu erhalten; so entgegnen wir: Man soll das „welke Pflänzchen“ nicht verdorren lassen, sondern es begiefsen, damit es wieder aufblüht. Auch die geringe Anzahl der Teilnehmer, die übrigens — was die Gegner verschweigen — nicht durch die Gleichgültigkeit der Lehrer, sondern durch die Ungunst der Versammlungszeit herbeigeführt ist, kann gegen die Beibehaltung der Sektion nicht aufgestellt werden. Können denn nicht 20 Mitglieder einen Gegenstand auch fruchtbar behandeln? Wo ist die Gewähr, dafs es 100 besser machen? Viel Köpfe, viel Sinne!

---

*) Wir brauchen diesen österr. Ausdruck der Kürze halber für den in Deutschland gebräuchlichen „höheren Schulunterricht“.

**) Ein Anfang hierzu ist ja bereits in Frankfurt gemacht worden, wo die mathem. Sektion mit der pädagogischen vereint über die Ingenieur-Ausbildung sowie überhaupt über den mehr praktisch zu gestaltenden mathem. Unterricht verhandelte. Siehe Bericht i. Jahrg. XXVII (1896) S. 615 u. f.

Wir halten sogar eine Organisation für möglich und nützlich, vermöge welcher der Fachlehrerverein in steter Verbindung und Wechselwirkung mit dieser Versammlung bleibt, insofern eine gegenseitige Berichterstattung eingeführt wird, d. h. eine Einrichtung, nach welcher dem Vereine alljährlich von der Thätigkeit der Naturforscher-Versammlung und umgekehrt der Naturforscher-Versammlung von der Thätigkeit des Vereins Bericht erstattet wird.

Was nun den zweiten Grund anlangt, dafs auch die Beteiligung am **Philologentag** sehr dürftig sei und auch hier ein „Einschlafenlassen" sich empfehle, so ist dagegen zu bemerken, dafs diese Sektion immer noch am zahlreichsten besucht war und am meisten für den Unterricht gewirkt hat.*) Denn einmal fiel hier die Ungunst der Versammlungszeit fort, dann aber fand gerade diese Sektion teils an der Gegnerschaft der Philologen, teils an der Tradition, als älteste der mathem.-naturw. Sektionen, zur Entfaltung ihrer Thätigkeit Anregung und Aneiferung; ja wir glauben und hoffen, dafs diese Sektion am schwersten zu beseitigen sein würde. Auch empfiehlt es sich, mit den Philologen in freundschaftlicher Berührung zu bleiben, da bei der gegenwärtigen Erweiterung der Wissenschaften die philologisch-geschichtlichen und die mathem.-naturwissensch. Lehrfächer vielfache Berührungspunkte bieten. Das Eingehen der mathem.-naturw. Sektion bei den Philologen würde nur ein Entfremden der mathem.-naturw. und der philologischen Kollegen und somit Nachteile für den Gymnasialunterricht zur Folge haben. Zudem besitzen Philologen und Mathematiker in der bei dieser Versammlung bestehenden pädagogischen Sektion einen gemeinsamen Vereinigungspunkt.

Fafst man schliefslich noch einmal die Sache im Grofsen und Ganzen auf, sieht man sie so zu sagen von einem erhöhten, unparteiischen Standpunkte aus an, so erscheint die Beschränkung der mathem.-naturw. Fachkollegen auf ihren Lehrertag — so sehr man auch das „Emporblühen" des mathem.-naturw. Fachlehrer-Vereins begrüfsen mag — als eine unvorsichtige, bedenkliche, ja, fast möchten wir sagen eitle Isolierung, vor der wir eindringlich warnen möchten. Man soll das Eine thun und darum das andere nicht lassen. Die Geltung dieses Sprichwortes dürfte sich auch hier bewähren.

Wir möchten schliefslich, um auch die materielle Seite zu beleuchten, nicht unterlassen zu bemerken, dafs der Besuch der

*) Die Philologenversammlung in Dessau (s. Jahrg. XVI, S. 75) hatte **36**, die in Karlsruhe (XIV, 74) **37**, die Nürnberger (XXV, 79) **42**, die Stettiner (XII, 85) **57**, die Kölner (XXVI, 627) **68** und die Wiener (XXIV, 538) sogar **124** Teilnehmer.

Die Philologenversammlung in Rostock s. VII, 77; dort sind in der Anm. auch die von Kiel, Leipzig und Insbruck zitiert.

Eine Übersicht der Naturforscher-Versammlungen von der 42. (Dresden 1868) an bis zur 55. (Eisenach 1882) s. in Bd. XIII (1882) S. 484.

Naturforscher-Versammlung sehr erleichtert wird durch die bei dieser Versammlung (in Ansehung der längern Dauer derselben) gewährten Unterstützung bezüglich der Erlangung von billigen oder Frei-Quartieren, während der Besuch der Versammlungen des Fachlehrer-Vereins i. a. recht kostspielig ist;*) ferner, dafs auch durch die mit der Naturforscher-Versammlung verbundenen Ausflüge den Teilnehmern reiche Gelegenheit geboten wird, ihre naturwissenschaftlichen, topographischen und geographischen Kenntnisse zu erweitern, sicher mehr noch als bei der Fachlehrer-Versammlung, da der Naturforscher-Versammlung vieles gewährt wird, was andern Versammlungen verschlossen bleibt.

Zusatz.

Nachträglich wollen wir noch bemerken, dafs es doch auch sehr darauf ankäme, ob die Leitung der Naturforscher-Versammlung auf den Antrag, die pädagogische Sektion zu streichen, eingehen werde. Das soll man doch erst abwarten. Wenn die Lehrer es durchaus wünschen, nun, so wird die Versammlung dies vielleicht bedauern, aber der Sektion keine Thräne nachweinen. *Vous l'avez voulu!*

Schliefslich möchten wir uns noch eine Bemerkung gestatten, die bezweckt, uns vor dem event. Vorwurfe der Inkonsequenz zu schützen. Wir haben nämlich in dieser Zeitschrift wiederholt versucht die Leitung der Naturf.-Versammlung zu bestimmen, ihre Versammlung zu Gunsten der Lehrer zu verlegen, z. B. in die Michaelisferien. Ja wir haben s. Z. (1871) einen direkten hierauf bezüglichen Antrag an die Naturf.-Vers. zu Rostock gestellt (s. Jahrg. II, S. 478 ff.). Die Versammlung hat aber durch ihren damaligen Geschäftsführer den Antrag aus den dort (S. 479) angeführten Gründen abgelehnt. Wir sind sodann lange vorher, als die Gründer und derzeitigen Leiter unseres Vereins daran gedacht haben, für eine besondere Vereinigung der Fachgenossen eingetreten (s. unsere häufigen Anregungen in d. Z.). Dafs dieser Verein aber sich ganz von den genannten Versammlungen trennen — sich isolieren — werde, haben wir nicht erwartet, noch weniger es gewünscht oder zu beantragen gewagt.

---

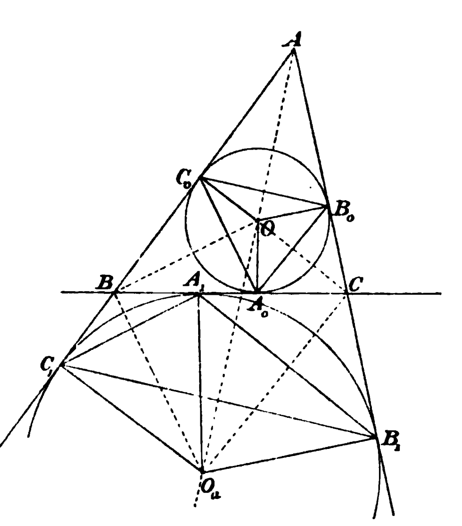
*) So z. B. wurde uns s. Z. von einem Herrn aus Rheinland mitgeteilt, dafs man in Elberfeld gerade die vornehmsten und teuersten Gasthöfe empfohlen habe, was den betreffenden trotz der verhältnismässigen Nähe vom Besuch der Versammlung abhielt.

Das Dreieck, welches die Berührungspunkte des Inkreises oder des Ankreises verbindet.

(Mit einer Figur).

Von H. von Jettmar in Wien.

Die Winkel des Dreiecks $A_0B_0C_0 = \triangle_0$ sind $90^0 - \frac{1}{2}\alpha$, $90^0 - \frac{1}{2}\beta$, $90^0 - \frac{1}{2}\gamma$; die Winkel des Dreiecks $A_1B_1C_1 = \triangle_1$ sind $90^0 + \frac{1}{2}\alpha$, $\frac{1}{2}\beta$, $\frac{1}{2}\gamma$.



Das Dreieck $A_0B_0C_0$ ist stets spitzwinkelig, das Dreieck $A_1B_1C_1$ ist stets stumpfwinkelig. Es ist $B_1C_1 \parallel B_0C_0$, $A_1C_1 \parallel OB$, $A_1B_1 \parallel OC$. Die Seiten des Dreiecks $A_0B_0C_0$ sind

$$a_0 = 2\varrho \cos \tfrac{1}{2}\alpha,$$

$$b_0 = 2\varrho \cos \tfrac{1}{2}\beta,$$

$$c_0 = 2\varrho \cos \tfrac{1}{2}\gamma.$$

Die Seiten des Dreiecks $A_1B_1C_1$ sind

$$a_1 = 2\varrho_a \cos \tfrac{1}{2}\alpha,$$

$$b_1 = 2\varrho_a \sin \tfrac{1}{2}\beta,$$



$c_1 = 2\varrho_a \sin \frac{1}{2}\gamma$. Der Flächeninhalt des Dreiecks $A_0B_0C_0$ ist

$$\triangle_0 = 2\varrho^2 \cos \tfrac{1}{2}\alpha \cos \tfrac{1}{2}\beta \cos \tfrac{1}{2}\gamma$$

oder auch

$$\triangle_0 = 4r^2 \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma \sin \tfrac{1}{2}\alpha \sin \tfrac{1}{2}\beta \sin \tfrac{1}{2}\gamma$$

$$= 2\triangle \sin \tfrac{1}{2}\alpha \sin \tfrac{1}{2}\beta \sin \tfrac{1}{2}\gamma$$

also

$$\frac{\triangle_0}{\triangle} = 2 \sin \tfrac{1}{2}\alpha \sin \tfrac{1}{2}\beta \sin \tfrac{1}{2}\gamma = \frac{\varrho}{2r}:$$

„Der Flächeninhalt des Berührungsdreiecks des Inkreises verhält sich zum Flächeninhalt des gegebenen Dreiecks, wie der Radius des Inkreises zum Durchmesser des Umkreises“.

Der Flächeninhalt des Berührungsdreiecks des Ankreises ist

$$\triangle_1 = 2\varrho_a^2 \cos\tfrac{1}{2}\alpha \sin\tfrac{1}{2}\beta \sin\tfrac{1}{2}\gamma$$

oder

$$\triangle_1 = 4r^2 \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma \sin\tfrac{1}{2}\alpha \cos\tfrac{1}{2}\beta \cos\tfrac{1}{2}\gamma$$

$$= 2\triangle \sin\tfrac{1}{2}\alpha \cos\tfrac{1}{2}\beta \cos\tfrac{1}{2}\gamma,$$

daher

$$\frac{\triangle_1}{\triangle} = 2\sin\tfrac{1}{2}\alpha \cos\tfrac{1}{2}\beta \cos\tfrac{1}{2}\gamma = \frac{\varrho_a}{2r}:$$

„Der Flächeninhalt des Berührungsdreiecks eines Ankreises verhält sich zum Flächeninhalt des gegebenen Dreiecks wie der Radius des entsprechenden Ankreises zum Durchmesser des Umkreises“.

Hieraus folgt

$$\triangle_0 : \triangle_1 : \triangle_2 : \triangle_3 = \varrho : \varrho_a : \varrho_b : \varrho_c;$$

ferner

$$\frac{\triangle_0 \triangle_1 \triangle_2 \triangle_3}{\triangle^4} = \frac{\varrho\varrho_a\varrho_b\varrho_c}{16r^4}$$

oder

$$\triangle_0\triangle_1\triangle_2\triangle_3 = \frac{\triangle^6}{16r^4} = \frac{16\triangle^{10}}{a^4b^4c^4} = 4r^8 \sin^6\alpha \sin^6\beta \sin^6\gamma;$$

da nun auch

$$\varrho\varrho_a\varrho_b\varrho_c = 4r^4 \sin^2\alpha \sin^2\beta \sin^2\gamma, \quad \text{so folgt} \quad 16r^4 = \frac{\varrho^3\varrho_a^3\varrho_b^3\varrho_c^3}{\triangle_0\triangle_1\triangle_2\triangle_3}.$$

Für die Höhen des Dreiecks $A_0B_0C_0$ haben wir die Gleichungen

$$h_{0a} = 2\varrho \cos\tfrac{1}{2} \cos\beta\tfrac{1}{2}\gamma = 2r \sin\beta \sin\gamma \sin\tfrac{1}{2}\alpha$$

$$= h_a \sin\tfrac{1}{2}\alpha, \quad h_{0b} = h_b \sin\tfrac{1}{2}\beta, \quad h_{0c} = h_c \sin\tfrac{1}{2}\gamma;$$

$$\frac{h_{0a}}{h_a}\cdot\frac{h_{0b}}{h_b}\cdot\frac{h_{0c}}{h_c} = \frac{\varrho}{4r} \quad \text{oder} \quad \frac{\triangle_0}{\triangle} = 2\,\frac{h_{0a}}{h_a}\cdot\frac{h_{0b}}{h_b}\cdot\frac{h_{0c}}{h_c}.$$

Ebenso bezüglich der Höhen des Dreiecks $A_1B_1C_1$

$$h_{1a} = 2\varrho_a \sin\tfrac{1}{2}\beta \sin\tfrac{1}{2}\gamma = 2r \sin\beta \sin\gamma \sin\tfrac{1}{2}\alpha = h_a \sin\tfrac{1}{2}\alpha$$

$$h_{1b} = 2\varrho_a \sin\tfrac{1}{2}\gamma \cos\tfrac{1}{2}\alpha = 2r \sin\gamma \sin\alpha \cos\tfrac{1}{2}\beta = h_b \cos\tfrac{1}{2}\beta$$

$$h_{1c} = 2\varrho_a \cos\tfrac{1}{2}\alpha \sin\tfrac{1}{2}\beta = 2r \sin\alpha \sin\beta \cos\tfrac{1}{2}\gamma = h_c \cos\tfrac{1}{2}\gamma$$

und

$$\frac{h_{1a}}{h_a}\cdot\frac{h_{1b}}{h_b}\cdot\frac{h_{1c}}{h_c} = \frac{\varrho_a}{4r} \quad \text{oder} \quad \frac{\triangle_1}{\triangle} = 2\,\frac{h_{1a}}{h_a}\cdot\frac{h_{1b}}{h_b}\cdot\frac{h_{1c}}{h_c}.$$

Für die Seiten des Dreiecks $A_0B_0C_0$ gilt

$$a_0 = 2a\sin\tfrac{1}{2}\beta\sin\tfrac{1}{2}\gamma,\ b_0 = 2b\sin\tfrac{1}{2}\gamma\sin\tfrac{1}{2}\alpha,\ c_0 = 2c\sin\tfrac{1}{2}\alpha\sin\tfrac{1}{2}\beta$$

folglich

$$\frac{a_0}{a}\cdot\frac{b_0}{b}\cdot\frac{c_0}{c} = \frac{1}{2}\frac{\varrho^2}{r^2} \quad \text{oder} \quad \frac{\Delta_0}{\Delta} = \sqrt{\frac{1}{2}\frac{a_0}{a}\frac{b_0}{b}\frac{c_0}{c}}.$$

Für die Seiten des Dreiecks $A_1B_1C_1$ gilt

$$a_1 = 2a\cos\tfrac{1}{2}\beta\cos\tfrac{1}{2}\gamma,\ b_1 = 2b\cos\tfrac{1}{2}\gamma\sin\tfrac{1}{2}\alpha,\ c_1 = 2c\sin\tfrac{1}{2}\alpha\cos\tfrac{1}{2}\beta$$

also

$$\frac{a_1}{a}\cdot\frac{b_1}{b}\cdot\frac{c_1}{c} = \frac{1}{2}\frac{\varrho_a^2}{r^2} \quad \text{oder} \quad \frac{\Delta_1}{\Delta} = \sqrt{\frac{1}{2}\frac{a_1}{a}\frac{b_1}{b}\frac{c_1}{c}}.$$

Weiter folgt

$$a_0a_1a_2a_3 = 4\Delta^2\sin^2 a$$

und

$$a_0a_1a_2a_3\cdot b_0b_1b_2b_3\cdot c_0c_1c_2c_3 = 64\Delta^6\sin^2\alpha\sin^2\beta\sin^2\gamma = 16\Delta^2\cdot\frac{\Delta^6}{r^4}$$
$$= 256\,\Delta^2\Delta_0\Delta_1\Delta_2\Delta_3$$

oder

$$\frac{a_0b_0c_0}{\Delta_0}\cdot\frac{a_1b_1c_1}{\Delta_1}\cdot\frac{a_2b_2c_2}{\Delta_2}\cdot\frac{a_3b_3c_3}{\Delta_3} = 256\Delta^2.$$

Zusatz.

Die oben bewiesenen zwei Sätze finden sich schon im § 8 der an metrischen Relationen ungemein reichhaltigen kleinen Schrift von K. W. Feuerbach: Eigenschaften einiger merkwürdigen Punkte des geradlinigen Dreiecks und mehrerer durch sie bestimmten Linien und Figuren, Nürnberg 1822. Feuerbach giebt in den §§ 9 und 10 u. a. auch die Formeln

$$\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 = \Delta_0 + 2\Delta,$$
$$a_0^2 + b_0^2 + c_0^2 : 2\varrho^2 = \varrho_a + \varrho_b + \varrho_c : r.$$

Später (im § 63) vergleicht er $\Delta_0, \ldots$ mit den zugehörigen Höhenfufspunktendreiecken $\Delta_0', \ldots$ und findet z. B.

$$\Delta_0' : \Delta_0 = \Delta_0 : \Delta.$$

Vergl. auch § 69, 70.

Das Hauptverdienst der Schrift, wodurch sie den Namen ihres Verfassers unsterblich gemacht hat, liegt bekanntlich in der erstmaligen Veröffentlichung des Satzes über den gemeinsamen Berührungskreis des Inkreises und der Ankreise des ebenen Dreiecks.

Mülheim a. d. Ruhr. A. Emmerich.

Wir wünschen, dafs durch diesen dankenswerten Zusatz des Herrn Emmerich recht viele Fachkollegen angeregt werden möchten, das, was Herr v. Jettmar uns vorgetragen hat, nun in der Urschrift selbst nachzulesen. Die Redaktion.

Zur Zerlegung ungerader Zahlen in Faktoren.

Von Oberl. M. Neumann in Berlin.

(Vergl. Jahrg. 1896. Heft 7, S. 493 und Heft 4, S. 256.)

Bei der Anwendung der im 4. und 7. Hefte des vorigen Jahrgangs dieser Zeitschrift besprochenen Methode der Zerlegung einer ungeraden Zahl in Faktoren treten zwei Fragen in den Vordergrund, welche von Wichtigkeit sind.

1. Ergeben sich bei der Berechnung von s und n mit Hülfe der Reihe

$$2a + 1 - r + (2a + 3) + \cdots + (2a + \overline{2n - 1})$$

alle möglichen Zerlegungen der Zahl

$$m = a^2 + r?$$

2. Wie oft wird die Summe dieser Reihe überhaupt Quadratzahl? Mit diesen Fragen beschäftigt sich die folgende Untersuchung.

Die Gröfse n^2, in welcher n eine ganze Zahl bedeutet, läfst sich bekanntlich als Summe der Reihe

$$1 + 3 + 5 + \cdots + 2n - 1$$

darstellen, und jede folgende Quadratzahl als Summe der Reihe

$$1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) + (2n + 1) + (2n + 3) + \cdots + (2n + \overline{2\nu - 1}),$$

wo ν eine gewisse ganze Zahl ist.

Soll nun

$$2a + 1 - r + (2a + 3) + \cdots + (2a + \overline{2n - 1})$$

oder, was dasselbe ist,

$$n^2 + 2an - r$$

Quadratzahl sein, so ist nach Vorhergehendem offenbar die notwendige und hinreichende Bedingung hierfür, dafs

$$2an - r = (2n + 1) + (2n + 3) + \cdots + (2n + 2\nu - 1)$$

ist. Durch Summation der rechten Seite geht diese Bedingung über in

$$2an - r = \nu^2 + 2n\nu,$$

woraus sich

$$2n = \frac{\nu^2 + r}{a - \nu}$$

oder bei Ausführung der Division auf der rechten Seite

$$2n = \frac{a^2 + r}{a - \nu} - (a + \nu)$$

ergiebt. Da nun $2n$ und ν ganze Zahlen sein müssen, so mufs $\frac{a^2 + r}{a - \nu}$ ebenfalls eine ganze Zahl sein. Bezeichnen wir letztere mit μ, so folgt aus

$$\frac{a^2 + r}{a - \nu} = \mu$$

die Relation

$$\nu = a - \frac{a^2 + r}{\mu}$$

und daher als notwendige und hinreichende Bedingung dafür, dafs

$$n^2 + 2an - r$$

Quadratzahl ist,

$$2n = \frac{a^2 + r}{\mu} + \mu - 2a$$

oder

$$2n = \frac{m}{\mu} + \mu - 2a.$$

Da $2n$ und μ ganze Zahlen sein müssen, so mufs auch

$$\frac{m}{\mu}$$

eine ganze Zahl sein.

Wir können hieraus schliefsen: So oft, und nur so oft, wie es eine ganze Zahl μ giebt, welche in m enthalten ist, läfst sich aus der Bedingungsgleichung ein Wert für n berechnen, für welchen

$$n^2 + 2an - r$$

Quadratzahl wird. Damit sind die beiden im Beginne aufgeworfenen Fragen gleichzeitig beantwortet. Es sei nur noch gestattet einige Bemerkungen hinzuzufügen, welche von einigem Interesse sein dürften.

Da die letzte Gleichung für n in Bezug auf μ und $\frac{m}{\mu}$ symmetrisch ist, so erhält man für zwei zusammengehörige Faktoren von m immer denselben Wert von n, also auch dieselbe Zerlegung der Zahl m nach der Formel

$$m = (a + n + s)(a + n - s).$$

Welches der gröfste Wert von n ist, ergiebt sich aus folgender Betrachtung. Nennen wir N den Wert von n für $\mu = 1$ und $\mu = m$, so ist

$$2N = m + 1 - 2a$$

und

$$2 \cdot (N - n) = \frac{(\mu - 1)(m - \mu)}{\mu}.$$

Schliefsen wir nun die Fälle $\mu = 1$ und $\mu = m$ aus, so ist ersichtlich, dafs $\mu - 1$ und $m - \mu$ stets positiv und demnach

$$N > n$$

ist. Der gröfste Wert von n ist also der, für welchen unsere Zerlegung $m = m \cdot 1$ lautet. Nach Vorstehendem ist dieser Wert

$$N = \frac{m + 1}{2} - a$$

oder

$$N = \frac{(a - 1)^2 + r}{2}.$$

Endlich ist ersichtlich, dafs unsere Methode der Zerlegung gleichzeitig dazu dienen kann, zu bestimmen, ob eine Zahl eine Primzahl ist, oder nicht. Für sehr grofse Zahlen wird dieses Kriterium freilich praktisch nahezu illusorisch, da die letzte Formel z. B. für Zahlen, welche 1000000 überschreiten, Werte ergiebt, welche gröfser als 499000 sind.

Zur Erläuterung der vorstehenden Betrachtungen kann das folgende Zahlenbeispiel dienen. Es sei.

$$m = 3 \cdot 5 \cdot 11 \cdot 37 = 6105.$$

$$\sqrt{6105} = 78 \text{ Rest } 21.$$

also

$$a = 78, \quad r = 21.$$

In der Gleichung

$$2n = \frac{m}{\mu} + \mu - 2a,$$

welche alle diejenigen Werte von n liefert, für welche unsere Reihe

$$2a + 1 - r + (2a + 3) + (2a + 5) + \cdots + (2a + 2n - 1)$$

also auch deren Summe

$$n^2 + 2an - r$$

Quadratzahl wird, und welche in unserem speziellen Falle die Form annimmt

$$2n = \frac{6105}{\mu} + \mu - 156,$$

sind für μ der Reihe nach alle Zahlen zu setzen, welche in m aufgehen.

Nun sind offenbar alle möglichen Zerlegungen der Zahl m $(= 6105)$ in zwei Faktoren die folgenden:

$$\begin{array}{rr} 1\cdot 6105 & 15\cdot 407 \\ 3\cdot 2035 & 33\cdot 185 \\ 5\cdot 1221 & 37\cdot 165 \\ 11\cdot \ \ 555 & 55\cdot 111 \end{array}$$

Nach dem, was vorher über die Symmetrie der Gleichung für n in Bezug auf μ und $\frac{m}{\mu}$ gesagt worden ist, braucht man für μ immer nur einen der beiden in derselben Zerlegung vorkommenden Faktoren zu setzen. Die folgende Tabelle enthält in der ersten Rubrik die einzusetzenden Werte von μ, in der zweiten die sich ergebenden Werte von n. Es zeigt sich in der That, dafs die in der dritten Rubrik enthaltenen Werte von $n^2 + 2an - r$ Quadratzahlen sind; die vierte Rubrik giebt die Quadratwurzeln aus diesen Zahlen, d. h. die Werte von s.

μ	n	$n^2 + 2an - r$	s
1	2975	9314704	3052
3	941	1032256	1016
5	535	369664	608
11	205	73984	272
15	133	38416	196
33	31	5776	76
37	23	4096	64
55	5	784	28

Der Nachweis, dafs $n^2 + 2an - r$ für keinen andern unterhalb 2975 liegenden Wert von n Quadratzahl wird, durch successives Einsetzen aller Werte von 1 bis 2975, würde zwar möglich, aber so weitläufig sein, dafs in dieser Beziehung auf die allgemeinen Betrachtungen dieses Artikels verwiesen werden mufs.

Nach letzteren ist der gröfste Wert, für den unsere Reihe Quadratzahl wird

$$N = \frac{(a-1)^2 + r}{2};$$

und in der That ergiebt sich hieraus

$$N = 2975.$$

Ersichtlich ist, dafs man beim Einsetzen der in der Tabelle enthaltenen zusammengehörigen Werte von n und s in die Formel

$$m = (a + n + s)(a + n - s)$$

die oben angegebenen Zerlegungen von m erhalten mufs.

Kleinere Mitteilungen.

Über Renaldinis Konstruktion eines regelmäſsigen n-Ecks.

(Geschichtliches zum Fragekasten, Seite 156)*).

Mit einer Figur.

Von Dr. MAX RICHTER in Leipzig.

Der Urheber der im 2. Hefte dieses Jahrganges erwähnten allgemeinen Methode zur Konstruktion regelmäſsiger Vielecke heiſst nicht Rinaldi, auch nicht Rinaldini, sondern Carlo Renaldini, der als Professor der Mathematik in Padua eine Anzahl von Lehrbüchern geschrieben hat, unter denen das umfänglichste den Titel „*De resolutione et compositione mathematica, Patavii 1668*" führt. Darin steht S. 367 die fragliche Konstruktion, die dem Inhalte nach auf folgendes hinausläuft.

Soll in einen Kreis um M ein regelmäſsiges n-Eck einbeschrieben werden, so ziehe man (s. Fig.) einen Durchmesser AB, bestimme C als dritte Ecke eines gleichseitigen Dreiecks über AB, teile ferner AB in n gleiche Teile und ziehe von C durch den zweiten Teilpunkt D (von A aus gerechnet) eine Gerade, die den entgegengesetzten Halbkreis in E schneidet. AE ist dann die Seite des n-Ecks.

Renaldini hat diese Konstruktion für streng richtig gehalten. Er giebt zwar keinen Beweis dafür, verweist indes wegen des Beweises auf ein eigenes Buch „über den Kreis", das er aber wahrscheinlich nie veröffentlicht hat. Wieviel er sich auf seine Erfindung eingebildet hat, geht aus den Schluſsworten hervor: „An der Lösung dieses Problems haben frühere Geometer von besserem Rufe gar viel geschwitzt, und neuere haben nicht wenig Zeit und Mühe daran verschwendet, weshalb wir von der Nachwelt — fern sei uns jede Ruhmredigkeit — einiges Lob erhoffen".

Die Konstruktion ist dann auch in verschiedene andere Werke übergegangen, so in die hübschen „Ertzherzoglichen Handgriffe des Zirkels und Lineals, oder Auſserwehlter Anfang zu denen Mathematischen Wissenschaften, beschrieben von Anth. E. B. von Birkenstein, Wienn 1686", woraus ich sie vor Jahren zuerst kennen gelernt habe. Erst um die Wende des Jahrhunderts fand Renaldini einen Kritiker in der Person des Magisters Rud. Chr. Wagner, der im Dezember 1700 in Helmstädt mit einer Dissertation: „*Examen methodi Renaldinianae ad polygonorum omnium ordinatorum inscriptionem generalem in circulo*" promovierte. Er zeigt darin zuerst durch einfache planimetrische Betrachtungen, daſs die Konstruktion streng richtig ist für $n = 3$, $n = 4$ und $n = 6$, weist aber dann ihre Unrichtigkeit für $n = 5$, 7, 8, 9 und 10 nach, und berechnet auch

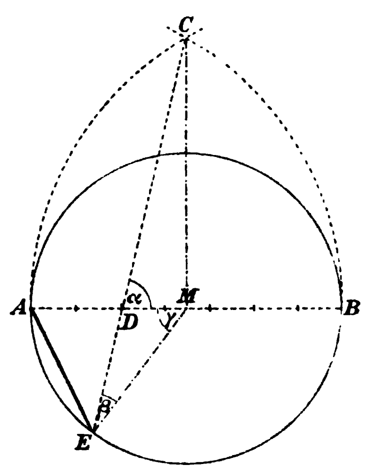
---

*) Man sehe hierzu noch Heft 3, S. 239 u. f., wo auch der Name Rinaldini berichtigt ist. D. Red.



die wahre und die bei der Konstruktion sich ergebende Länge der Seiten dieser Vielecke.

Dafs nun von einem „Beweise" dieser Konstruktion im gewöhnlichen Sinne nicht die Rede sein kann, liegt auf der Hand, und es kann sich offenbar nur darum handeln, den Genauigkeitsgrad der Konstruktion für jeden einzelnen Fall festzustellen. Das geschieht vielleicht am einfachsten dadurch, dafs man den Centriwinkel der Sehne AE ermittelt und mit dem wahren Centriwinkel des Vielecks vergleicht.



Wir setzen den Durchmesser des Kreises gleich 1, dann ist $AM = \frac{1}{2}$, $AD = \frac{2}{n}$, also $MD = \frac{n-4}{2n}$. Zieht man ferner in dem gleichseitigen Dreiecke ABC die Höhe CM, so ist $CM = \frac{1}{2}\sqrt{3}$. Folglich wird (s. Fig.)

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{n\sqrt{3}}{n-4}. \qquad (1)$$

Ferner ergiebt sich nach dem Sinussatze aus dem Dreieck EDM

$$\sin \beta = \frac{MD}{ME} \cdot \sin \alpha = \frac{n-4}{n} \cdot \sin \alpha \cdot \qquad (2)$$

Hat man also aus (1) $\operatorname{tg} \alpha$ für ein beliebiges n berechnet, so findet man aus der Logarithmentabelle zugleich α und $\sin \alpha$, und dann aus (2) den Winkel β; dann ist aber der Centriwinkel

$$\gamma = \alpha - \beta.$$

Für einige Werte von n seien die Ergebnisse angeführt:

n	γ	Wahrer Centriwinkel	Differenz
5	71° 57′ 12″	72° —′ —″	— 2′ 48″
7	51° 31′ 6″	51° 25′ 43″	+ 5′ 23″
8	45° 11′ 12″	45° — —	+ 11′ 12″
9	40° 16′ 37″	40° — —	+ 16′ 37″
10	36° 21′ 21″	36° — —	+ 21′ 21″
11	33° 8′ 50″	32° 43′ 38″	+ 25′ 12″
16	23° 5′ 43″	22° 30′ —	+ 35′ 43″

Denkt man sich also die gefundene Strecke rings herum in den Kreis eingetragen, so beträgt beim Fünfeck die gesamte Abweichung nur (2′ 48″) · 5, d. h. noch nicht $^1/_4{}^\circ$, was bei mäfsiger Gröfse des Radius innerhalb der Fehlergrenzen der Zeichnung liegt, sodafs man diese Konstruktion wohl mit Recht als eine der einfachsten und genauesten Näherungskonstruktionen für das regelmäfsige Fünfeck bezeichnen darf.

Beim Siebeneck wird man um (5′ 23″) · 7 = ca. 38′, beim Achteck um $1^1/_2{}^\circ$, beim Sechszehneck gar um mehr als 9° über den Ausgangspunkt hinauskommen. Hier ist also die Konstruktion praktisch nicht mehr zu verwerten. Aus diesem Grunde ist wohl in dem auf S. 156 erwähnten Werke

von Delabar die Konstruktion dahin abgeändert worden, dafs die Ecken des Vielecks durch Strahlen bestimmt werden, die man von C aus durch den zweiten, vierten, sechsten ... Teilpunkt des Durchmessers zieht. Hierbei wird gewissermafsen der Fehler, der beim fortgesetzten Abtragen einer Strecke am Ende auftritt, über das ganze Vieleck gleichmäfsiger verteilt, jedoch werden dabei die Seiten des entstehenden Vielecks ungleich lang, und die Abweichungen von der Wahrheit sind zum Teile recht beträchtlich.

Alles in Allem genommen kann die Renaldinische Konstruktion hinsichtlich der Genauigkeit keinen Vergleich mit der ebenfalls für ein beliebiges n anwendbaren Näherungskonstruktion des Herzogs Bernhard von S.-Weimar aushalten.

Nachtrag.

Der vorstehende Aufsatz war bereits vor dem Erscheinen des dritten Heftes an die Redaktion eingesendet worden, konnte aber nicht mehr Platz finden. Bei der Nachprüfung der in diesem Hefte auf S. 239 u. f. enthaltenen Mitteilungen habe ich noch zu folgenden Bemerkungen Anlafs gefunden.

1. Der von van Swinden angegebene Titel „*Ars analytica*" ist der Haupttitel von Renaldinis grofsem Lehrbuche der Mathematik. Der von mir oben angegebene Titel ist der Separattitel des geometrischen Teiles, der auch als ein selbständiges Werk gilt und oft so citiert wird.

2. Renaldini war nicht in Bologna, sondern erst in Pisa und dann bis zu seiner Pensionierung (1698) in Padua Professor.

3. Wagner (der übrigens schon 1701 ordentl. Professor in Helmstädt war) ist nicht der erste gewesen, der die Konstruktion als falsch erkannt hat; dies Verdienst kommt vielmehr Schultz zu in seiner „*Dissertatio de circuli divisione*", Königsberg 1691 (S. Günthers Mitteilung im 3. Bande der Zeitschrift für Realschulwesen). Als zweiter kommt dann Jacob Bernoulli, der als Beigabe („ἐπίμετρα") zu einer Disputationsschrift (*de seriebus infinitis*, III, Basel 1696) eine Reihe von Thesen aufstellte, deren zwölfte ausspricht, dafs die Renaldinische Regel schon deshalb falsch sein müsse, weil man ja dann das Siebeneck mit Zirkel und Lineal konstruieren könnte, was bekanntlich unmöglich sei. Dann giebt er noch ohne Beweis den Fehler für den Centriwinkel beim Fünfeck, Siebeneck und Achteck an. — Dann kommt erst Wagner, aus dessen Schrift aber nirgends hervorgeht, ob er diese beiden Vorarbeiten gekannt hat, oder nicht, man müfste denn daraus, dafs er in der Einleitung dasselbe Argument anführt wie Bernoulli, schliefsen, dafs er dessen These gelesen habe. Sollte er vielleicht durch dieselbe zu seiner Arbeit veranlafst worden sein?

4. Es ist nicht richtig, dafs der Fehler mit wachsendem n immer gröfser wird. Schon Steczkowsky (vgl. Grunerts Archiv, Bd. 24) hat gezeigt, dafs für $n = 71$ und $n = 84$ der Fehler geringer ist. Die von ihm aufgestellte Fehlertabelle giebt indes kein ganz zuverlässiges Bild, weil er an Stelle der Centriwinkel nur ihre cos. vergleicht. Günther hat a. a. O. auf Grund dieser Rechnungen eine Fehlerkurve entworfen, die aber nicht richtig ist. Zunächst ist dabei übersehen, dafs der Fehler für $n = 5$ negativ und für $n = 6$ Null ist, und ferner ist für $n = 12$ ein Fehlermaximum gezeichnet, welches nicht existiert. Vielmehr nimmt der Fehler zu bis etwa $n = 20 \ldots 25$, wo er für den Centriwinkel der Vielecksseite fast konstant 38′ beträgt, dann nimmt er wieder ab; z. B. findet man

für $n =$	den Centriwinkel um	
30	37′	zu grofs.
50	29′	
71	23′	
100	17′	
200	10′	
400	5′	

5. Die Anführung von **Kunze** und **Schlömilch** (s. oben S. 239) ist mir unverständlich, da bei beiden die **Renaldinische** Konstruktion gar nicht besprochen ist. Man findet dort vielmehr eine ganz andere Näherungskonstruktion, die zuerst **Kunze** 1841 als eine neue veröffentlicht hat und in der Vorrede als „eine schöne Entdeckung Sr. Hoheit des Herzogs Carl Bernhard zu Sachsen-Weimar-Eisenach" bezeichnet. Dieselbe ist brauchbar für jedes $n > 5$ und gewährt dann eine weit größsere Genauigkeit als die **Renaldinische**; sie ist exakt für $n = 6$ und nur für wenige Werte von n übersteigt (s. **Kunze** und **Schlömilch** a. a. O.) der Fehler für den Centriwinkel des Vielecks 3′, meist liegt er unter 2′. Da sie lange nicht so bekannt ist, als sie verdient, sei sie kurz angegeben. Man ziehe in dem Kreise um M einen Durchmesser AB und einen darauf senkrechten Radius MC, teile AB in n gleiche Teile und bezeichne den **dritten** Teilpunkt von A aus mit D. Ferner verlängere man MA und MC nach aufsen je um $\frac{1}{n} AB$ und verbinde die beiden dadurch entstandenen Endpunkte durch eine Gerade, die den Kreis in zwei Punkten schneidet. Ist E der zunächst an A gelegene Schnittpunkt, so ist DE angenähert die Seite des regelmäfsigen n-Ecks.

Es ist vielleicht nicht ohne Interesse, auch für diese zweite Konstruktion die Fehler tabellarisch zusammenzustellen. Wir haben zu diesem Zwecke die von **Kunze** für einige Vielecke von ungerader Seitenzahl berechneten Werte (die Schlömilch, freilich ohne Quellenangabe, unverändert übernommen hat) vervollständigt, und finden den Centriwinkel des Vierecks (auf Zehntelminuten abgekürzt) für

n			n		
$n = 7$	um 1,1′	zu klein	$n = 20$	um 0,3′	zu klein
8	2,8′		21	0,2′	
9	3,7′		22	0,1′	
10	3,8′		23	0,2′	zu grofs
11	3,6′		45	1,3′	
12	3,2′		67	1,4′	
14	2,3′		89	1,4′	
16	1,5′		101	1,2′	

Hieraus folgt das merkwürdige Ergebnis, dafs diese Konstruktion gerade für die Werte von n, bei denen sich die Renaldinische Konstruktion am meisten von der Wahrheit entfernt, eine fast absolute Genauigkeit besitzt.

Zum Aufgaben-Repertorium.

Redigiert vom Gymnasial-Oberlehrer C. Müsebeck-Waren in Mecklenburg.

A. Auflösungen.

1487. (Gestellt von Kleiber XXVII$_2$, 112.) Ein eiserner Stab von l Meter Länge wird bei der Temperatur t^0 um τ^0 erwärmt. Welchen Druck übt der Stab pro 1 qcm Querschnitt aus, wenn der Elastizitätsmodul E, der Ausdehnungskoefficient α ist?

Auflösung. Die Verlängerung des Stabes durch Erwärmung beträgt $l\alpha\tau$. Die Kraft, welche dieselbe Vergröfserung hervorbringen würde und welche daher angebracht werden mufs, um die Verlängerung durch die Wärme zu verhüten, ist $P = \frac{El\alpha\tau}{l} = E\alpha\tau$.

Franz. Massfeller. Pilgrim. Steckelberg. Stoll.

1488. (Gestellt von Kleiber XXVII$_2$, 112.) Zwei cylindrische Stäbe vom Querschnitt q, den Längen x bezüglich y und den Stoffen X, Y wurden zu einem Stabe von der Länge $x + y$ verbunden. Man bestimmte nun experimentell den Schwerpunkt S_1 der Verbindung in der Luft und den Schwerpunkt S_2 derselben im Wasser und fand $S_1 S_2 = E$. a) Was ist über die spezifischen Gewichte ξ und η desselben auszusagen? b) Welchen Maximalwert kann E nur annehmen $(x > y)$?

Auflösung. Der Stab AB sei in C so geteilt, dafs $AC = x$, $CB = y$ ist; der Mittelpunkt von AC sei M, der von CB sei M'. Dann hat man in der Luft die Gleichung $AS_1(x\xi + y\eta) = AM \cdot x\xi + AM' \cdot y\eta = \frac{1}{2}\{x(x\xi + y\eta) + y\eta(x + y)\}$ oder, wenn $x\xi + y\eta = G$, $x + y = L$ gesetzt wird, 1) $AS_1 = (Gx + Ly\eta) : 2G$. Im Wasser aber ist $AS_2 \cdot \{x(\xi - 1) + y(\eta - 1)\} = AM \cdot x(\xi - 1) + AM' \cdot y(\eta - 1)$ oder 2) $AS_2 = (Gx + Ly\eta - L^2) : 2(G - L)$. Setzt man $x > y$ voraus, so verschiebt sich der Gesamtschwerpunkt im Wasser nach B hin, und man erhält $E = AS_2 - AS_1 = \frac{Gx + Ly\eta - L^2}{2(G - L)} - \frac{Gx + Ly\eta}{2G}$, woraus sich nach einigen Umformungen 3) $E = Lxy(\eta - \xi) : 2G(G - L)$ ergiebt.

a) Ist nun $x > y$ und auch $\eta > \xi$, so mufs, damit E positiv bleibt, $G > L$ oder $x\xi + y\eta > x + y$ sein. Addiert man hierzu die Ungleichheit $x\eta > x\xi$, so folgt $\eta(x + y) > x + y$, also $\eta > 1$, und weil man statt $x\xi + y\eta > x + y$ auch $y(\eta - 1) > x(1 - \xi)$ schreiben kann, so mufs, da die linke Seite positiv ist, $\xi < 1$ sein. Ist $x > y$ und $\eta < \xi$, so mufs auch $G < L$ oder $x\xi + y\eta < x + y$ sein; addiert man hierzu die Ungleichheit $x\eta < x\xi$, so folgt $\eta(x + y) < x + y$ oder $\eta < 1$. Weil man nun $x\xi + y\eta < x + y$ auch $x(\xi - 1) > y(1 - \eta)$ schreiben kann, so mufs notwendigerweise $\xi > 1$ sein.

Es ist also unter allen Umständen entweder $\xi < 1$ und $\eta > 1$ oder $\xi > 1$ und $\eta < 1$. Da ferner der Schwerpunkt im Wasser experimentell bestimmt wurde, so kann derselbe nicht aufserhalb des Stabes liegen. Aus 2) folgt also $\frac{Gx + Ly\eta - L^2}{2(G - L)} < L$ oder $(x^2 + 2xy)(1 - \xi) < y^2(\eta - 1)$, und weil $\eta > \xi$, also $G > L$ d. h. $x(1 - \xi) < y(\eta - 1)$ sein soll, so ist die letztere Bedingung in der ersteren enthalten. Man nehme z. B. $x = 7$, $y = 2$, $\xi = \frac{6}{7}$, $\eta = 4$, so ist $E = \frac{99}{86}$. Setzt man aber $x = 7$, $y = 2$, $\eta = 4$ und bestimmt ξ aus der Gleichung $77(1 - \xi) = 4(4 - 1) = 12$, sodafs der Schwerpunkt im Wasser nach B fällt, so erhält man $\xi = \frac{65}{77}$ und $E = \frac{99}{84}$. Dieselbe Gröfse E erhält man aus der in b) zu entwickelnden Formel E höchstens $= \frac{L^2}{2G}$.

b) Der gröfste Wert, den E erlangen kann, läfst sich folgendermafsen bestimmen. Nach 1) ist $2G \cdot AS_1 = Gx + Ly\eta$ und nach 2) $2(G - L)AS_2 = Gx - Ly\eta - L^2$; zieht man die erste Gleichung von der zweiten ab, so folgt $2(G - L) \cdot AS_2 - 2G \cdot AS_1 = -L^2$ oder $2G \cdot E = 2L \cdot AS_2 - L^2$. Da aber AS_2 die Gröfse L nicht übersteigen darf, so ist $2L \cdot AS_2 < 2L^2$; addiert man diese Ungleichheit zu der vorigen Gleichung, so erhält man $2G \cdot E < L^2$ oder $E < \frac{L^2}{2G}$ d. h. $E < \frac{(x + y)^2}{2(x\xi + y\eta)}$. Hierbei hat man, wenn x und y $(x > y)$ und $\eta > 1$ gegeben sind, ξ aus der eben angegebenen Gleichung $(x^2 + 2xy)(1 - \xi) = y^2(\eta - 1)$ zu bestimmen.

Franz. Lökle. Pilgrim. Steckelberg. Stoll.

1489. (Gestellt von Stoll XXVII_3, 190.) Die Mittelpunkte der Ankreise des Dreiecks ABC sollen A_1, A_2, A_3, der des Inkreises soll J heifsen; ferner seien P_1, P_2, P_3, P_4 die Potenzpunkte der Kreise J, A_2 und A_3, J, A_3 und A_1, J, A_1 und A_2, A_1, A_2 und A_3, und S der Schwerpunkt des Dreiecks ABC. Es ist dann $A_1S = 2SP_1$, $A_2S = 2SP_2$, $A_3S = 2SP_3$, $JS = 2SP_4$. Folgerungen daraus sind, dafs die Seiten des Dreiecks $P_1P_2P_3$ denen des Dreiecks $A_1A_2A_3$ parallel laufen, dafs P_4 den Höhenschnittpunkt

des erstgenannten Dreiecks und S der Situationspunkt der beiden Dreiecke ist, dafs endlich die Mittelpunkte der Seiten des Dreiecks ABC mit den Fufspunkten der Höhen des Dreiecks $P_1P_2P_3$ zusammenfallen.

1. Beweis. Die Mitten der Seiten BC, CA, AB seien A_0, B_0, C_0; P_2 und P_3 liegen auf der Potenzlinie der Kreise J und A_1; daher ist $P_2P_3 \perp AA_1$ und $P_2P_3 \parallel A_2A_3$, ebenso ist $P_3P_1 \parallel A_3A_1$, $P_1P_2 \parallel A_1A_2$, $P_1P_4 \parallel AA_1$, $P_2P_4 \parallel BA_2$, $P_3A_4 \parallel CA_3$. Ferner gehen nach XXVII$_1$ 34 Nr. 1463 P_2P_3 und P_1P_4 durch A_0, P_3P_1 und P_2P_4 durch B_0, P_1P_2 und P_3P_4 durch C_0. Die Dreiecke $A_1A_2A_3$ und $P_1P_2P_3$ sind ähnlich und ihre Seiten einander parallel. Die Höhenfufspunkte von $A_1A_2A_3$ sind A, B, C, die von $P_1P_2P_3$ sind A_0, B_0, C_0, mithin ist S der Situationspunkt beider Dreiecke. Da sich in S A_1P_1, A_2P_2 und A_3P_3 schneiden, so ist $A_1S = 2SP_1$, $A_2S = 2SP_2$, $A_3S = 2SP_3$. Ferner ist J der Höhenschnittpunkt des Dreiecks $A_1A_2A_3$, P_4 der von $P_1P_2P_3$, folglich geht JP_4 durch S und es ist $JS = 2SP_4$.

Haberland (Neustrelitz). Lökle (Stuttgart). Pilgrim (Ravensburg). Steckelberg (Witten). Stegemann (Prenzlau).

2. Beweis. Man bestimme die Gleichungen des Inkreises und der Ankreise in barycentrischen Koordinaten, indem man $M = x + y + z$
$= 2r \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma = \frac{\Delta}{r}$ und $S = yz \sin\alpha^2 + zx \sin\beta^2 + xy \sin\gamma^2$
setzt, und aus ihnen die Gleichungen der Potenzlinien der Kreise J und A_1, J und A_2, J und A_3. Aus diesen Gleichungen erhält man die Koordinaten von P_1, P_2 und P_3 und zwar sind die Koordinaten von $P_1: x = b + c,\ y = c - a\ z = b - a$ $\left(\text{Modulus} = \frac{\varrho_1}{4r}\right)$,

die von $P_2: x = c - b,\ y = c + a,\ z = a - b$ $\left(\text{Modulus} = \frac{\varrho_2}{4r}\right)$,

die von $P_3: x = b - c,\ y = a - c,\ z = a + b$ $\left(\text{Modulus} = \frac{\varrho_3}{4r}\right)$.

Die Gleichungen der Potenzlinien der Kreise A_2 und A_3, A_3 und A_1, A_1 und A_2 werden erfüllt durch $x = b + c$, $y = c + a$, $z = a + b$ $\left(\text{Modulus} = \frac{\varrho}{4r}\right)$, sodafs dies die Koordinaten von P_4 sind. Vergleicht man nun die barycentrischen Koordinaten von P_1, P_2, P_3, P_4 bezüglich mit denen von A_1, A_2, A_3, J, wobei man die der ersten Gruppe von denen der zweiten Gruppe durch Indices unterscheidet, so findet man, dafs die Relationen $x' = y + z$, $y' = z + x$, $z' = x + y$ überall stattfinden, womit der Satz bewiesen ist. Stoll (Bensheim).

1490. (Gestellt von Stoll XXVII$_3$, 190.) Nach Salmon, analytische Geometrie (bearb. von Fiedler 1873) Seite 115 findet man die allgemeine Gleichung des an einer Kurve reflektierten Strahls in folgender Weise: „Wenn $T = 0$ und $N = 0$ die Gleichungen

der Tangente und Normale im Einfallspunkte sind, so ist für T' und N' als die Resultate der Substitution der Koordinaten des Leuchtpunktes in T und N die Gleichung des einfallenden Strahles $T'N - N'T = 0$; daher ist die Gleichung des reflektierten Strahles, als vierten harmonischen zu diesen drei Strahlen: $T'N + N'T = 0$.“ Es soll bewiesen werden, daſs die Gleichung des gebrochenen Strahles, wenn n den Brechungsexponent bedeutet, die Form hat: $N\sqrt{n^2(T'^2 + N'^2) - N'^2} + TN' = 0$.

Beweis. Nimmt man die Normale als x-Achse, die Tangente als y-Achse eines rechtwinkligen Koordinatensystems, so geht die Gleichung der Tangente $T = 0$ über in $x = 0$ und die Gleichung der Normalen $N = 0$ in $y = 0$. Sind nun a und b die Koordinaten des leuchtenden Punktes, so geht T' über in a, N' in b, und als Gleichung des einfallenden Strahles: $T'N - N'T = 0$ ergiebt sich $ay - bx = 0$ oder $y = \frac{b}{a}x = \operatorname{tg}\alpha \cdot x$. Bildet der gebrochene Strahl mit der x-Achse den Winkel β, so ist seine Gleichung $y = \operatorname{tg}\beta \cdot x$ und da $\sin\alpha = n\sin\beta$, also $\operatorname{tg}\beta^2 = \frac{\sin\alpha^2}{n^2 - \sin\alpha^2}$, und $\operatorname{tg}\alpha = \frac{b}{a}$, also $\sin\alpha^2 = \frac{b^2}{a^2 + b^2}$ und $\operatorname{tg}\beta^2 = \frac{b^2}{n^2(a^2 + b^2) - b^2}$ ist, so wird die Gleichung des gebrochenen Strahles $y = \frac{b}{\sqrt{n^2(a^2 + b^2) - b^2}} \cdot x$ oder $y\sqrt{n^2(a^2 + b^2) - b^2} - bx = 0$ oder unter Benutzung der obigen Bezeichnungen $N \cdot \sqrt{n^2(T'^2 + N'^2) - N'^2} - N'T = 0$.

Pilgrim. Stechelberg. Stoll. Tafelmacher (Santiago).

1491 (Gestellt von Stoll XXVII$_3$, 190.) a) Der Orthogonalkreis der Ankreise eines Dreiecks ABC ist identisch mit dem Taylorschen Kreise des Dreiecks $A_1A_2A_3$ der Mittelpunkte A_1, A_2, A_3 der Ankreise. b) Der Orthogonalkreis der Ankreise um A_2, A_3 und des Inkreises um J ist identisch mit dem Taylorschen Kreise des Dreiecks JA_2A_3.

Beweis. a) Man fälle von A aus auf A_3A_1 und A_1A_2 die Lote AA' und AA'', von B auf A_1A_2 und A_2A_3 die Lote BB' und BB'', von C auf A_2A_3 und A_3A_1 die Lote CC' und CC''. Dann sind (nach Emmerich, Brocardsche Gebilde § 31, 3) A', A'', B', B'', C', C'' Punkte des dem Dreieck $A_1A_2A_3$ zugehörigen Taylorschen Kreises. Sind nun a_1, a_2, a_3 die Seiten und α_1, α_2, α_3 die Winkel des Dreiecks $A_1A_2A_3$, so ist die Potenz des Punktes A_1 in Bezug auf den genannten Taylorschen Kreis $A_1B' \cdot A_1A'' = A_1B'(A_1A_2 - A_2A'') = a_3\cos\alpha_1^2(a_3 - a_3\cos\alpha_2^2) = a_3^2\cos\alpha_1^2 \sin\alpha_2^2 = AA_1^2 \cdot \cos\alpha_1^2$. Aus der Ähnlichkeit der Dreiecke $A_1A_2A_3$ und A_1BC folgt ferner $\frac{\varrho_a}{AA_1} = \frac{A_1B}{A_1A_2} = \cos\alpha_1$, mithin $\varrho_a^2 = AA_1^2$

$\cdot \cos \alpha_1^2$. Hieraus ergiebt sich, dafs ϱ_a^2 die Potenz des Punktes A_1 in Bezug auf den Kreis $A'B''C'A''B'C''$ ist, dafs also der letztere Kreis den um A_1 beschriebenen Ankreis des Dreiecks ABC rechtwinklig schneidet. Dasselbe gilt für die um A_2 und A_3 beschriebenen Ankreise und daraus folgt die Behauptung.

b) Fällt man auf JA_2 die Lote AA''' und CC''', so sind B'', C', C''', A''' Punkte des dem Dreieck JA_2A_3 zugehörigen Taylorschen Kreises. Die Potenzen der Punkte A_2 und A_3 in Bezug auf diesen Punkt sind dieselben wie vorhin; demnach schneidet auch er die um A_2 und A_3 beschriebenen Ankreise des Dreiecks ABC rechtwinklig. Die Potenz des Punktes J in Bezug auf den genannten Taylorschen Kreis ist $JC''' \cdot JA''' = JC''' (JA_2 - A_2A''') = JA_2 \cdot \cos A_3JA_2^2 (JA_2 - JA_2 \cos JA_2A_3^2) = JA_2^2 \cos A_3JA_2^2 \cdot \sin JA_2A_3^2 = JA_2^2 \cdot \cos A_2JA_3^2$. Ferner ist $\triangle JBC \sim \triangle JA_3A_2$, also $\frac{\varrho}{JA} = \frac{JC}{JA_2} = -\cos A_2JA_3$ oder $\varrho^2 = JA^2 \cdot \cos A_2JA_3^2$. Der Kreis J wird demnach ebenfalls von dem Taylorschen Kreise des Dreiecks JA_2A_3 rechtwinklig geschnitten und daraus folgt die Behauptung.

STEGEMANN.

1492. (Gestellt von v. Jettmar XXVII$_3$, 191.) Wenn ein Dreieck $A_1A_2A_3$ und ein Punkt P als Kollineationscentrum gegeben wird, so können immer drei untereinander und mit $A_1A_2A_3$ collinare Punkte $A_1'A_2'A_3'$, $A_1''A_2''A_3''$, $A_1'''A_2'''A_3'''$ gefunden werden, dafs stets eine Seite eines dieser drei Dreiecke in Beziehung auf $A_1A_2A_3$ die Harmonikale des entsprechenden Eckpunktes des nach dem Gesetze der cyclischen Vertauschung vorhergehenden Dreiecks ist.

1. Beweis. Die Harmonikale des Punktes P treffe die Seiten A_2A_3, A_3A_1, A_1A_2 des Dreiecks $A_1A_2A_3$ in P_1, P_2, P_3. Da der Pol A_1''' von $A_2'A_3'$ auf A_1P liegen soll, so mufs $A_2'A_3'$ durch P_1 gehen. Legt man nun durch P_1 eine beliebige Gerade, welche A_2P in A_2' und A_3P in A_3' trifft, so schneidet $A_3'P_2$ die Gerade A_1P in einem Punkte A_1', welcher auf $A_2'P_3$ liegt. Denn da $A_3 (P_2, A_3, P_1, P_3)$ ein harmonisches Büschel ist, so gilt dasselbe von $A_3' (P_2 A_3 P_1 P_3)$ oder $A_3' (A_1', A_3, A_2', P_3)$. Da nun $P (A_1', A_3', A_2', P_3)$ ebenfalls ein harmonisches Büschel ist, so folgt daraus die Behauptung.

Wird A_2A_3 von A_1P in B_1 und von $A_3'A_1'$ in C_2 getroffen, A_3A_1 von A_2P in B_2 und von $A_2'A_3'$ in C_1, A_1A_2 von B_1C_1 in D_1 und B_2C_2 in D_2, so ist A_1''' der Schnittpunkt von A_1P und A_3D_1 und A_2''' der Schnittpunkt von A_2P und A_3D_2. Es sind nun $P_1 (C_1, A_3, D_1, A_1)$ und $P_2 (C_2, A_1, D_2, A_2)$ oder, wenn F der Schnittpunkt von P_1D_1 und P_2D_2, F' der von P_1A_1 und P_2A_2 ist, $P_1 (A_3', A_3, F, F')$ und $P_2 (A_3', A_3, F, F')$ harmonische Büschel, folglich liegt F auf A_3P und man hat weiter die harmonischen Büschel $F (P_2, A_3', P_1, P_3)$ oder $F (D_2, P, D_1, P_3)$, $A_3 (D_2, P, D_1, P_3)$

oder $A_3(A_2''', P, A_1''', P_3)$, $P(A_2, A_3, A_1, P_3)$ oder $P(A_2''', A_3, A_1''', P_3)$, woraus sich ergiebt, daſs die Gerade $A_1'''A_2'''$ durch P_3 geht. Der Pol dieser Geraden ist A_3'' und in gleicher Weise wie vorhin findet man, daſs $A_3''A_1''$ durch P_2 geht. Nun ist noch zu zeigen, daſs der Pol von $A_3''A_1'$ identisch mit A_2' ist. Die trimetrischen Koordinaten von P seien $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$, dann sind die von P_1: $0, \alpha_2, -\alpha_3$, die von P_2: $-\alpha_1, 0, \alpha_3$ und die von P_3: $\alpha_1, -\alpha_2, 0$. Ist $\lambda x_1 + \alpha_3 x_2 + \alpha_2 x_3 = 0$ die Gleichung von $A_2'A_3'$, so sind die Koordinaten von A_2': $\alpha_3\alpha_1, -(\lambda\alpha_1 + \alpha_2\alpha_3), \alpha_3^2$ und die von A_1''': $\alpha_2\alpha_3, \lambda\alpha_2, \lambda\alpha_3$. Man erhält ferner als Gleichung von $A_1'''A_2'''$: $\lambda\alpha_2\alpha_3 x_1 + \lambda\alpha_3\alpha_1 x_2 - \alpha_2(\lambda\alpha_1 + \alpha_2\alpha_3) x_3 = 0$, als Koordinaten von A_3'': $\alpha_1(\lambda\alpha_1 + \alpha_2\alpha_3), \alpha_2(\lambda\alpha_1 + \alpha_2\alpha_3), -\lambda\alpha_3\beta_1$, als Gleichung von $A_3''A_1''$: $\alpha_3(\lambda\alpha_1 + \alpha_2\alpha_3) x_1 - \alpha_3^2\alpha_1 x_2 + \alpha_1(\lambda\alpha_1 + \alpha_2\alpha_3) x_3 = 0$ und als Koordinaten des Pols von $A_3''A_1''$: $\alpha_3\alpha_1, -(\lambda\alpha_1 + \alpha_2\alpha_3), \alpha_3^2$. Dies sind aber die Koordinaten von A_2'. Stegemann.

2. Beweis. Die Koordinaten von P seien $\mathfrak{x}_1, \mathfrak{x}_2, \mathfrak{x}_3$, die von A_1': $p\mathfrak{x}_1, \mathfrak{x}_2, \mathfrak{x}_3$, die von A_2': $\mathfrak{x}_1, q\mathfrak{x}_2, \mathfrak{x}_3$, die von A_3': $\mathfrak{x}_1, \mathfrak{x}_2, r\mathfrak{x}_3$, dann ist die Gleichung von $A_2'A_3'$: $\frac{x_1}{\mathfrak{x}_1(1-q)(1-r)} + \frac{x_2}{\mathfrak{x}_2(1-q)(qr-1)} + \frac{x_3}{\mathfrak{x}_3(1-r)(qr-1)} = 0$. Soll diese die Gleichung der Harmonikalen von A_1'' sein, so müssen die Koordinaten dieses Punktes $x_1 = \mathfrak{x}_1(1-q)(1-r), x_2 = \mathfrak{x}_2(1-q)(qr-1), x_3 = \mathfrak{x}_3(1-r)(qr-1)$ sein; weil aber A_1'' auf AP liegen soll, muſs $q = r$ sein. Da man bei der Bestimmung der Koordinaten von A_2' und A_3' denselben Weg einschlägt, so folgt $p = q = r$. Die Koordinaten von A_1' sind daher jetzt $p\mathfrak{x}_1, \mathfrak{x}_2, \mathfrak{x}_3$, die von A_2': $\mathfrak{x}_1, p\mathfrak{x}_2, \mathfrak{x}_3$ und die von A_3': $\mathfrak{x}_1, \mathfrak{x}_2, p\mathfrak{x}_3$. Die Koordinaten von A_1'' aber werden jetzt $x_1 = \mathfrak{x}_1(1-p)^2$, $x_2 = \mathfrak{x}_2(1-p)(p^2-1)$, $x_3 = \mathfrak{x}_3(1-p)(p^2-1)$ oder $x_1 = -\frac{\mathfrak{x}_1}{p+1}$, $x_2 = \mathfrak{x}_2$, $x_3 = \mathfrak{x}_3$. Die Koordinaten von A_2'' und A_3'' sind ähnlich gebildet. Beobachtet man das Bildungsgesetz, nach dem die Koordinaten von A_1'' aus denen von A_1' entstanden sind, so erhält man leicht als Koordinaten von A_1''': $x_1 = -\frac{\mathfrak{x}_1(p+1)}{p}$, $x_2 = \mathfrak{x}_2$, $x_3 = \mathfrak{x}_3$. Sucht man nach demselben Bildungsgesetz die Koordinaten eines vierten Punktes A_1^{IV}, der auf AP liegt, so erhält man wieder die Koordinaten von A_1'; wenn man also so fortfährt, so erhält man in derselben Reihenfolge die Punkte A_1', A_1'', A_1''' wieder, sodaſs es in der That nur die Dreiecke $A_1'A_2'A_3'$, $A_1''A_2''A_3''$, $A_1'''A_2'''A_3'''$ giebt. Die Gleichung der gemeinschaftlichen Kollineationsachse der vier Dreiecke $A_1A_2A_3$, $A_1'A_2'A_3'$, $A_1''A_2''A_3''$, $A_1'''A_2'''A_3'''$ ist $\frac{x_1}{\mathfrak{x}_1} + \frac{x_2}{\mathfrak{x}_2} + \frac{x_3}{\mathfrak{x}_3} = 0$, also die Harmonikale des Punktes P.

v. Jettmar (Wien). Stoll.

1493. (Gestellt von v. Jettmar XXVII$_3$, 191.) **Wenn ein Dreiseit $a_1 a_2 a_3$ und eine Gerade g als Kollineationsachse gegeben wird, so können immer drei unter einander und mit $a_1 a_2 a_3$ kollineare Dreiecke $a_1' a_2' a_3'$, $a_1'' a_2'' a_3''$, $a_1''' a_2''' a_3'''$ gefunden werden, sodaſs stets ein Eckpunkt eines dieser drei Dreiseite in Beziehung auf $a_1 a_2 a_3$ der Pol der entsprechenden Seite des nach dem Gesetze der cyclischen Vertauschung vorhergehenden Dreiseits ist.**

Beweis. Da dieser Satz das dualistische Gegenstück von 1492 ist, ist ein besonderer Beweis nicht nötig. Statt der Punkte P, P_1, P_2, P_3, A_1, A_2, A_3, A_1', A_2', A_3' u. s. w. im ersten Beweise sind die Geraden g, g_1, g_2, g_3, a_1, a_2, a_3, a_1', a_2', a_3' u. s. w. einzuführen. An die Stelle einer jeden Verbindungsgeraden tritt ein Schnittpunkt und umgekehrt, an Stelle jedes Pols eine Harmonikale und umgekehrt und an Stelle jedes harmonischen Büschels eine harmonische Punktreihe; auch hat man die zuletzt auftretenden Koordinaten als Linienkoordinaten aufzufassen. v. Jettmar. Stegemann. Stoll.

1494. (Gestellt von v. Jettmar XXVII$_3$, 191.) (Im Anschluſs an 1373, XXVI$_4$, 26). Unter welcher Bedingung schneiden einander $C_{12}A_2$ und $C_{13}A_3$ in der Ecktransversalen A_1P, ebenso $C_{23}A_3$ und und $C_{21}A_1$ in der A_2P und $C_{31}A_1$ und $C_{32}A_2$ in der A_3P_2.

Auflösung. Aus den in 1373 (XXVII$_4$, 26) bestimmten Koordinaten findet man als Gleichung für $C_{12}A_2$: $p_1\alpha_2\alpha_3 x_1 - \alpha_1(p_1\alpha_2 + p_2\alpha_1)x_3 = 0$ und für $C_{13}A_3$: $p_1\alpha_2\alpha_3 x_1 - \alpha_1(p_1\alpha_3 + p_3\alpha_1)x_2 = 0$. Sind x_1', x_2', x_3' die Koordinaten des Schnittpunktes dieser Geraden, so ist $\frac{x_2'}{x_3'} = \frac{p_1\alpha_2 + p_2\alpha_1}{p_1\alpha_3 + p_3\alpha_1}$ und dieser Ausdruck muſs, wenn der Schnittpunkt auf A_1P liegen soll, gleich $\frac{\alpha_2}{\alpha_3}$ sein. Man hat also $\frac{p_1\alpha_2 + p_2\alpha_1}{p_1\alpha_3 + p_3\alpha_1} = \frac{\alpha_2}{\alpha_3}$, woraus $p_2\alpha_3 = p_3\alpha_2$ folgt. Für die übrigen Forderungen der Aufgabe muſs $p_3\alpha_1 = p_1\alpha_3$ und $p_1\alpha_2 = p_2\alpha_1$ sein, was sich zusammenfassen läſst zu der Bedingungsgleichung $p_1 : p_2 : p_3 = \alpha_1 : \alpha_2 : \alpha_3$. v. Jettmar. Stegemann. Stoll.

1495. (Gestellt von v. Jettmar XXVII$_3$, 191.) Unter welcher Bedingung schneiden einander $C_{32}A_2$ und $C_{23}A_3$ in der A_1P, $C_{13}A_3$ und $C_{31}A_1$ in der A_2P, $C_{21}A_1$ und $C_{12}A_2$ in der A_3P? (Spezielle Fälle: 1. Der Kegelschnitt sei ein Kreis, 2. Der Punkt P sei der Schwerpunkt des Dreiecks $A_1A_2A_3$).

Auflösung. Die Gleichungen von $C_{32}A_2$ und $C_{23}A_3$ sind nach 1373 (XXVII$_1$, 26) $\alpha_3(p_2\alpha_3 + p_3\alpha_2)x_1 - p_3\alpha_1\alpha_2 x_3 = 0$ und $\alpha_2(p_2\alpha_3 + p_3\alpha_2)x_1 - p_3\alpha_3\alpha_1 x_2 = 0$. Multipliziert man die erste Gleichung mit α_2, die zweite mit α_3 und subtrahiert die entstehenden Gleichungen, so erhält man $p_2\alpha_3^2 x_2 = p_3\alpha_2^2 x_3$. Da aber die Gleichung von A_1P $\alpha_3 x_2 = \alpha_2 x_3$ ist, so erhält man $p_2\alpha_3 = p_3\alpha_2$

und in Folge der weiteren Angaben $p_3\alpha_1 = p_1\alpha_3$ und $p_1\alpha_2 = p_2\alpha_1$; also ist $p_1 : p_2 : p_3 = \alpha_1 : \alpha_2 : \alpha_3$ die verlangte Bedingung.

Ist der Kegelschnitt ein Kreis, so ist $p_1 : p_2 : p_3 = a_1 : a_2 : a_3$; also auch $\alpha_1 : \alpha_2 : \alpha_3 = a_1 : a_2 : a_3$ d. h. P ist der Grebesche Punkt.

Ist P der Schwerpunkt des Dreiecks $A_1A_2A_3$, so ist $\alpha_1 : \alpha_2 : \alpha_3 = \frac{1}{a_1} : \frac{1}{a_2} : \frac{1}{a_3}$; also lautet die Gleichung des Kegelschnitts $\frac{x_2 x_3}{a_1} + \frac{x_3 x_1}{a_2} + \frac{x_1 x_2}{a_3} = 0$. Diese Gleichung stellt die Steinersche Ellipse dar.

v. Jettmar. Stegemann. Stoll.

1496. (Gestellt von Roesen XXVII$_3$, 191.) Ein gleichschenkliges Dreieck zu konstruieren aus dem Schenkel a und dem Radius ϱ des Inkreises.

1. Auflösung. Bezeichnet man die halbe Basis des Dreiecks mit x, so ist $a - x : \sqrt{a^2 - x^2} = \varrho : x$, also nach Abscheidung von $x = a$ verhält sich $a - x : a + x = \varrho^2 : x^2$, woraus 1) $x^3 - ax^2 + \varrho^2 x + a\varrho^2 = 0$ folgt. Die Aufgabe ist also elementar nicht lösbar.

Emmerich (Mühlheim). Lukácsi (Nagybánya). Pilgrim. Stoll. Tafelmacher.

Determination. Nach Häbler: Jahresbericht der Fürsten- und Landesschule zu Grimma 1888. p. 19 Nr. 23 mufs $\varrho \leqq (a + b)\sqrt{\frac{5\sqrt{5} - 11}{8}}$ und, da in der vorliegenden Aufgabe $a = b$ ist, 2) $\varrho \leqq \frac{a}{2}\sqrt{2(5\sqrt{5} - 11)}$ oder $\varrho \leqq 0{,}3002831\,a$ sein. Macht man die Bedingung 2) rational, so ergiebt sich $\varrho^4 + 11a^2\varrho^2 - a^4 \leqq 0$. Die Discriminante der in der Analysis angegebenen Gleichung 1) ist abgesehen von positiven Faktoren $\triangle = \varrho^4 + 11a^2\varrho^2 - a^4$. Die Discriminante bleibt also in allen möglichen Fällen negativ. In Folge dessen hat die Gleichung 1) drei reelle Wurzeln, von denen zwei positiv und eine negativ sein mufs, da ihre Summe gleich a und ihr Produkt gleich $-a\varrho^2$ sein mufs. Die positiven Wurzeln liegen zwischen 0 und a. Je nachdem also die Bedingung 2) als Gleichung oder Ungleichung erfüllt ist, giebt es ein oder zwei Dreiecke.

Emmerich. Stoll.

2. Auflösung. Ist AB die Basis, C die Spitze, M der Mittelpunkt des Inkreises, M' der des Ankreises zur Seite BC, so läfst sich die Konstruktion, wenn man $ME \perp AC$ und $M'E' \perp AC$ zieht, mit Hilfe eines rechten Winkels ausführen. Beachtet man, dafs $EE' = a$, $CM' = a$ und $\sphericalangle\, MCM' = 1R$ ist, so hat man einen rechten Winkel, auf dessen einem Schenkel vom Scheitelpunkt aus die Strecke a bis D abgetragen ist, so zu bewegen, dafs sein Scheitelpunkt auf EE' bleibt, der eine Schenkel durch M geht und

der Punkt D des andern Schenkels auf dem in E' auf EE' errichteten Lote liegt. Der Scheitelpunkt des rechten Winkels ist dann die Spitze C des Dreiecks. EMMERICH.

3. Auflösung. Man konstruiere um M den Inkreis mit dem Radius ϱ, ziehe im Punkte T eine Tangente und schlage um einen beliebigen Punkt A' derselben mit a einen Kreis, der die Verlängerung von TM in A_1 schneiden mag. Der zweite Schnittpunkt, welcher auf der Seite von $A'T$ sich befindet, auf der M nicht liegt, ist unbrauchbar. Dann ziehe man von A_1 aus diejenige Tangente, welche auf derjenigen Seite von A_1T liegt, auf der auch A_1A' sich befindet. Diese trifft die Tangente durch T in D'. Wiederholt man diese Konstruktion noch zweimal, indem man A' eine andere Lage A'' und A''' auf der Tangente annehmen läfst, so erhält man auf der Tangente zwei projektivische Punktreihen A', A'', A''' und D', D'', D''', deren zwei Doppelpunkte jedesmal das eine Ende A der Grundlinie des gesuchten Dreiecks bestimmen. STOLL.

1497. (Gestellt von Emmerich XXVII$_3$, 191.) Welches Kugelsegment ist gleich einem Cylinder von gleicher Grundfläche und Höhe?

Auflösung. Ist r der Kugelradius, ϱ der Radius des Cylinders und h die Höhe der beiden Körper, so besteht die Gleichung $\frac{1}{3}\pi h^2(3r-h)=\pi\varrho^2 h$. Da ferner $\varrho^2=h(2r-h)$ ist, so ergiebt sich $h=\frac{3}{2}r$ und $\varrho=\frac{r}{2}\sqrt{3}$.

BESEKE (Wolfenbüttel). BOHM (Bremen). EMMERICH. HABERLAND (Neustrelitz). ISAK (Pilsen). KOCH (Cottbus). KOTTE (Duisburg). LÖKLE. PILGRIM. SCHWAB (Crefeld). STECKELBERG. STEGEMANN. STOLL. TAFELMACHER. TROGNITZ (Meiningen).

1498. (Gestellt von Emmerich XXVII$_3$, 191.) Wie zeichnet man das Netz einer gleichschenkligen Ecke aus dem Umfang u und dem von den Schenkeln eingeschlossenen Winkel α?

1. Auflösung. $SABC$ sei die betreffende Ecke. Errichtet man in A auf SA in den Ebenen SAB und SAC Lote, die SB in B' und SC in C' schneiden, so ist $\sphericalangle B'AC'=\alpha$. Dreht man nun die Dreiecke $B'C'A$, $B'SA$, $C'SA$ resp. um $B'C'$, $B'S$, $C'S$, bis ihre Spitzen in die Ebene SBC fallen, so entsteht, wenn man diese Spitzen in der Ebene SBC mit A_1, A_2, A_3 bezeichnet, das Sechseck $SA_2B'A_1C'A_3$, in dem $\sphericalangle S=u$, $\sphericalangle A_1=\alpha$, $\sphericalangle A_2=A_3=R$ und ferner $SA_2=SA_3$, $A_1B'=A_2B'=A_1C'=A_3C'$ ist. Da A_1B' beliebig lang ist, so ist $\triangle A_1B'C'$ bestimmt. Treffen sich nun die Parallelen durch B' zu A_2S und durch C' zu A_3S in T, so ist $B'T=C'T$ und $\sphericalangle T=u$, also T bestimmt. Dadurch sind auch A_2, A_3 und S sofort bekannt. EMMERICH.

2. Auflösung. Der Umfang der Ecke sei $\sphericalangle A_1OA_2$, die Schenkel seien $A_1OB=A_2OC$ und die Basis $\sphericalangle BOC$. Macht man $OA_1=OA_2$ und errichtet A_1B und A_2C senkrecht zu OA_1

und OA_2, so ist $A_1B = A_2C$. In dem gleichschenkligen Dreieck ABC aus BC, A_1B und A_2C ist daher $\sphericalangle BAC$ der Neigungswinkel α der Ecke. A liegt auf der Halbierungslinie von $\sphericalangle A_1OA_2$. Schlägt man also um B einen Kreis mit beliebigem Radius, trägt den Peripheriewinkel $BAO = \frac{\alpha}{2}$ ein und zieht diejenige Tangente an den Kreis, welche mit AO einen Winkel gleich $\frac{u}{2}$ bildet, so ist der Berührungspunkt A_1, der Scheitelpunkt von $\frac{u}{2}$ der Punkt O und $\sphericalangle A_1OB$ ein Schenkel der Ecke.

Isak. Lökle. Steckelberg. Pilgrim ähnlich.

3. **Auflösung.** Aus der Formel $\sin\frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{\sin\left(\frac{u}{2}-b\right)\sin\left(\frac{u}{2}-c\right)}{\sin b\,\sin c}}$ folgt für $b = c$ die Gleichung $\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\sin\left(\frac{u}{2}-b\right)}{\sin b}$ oder $\sin\frac{\alpha}{2} = \sin\frac{u}{2}\cot b - \cos\frac{u}{2}$ und somit $\cot b = \frac{\sin\frac{\alpha}{2}}{\sin\frac{u}{2}} + \cot\frac{u}{2}$, woraus sich b durch Strecken im Einheitskreise leicht finden läfst.

Emmerich. Isak. Steckelberg. Stegemann.

B. Neue Aufgaben.

1574. O sei der Mittelpunkt des umgeschriebenen Kreises des Dreiecks ABC. Man bestimme mittels Äquipollenzen $OR = \sqrt[3]{OA \cdot OB \cdot OC}$.

Bücking (Metz).

1575. Die Mitten der Seiten des Dreiecks ABC seien A_1, B_1 und C_1 und O, der Mittelpunkt des Feuerbachschen Kreises k, werde zum Anfangspunkt von Äquipollenzen gewählt. Dann sind die Berührungspunkte der Steinerschen Kurve des Dreiecks ABC mit k bestimmt durch die drei Wurzelwerte von $\sqrt[3]{OA_1 \cdot OB_1 \cdot OC_1}$.

Bücking (Metz).

1576. Der Höhenschnittpunkt eines Dreiecks ist der Chordalpunkt der drei um die Seiten als Durchmesser beschriebenen Kreise und auch der Chordalpunkt der drei um die Höhen beschriebenen Kreise. Ferner haben beide Schaaren denselben Orthogonalkreis.

Haberland (Neustrelitz).

1577. Konstruiert man auf den drei Seiten eines Dreiecks gleichschenklige Dreiecke nach aufsen, deren Basiswinkel jedesmal dem gegenüberliegenden Dreieckswinkel gleich sind, so schneidet je ein

Schenkel die Verlängerung der gegenüberliegenden Dreiecksseite in dem auf ihr liegenden Mittelpunkte des Apollonischen Kreises.

HABERLAND (Neustrelitz).

1578. Konstruiert man zu einem Dreieck das Höhenfuſspunktdreieck und legt durch die Ecken des ersteren Parallelen zu den gegenüberliegenden Seiten des letzteren, so schneiden dieselben die Gegenseiten des Urdreiecks in den Mittelpunkten der Apollonischen Kreise.

HABERLAND (Neustrelitz).

1579. Bezeichnet man mit r_a, r_b, r_c die Radien der Apollonischen Kreise, so ist

a) $w_a = 2 r_a \sin\frac{\gamma - \beta}{2}, \quad w_b = 2 r_b \sin\frac{\gamma - \alpha}{2}; \quad w_c = 2 r_c \sin\frac{\alpha - \beta}{2}$

b) $h_a = r_a \sin(\gamma - \beta) \quad h_b = r_b \sin(\gamma - \alpha); \quad h_c = r_c \sin(\alpha - \beta)$,

wenn $c > a > b$ ist. HABERLAND (Neustrelitz).

1580. a) Verhalten sich in einem rechtwinkligen sphärischen Dreieck die schiefen Winkel wie 2 : 1, so verhält sich auch die Hypotenuse zur kleineren Kathete wie 2 : 1. b) Wie groſs ist in einem solchen Dreieck bei gegebener Hypotenuse $2a$ 1) deren Mittellinie t; 2) der Umkreisradius r? EMMERICH (Mühlheim-Ruhr).

1581. Welches gleichseitige sphärische Dreieck ist viermal so groſs als das konkave Dreieck, das von den Verbindungslinien seiner Seitenmitten umschlossen wird? EMMERICH (Mühlheim-Ruhr).

1582. Von den Ecken eines regelmäſsigen sphärischen n-Ecks Dreiecke abzuschneiden, daſs ein regelmäſsiges $2n$-Eck übrig bleibt. Wie groſs sind die Seiten x des $2n$-Ecks, wenn die Seite des n-Ecks gleich a gegeben ist? EMMERICH (Mühlheim-Ruhr).

1583—1594. Das Dreieck sei ABC; A_0, B_0, C_0 seien die Seitenmitten, A, B, Γ die Höhenfuſspunkte, F der Mittelpunkt des Feuerbachschen Kreises, S der Schwerpunkt, H der Höhenschnittpunkt, O und O_1 die isogonischen Punkte, O_2 die Mitte von OO_1, die Gerade G die Mittelsenkrechte von OO_1; die Gerade G treffe den Feuerbachschen Kreis auſser in O_2 noch in P. Zieht man durch die Ecken des Dreiecks ABC die Senkrechten zur Eulerschen Geraden bis an die Gegenseiten, so seien X, Y, Z die Mitten dieser Strecken, E_a, E_b, E_c die Fuſspunkte auf der Eulerschen Geraden (Vergl. Lieber: Über die isogonischen und isodynamischen Punkte des Dreiecks, Progr. des Friedrich-Wilhelms-Realgymn. Stettin, 1896.) Dann lassen sich folgende Sätze aufstellen:

1583. Die Geraden XA_0, YB_0, ZC_0 gehen durch O_2.

1584. Die Geraden XA, YB, $Z\Gamma$ gehen durch P.

1585. Die Punkte X, Y, Z sind die Schnittpunkte entsprechender Seiten der Dreiecke $A_0B_0C_0$ und $AB\Gamma$.

1586. Die Punkte XYZ sind die Schnittpunkte der Gegenseiten des Feuerbachschen Vierecks von ABC. Die sechs Seiten

dieses Vierecks gehen durch die Schnittpunkte der Winkelhalbierenden von ABC mit den Gegenseiten.

1587. Die Gerade G berührt in P den Kegelschnitt, der die Seiten von ABC in den Höhenfuſspunkten $AB\Gamma$ berührt.

1588. XYZ ist gemeinsames Polardreieck dieses Kegelschnitts, der ABC einbeschriebenen Steinerschen Ellipse und des Feuerbachschen Kreises.

1589. Die Eulersche Gerade schneidet den Umkreis von ABC in zwei Punkten, deren zugehörige Fuſspunktlinien durch P gehen.

1590. Der Kreis um A_0 durch die Fuſspunkte auf BC geht auch durch E_b, E_c und P; ähnlich bei B_0 und C_0.

1591. Die Seiten von $A_0B_0C_0$ werden in XYZ von einer Parabel berührt; dieselbe hat P zum Brennpunkt und die Eulersche Gerade zur Leitlinie.

1592. Durch die Mittelpunkte der Berührungskreise des Dreiecks $A_0B_0C_0$ und durch F geht eine gleichseitige Hyperbel, deren Asymptoten die Fuſspunktlinien durch P sind.

1593. Diese Parabel und Hyperbel sind zu einander polar bezüglich des Feuerbachschen Kreises, daher berührt die Hyperbel die Seiten vom Dreieck XYZ u. s. w.

1594. Teilt man die Bogen auf dem Feuerbachschen Kreise A_0A, B_0B, $C_0\Gamma$ im Verhältnis $1:2$, so erhält man die Ecken eines gleichseitigen Dreiecks; dieselben Punkte dritteln auch jeden von einer Fuſspunktlinie abgeschnittenen Bogen (Steiner.) Die eben erwähnte Parabel berührt die Seiten dieses Dreiecks, die Hyperbel geht also durch die Pole derselben. Godt (Lübeck).

Briefkasten zum Aufgaben-Repertorium.

Auflösungen sind eingegangen von Fuhrmann 1560. 1562—1564. 1566—1569. Rückle (Rödelheim-Frankfurt a/M.) 1566.

Neue Aufgaben ohne Lösung von Rückle(?) (5).

Bei Schluſs dieser Abteilung waren bei der Redaktion d. Ztschr. noch eingegangen und lagen zum Absenden an d. Red. des A.-R. bereit: Beiträge von Beseke, Eckhardt, Haag, Haberland, Heckhoff, Lachnit (ungar. Hradisch in Mähren), Lökle, Pilgrim, Stegemann, Stoll, Trognitz (in lauter kleinen Blättchen, die beim Öffnen des Couv. im Zimmer herumflogen!). Die Angabe der Nummern soll im nächsten Hefte folgen. Man s. auch die Einsendungstermine d. Beiträge f. d. A.-R. S. 320.

Die Redaktion bittet, zum Zwecke leichterer Aufbewahrung und Versendung, zu den Manuskripten nur Quartblätter zu verwenden. Die einlaufenden Manuskripte zeigen eine geradezu verblüffende Ungleichmäſsigkeit in Form und Gröſse! Bei manchen fehlt Umschlag mit Aufschrift der Nummern. Diese müssen wir dann mühsam zusammensuchen und notieren! D. Red. d. Ztschr.

Litterarische Berichte.

A. Rezensionen und Anzeigen.

Bernhard Riemanns gesammelte mathematische Werke und wissenschaftlicher Nachlaſs. Herausgegeben unter Mitwirkung von Richard Dedekind von Heinrich Weber. Zweite Auflage, bearbeitet von Heinrich Weber. Verlag von B. G. Teubner, Leipzig. X u. 558 S. gr. 8. Preis 18 Mk.

Daſs von den gesammelten Werken eines Mathematikers eine zweite Auflage erscheint, ist ein ungemein seltener Fall; es spiegelt sich darin äuſserlich der tiefgehende Einfluſs wieder, den Riemanns Gedanken auf die moderne Mathematik nach so vielen Richtungen ausgeübt haben und noch ferner ausüben werden.

Die neue Ausgabe bringt uns, der ersten Auflage gegenüber, aus dem wissenschaftlichen Nachlaſs Riemanns einige Zusätze, die in den Anmerkungen Platz gefunden haben; ferner besonders ein Fragment über die Bewegung der Wärme im Ellipsoid und einen Zusatz über die quadratischen Relationen, die zwischen den Funktionen φ der Theorie der Abelschen Funktionen bestehen. Neu redigiert wurden die Erläuterungen von Dedekind zu dem Fragment über die Grenzfälle der elliptischen Modulfunktionen, und ebenso hat der Herausgeber die Erläuterungen zu der Pariser Preisarbeit: „Commentatio mathematica etc.“ ausführlicher gestaltet. G.

Julius Plückers gesammelte wissenschaftliche Abhandlungen. Im Auftrag der kgl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen herausgegeben von A. Schoenflies und Fr. Pockels. Erster Band: Mathematische Abhandlungen, XXXV u. 620 S., Preis 20 Mk. Zweiter Band: Physikalische Abhandlungen, XVIII u. 834 S., Preis 30 Mk. Verlag von B. G. Teubner, Leipzig, 1895, 1896.

Geleitet von dem Gesichtspunkte, daſs in der Entstehungsgeschichte der modernen Geometrie die Plückerschen Arbeiten neben den bereits gesammelten Schriften von Poncelet, Möbius,

Steiner und Grassmann einen hervorragenden Platz einnehmen, hat die Göttinger Gesellschaft, deren korrespondierendes Mitglied Plücker war, eine Ausgabe der gesammelten Abhandlungen des letzteren veranlafst und sich dadurch in hohem Mafse den Dank der Mathematiker erworben.

Da die von Plücker veröffentlichten selbständigen Werke, nämlich: 1) analytisch-geometrische Entwickelungen; 2) System der analytischen Geometrie; 3) Theorie der algebraischen Kurven; 4) System der Geometrie des Raumes; 5) Neue Geometrie des Raumes, noch käuflich zu haben sind, wurden dieselben in die vorliegende Ausgabe nicht aufgenommen. Der erste Band derselben, von Schoenflies herausgegebon, umfafst die 39 Abhandlungen, welche Plücker in verschiedenen Journalen publiziert hat; ferner enthält dieser Band als Einleitung die Gedächtnisrede von 1872, welche Clebsch in den Göttinger Abhandlungen hat drucken lassen, und welche eingehend die Leistungen Plückers würdigt.

Prof. Schoenflies hat die mathematischen Abhandlungen Plückers sämtlich in Bezug auf ihre Korrektheit geprüft; seine Bemerkungen sind dem ersten Bande beigegeben und umfassen 30 Seiten. Dort spricht er sich auch über die Gesichtspunkte aus, welche für ihn bei der neuen Ausgabe mafsgebend waren. Man wird denselben im wesentlichen zustimmen können; ob es aber nicht angebracht wäre, bei derartigen Ausgaben doch stets die Originalpaginierung anzuführen, um bei Citaten nach dem Original durch die Werke nicht im Stich gelassen zu werden, das möchten wir für künftige Fälle doch zu bedenken geben. Ebenso können wir den Wunsch nicht unterdrücken, dafs auch im Inhaltsverzeichnis hinter jedem Titel stets angegeben werde, wo die betreffende Abhandlung ursprünglich veröffentlicht worden ist. Diese Angaben dienen bei der Benutzung von Gesamtausgaben zur Erleichterung und verursachen dem Herausgeber gar keine Mühe.

Der zweite Band, von Prof. Pockels nach denselben Gesichtspunkten herausgegeben, enthält die physikalischen Abhandlungen Plückers, und zwar hat der Herausgeber diese 50 Arbeiten in drei Gruppen geordnet. Die erste Gruppe umfafst 29 Abhandlungen aus dem Gebiete des Magnetismus, die zweite 12 Schriften über elektrische Entladungen durch verdünnte Gase und Spektralanalyse und die dritte 9 Abhandlungen aus verschiedenen Gebieten. Der Gesamtheit dieser Abhandlungen ist eine eingehende Würdigung von Plückers physikalischen Arbeiten vorangestellt, die von Prof. Riecke in Göttingen verfafst ist und eine sehr dankenswerte Ergänzung der im ersten Bande abgedruckten Gedächtnisrede von Clebsch bildet. Die Korrektheit hat auch bei den physikalischen Abhandlungen, ja anscheinend in noch höherem Grade, zu wünschen gelassen, und so war Anlafs zu zahlreichen Anmerkungen gegeben, die dem Bande am Schlusse beigefügt sind.

In typographischer Beziehung ist die Ausstattung nach jeder Richtung eine vortreffliche. Dem ersten Bande ist ein Bildnis Plückers beigegeben worden; zahlreiche Figuren finden sich im Text, und 9 Tafeln, darunter eine farbige Spektraltafel, sind dem zweiten Bande beigeheftet.

Dafs wir in den Besitz der vorliegenden, durchaus würdigen Ausgabe von Plückers wissenschaftlichen Abhandlungen gekommen sind, ist nächst der hochherzigen Initiative der Göttinger gelehrten Gesellschaft vor allem den beiden Herausgebern zu danken; sie haben sich kein geringes Verdienst erworben, indem sie sich der mühevollen Arbeit unterzogen und sie zu so gutem Ende führten.

Halle. G.

Leopold Kroneckers Werke. Herausgegeben auf Veranlassung der Königlich Preufsischen Akademie der Wissenschaften von Kurt Hensel. Band I, mit dem Bildnisse Kroneckers. IX u. 484 S. gr. 4. Verlag von B. G. Teubner, Leipzig 1895. Preis 28 Mk.

Den von der Berliner Akademie veranlafsten Gesamtausgaben der Schriften ihrer ehemaligen mathematischen Mitglieder: Steiner, Jacobi, Borchardt, Dirichlet, Weierstrafs schliefsen sich Leopold Kroneckers Werke würdig an. Der Herausgeber, ein Schüler Kroneckers, hat die Disposition der zahlreichen, von ihrem Verfasser teils selbst veröffentlichten, teils handschriftlich hinterlassenen Schriften der besseren Übersichtlichkeit wegen so getroffen, dafs in den beiden ersten Bänden die Arbeiten über die arithmetische Theorie der algebraischen Funktionen im weitesten Sinne vereinigt werden, während der dritte Band den Untersuchungen über die Theorie der algebraischen Gleichungen und über reine Zahlentheorie, der vierte den Abhandlungen über Integralrechnung, elliptische Funktionen, Potentialtheorie u. s. w. gewidmet sein wird.

Der vorliegende erste Band enthält nur Arbeiten, welche Kronecker selbst in der Zeit von 1845—1874 veröffentlicht hat. Herr Hensel hat, mit Unterstützung anderer Schüler Kroneckers, die veröffentlichten Abhandlungen einer genauen Nachprüfung unterzogen; die Bemerkungen, zu welchen diese Revision Veranlassung gegeben hat, werden in einem Anhange später mitgeteilt werden.

In typographischer Beziehung ist die Ausgabe ganz von den Gesichtspunkten getragen, welche sich Kronecker bei dem ersten Bande der Werke Lejeune Dirichlets als Richtschnur gewählt hatte: wir haben also eine mustergültige und würdige Ausgabe vor uns. Das beigegebene Bildnis Kroneckers giebt die charakteristischen Züge, wie sie sich dem Ref. bei seinem jahrelangen Verkehr mit Kronecker eingeprägt haben, aufs deutlichste und mit allen Feinheiten wieder.

Hoffentlich brauchen wir nicht allzu lange auf die weiteren Bände zu warten; denn da sie auch Mitteilungen aus dem wissenschaftlichen Nachlafs enthalten werden, so wendet sich das Interesse der Fortsetzung in ganz besonderem Maße zu.

Bekanntlich hat Kronecker einen aufserordentlich ausgedehnten wissenschaftlichen Briefwechsel geführt, der gewifs von höchstem Interesse ist; sollte es nicht angebracht sein, den Plan der Ausgabe von Kroneckers Werken dahin zu erweitern, dafs auch die wissenschaftliche Korrespondenz berücksichtigt wird?

So sehr Kronecker über die Ausgabe seiner Werke voller Befriedigung sein würde, — eines würde ihn schmerzen; nämlich, dafs — so viel bekannt — die Ausgabe der Schriften seines Lehrers und Freundes E. E. Kummer noch nicht ins Werk gesetzt ist: hoffentlich werden auch diese in absehbarer Zeit zu einer Gesamtausgabe vereinigt! G.

Holzmüller, Gustav Prof. Dr. (Direktor der k. Maschinenschule zu Hagen i. W.). Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung. Erster Teil. Mit 287 Figuren und zahlreichen Übungsaufgaben. Leipzig 1897. Druck und Verlag von B. G. Teubner. XI. 340 S. 8⁰.

Über des Verf. mathematisches Lehrbuch, dessen Bedeutung in der Fachpresse allgemein gewürdigt wurde, hat sich der Berichterstatter bereits an diesem Orte*) des nähern ausgesprochen. Was jetzt hier nachfolgt, kann in gewissem Sinne als eine Weiterführung und Ausgestaltung des Elementarwerks angesehen werden, indem die Absicht obwaltet, die jungen Techniker auf kürzestem Wege, und mit den einfachsten Mitteln, zum Verständnis gewisser geometrischer und mechanischer Theorien zu befähigen, welche als für ihren Beruf besonders wichtig erscheinen. Wer des Autors Artikelserie „Mathematisch-technische Plaudereien“ kennt, weifs schon ungefähr, in welcher Art er zu Werke geht, und wie er mittelst bekannter Formeln zur Summierung von Potenzreihen die Methoden der höheren Analysis zu umgehen versteht. Dieser Gedanke ist ja kein absolut neuer, vielmehr schon zu wiederholten Malen verwertet worden, aber wir wüfsten kein Buch zu nennen, in welchem dies mit gleicher Konsequenz und Zielbewufstheit geschieht. Dabei ist auf alle neueren Methoden der Ingenieurmechanik entsprechend Bedacht genommen, sodafs der Kandidat, welcher sich diesem Leitfaden bei seinen Studien anvertraut, auch mit dem gegenwärtigen Standpunkte seiner Wissenschaft vertraut gemacht wird. Eine detaillierte Besprechung würde in dieser Zeitschrift kaum am Platze sein, und der Unterzeichnete würde es auch nicht wagen, für eine

---

*) Jahrg. XXVI (1895) S. 281 ff. D. Red.

solche die volle Kompetenz auf sich zu nehmen; übrigens darf er wohl betonen, dafs das Buch auch mehrfach kosmo- und geophysikalische Aufgaben behandelt, und dafs gerade auch hier die Art der Darstellung vor derjenigen, welcher man anderwärts begegnet, manches voraus hat.

Von den zehn Abschnitten ist der erste den planimetrischen Schwerpunktsbestimmungen gewidmet, für welche die Guldinsche Regel und gewisse graphische Abkürzungsmethoden besonders herangezogen werden. Die nächsten drei Abschnitte haben es mit den Trägheitsmomenten und den vom Verf. unter diesem Namen eingeführten, mit den erstgenannten in naher Wechselbeziehung stehenden Zentrifugalmomenten zu thun; zuvörderst kommen die einfachsten Flächenformen und nächstdem diejenigen an die Reihe, welche in der praktischen Mechanik — als Träger, Säulen u. dgl. — am häufigsten gebraucht werden; endlich wird die Theorie für beliebige Achsen gegeben, zu deren Veranschaulichung die sogenannte „Trägheitsellipse" sehr gute Dienste leistet. Das fünfte Kapitel ist rein mathematischen Inhaltes; es stellt gewisse Sätze zusammen, auf welche späterhin rekurriert werden mufs, als da sind: Simpsonsche Kubierungsformel, Parabeln höherer Ordnung und einige andere krumme Linien, gröfste und kleinste Werte und Verwandtes. Aus dem regelrechten Entwicklungsgange tritt einigermafsen heraus der nächstfolgende Abschnitt, in welchem der Verf., was ja allerdings für den Mathematiker sehr reizvoll, für den Mann der Praxis aber doch wohl etwas hors d'œuvre ist, die Bedeutung der lemniskatisch-hyperbolischen (konformen) Abbildung, welche schon weit früher den Gegenstand mehrerer Veröffentlichungen aus seiner Feder gebildet hatte, für gewisse einschlägige Probleme nachweist. Einige bisher mehr isoliert dastehende Verfahrungsweisen (Nehls, Mohr, Reye) zur zeichnenden Ermittlung von Trägheitsmomenten finden im siebenten Kapitel die richtige Stelle im Systeme. Während bisher wesentlich von ebenen und gekrümmten, mit Masse belegten Flächenstücken gesprochen ward, ziehen das achte und neunte Kapitel auch die dritte Dimension in die Betrachtung herein, und es werden für homogene Körper die Schwerpunkte, die statischen, Trägheits- und Zentrifugalmomente ermittelt. Der Anhang giebt, wiederum durchaus originell, die Lehre von der Bewegung des Schwungrades. Referent gesteht, dafs er dem zweiten Teil, welcher uns wahrscheinlich eine systematische, elementare Potentialtheorie bringen wird, mit grofser Spannung entgegensieht; bei der bekannten, staunenswerten Arbeits- und Produktionskraft des Verf. werden wir diese Fortsetzung wohl in Bälde begrüfsen dürfen.

München. Dr. S. Günther.



Maurer, August Oberl. Dr., **Maxima und Minima**, Aufgaben für die Prima höherer Lehranstalten. 50 S. mit 13 in den Text gedruckten Figuren. Berlin, Springer 1897. 1,40 Mk.

Wenn auch in früheren Jahren Aufgaben über gröfste und kleinste Werte ihres hohen didaktischen Wertes wegen vielfach in den mathematischen Unterricht eingeflochten wurden, so bilden dieselben doch erst seit Einführung der neuen Lehrpläne einen integrierenden Bestandteil des Lehrpensums der Oberrealschulen und Realgymnasien. Spezielle dieses Gebiet umfassende Aufgabensammlungen finden sich daher in der Litteratur der Gymnasial-Mathematik nur in geringer Zahl vor; um so mehr wertvolles Material birgt sich dagegen in Zeitschriften und in den (meistens leider viel zu wenig beachteten) Programm-Arbeiten. Mit Freude wird somit jeder Fachkollege ein Werkchen begrüfsen, welches ihn der Mühe enthebt, dieses zerstreute Übungsmaterial zu sichten und aus der Litteratur der höheren Mathematik das für den Unterricht der Mittelschulen Brauchbare auszuwählen.

Die vorliegende, diesem Zwecke dienende Sammlung zerfällt in drei Teile. Der erste derselben giebt eine Zusammenstellung der zum Teil schon aus dem planimetrischen Unterrichte bekannten Lehrsätze über Maxima und Minima mit Einschlufs einiger elementarer isoperimetrischer Probleme; im Anschlufs hieran finden sich planimetrische und stereometrische Aufgaben, welche sich durch einfache geometrische Synthese lösen lassen. Im zweiten Abschnitte folgen die Methoden zur Untersuchung algebraischer Funktionen zweiten Grades. Der dritte Teil endlich enthält eine von Schellbach angegebene, der Differentialrechnung nachgebildete Methode zur Aufsuchung der Maxima und Minima von Funktionen höheren Grades. Unter weiser Beschränkung auf das Wesentlichste hat der Verfasser hierbei alle diejenigen Methoden übergangen, welche über den Gymnasial-Unterricht hinausgehend von den Schülern nicht verstandesmäfsig erfafst werden können und somit nur zu einem mechanischen Arbeiten verleiten. Aus demselben Grunde ist auch im dritten Teile die Anwendung der Differentiation vermieden und sind die dem Gebiete der Planimetrie, Trigonometrie, analytischen Geometrie und Physik entnommenen Aufgaben so gewählt, dafs sich der Grenzwert des Differenzenquotienten durch Ausführung der Division ganz elementar ermitteln läfst. Auf diese Weise wird in natürlicher Weise zur Hochschule vorbereitet, ohne in deren Sphäre einzugreifen.

Düsseldorf. Dr. Norrenberg.

Weisbach's Ingenieur, Sammlung von Tafeln, Formeln und Regeln der Arithmetik, der theoretischen und praktischen Geometrie sowie der Mechanik und des Ingenieurwesens. In siebenter

Auflage neu bearbeitet von Prof. Dr. F. **Reuleaux**, Geh. Regierungsrath. Mit 746 eingedr. Holzstichen. (X u. 1058 S.) Braunschweig, Vieweg, 1896. Preis geb. 12 Mk.

In der Vorrede charakterisiert der Bearbeiter die ursprüngliche Anlage des Buchs, das sich trotz der vielen neuen Konkurrenzarbeiten doch auf der Höhe der Wissenschaft erhalten habe. Das Weisbachsche Werk war nämlich schon anfangs ein schulgerechtes Lehrbuch, in der Form glücklich, im Inhalt so korrekt, dafs gröfsere Abweichungen nicht notwendig wurden. Sodann giebt der Bearbeiter die Veränderungen, unter ihnen auch die Berichtigungen des Veralteten an. Die bedeutendste Erweiterung hat der Abschnitt für Maschinenbau erfahren. Welch ungemein reichen Inhalt das früher schon recht angeschwollene Taschenbuch hat, das mag man aus folgender Übersicht ersehen:

I. Teil: Zahlentafeln Nr. I bis XII (S. 1—181).

II. Teil: Mathematik (S. 182—382): I. Arithmetik (Grundrechnungen, Gleichungen, Reihen). — II. Theoretische Geometrie, Planimetrie mit Einschlufs der Trigonometrie und Koordinaten-Geometrie). — III. Praktische Geometrie (Prüfen und Berichtigen der Mefsgeräte, Formeln und Regeln der Geodäsie).

III. Teil: Mechanik (S. 383—644): Formeln, Regeln und Tabellen a) aus der theoretischen Mechanik (Allgemeines, Statik, Dynamik, Hydraulik) — b) aus der praktischen Mechanik. (Statik der Baukunst, Mechanik der Umtriebsmaschinen, die Wärme und Mechanik der Dampfmaschinen).

IV. Teil: Maschinenbau (S. 645—1049): 1) Formeln und Regeln der allgemeinen Maschinenbaukunst (Maschinen-Elemente, Maschinen zum Befördern von Lasten). — 2) Regeln und Erfahrungssätze der mechanischen Technologie (Baustoffe, ihre Gewinnung und Bearbeitung, Mühlen, Maschinen zur Faserstoffbearbeitung, Feuerungs-, Lüftungs- und Beleuchtungs-Anlagen). — 3) Regeln und Erfahrungssätze der Baukunst (Baustoffe, deren Gewinnung und Bearbeitung; Stein-, Holz- und Eisen-Bauwerke; Strafsen- und Eisenbahnen; Wasser- und Brückenbau).

Wenn man nun noch bedenkt, dafs diese Fülle des Inhalts durch nicht weniger als 746 instruktive und elegante Figuren trefflich unterstützt wird, ferner dafs die Formeln zum Teil (wie in desselben Verfassers Mechanik) durch ausgerechnete Zahlenbeispiele erläutert sind, endlich dafs ein alphabetisches Register die Orientierung erleichtert, so wird man erkennen, welchen hohen praktischen und zugleich didaktischen Wert dieses Hilfsbuchs für den in der Praxis stehenden Fachmann und nicht minder für die Lehrer, ja sogar schon für die Studierenden der Mathematik, die ihren Unterricht bezw. ihre theoretischen Studien durch Anwendungen befruchten wollen, haben mufs.

H.

Hann, Dr. I. (Direktor der meteorologischen Zentralanstalt in Wien), Die Erde als Ganzes, ihre Atmosphäre und Hydrosphäre. Fünfte Auflage.*) Wien 1896, E. Tempsky, Preis 10 Mk.

In diesem bedeutenden Werke, welches die erste Abteilung der von Hann, Hochstetter und Pokorny begründeten „Allgemeinen Erdkunde" bildet, ist die Anordnung des Stoffes so geblieben, wie sie in den früheren Auflagen war, er ist in drei Abschnitte gruppiert: 1) die Erde als Weltkörper und Magnetismus der Erde, 2) die Atmosphäre, 3) das Meer.

Der Inhalt der neuen Auflagen hat sehr zugenommen, in der vorliegenden ist er um beinahe 70 % größer als in der 1881 erschienenen dritten Auflage, welche zuletzt in dieser Zeitschrift rezensiert ist, aus 195 Seiten sind 330 geworden, und zwar nehmen an dieser Vermehrung alle drei Abschnitte in fast gleichem Maſse teil. Von Erweiterungen sind hervorzuheben im ersten Abschnitt die Dämmerungserscheinungen und das Zodiakallicht, einige allgemeine Sätze des Magnetismus auf der Erde und regionale Störungen der magnetischen Kurven, im zweiten Abschnitt atmosphärische Elektrizität und Klimaschwankungen. Im dritten Abschnitt ist z. B. das Kapitel über die Temperatur des Meerwassers verdoppelt, 30 Seiten statt 14.

Am meisten sind die Illustrationen vermehrt: jetzt 24 Tafeln in Farbendruck und 92 Textabbildungen, dagegen in der dritten Auflage 10 und 36. — Einzelne Zeichnungen sind vorwiegend dekorativ z. B. S. 181 „Das Tafeltuch auf dem Tafelberg". Dagegen fehlt z. B. eine Karte über die Verteilung der Regenmenge auf der ganzen Erde und in einzelnen charakteristischen Gebieten z. B. in Vorderindien. Auf die Wetterkarte vom 22. Oct. 1874 hätte noch eine zweite folgen müssen zur Veranschaulichung des östlichen Wanderns der Wirbel in Westeuropa. Auſserdem wären in einem so ausführlichen und so reich ausgestatteten Werke zwei typische auf einander folgende Wetterkarten von Nordamerika erwünscht gewesen zum Vergleich mit dem europäischen Witterungsverlauf. Auch die Erklärung des Föhn würde weit verständlicher sein, wenn sie in einer Wetterkarte veranschaulicht wäre.

Das alphabetische Inhaltsverzeichnis am Schluſs ist zu kurz, es umfaſst fünf Seiten, ein anderes Inhaltsverzeichnis ist überhaupt nicht vorhanden. Daher ist es manchmal schwer, Einzelheiten, über die man sich belehren will, zu finden.

Übrigens sind diese kleinen Mängel unbedeutend im Ver-

---

*) Frühere Anzeigen dieses Werkes unter dem Titel „Allgemeine Erdkunde von Hann, Hochstetter, Pokorny s. i. Jahrg. VII, 474 und XII, 461. Wir haben im Gegensatz zu unserer Bemerk. (Jahrg. 1896, S. 354), trotzdem dass hier eine wiederholte (5.) Auflage vorliegt, die Besprechung des Werkes seiner Wichtigkeit halber unter die Rezensionen und nicht in den Kl. Litt.-S. gesetzt. D. Red.

gleich zu den grofsen anerkannten Vorzügen dieses nach Form und Inhalt hervorragenden und unbedingt empfehlenswerten Werkes. Insbesondere giebt es für Lehrer, welche in OII und I die betreffenden Gebiete vorzutragen haben, kein brauchbareres Hilfsmittel zur Vorbereitung des Unterrichtes.

Wandsbeck. RICHTER.

SCHWIPPEL, Dr. K. (k. k. Schulrat), Die Erdrinde. Wien 1897. A. Pichlers Witwe u. Sohn. 80 Seiten mit 61 Holzschnitten. Preis geh. 1,40 Mk.

An das Buch von Hann schliefst sich das vorliegende insofern an, als es einen kleinen Auszug von dem bietet, was im zweiten Teil der „Allgemeinen Erdkunde“ enthalten ist.

Schwippel ordnet den Inhalt folgendermafsen: I. Teil: Aufbau. 1) Zerstörende und aufbauende Kräfte, A. siderische, B. tellurische. 2) Bodenplastik. — II. Teil: Die geologischen Formationen A. Archaisches, B. Paläozoisches, C. Mesozoisches, D. Kanäozoisches, E. Neozoisches Zeitalter.

Auf dem Titelblatt steht: „Für Studierende sowie für Freunde der Naturwissenschaften“. Für Studierende ist das Schriftchen aber viel zu kurz und populär. Richtiger ist die Brauchbarkeit im Vorwort charakterisiert: „Vielen Naturfreunden, welche weder Zeit noch Gelegenheit haben, umfassende geologische Studien zu betreiben . . . soll in diesem kleinen Büchlein möglichst kurz und fafslich das Wichtigste geboten werden über . . .“

Irgend etwas Tadelns- oder besonders Lobenswertes ist mir in dem Buche nicht entgegen getreten, eben so wenig etwas Originelles.

Wandsbeck. RICHTER.

WAHNSCHAFFE, Dr. F. (kgl. preufs. Landesgeologe). Unsere Heimat zur Eiszeit. Berlin 1896. R. Oppenheim. Preis 0,75 Mk. 31 Seiten mit 4 Abbildungen.

Dieser „allgemein verständliche Vortrag“ führt einen kleinen Teil von dem, was Schwippel auf S. 75 u. 76 kurz berührt, eingehend aus.

„Unsere Heimat“ bezeichnet die weitere Umgebung von Berlin.

Ein besonderer Vorzug besteht darin, dafs der Vortrag von dem dazu in erster Linie geeigneten Gelehrten gehalten ist.

Wandsbeck. RICHTER.

UNBEHAUN, Dr. I. Versuch einer philosophischen Selektionstheorie. Jena 1896. Gust. Fischer. 150 S. Preis 3 Mk.

Auch dieses Buch steht in gewisser Beziehung zu der „Allgemeinen Erdkunde“, nämlich insofern es seinen Ausgangspunkt

nimmt von dem Inhalt der zweiten Hälfte des dritten Teiles. Im übrigen geht Unbehaun nicht nur weit über den Rahmen der „Allgemeinen Erdkunde“ sondern auch — trotz des in dem Buche vorkommenden Naturwissenschaftlichen und Mathematischen (auf S. 88—93 stehen z. B. eine Menge Integrale) — über den Rahmen dieser Zeitschrift hinaus. Das Buch kann nur in einer philosophischen Zeitschrift gewürdigt werden.

Als Beleg und zugleich als Andeutung des Inhaltes möge folgende fettgedruckte Stelle dienen: „Die Betrachtung eines Systems mufs von ganz beliebigen Objekten, die ganz beliebigen Existenz- resp. Vernichtungsbedingungen unterliegen, den geeigneten Ausgangspunkt für eine philosophische oder allgemeine Selektionstheorie bilden, und von diesem Gesichtspunkte aus wollen wir es im folgenden Kapitel unternehmen, die philosophische, abstrakte Selektionstheorie rein deduktiv und synthetisch aufzubauen, um sie dann im dritten Kapitel auf alle diejenigen Fälle und Gebiete anzuwenden, die eine Anwendung unserer Theorie überhaupt zulassen“. S. 31. Zu diesen Anwendungen gehört u. a. die „Selektion unter den Religionen und Weltanschauungen“ S. 140.

Wandsbeck. Richter.

Barth, A. F. Unser Weltsystem. Ein Beitrag zur Theorie des Weltgeschehens. Leipzig 1896. Gust. Fock. 62 S. Preis 1 Mk.

Der Verfasser polemisiert gegen eine Reihe von Ansichten, die von den Astronomen allgemein anerkannt werden z. B. gegen die übliche Erklärung der Präcession der Äquinoctialpunkte S. 18 und gegen die „Behauptung, dafs sich die ungleichmäfsige scheinbare Bewegung der Sonne ganz aus der ungleichmäfsigen Bewegung der Erde in einer elliptischen Bahn ergeben könne“. S. 28.

Im Anhange sagt der Verfasser: „Meine ältere Schrift „Beiträge zur Theorie des Weltgeschehens“ hat bis jetzt eine thatsächliche Widerlegung nicht gefunden und überhaupt keinen ernsthaften Angriff zu bestehen gehabt. Dieser Umstand läfst darauf schliefsen, dafs die von mir angefochtene Theorie vom mechanischen Wärmeäquivalent nicht so bewiesen ist, wie es eigentlich sollte der Fall sein. Mit der Theorie vom mechanischen Wärmeäquivalent hat sich — frei gesagt — die Wissenschaft in eine Gasse verirrt“. S. 54. Wenn der Verfasser auch in Bezug auf den vorliegenden „Beitrag zur Theorie des Weltgeschehens“ nicht nur keine „thatsächliche Widerlegung“ findet, sondern nicht einmal einen „ernsthaften Angriff zu bestehen“ hat, so wird er daraus wiederum die Berechtigung seiner Ansichten schliefsen. Trotzdem verzichte ich auf eine Kritik. Den geehrten Leser würde sie wohl wenig interessieren.

Wandsbeck. Richter.



Dannemann Fr., **Grundrifs einer Geschichte der Naturwissenschaften, zugleich eine Einführung in das Studium der naturwissenschaftlichen Litteratur.** I. Band. Erläuterte Abschnitte aus den Werken hervorragender Naturforscher aller Völker und Zeiten. Mit 44 Abbildungen in Wiedergabe nach den Originalwerken. Leipzig, W. Engelmann, 1896. Preis geh. 6 Mk.; geb. 7,20 Mk.

Wohl mancher Lehrer der Naturwissenschaften hat schon längst das Bedürfnis gefühlt, den Schülern der oberen Klassen höherer Lehranstalten ein Buch empfehlen zu können, in dem sie die Forscher, deren Namen sie im Unterricht haben nennen hören, gleichsam an der Arbeit sehen können. Ein solches wird hier in dem „Grundrifs einer Geschichte der Naturwissenschaften" dargeboten. Der Verfasser hat sein Buch aber nicht nur für Schüler, sondern für alle die bestimmt, „die sich für Methode und Ergebnisse der exakten Forschung interessieren". Eine nicht minder willkommene Gabe wird dieses Buch aber für die Lehrer selbst sein, die das Bedürfnis haben, ihren Schülern den Entwickelungsgang den gewisse Zweige der Naturwissenschaften durchlaufen haben, zu schildern. Dieser erste Teil enthält von Aristoteles bis auf Alex. v. Humboldt 62 kürzere oder längere Auszüge aus den Originalschriften und zwar aus allen Gebieten der Naturwissenschaften. Der zweite Teil wird, wie der Verfasser ankündigt, eine zusammenhängende geschichtliche Darstellung des Entwickelungsganges der Naturwissenschaften geben. Für eine hoffentlich bald nötig werdende zweite Auflage möchte ich mir den Vorschlag erlauben, dafs dem Buche einige Porträts berühmter Naturforscher, z. B. solche von Kopernikus, Keppler, Galilei, Guericke, Linné, Robert Mayer u. a. beigegeben werden und vielleicht aus Guerickes Schrift über die Erfindung der Luftpumpe (Ostw. Klassiker Nr. 59 S. 13) die die ersten Versuche veranschaulichenden Figuren Aufnahme finden möchten; denn diese Versuche knüpfen an die Vorstellungen, die bis auf Guericke über den sog. „leeren Raum" herrschten, an. In dieser Hinsicht sind sie höchst lehrreich. Der Verleger hat, wie man es bei ihm nicht anders gewohnt ist, das Buch sehr gut ausgestattet.

Leipzig. Traumüller.

Kohlrausch, Dr. F. (Präsident der physikalisch-technischen Reichsanstalt in Charlottenburg), **Leitfaden der praktischen Physik.** Mit einem Anhange: Das absolute Mafs-System. Mit in den Text gedruckten Figuren. Achte Auflage.*) Leipzig, Druck und Verlag von B. G. Teubner. 1896.

Als dieser vortreffliche Leitfaden zum ersten Male erschien, war nur an wenigen Universitäten den Studierenden Gelegenheit

*) Man vergl. unsere „Vorbemerkung" in Jahrg. XXVII (1896) S. 269. D. Red.

geboten, physikalische Arbeiten in Laboratorien ausführen zu können. Seitdem sind an allen Hochschulen wohleingerichtete Arbeitsstätten entstanden, in denen die künftigen Lehrer der Physik sich die für ihren Beruf so notwendige Geschicklichkeit im Experimentieren erwerben können. Dieses Ziel werden sie aber um so sicherer erreichen, je mehr sie gezwungen sind, ihre Apparate, die sie zu ihren Arbeiten bedürfen, selbst zusammenzustellen. Der Verfasser betont mit vollem Recht, dafs „das Darbieten von ohne weiteres gebrauchsfertigen Methoden und Apparaten nicht weiter getrieben werden sollte, als ein durchführbarer Betrieb eines stark besuchten Laboratoriums dies fordert". Diese neue Auflage hat in allen Teilen wieder zahlreiche Zusätze erhalten. Auch sind die Tabellen sehr bedeutend vermehrt worden. Damit hat sich der Verfasser den Dank der Lehrer an höheren Schulen erworben, denen die „Tabellen" von Landolt und Börnstein zu teuer sind. Für die nächste Auflage möchte sich Referent die Bemerkung erlauben: dafs neben der § 22 beschriebenen Methode zur Bestimmung des Eispunktes auch das Gefrieren „überkalteten" Wassers dazu dienen kann. Ferner könnte auch die „kalorimetrische" Bestimmung hoher Temperaturen an geeigneter Stelle erwähnt und vielleicht das Weinholdsche Kalorimeter beschrieben werden. Die Lehrer der Physik möchte ich ganz besonders auf den neuen Abschnitt „Technisches" aufmerksam machen, der auf 10 Seiten viele praktische Winke giebt, die sonst nur in der Zeitschrift für Instrumentenkunde zu finden sind.

Leipzig. TRAUMÜLLER.

LODGE, OLIVER J., (Professor der Physik in Liverpool). Neueste Anschauungen über Elektricität. Übersetzt von Anna von Helmholtz und Estelle du Bois-Reymond. Herausgegeben durch Richard Wachsmuth. Leipzig, Johann Ambrosius Barth. 1896. Preis geh. 10 Mk., geb. 11 Mk.

Die Anregung zu der deutschen Übersetzung ist noch von dem grofsen Physiker von Helmholtz ausgegangen, der die eigenartigen Anschauungen des englischen Gelehrten einer weiteren Verbreitung für wert hielt, aber vielleicht nicht erwartete, dafs sie die der deutschen Physiker nicht wesentlich beeinflussen würden. Bis jetzt wenigstens hat die hier vorgetragene mechanistische Äthertheorie noch keinen grofsen Kreis von Anhängern gefunden, und es ist wohl anzunehmen, dafs dies auch ferner nicht erfolgen wird. Es ist immerhin interessant, die Deduktionen des Verfassers zu verfolgen, und manche seiner Demonstrationsversuche dürften sich im Schulunterricht verwerten lassen. Wie bei so manchen englischen Gelehrten mufs auch bei Herrn Lodge der historische Sinn wenig ausgebildet sein, denn er ignoriert die Forschungen deutscher Physiker fast vollständig. Der Herr Herausgeber hätte wenigstens in An-

merkungen die den deutschen Forschern im Buche selbst versagte Anerkennung zu teil werden lassen sollen. Die Übersetzung ist gut lesbar. F. TRAUMÜLLER.

MACH Dr. E. (Prof. an der Universität in Wien). Die Prinzipien der Wärmelehre, historisch-kritisch entwickelt. Mit 105 Figuren und 6 Porträts. Leipzig, Verlag von F. A. Barth 1896 VIII u. 472 S. 2. Preis geb. 11 Mk., geh. 10 Mk.

Der berühmte Physiker und Universitätslehrer führt hier den Lehrer an der Hand der Originalarbeiten (Quellen) durch die geschichtliche Entwickelung eines hochwichtigen Zweigs der Physik von den ältesten Zeiten (Heron) bis in die neueste Zeit (Mayer, Joule, Helmholtz). Die hauptsächlichsten Materien, die er behandelt, sind Thermometrie, Wärmeleitung, Wärmestrahlung, Wärmemessung (Calorimetrie), Thermodynamik etc. Das Mafs mathematischer Kenntnisse, die Verfasser bei seinen Lesern voraussetzt, ist nicht eben gering (Diff.- u. Int.-R.), besonders in der Lehre von der Wärmeleitung, wo u. a. Fouriers Arbeiten eingehender besprochen werden. Indem Verfasser sowohl die mathem.-graphischen als auch die experimentalen Hilfsmittel zum Verständnis heranzieht, verschmäht er es doch nicht, gelegentlich auch Exkurse in andre Gebiete z. B. philosophische, sprachliche, didaktische, methodologische zu thun (Sinn fürs Wunderbare, Ökonomie der Wissenschaft, Sprache, physikalische Begriffe, Wege und Ziele der Forschung). Interessant ist, wie er (S. 268), die Verdienste der Forschung über das Energieprinzip würdigend, den jedem Hauptforscher zukommenden Anteil schätzt: „Das Bedürfnis nach dem Prinzip hat Mayer am stärksten zum Ausdruck gebracht und er hat auch dessen Anwendbarkeit auf alle Gebiete dargelegt. Helmholtz verdankt man die vollständigste kritische Durcharbeitung im einzelnen und die Anknüpfung an die vorhandenen Kenntnisse. Joule endlich hat die neue Methode und Denkweise in musterhafter Weise in das Gebiet des messenden Experimentes eingeführt.“

Der Text des Buches ist mit den Bildnissen der Physiker Dalton, Black, Carnot, Clausius, Joule, W. Thomson (Lord Kelvin) geschmückt, von denen das schöne Antlitz von Carnot am meisten interessiert.

Die Natur des Werks bringt es mit sich, dafs der Leser in eine Fülle der Litteratur eingeführt wird, die den Wissensdurstigen zum Nachlesen der Originalarbeiten anregt.

Zur Charakteristik des Werkes können wir gerne unterschreiben das, was in Poskes Zeitschrift (Jahrg. X, 2. S. 111) ein Rezensent sagt: „Die vollkommene Beherrschung des Stoffes nach allen Richtungen hin, der feine Takt in der Unterscheidung des Wesentlichen von dem Unwesentlichen, die vollkommene Aufrichtigkeit in der Dar-

legung der Resultate seines ebenso eindringenden als besonnenen Denkens, die vollendete Kunst in der historischen Darstellung des Werdens und der Veränderung der Lehrbegriffe, das alles wird jedem sorgfältigen Leser des Machschen Buches Stunden des reinsten Genusses im Lernen und Erkennen bereiten, selbst da, wo er (wie der Referent) mit Mach nicht vollkommen übereinstimmt."

Bei einer neuen Auflage, die gewifs nicht lange auf sich warten lassen dürfte, möchte wohl auch der Korrektur des Druckes eine sorgfältigere Beachtung zu teil werden, ein Wunsch, den in noch höherem Mafse der oben zitierte Rezensent ausspricht. Ein Druckfehlerverzeichnis fehlt dem Werke, was darauf hindeutet, dafs Verfasser das Werk beim Abschlufs entweder für völlig korrekt gehalten oder nicht Zeit gefunden hat zu einer letzten gründlichen Durchsicht. Ebenso vermifst man ein alphabetisches Register, das in keinem neuern wissenschaftlichen Werke fehlen sollte. Ein solches macht, zumal bei dem heutigen Gedrängtsein des Lesers, die Lektüre weit fruchtbarer, es bietet so zu sagen den Schlüssel zu den mancherlei Fächern und Kästen, in denen man etwas sucht und kann von einem noch so ausführlichen Inhaltsverzeichnis niemals ersetzt werden. Solche Unterstützung ist aufser einer Lockung für die Käufer zugleich eine Höflichkeitsbezeugung für die Leser.

Doch, von diesen Äufserlichkeiten abgesehen, kann das Werk den Lehrern an Mittelschulen, und vielleicht auch an Hochschulen, zum gründlichen Studium nur dringend empfohlen werden. H.

Günther, Handbuch der Geophysik. 2. Auflage. 1. Lieferung, (S. 1—128) 1897. Verlag von Enke. Stuttgart 1897. Preis pro Lief. 3 Mk.

Von diesem Werke des fleifsigen und gelehrten Verfassers, der uns nun schon mit so vielen Kindern seiner Mufse beschenkt hat, erscheint jetzt die zweite Auflage. Die erste 1884/85 erschienene wurde in ds. Ztschr. Jahrg. XVIII (1887) S. 40 u. f. von einem unsrer Mitarbeiter ausführlich angezeigt. Indem wir auf diese lobend anerkennende Anzeige verweisen, wollen wir uns einstweilen begnügen mit der Angabe des Inhalts dieser 1. Lieferung (S. 1—128).

Nach einer ausführlichen litter.-geschichtlichen, mit einem reichhaltigen Citatenschatz schliefsenden Einleitung (S. 1—43), durch die allein schon der Verfasser sich als Gelehrter ersten Ranges dokumentiert, folgt

1. Abteilung. Die kosmische Stellung der Erde mit den Unterabteilungen:

Kap. 1. Die Kant-Laplacesche Hypothese (S. 44—64). Kap. 2. Die physische Konstitution der Körper unseres Sonnensystems (S. 65 bis 106). Kap. 3. Die der Erde ähnlichen Planeten und der Mond

(S. 107—128). Hier wird neben dem Mond besonders die Oberfläche und Atmosphäre des Mars behandelt.

Jedes dieser Kapitel schliefst mit einem Cittatenschatz. Überall wird man neben dem rein Sachlichen in eine Fülle der Litteratur eingeführt, die so organisch in den Text verwebt ist, dafs sie als integrierender Teil des Vortrags erscheint. Den weiteren Lieferungen darf man mit Interesse entgegensehen. H.

Landsberg, Streifzüge durch Wald und Flur. Eine Anleitung zur Beobachtung der heimischen Natur in Monatsbildern für Haus und Schule bearbeitet. Zweite Auflage mit 84 Illustrationen nach Originalzeichnungen von Frau G. Landsberg. XIII u. 234 S. Leipzig bei Teubner, 1897. Preis 5 Mk.

Die erste Auflage dieses Buchs wurde in Jahrg. 1895 S. 287 ff. von einem unserer Referenten lobend besprochen. Dafs schon jetzt eine neue Auflage nötig geworden ist, beweist, dafs der Verfasser einem gefühlten Verlangen nach derartigen Volks- und Jugendschriften entsprochen und dafs er gleich anfangs den richtigen Ton für dieselben getroffen hat. Diese neue Auflage hat nun aber aufser manchen Änderungen noch einen Schmuck dadurch erlangt, dafs ihr die im Titel bezeichneten zahlreichen Bilder eingefügt sind. In der That müssen diese als sehr gelungen bezeichnet werden. Bei diesen Bildern ist neben der Botanik auch die Biologie berücksichtigt. Man vergleiche z. B. die Vollbilder S. 48 „der Sumpf“ und „der See“ S. 140, ferner S. 132 (Ameisenlarve u. a.) S. 157 (Maiwurm), S. 118 (Tausendfüfse und Schnecken) und viele Pflanzenbilder mit den auf oder von ihnen lebenden Insekten z. B. S. 62 u. 66. 171 (Getreideschädlinge) 187. 206. Im Text erinnert das Buch sehr an Rofsmäfslers Jahreszeiten, die dem Verfasser als Muster vorgeschwebt zu haben scheinen. Ein ausführliches alphabetisches Namens- und Sachregister erleichtert dem wifsbegierigen Leser die Orientierung. Die Ausstattung (Druck, Papier, Einband) ist, wie man es von der Verlagshandlung nicht anders gewohnt ist, elegant.

Das Buch sei aufs neue sowohl Eltern und Erziehern als auch besonders den Vorständen der Schülerbibliotheken warm empfohlen, da es zugleich als Präparation auf den zoologischen und botanischen Unterricht und nicht minder zur Repetition dienen kann. H.

OHLERT, ARNOLD (Oberlehrer). Die deutsche höhere Schule. Ein Versuch ihrer Umgestaltung nach den sittlichen, geistigen und sozialen Bedürfnissen unserer Zeit. Hannover, Karl Meyer. 1896. Preis brosch. 4 Mk., geb. 5 Mk.*)

Die neuen Lehrpläne vom Jahre 1892 haben weder die Gegner einer zeitgemäfsen Reform befriedigt, die erklärlicherweise über das fortschreitende Aufgeben des altbewährten Prinzips humanistischer Bildung klagen, noch die Anhänger, denen die Abänderungen der früheren Lehrpläne im Sinne einer nach neuen Bildungselementen verlangenden Zeit nicht weitgehend genug sind. Indessen mögen die letzteren bedenken, dafs eine völlige Umwälzung nicht vorgenommen werden konnte schon mit Rücksicht auf den Mangel an genügend für die neuen Aufgaben vorgebildeten Lehrkräften. Betrachtet man die Einführung der neuen Lehrpläne als ersten, ernstlichen Schritt auf dem Reformwege, so mag man sich vorläufig zufrieden geben, sofern nur die leitenden Kreise gewillt sind, weiter zu gehen. Hat man dort ein festes Ziel vor Augen? Wie soll überhaupt der ganze Aufbau unseres Unterrichtssystems in Zukunft sich gestalten?

Ein Antwort auf letztere Frage giebt das oben genannte Buch von Ohlert, das wegen seiner Gründlichkeit und Wissenschaftlichkeit die Beachtung weitester Kreise verdient. Die ganze Tendenz des Buches läfst sich nicht besser kennzeichnen, als durch Anführung einiger Sätze aus dem Vorwort des Verfassers. Es heifst da: „Und eben dieses Gymnasium macht zum Hauptziele seiner Arbeit einen Gedankenkreis, der inhaltlich nahezu völlig überwunden, auch geschichtlich nur in sehr losem Zusammenhange mit der Gegenwart steht, während das Deutsche und die Naturwissenschaften, die beiden Hauptträger unserer modernen Bildung, nur in kümmerlichen Bruchstücken in die Pforten der Jugendschulen Einlafs finden". Und weiter: „Die Schule soll deutsch sein im eigensten Sinne des Wortes, daher mufs dem Unterrichte im Deutschen die vornehmste Stelle eingeräumt werden; die Schule soll modern sein im eigensten Sinne des Wortes, daher müssen die Naturwissenschaften mit vollen Segeln einziehn in unsere höheren Schulen; denn an ihnen hängt nicht nur das Verständnis für unsere äufsere Kultur, sondern in weit höherem Grade unsere gegen jedes frühere Jahrhundert so sehr veränderte, sittliche und geistige Auffassung".

Wie nun der Verfasser, ausgehend von einer gründlichen und geistvollen Bestimmung des Begriffs der allgemeinen Bildung und fufsend auf den psychologischen Grundlagen der Pädagogik die Fehler des jetzigen Systems klarlegt, die Vernachlässigung der Anschauung, das zu frühzeitige Arbeiten mit Abstraktionen, die Unterschätzung des fremdsprachlichen Unterrichts, namentlich des

*) Der Redaktion nicht eingesandt, sondern vom Referenten aus eigenem Antriebe besprochen. D. Red.

lateinischen als des angeblich wichtigsten Mittels zur sprachlich-logischen Ausbildung, die Vernachlässigung des Studiums der Muttersprache, speziell den Mangel einer gründlichen Bearbeitung und Entwicklung der Allgemeinbegriffe, wie er sodann seine eigenen Forderungen begründet, dies alles zeugt von einem umfassenden Studium der einschlägigen Litteratur sowie von einer selbständigen, gründlichen Durchdringung der Materie. Verweisend auf Comenius und Pestalozzi fordert er die weitgehendste Ausbildung der sinnlichen Anschauung. Diese „Stufe der sinnlichen Anschauung“ umfafst die ganze Zeit vor dem Eintritt in das Gymnasium und die Klassen Sexta, Quinta, Quarta. „Den Stoff des Unterrichts bilden ausschliefslich die Gegenstände der sinnlichen Anschauung. Die Abstraktion wird durch eingehende Verarbeitung der Wahrnehmungen vorbereitet“. Es folgt die Stufe der Abstraktion (Untertertia, Obertertia, Untersekunda). „Die sinnliche Anschauung bleibt Grundsatz des Unterrichts überall, wo neue Anschauungen solcher Art zu verarbeiten sind. Hauptzweck des Unterrichts ist aber die Pflege der geistigen Anschauung und die Ausbildung der Abstraktionsfähigkeit durch begriffliche Verknüpfung des Zusammengehörigen in Natur- und Menschenleben“. Die dritte Stufe, die Stufe des logischen Denkens umfafst Obersekunda und Prima. „Anschauung und Abstraktion behalten ihre Stelle im Unterrichtsverfahren. Hauptzweck aber ist die gesetzmäfsige Verknüpfung der Erscheinungen zu einem System des Wissens, die Einsicht in die Gründe des materiellen und geistigen Geschehens und eben dadurch die Ausbildung im logischen Denken“. Wichtig und wahrscheinlich für viele Lehrer neu sind die Ausführungen über den Unterschied zwischen psychologischem und logischem Denken. „Die äufsere, fälschlich sogenannte logische Form des Schlusses beruht auf einem rein psychologischen Akt der Seele, auf der Thätigkeit der Assoziation und Apperzeption. Dieser sogenannte logische Schlufs wird deshalb von jedem normal begabten Menschen unbewufst und mit unfehlbarer Sicherheit vollzogen. Der wirklich logische Wert des äufserlich rein psychologischen Schlusses wird erst gewonnen durch Hinzutritt der beiden Merkmale der Notwendigkeit und der Allgemeingültigkeit. Diese beiden Merkmale als solche zu erkennen und mit Bewufstsein und Erfolg in die logische Denkbarkeit einzuführen ist Sache eines besonderen wissenschaftlichen Verfahrens. Und eben dieses wissenschaftliche Verfahren mufs besonders erlernt werden“. „Richtiges logisches Denken in reinen Begriffen, selbständiges Urteilen und richtiges logisches Schliefsen bei allen rein geistigen Verhältnissen geht nur aus dem gründlichen Studium der Allgemeinbegriffe hervor“ (S. 111 und 112). Die Allgemeinbegriffe sind Begriffe, die, „seit der Versuch zum Denken erwachte, auf das Kulturleben der Menschheit den weitgehendsten Einflufs ausgeübt haben und die mit ihren Einflüssen und Forderungen in das gesamte geistige und

sittliche Leben der Kulturmenschheit hineinreichen". (Seite 307). „Solche Begriffe zu erörtern ist die hohe und schwere Aufgabe des Unterrichts im Deutschen, von dem hier die schwerste, aber auch die dankbarste Leistung der Erziehung gefordert wird: die Ausbildung der geistigen und sittlichen Person". (S. 108). Wie derartige Allgemeinbegriffe (Arbeit, Ehre, Pflicht, Bildung, Charakter, Persönlichkeit, Ideal, Freiheit, Sozialismus) nach bestimmtem Plane behandelt werden sollen, davon giebt der Verfasser im 2. Teile Anleitung und Beispiele.

Dafs auch die Ausbildung des religiösen und sittlichen Gefühls eingehend besprochen, unter anderm auch ein besonderer Unterricht in der Moral gefordert wird, dafs zur Ausbildung des ästhetischen Gefühls ein tieferes Eingehen, als jetzt möglich ist, in die litterarischen Kunstwerke des Altertums vermittelst deutscher Übersetzungen, dann aber eine umfassende Kenntnisnahme der deutschen Litteraturschätze gefordert wird, dafs die Wichtigkeit des Geschichtsunterrichts ausdrücklich hervorgehoben, der Geographie die gebührende Stellung eingeräumt wird, mag hier aus dem reichen Inhalt des Buches noch hervorgehoben werden.

Und nicht blofs theoretische Erörterungen enthält das Buch; im 2. Teile werden praktische Vorschläge gemacht über die Organisation des ganzen Schulwesens, die Heranbildung geeigneter Lehrkräfte, die Stoffverteilung, die Methode. Im Lehrplan nimmt die Hauptstelle das Deutsch ein mit je 6 Stunden von VI bis IIb, mit je 8 Stunden in IIa und I; der deutsche Unterricht erstreckt sich dabei auf folgende Gebiete: deutsche Sprache und Litteratur, Moralunterricht, Begriffsstudium, altklassische Lektüre. Nächst dem Deutschen nehmen den breitesten Raum die Naturwissenschaften ein mit je 5 Stunden in VI und V und je 4 Stunden in den übrigen Klassen. Das Französische (nach induktiver Methode) setzt in V, dagegen Latein erst in IIIb ein, während Griechisch ganz fortfällt. Die Mathematik soll die bisherige Stundenzahl behalten bis IIa, dagegen in I auf 3 Stunden beschränkt werden.

Man mag manches gegen die Ausführungen des Verfassers einzuwenden haben, man wird vor allem das Bedenken erheben können, ob der Betrieb der Naturwissenschaften in der vorgeschlagenen Ausdehnung schon in den untersten Klassen möglich ist, es wird der Mathematiker mit der Beschränkung der mathematischen Lehrstunden sowie mit manchen Erörterungen über Umfang und Methode des mathematischen Unterrichts sich nicht einverstanden erklären — immerhin mufs das Buch der Beachtung aller Fachgenossen aufs wärmste empfohlen werden sowie aller derjenigen, die von der Überzeugung durchdrungen sind, dafs unsere ganze Kulturentwicklung auf eine gründliche und weitgehende Reform des ganzen Unterrichtswesens mit Naturnotwendigkeit hindrängt.

Wilhelmshaven. Prof. Dr. Zügb.

B. Programmschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme der Preufsischen Provinz Hessen-Nassau. 1895 und 1896.

Referent Dir. a. D. Dr. Ackermann-Kassel.

Frankfurt a. M. Städtisches Gymnasium. Progr. Nr. 394. Prof. Dr. Karl Israel-Holtzwart: *Grundlagen und Methoden des tabellarischen Rechnens.* 4°. 57 S. Ostern 1895.

Eine Reihe von Aufsätzen aus dem Gebiete des Elementarunterrichts in der Mathematik, die solche Rechnungsoperationen behandeln, deren Ausführung einesteils an den Gebrauch von Tafeln gebunden ist, andernteils mit tabellarischen Hilfsmitteln einfacher und rascher bewirkt werden kann, als auf direktem Wege. Vor allem gehört dahin das logarithmische und trigonometrische Rechnen, dann aber auch das Radizierungsverfahren.

Da die Behandlung der Reihen, der theoretischen Grundlagen aller Tafeln, nur in den Oberrealschulen bedingungslos, in den Realgymnasien nur unter Vorbehalt zugelassen, im Gymnasialunterricht dagegen grundsätzlich ausgeschlossen ist, erwächst dem Mathematiklehrer des Gymnasiums die Notwendigkeit, eine Begründung der betreffenden Lehren auf anderem Wege zu suchen. Freilich mufs er dabei Bedacht darauf nehmen, dafs nur solche Begründungsmittel zur Anwendung gelangen, die den Schülern der Mittelstufe eröffnet worden sind.

Verfasser beginnt mit der elementaren Berechnung der dekadischen Logarithmen. Eine dazu nötige Hilfstafel, sowie Betrachtungen über zulässige Abkürzungen im tabellarischen Rechnen schliefsen sich daran an. Es folgt die Bestimmung eines beliebigen Logarithmus und Numerus auf Grund der Hilfstafel. Der Napier'schen Stabrechnung (Napier'sche Tafel mit beweglichen Kolumnen-Rhabdologie) ist das folgende Kapitel gewidmet. Dann wird übergegangen zu den Grundlagen der trigonometrischen Tafeln unter besonderer Berücksichtigung des Fundamentalsinus. Die zweite Hälfte der Arbeit, S. 15—34, beschäftigt sich mit der Wurzelrechnung und damit Zusammenhängendem und beginnt mit der tabellarischen Berechnung von Wurzeln eines beliebigen Grades, giebt dazu die erforderlichen Tafeln, sowie Rechnungsbeispiele. Daran schliefst sich die Darlegung einer allgemeinen Methode zur gegenseitigen Verwandlung von Wurzeln beliebiger Grade mit Quadrattafeln und hieran Erörterungen über einen erweiterten Gebrauch dieser Tafeln zur Berechnung beliebiger Wurzeln, Potenzen, Produkte und Quotienten. Überall — und das sei besonders rühmend hervorgehoben — wird Veranlassung genommen, auch auf die historische Entwickelung der einzelnen Lehren, teils in kurzen Anmerkungen, vielfach jedoch auch eingehender, hinzuweisen.

In einer Schlufsbetrachtung verhehlt sich Verfasser nicht, dafs er in Betreff der praktischen Durchführbarkeit seiner vielfach recht erwägungswerten Vorschläge bei vielen Fachgenossen auf Zweifel und Widerspruch stofsen werde und sieht sich zu Erwägungen veranlafst, die ihn vor die grundsätzliche Frage stellen, ob überhaupt die heutige, aus einer weit zurückliegenden Zeit hervorgegangene Praxis des mathematischen Unterrichts auf die Dauer sich werde aufrecht halten lassen gegenüber den stetig wachsenden und teilweise auf ganz anderen Grundanschauungen beruhenden Forderungen der Neuzeit. In einem Anhange (S. 44—57) tritt er dieser Frage näher und legt in drei Kapiteln: 1. „Dualismus zwischen reiner und angewandter Mathematik", 2. „Melanchthons Reform des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts", 3. „Die Verhältnisse der Gegenwart", seine Anschauungen dar. Er verlangt, dafs eine ausschliefsliche Betonung der formalen Seite der Mathematik aufgegeben werde, wie schon der alte Melanchthon bei aller Hochschätzung der formal bildenden Kraft mathematischer Studien der Überzeugung Ausdruck

gegeben habe, dafs diese letzteren erst in den Anwendungen ihre wahre und eigentliche Bestimmung fänden. Die *mathesis pura* ist auf ein Minimum zu beschränken, die Theorie mufs auf das knappste Mafs eingeschränkt werden, belehrende und das Interesse an der Theorie belebende Anwendungen sind möglichst stark heranzuziehen, und hierbei sollen einerseits die Forderungen des bürgerlichen und sozialen Lebens (so namentlich auch Alters- Invaliditäts- und Versicherungsrechnung) und anderseits die Disziplinen der Physik, Chemie, Krystallographie, praktischen Geometrie, Chronologie und ganz besonders der mathematischen Geographie in hervorragender Weise Berücksichtigung finden.

Frankfurt a. M. Adlerflychtschule (Realschule). Progr. Nr. 427. Oberlehrer Dr. Otto Rausenberger: *Hydrodynamische Untersuchungen und deren Anwendung auf die Bewegungen der Atmosphäre.* 4°. 44 S. Ostern 1895.

Es wird der Nachweis versucht, dafs die landläufige Erklärung der Wirbelstürme, sie würden hervorgerufen durch Minima oder Maxima des Luftdrucks, nicht richtig sei, dafs der Wirbelsturm vielmehr selbst das Minimum (eventuell auch etwas dem Minimum Ähnliches) erzeuge.

Von den allgemeinsten hydrodynamischen Formeln ausgehend entwickelt Verfasser streng mathematisch die Theorie und stellt die Hauptresultate seiner Untersuchungen in folgenden Thesen zusammen:

1. Die Endursache der atmosphärischen Bewegungen ist die ungleiche Erwärmung verschiedener Teile der Erdoberfläche durch die Sonne; die regelmäfsigeren Bewegungen erklären sich aus dieser Ursache unter Zuhilfenahme der Erdrotation.

2. Die einzelnen Minima und Maxima sind im allgemeinen nicht auf lokale Luftauflockerungen in Folge der Erwärmung, resp. Luftverdichtungen in Folge der Abkühlung zurückzuführen, namentlich dann nicht, wenn diese Minima und Maxima fortschreiten. Die Wirbelstürme sind nicht das Produkt der Minima und Maxima.

3. Die meisten Wirbelbewegungen der Luft sind als notwendige Unstetigkeiten in der zumeist stetigen Luftbewegung aufzufassen; sie erzeugen bei cyklonaler Bewegung, die durch den Luftzustrom begünstigt wird, Minima, bei anticyklonaler in gewisser Hinsicht auch Maxima.

4. Fortschreitende Wirbelbewegungen können auch sekundäre Maxima und Minima nach sich ziehen.

Kassel. Oberrealschule. Progr. Nr. 422. Oberlehrer Dr. Karl Knabe: *Heinrich Gräfe, der erste Leiter der jetzigen Oberrealschule.* 4°. 12 S. Ostern 1896.

Die vorliegende Programmabhandlung verdient hier Erwähnung, weil sie das Leben und die Bedeutung eines hochangesehenen Pädagogen schildert, der neben einer reich gesegneten praktischen und fruchtbringenden litterarischen Thätigkeit auf rein pädagogischem und sprachlichem Gebiete auch eine Reihe durchweg in mehreren Auflagen erschienener vortrefflicher Lehrbücher und Aufgabensammlungen für den Rechenunterricht, wie auch Leitfäden für den naturbeschreibenden Unterricht verfafst hat. Erstere, zum Teil aus den 30er Jahren stammend, haben sich sehr lange im Gebrauch erhalten; so hat sie Referent bei seiner ersten Lehrthätigkeit am Gymnasium zu Fulda noch im Anfang der 60er Jahre eingeführt gefunden. Der uns zu Gebote stehende Raum verbietet, wenn auch nur auszugsweise, über die Lebensschicksale des hervorragenden Schulmannes zu berichten. Nur eine Epoche mag hier kurz Erwähnung finden, die widerliche Mafsregelung durch die Hassenpflug'sche Regierung unseligen Andenkens. Gräfe war 1849 zum Mitglied der kurhessischen Ständeversammlung gewählt worden. Im Jahre 1850 erfolgte der Umsturz der Verfassung und die Auflösung der Stände

durch eben jenen Hassenpflug. Es etablierte sich ein bleibender Ständeausschufs, dem auch Gräfe angehörte, und der energisch zur Wiederherstellung der gesetzlos beseitigten Verfassung kämpfte. Gräfe liefs ein Buch „Der Verfassungskampf in Kurhessen" erscheinen, in welchem allerdings jede Ängstlichkeit in der Ausdrucksweise vermieden war. Deshalb vor ein aus Strafbayern (Bundesexekution) zusammengesetztes Kriegsgericht gestellt, wurde Gräfe zu dreimonatlicher Festungsstrafe verurteilt mit dem Zusatz: Aberkennung des Rechtes die kurhessische Nationalkokarde hinfürder zu tragen. Dieser Zusatz wurde gemacht, um eine Handhabe zu besitzen, den verhafsten Mann aus seiner amtlichen Stellung zu bringen. Gräfe verbüfste einen Teil der ihm zudiktierten Strafe, floh dann in die Schweiz und erhielt im Jahre 1855 die ehrenvolle Berufung als Direktor der Realschule in Bremen. Am 22. Juli 1868 endete das in pädagogischer Thätigkeit reich gesegnete Leben des allgemein verehrten, mit herrlichen Gaben und unentwegtem Rechtssinn und Wahrheitsliebe ausgezeichneten Mannes.

Frankfurt a. M. Kaiser-Friedrichs-Gymnasium. Progr. Nr. 395. Oberlehrer Georg Degenhardt: *Praktische Geometrie auf dem Gymnasium.* 4°. 30 S. mit 3 lithogr. Tafeln. Ostern 1896.

Verfasser wünscht, dafs der geometrische Unterricht in den Unter- und Mittelklassen des Gymnasiums durch Aufnahme elementarer Aufgaben aus der Feldmefskunst belebt werden möchte. Er weist zunächst auf die dahin gehenden Bestrebungen anderer zum Teil namhafter Mathematiklehrer hin. Die Schwierigkeit, welche der Einführung derartiger Übungen bis jetzt entgegentrat, erblickt er hauptsächlich in der Auswahl einfacher Apparate, deren Verständnis und Handhabung auch einem Schüler der unteren und mittleren Klassen möglich ist. Für die Unterstufe empfiehlt er folgende Instrumente (Preise in Mark in Parenthese): Senkel (1—2), 2 Mefslatten in Länge von 2—3 m (können selbst angefertigt werden, sonst à 5), endlich folgende 5 Ohmann'sche Feldwinkelmesser: 6 Fluchtstäbe (9), Mefsband (6), Kreuz- und Winkelscheibe (16), Dosenlibelle (1,50) und einfache Röhrenlibelle (3); für die Mittelstufe: Storchschnabel (5), Mefstisch nebst Diopterlineal (16,50), Nivellierlatte mit Centimeterteilung (20); für die Oberstufe dazu noch: Winkelspiegel (12), Winkelprisma (15), Bufsole mit Galvanometerrahmen (6,50), Theodolitmodell (50 bis 100) und Sextantmodell (30).

In weiteren Abschnitten wird eine reiche und zweckentsprechende Auswahl von Aufgaben aus der praktischen Geometrie gegeben, deren Ausführung, wenn auch nur teilweise und unter Benutzung von schulfreien Stunden, als Ergänzung des Klassenunterrichts gewifs als sehr erspriefslich sich erweisen wird.

Schmalkalden. Realprogymnasium (Realschule). Progr. Nr. 419. Direktor Karl Homburg: *Festschrift zur 50jährigen Jubelfeier der Schule.* 4°. 46 S. Juni 1896.

Bis zum Ende des ersten Viertels unseres Jahrhunderts bestanden in Schmalkalden zwei altehrwürdige Lyceen, ein lutherisches und ein reformiertes, die beide nach langem Siechtum dem *Marasmus senilis* am 1. Juli 1825 zum Opfer fielen. An ihre Stelle trat ein sehr bescheidenes Gebilde, eine sogenannte Rektorklasse, auch euphemistisch Progymnasium genannt, wo in zweijährigem Kursus Latein, Griechisch und Französisch gelehrt wurde. Eine Regierungsverfügung vom Jahre 1841 gab den Anstofs zur Gründung einer Realschule, die nach weitläufigen Verhandlungen anfangs 1846 endlich eröffnet werden konnte. Mannigfache Wandlungen hat die Anstalt, wie alle derartigen Schulen in dem kleinen Städtchen des ehemaligen Kurstaates, im Laufe der Jahrzehnte durchgemacht. Er öffnet mit 42 Schülern in 3 Klassen, viele Jahre lang untergebracht in

dem Gebäude der Volksschule, besitzt sie jetzt in einem schönen, von einem kleinen Parke umgebenen neuen Gebäude ein eigenes Heim, hat wie alle preufsischen Realschulen eine feste Organisation, zählt 6 Realklassen mit parallelen Progymnasialabteilungen, ein zehnköpfiges Lehrerkollegium und weit über hundert Schüler.

Bockenheim. Realschule. Progr. Nr. 421. Professor Dr. L. Stelz und Oberlehrer Dr. Grede: *Der Schulgarten der Bockenheimer Realschule zu Frankfurt a. M.* 8°. 53 S. mit Plan. Ostern 1896.*)

Die Realschule der seit Kurzem in Frankfurt aufgegangenen ehemaligen kurhessischen Stadt Bockenheim erfreut sich seit fünf Jahren des Besitzes eines Schulgartens, um den sie zu beneiden ist. Er ist aus kleinen Anfängen herausgewachsen. Zunächst (1892) war es nur eine Rabatte von 72 m Länge und $1\frac{1}{2}$ m Breite, auf der einige für den Unterricht bestimmte Pflanzen kultiviert wurden. Im Frühjahr 1893 kam ein an den Schulhof stofsendes, 200 qm grofses Landstück hinzu und im darauf folgenden Jahre wurde ein 28 qm Oberfläche haltender Hügel angegliedert, der aus grofsen Felsstücken von Basalt, Quarzit und Taunusschiefer aufgebaut und dann mit der nötigen Erdkrumme versehen wurde. Als Schlufsstein wurden dann im nächsten Jahre allerhand andere schöne Anlagen hinzugefügt: ein Springbrunnen mit Wasserfall, ein Teich, eine Grotte und ein Gartenhaus, alles dies auf einem Areal von 177 qm. Das 32 qm Grundfläche messende Gartenhaus wird als Lehrraum benutzt, im Sommer stehen darin einfache Bänke, die eine auch grofse Klasse aufzunehmen im Stande sind.

Die Kosten der Anlagen, (aufser der ursprünglichen Rabatte) sind lediglich aus freiwilligen Beiträgen seitens der Schülereltern und aus den durch zahlreiche (20) Vorträge der Mitglieder des Lehrerkollegs eingegangenen Geldern bestritten worden. Hut ab vor solcher Opferwilligkeit! Auch Gärtner und Handwerker haben das Unternehmen durch freundliches Entgegenkommen wacker unterstützt.

Soweit ein Auszug der Entstehungsgeschichte des Gartens. Das Programm giebt nun ferner eine Zusammenstellung der kultivierten Pflanzen: 344 Arten, darunter 273 Dikotyledonen, 56 Monokotyledonen nebst Gymnospermen. Die stärkste Familie, die der Kompositen, umfafst 28 Arten. Weitere Abschnitte geben Auskunft über die Verteilung der Pflanzen im Garten nach ihren natürlichen Lebensbedingungen; den Nachweis, dafs die angepflanzten Gewächse auch die wichtigeren morphologischen Verhältnisse zur Anschauung bringen, dafs das gleiche der Fall ist bezüglich der wichtigeren physiologischen Vorgänge. Den Beschlufs macht ein Verzeichnis der kultivierten Getreidearten, der in technischer Beziehung nutzbringenden und der Gift- und offiziellen Pflanzen.

C. Zeitschriftenschau.

Zusammengestellt von Realschuloberlehrer Dr. Max Richter-Leipzig.

Österreichische Zeitchrift für das Realschulwesen.

Jahrgang XX, 1895.

(Vergl. die allgemeinen Bemerkungen in Bd. 27, S. 136.)

Es mögen zuerst die das mathematische und naturwissenschaftliche Gebiet berührenden Aufsätze skizziert werden.

---

*) Siehe auch den Bericht über die pädagogische Sektion der Frankfurter Naturforscherversammlung 1896 im laufenden Jahrgang, Heft II, S. 71 u. f. D. Red.

Heft 1 enthält einen trefflichen Artikel von Maifs-Wien über „physikalische Aufgaben und ihre Verwertung im Unterrichte". Er fordert eine konkrete, den wirklichen Verhältnissen angepafste Formulierung der Aufgaben, und betont ihre Wichtigkeit für die Vertiefung und Belebung des vorher experimentell behandelten Stoffes, namentlich auch bei der Wiederholung auf der oberen Unterrichtsstufe und endlich als geeignetes Material bei Prüfungen. Weiter bespricht Hribar-Teschen in einer kurzen Notiz „zur Subtraktion mehrfach benannter Zahlen" den Unterschied des Resultates, der entsteht, wenn man bei der Bestimmung des Lebensalters jeden Monat zu 30 Tagen, oder den „geborgten" Monat zu soviel Tagen rechnet als er hat.

Heft 2 bringt „das Cycloidenpendel in elementarer Behandlung" von Fegerl-Mähr.-Neustadt und einen Aufsatz von Günther-München „über einige goniometrische Reihenentwicklungen", die u. a. für die Behandlung der Abweichung der Erde von der Kugelgestalt von Wichtigkeit sind.

Heft 3. Ströll-Zara führt die „Kubatur des n-seitigen Pyramidenstutzes" (d. h. eines von zwei parallelen Ebenen begrenzten Teiles einer Pyramide) auf die Kubatur des dreiseitigen zurück.

Heft 4 und 5. Bazala-Bielitz schreibt über den „abgestuften Unterricht im allgemeinen und in der Geometrie im besonderen". In Anlehnung an spezifisch österreichische Verhältnisse redet er einer Zweiteilung des geometrischen Unterrichts das Wort, in der Weise, dafs in den beiden ersten Jahren (3. u. 4. Realschulklasse) eine anschauliche, und dann erst in der 5. und 6. Klasse eine systematische und streng wissenschaftliche Behandlung des Stoffes erfolgen solle. Gegen die Vorschläge im einzelnen ist mancherlei einzuwenden (was zum Teil bereits von der Redaktion in Anmerkungen geschehen ist); so ist z. B. die „anschauliche" Behandlung des Parallelogramms, bei der die Anwendung der Kongruenz verpönt wird, nichts weniger als klar und fafslich. Weil z. B. das Parallelogramm an der einen Ecke ebenso aussieht wie an der gegenüberliegenden, so sollen sich die Diagonalen gegenseitig halbieren. Mit derartigen Schlüssen wird vielfach operiert. Wir können uns überhaupt nicht dafür erwärmen, dem propädeutischen Unterrichte eine allzugrofse Ausdehnung zu geben. Die Gefahr liegt nur zu nahe, dafs die Schüler sich dabei an oberflächliches Urteilen und Denken gewöhnen. Dagegen können wir den Bemerkungen des Verfassers über das geometrische Zeichnen und die darstellende Geometrie fast durchaus beistimmen.

Heft 6. Bretschneider-Eisenstadt schlägt in einer „Bemerkung zum Resolvieren und Reduzieren" eine Darstellungsweise vor, die sich durch Einfachheit und Übersichtlichkeit auszeichnet. — Hartl-Reichenberg giebt für den „Unterricht in der Logarithmenlehre" ein einfaches und zweckmäfsiges Verfahren an, wie man Beispiele für das logarithmische Rechnen bilden kann, bei denen das Endergebnis ohne Interpolation aus der Tabelle abgelesen werden kann, was für den Anfänger, der erst mit dem Gebrauche der Tabelle vertraut werden mufs und nicht mit zu vielen verschiedenartigen Operationen auf einmal überlastet werden soll, entschieden eine Erleichterung bedeutet. — Endlich giebt Daurer-Wien eine durch grofse Einfachheit sich auszeichnende trigonometrische „Lösung des Pothenotschen Problems" unter Benutzung der Umkreise der beiden Dreiecke, in die das Viereck durch die eine Diagonale geteilt wird.

Heft 7 enthält nichts spezifisch Mathematisches oder Naturwissenschaftliches, wohl aber einen sehr lesenswerten Aufsatz von Apitsch-Neutitschein „zur Methodik des Zeichenunterrichtes".

Heft 8. W. v. Miorini-Pola leitet die Formeln für den „Rauminhalt des Ikosaeders und des Dodekaeders" in einer eleganten und für beide Körper ganz übereinstimmend verlaufenden Entwickelung ab,

indem er den Umkreisradius des Mittelschnittes verwendet, der bei beiden Körpern ein regelmäſsiges Zehneck ist. — Lesky-Klagenfurt entwickelt eine „Tangenten- und Normalenkonstruktion der Ellipse", deren Grundlage man etwa in den Satz zusammenfassen kann: Bringt man eine im Endpunkte A der groſsen Achse gezogene Tangente mit einer im beliebigen Punkte B der Ellipse gezogenen Tangente zum Schnitte, so schneidet das von dem Schnittpunkte auf AB gefällte Lot von der groſsen Achse ein konstantes Stück ab, welches gleich dem Halbparameter der Ellipse ist.

Heft 9. Fegerl teilt eine „elementare Entwickelung für den Wert der Centrifugalkraft" mit, bei der recht deutlich hervortritt, daſs die Richtungsänderung des bewegten Körpers das ausschlaggebende Moment für die Entstehung des Centripetalbeschleunigung ist. — Weiter ist aus der Zeitschrift „das Wetter" ein interessanter Aufsatz über „durch Blitzeinwirkungen im menschlichen Körper hervorgerufene Veränderungen" abgedruckt.

Heft 10. Fegerl berichtet „über Feldmeſsübungen in Verbindung mit dem geometrischen Unterrichte in den unteren Klassen der Mittelschulen" auf Grund dreijähriger Erfahrungen. Die Übungen fanden auſserhalb des Unterrichts an freien Nachmittagen bei freiwilliger Beteiligung statt. Nach einem Überblick über die benutzten Apparate werden sämtliche gelöste Aufgaben mitgeteilt; uns scheint das Pensum, namentlich mit Rücksicht auf das jugendliche Alter der Schüler (2. u. 3. Klasse) recht umfänglich bemessen zu sein.

Heft 11. Von Janisch-Wien werden „einige einfache Folgerungen aus der Polargleichung eines Central-Kegelschnittes" besprochen, die zur punktweisen Konstruktion des Kegelschnittes verwendet werden. Dann dehnt er seine Methode auch auf die Mittelpunktsgleichung der Kegelschnitte aus. Die Konstruktionen sind zu den einfachen entschieden nicht zu zählen.

Heft 12. Derselbe Verfasser schreibt „über die Symmetrieverhältnisse des hyperbolischen Paraboloides" auf Grund der Darstellung der Fläche in Grundriſs und Aufriſs.

Jedes Heft enthält auſserdem „Schulnachrichten", die sich nicht nur auf das österreichische, sondern auch auf das ausländische Schulwesen beziehen, und Organisation, Lehrpläne, Methodik, Schulgesetzgebung, endlich auch Gehaltsverhältnisse bei den verschiedenen Schulgattungen betreffen.

Aus der ungemein reichhaltigen „Bücher-, Zeitungs- und Programmschau" können wir nur weniges herausheben.

Von Büchern allgemeinen Inhaltes sei hingewiesen auf die ausführliche Anzeige von Ziegler, Handbuch der Erziehungs- und Unterrichtslehre für höhere Schulen; von mathematischen: Veroneses Grundzüge der Geometrie; Kronecker, Vorlesungen über Mathematik, Bd. I; Biermann, Elemente der Mathematik; Henke, die Methode der kleinsten Quadrate; Haas, Anwendung der Differentialrechnung auf die ebenen Kurven (nach System Kleyer), wobei der Referent (Zahradniček) genötigt war, ungezählte Versehen und Druckfehler, zum Teil recht bedenklicher Art, namhaft zu machen, Holzmüller, methodisches Lehrbuch der Elementarmathematik, I—III, wobei verschiedene Einwendungen, die der Referent (Schiffner) bei den beiden ersten Teilen zu machen hatte, noch zu einer Entgegnung des Verfassers und einer Replik des Referenten geführt haben; endlich noch zwei mit sehr warmer Anerkennung besprochene Werke über darstellende Geometrie: Schlotke, Lehrbuch der darstellenden Geometrie, Bd. III und Wildt, praktische Beispiele aus der darstellenden Geometrie. Aus dem Gebiete der Naturwissenschaften seien nur hervorgehoben: Wüllner, Lehrbuch der Experimentalphysik, Bd. I, 5. Aufl.; Winkelmann, Handbuch der Physik, Lief. 20—24; Kirchhoff, Vorlesungen über mathe-

matische Physik, Bd. IV; Hertz, gesammelte Werke, Bd. III; Abercromby, das Wetter; Kratzer, Grundrifs der Elektrotechnik; Gretschels Jahrbuch der Erfindungen und Wildermann, Jahrbuch der Naturwissenschaften.

In der Journalschau fehlt kaum eine der wichtigeren Zeitschriften; die Übersicht über den Jubelband unserer Zeitschrift, die in Heft 8 zu finden ist, schliefst mit einer Beglückwünschung des Herausgebers.

Endlich mögen aus der grofsen Zahl der besprochenen Schulprogramme einige namhaft gemacht werden, die vielleicht auch für unsere Leser von Interesse sind: Haas, über einige Apparate zur Demonstration der Präzession, sowie über einige mit der Präzession zusammenhängende historische Thatsachen (Obergymnasium 6. Bezirk, Wien 1894); Kriebel, Galileis Untersuchung der Fallbewegung (Oberrealschule Czernowitz 1894); Obenrauch, Monge, der Begründer der darstellenden Geometrie (Oberrealschule Brünn 1894/95); Schmid, Über die Bestimmung der Maxima und Minima mit Hilfe der elementaren Mathematik (Obergymnasium Iglau 1893); Volderauer, Konstruktive Behandlung astronomischer Aufgaben (Oberrealschule Bunzlau 1894); Prohaska, Über Gewitter und deren Klassifikation (Gymnasium Graz 1894); Fugger, Über Eishöhlen und Windröhren Oberrealschule Salzburg 1893); Winkler, Ethik in der Naturgeschichte Unterrealschule 2. Bezirk, Wien 1894).

D. Bibliographie.

(März 1897.)

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Nieden, Konrekt. Dr., Allgemeine Pädagogik auf psychologischer Grundlage und in systematischer Darstellung. (192 S.) Strafsburg, Strafsb. Verlagsanstalt. 2,00.

Kehrbach, Geschichte des Unterrichts- und Erziehungswesens. (26 S.) Leipzig, Göschen. 1,00.

Sully, Prof. Dr., Untersuchungen über die Kindheit. Psychologische Abhandlungen für Lehrer und gebildete Eltern. Aus dem Englischen von Dr. Stimpfl. (374 S.) Leipzig, Wunderlich. 4,00.

Bosse-Büchlein. Aussprüche und Ausführungen des preufs. Kultusministers über und für Schule und Lehrerstand. (51 S.) Halle, Schroedel. 0,50.

Leisner, O., Sturm und Drang in der Pädagogik am Ausgang des 19. Jahrhunderts. (59 S.) Leipzig, Fleischer. 0,80.

Schiller, H., Der Stundenplan. Ein Kapitel aus der pädagogischen Psychologie und Physiologie. (69 S.) Berlin, Reuther & Reichard. 1,50.

Hohmann, Rektor, Die Erziehung im Elternhause. (27 S.) Bielefeld, Helmich. 0,60.

Scherer, Schulinsp., Die Pädagogik in ihrer Entwicklung im Zusammenhange mit dem Kultur- und Geistesleben und ihrem Einflufs auf die Gestaltung des Erziehungs- und Bildungswesens etc. etc. 1. Bd. Die Pädagogik vor Pestalozzi. (581 S.) Leipzig, Brandstetter. 8,00.

Knortz, Schulsuperint., Individualität. Pädagogische Betrachtungen. (46 S.) Leipzig, Mayer. 1,00.

Friberg, Entstehung und Entwicklung der Volkshochschulen. Bern, Steiger. 1,80.

Kraepelin, Prof. Dr., Zur Überbürdungsfrage. (41 S.) Jena, Fischer. 0,75.

Laacke, Das Besoldungswesen der Lehrer im deutschen Reiche und das neue Besoldungsgesetz in Preufsen. (203 S.) Leipzig, Wunderlich. 2,00.

Kühner, Dr., Zur Reform des Unterrichts und der Erziehung. (16 S.) Bielefeld, Helmich. 0,40.

Mathematatik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Rosenberg, Seminarprof. Dr., Methodisch geordnete Sammlung von Aufgaben aus der Planimetrie und Stereometrie für Lehrerbildungsanstalten. Wien, Hölder. Geb. 1,90.

Silber, Praktische Schattenkonstruktionen und Perspektiven. 21 Tafeln in farbigem Lithographiedruck. Berlin, Frantz. 12,00.

2. Arithmetik.

Gillmer, Elemente der Algebra oder praktische Anleitung zur rationellen Erlernung des Auflösens der Gleichungen vom 1. bis 3. Grade. (279 S.) Ilmenau, Schröter. Geb. 6,00.

Cronauer, Der heutige Stand der Methodik des Rechenunterrichts. (81 S.) Ludwigshafen, Hofmann. 1,00.

Schubert, Gymn.-Prof. Dr., Fünfstellige Tafeln und Gegentafeln für logarithmisches und trigonometrisches Rechnen. (157 S.) Leipzig, Teubner. Geb. 4,00.

Knilling, Die naturgemäfse Methode des Rechenunterrichtes in der deutschen Volksschule. Ein neues theoretisch-praktisches Handbuch. 1. Teil: Die psychologischen Grundlagen der naturgemäfsen Rechenmethode. (372 S.) München, Oldenburg. 6,00.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie, Geodäsie, Mechanik.)

Schwarzschild, Dr., Die *Poincaré*sche Theorie des Gleichgewichts einer homogenen rotierenden Flüssigkeitsmasse. (69 S.) München, Franz. 5,00.

Witt, Astronom, Der Planet Saturn. (42 S. m. Illustr.) Berlin, Paetel. 0,80.

Physik.

du Bois-Reymond, Gedächtnisrede auf Hermann v. Helmholtz. (50 S.) Berlin, Reimer. 2,00.

Helmholtz, H. v., Vorlesungen über theoretische Physik. 5. Bd. Vorlesungen über die elektromagnetische Theorie des Lichts. Herausg. von A. König und C. Runge. (370 S.) Hamburg, Vofs. 14,00.

Boltzmann, Prof. L., Über die Unentbehrlichkeit der Atomistik in der Naturwissenschaft. (16 S.) Wien, Gerold. 0,40.

Bucherer, Dr., Grundzüge einer thermodynamischen Theorie elektrochemischer Kräfte. (144 S.) Freiberg, Craz. 4,00.

Vogt, Das Wesen der Elektrizität und des Mangnetismus auf Grund eines einheitlichen Substanzbegriffes. (135 S.) Leipzig, Wiest. 2,50.

Neumann, Dr., Theorie und Praxis der analytischen Elektrolyse der Metalle. (224 S.) Halle, Knapp. 7,00.

Pauli, Dr., Der 1. und 2. Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie und der Vorgang der Lösung. (115 S.) Berlin, Krayn. 2,00.

Kohlschütter, *Ernst Florens Friedrich Chladni.* (45 S.) Hamburg, Verlagsanstalt. 0,80.

Chemie.

Oettel, Dr., Elektrochemische Übungsaufgaben. Für das Praktikum sowie zum Selbstunterricht zusammengestellt. (53 S.) Halle, Knapp. 3,00.

Marckwald, Dr., Die Benzoltheorie. (34 S.) Stuttgart, Enke. 1,00.

Liesegang, Chemische Fernwirkung. (8 S.) Düsseldorf, Liesegang. 0,60.
Kahlbaum, Prof. Dr. und A. Hoffmann, Die Einführung der *Lavoisierschen* Theorie, im Besonderen in Deutschland. Über den Anteil Lavoisiers an der Feststellung der das Wasser zusammensetzenden Gase. (211 S.) Leipzig, Barth. 4,00.
Schulze, Dr., Vorschule der anorganischen Experimentalchemie und der qualitativen Analyse mit Berücksichtigung der Mineralogie. (155 S.) Dessau, Kahle. 2,50.
Fischer, Prof. Dr., Die chemische Technologie der Brennstoffe. (647 S.) Braunschweig, Vieweg & S. 18,00.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Brehm, A., Die Rinder. (Aus Brehms Tierleben). (103 S.) Leipzig, Bibliographisches Institut. 0,10.
Conrad v. Megenberg, Das Buch der Natur. Die erste Naturgeschichte in deutscher Sprache. In neuhochdeutscher Sprache bearb. und mit Anm. vers. von Prof. Dr. Schultz. (445 S.) Greifswald, Abel. 9,00.
Fleischmann, Prof. Dr., Lehrbuch der Zoologie. Nach morphogenetischen Gesichtspunkten bearb. Allgemeiner Teil. (191 S.) Wiesbaden, Kreidel. 3,60.
Floericke, Dr. Ornithologe, Praktische Anweisung zum Ausstopfen der Säugetiere. (42 S.) Leipzig, Ernst. 0,75.
Martens, Prof. Dr. v., Beschalte Weichtiere Deutsch-Ostafrikas. (308 S. mit zahlr. Textabb. u. 7 Taf.) Berlin, Reimer. 28,00.
Stoll, Prof. Dr., Zur Zoogeographie der landbewohnenden Wirbellosen. (114 S.) Berlin, Friedländer. 4,00.
Wasmann, S. I., Instinkt und Intelligenz im Tierreich. Ein kritischer Beitrag zur modernen Tierpsychologie. (94 S.) Freiburg, Herder. 1,80.
Kohlwey, Dr., Arten- und Rassenbildung. Eine Einführung in das Gebiet der Tierzucht. Mit Vorwort von Prof. Dr. Eimer. (72 S.) Leipzig, Engelmann. 1,00.

2. Botanik.

Schumann, Prof. Dr., Sukkulente Reiseerinnerungen. (22 S.) Neudamm, Neumann. 1,00.
Bryk, Dr., Kurzes Repetitorium der Botanik (Anatomie, Morphologie, Physiologie und Systematik). 2. Aufl. (121 S.) Wien, Breitenstein. 1,60.

3. Mineralogie.

Morin, Gymn.-L., Naturkunde für Mittelschulen. 3. Teil: Mineralogie. (172 S.) München, Oldenburg. Geb. 2,00.

Geographie.

Debes Schulwandkarte von Afrika. 1 : 6 Mill. Lpz., Wagner & Debes. 8,00.
Neuguinea-Compagnie, Nachrichten über Kaiser-Wilhelmsland u. den Bismarckarchipel. (87 S. m. Karte). Berlin, Asher. 1,50.
Schweinfurth, Die Umgegend von Heluan als Beispiel der Wüsten-Denudation 1 : 30 000. 54 : 76 cm. Berlin, Reimer. 8,00.
Peucker, Dr., Atlas für Handelsschulen. 36 farbige Hauptkarten und 64 Nebenk. Wien, Artaria. Geb. 6,50.
Frobenius, Oberstlieut., Die Erdgebäude im Sudan. (36 S. m. 16 Abb.) Hamburg, Verlagsanstalt. 0,80.

Geistbeck, Dr., Bilderatlas zur Geographie von Europa. Mit beschreib. Text. Mit 233 Holzschnitten nach Photogr. und Zeichnungen von Compton, Eckenbrecher, Heubner etc. (184 S.) Leipzig, Bibliographisches Institut. Geb. 2,25.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Bobeck, Dr., Einleitung in die projektivische Geometrie der Ebene. Ein Lehrbuch für höhere Lehranstalten und für den Selbstunterricht. Nach den Vorträgen des Herrn Küpper bearb. 2. Ausg. (210 S.) Leipzig, Teubner. 2,00.

Kiepert, Prof. Dr., Grundriſs der Differential- und Integralrechnung. 2. Teil: Integralrechnung. 6. Aufl. des gleichnamigen Leitfadens von weil. Dr. Max Stegemann. (599 S.) Hannover, Helwing. 11,50.

——, Tabelle der wichtigsten Formeln aus der Integralrechnung. [Aus vorigem Werke.] (38 S.) Ebda. 0,50.

Kirchhoff, Gust., Vorlesungen über mathematische Physik. 1. Bd. Mechanik. 4. Aufl. Herausg. von Prof. Dr. Wien. (464 S.) Leipzig, Teubner. 13,00.

2. Naturwissenschaften.

Baumhauer, Prof. Dr., Leitfaden der Chemie. 1. Teil. Anorganische Chemie. 3. Aufl. (150 S.) Freiburg, Herder. 1,50.

Heim, Prof. Dr., Die Akkumulatoren. 2. Aufl. (138 S.) Leipzig, Leiner. 3,00.

Bernstein, A., Naturwissenschaftliche Volksbücher. 5. ill. Aufl., durchgesehen und verb. von Potonié und Hennig. Berlin, Dümmler. In Lfgn. à 0,30.

Naumann, C. F., Elemente der Mineralogie. 13. Aufl. von Geh. Bergr. Prof. Dr. F. Zirkel. 1. Hälfte: Allgemeiner Teil. (386 S.) Leipzig, Engelmann. 7,00.

Remsen, Prof., Einleitung in das Studium der Kohlenstoffverbindungen oder organische Chemie. Deutsche Ausgabe. 3. Aufl. (402 S.) Tübingen, Laupp. 5,00.

Winter, Gymn.-Prof., Lehrbuch der Physik zum Schulgebrauch. 4. Aufl. (521 S.) München, Ackermann. 4,80.

3. Geographie.

Wegener, Zum Ewigen Eise. Eine Sommerfahrt ins nördliche Polarmeer und Begegnung mit André und Nansen. Mit zahlr. Abb. u. 2 farb. Karten. 2. Aufl. (359 S.) Berlin, Allg. Verein für deutsche Litteratur. 6,00.

Schachts, Theod., Schulgeographie. 18. Aufl. Neu bearb. von Dr. Rohmeder. (294 S.) Wiesbaden, Kunze. 1,75.

Seydlitz' Geographie. Auf Grund der preuſs. Lehrpläne von 1892 bearb. von Dr. Oehlmann u. Dr. Schröter. 6. Heft. Lehrstoff der Sexta. [Für den Gebrauch des Lehrers]. 2. Aufl. (78 S. m. 40 Abb. u. Karten.) Breslau, Hirt. 0,80.

Verzeichnis der besten und praktischsten Schulwandkarten, Atlanten sowie Globen, Tellurien und geographischen Anschauungsbilder. 5. Aufl. (50 S.) Frankfurt a. M., Jaeger. 0,20.

Günther, Prof. Dr. S., Handbuch der Geophysik. 2. Aufl. Stuttgart, Enke. In ca. 10 Lfgn. à 3,00.

E. Kritischer Sprechsaal (Entgegnungen, Erwiderungen).

Entgegnung auf den von Dr. Schotten in Elberfeld gehaltenen Vortrag über „Die Grenze zwischen Philosophie und Mathematik etc.“

Von Prof. Dr. Max Simon in Strafsburg.*)

In Nr. 4 der Unterrichtsblätter für Mathematik und Naturwissenschaft Jahrg. 1896 findet sich ein Vortrag von Herrn Schotten: „Die Grenze zwischen Philosophie und Mathematik mit besonderer Berücksichtigung der modernen Raumtheorien“, der eine Besprechung erfordert, schon weil er geeignet ist, das Niveau der Gymnasiallehrer niedriger erscheinen zu lassen, als es ist. Die Bemerkungen über den unentbehrlichen, zwar indirekten aber darum nicht minder wohl definierten Begriff des mathematisch Unendlichen zeigen, dafs Herr Schotten weder mit den Arbeiten Kerry's noch denen des bedeutensten Autors auf diesem Gebiet, Cantor's in Halle, vertraut ist, sonst wären die Sätze, welche von der Mitte der zweiten Seite eine Spalte füllen, unterblieben; ich zitiere nur den Schlufssatz „die unendliche Gerade ist aus unendlich vielen endlichen Strecken zusammengesetzt zu denken, jede endliche Strecke ist der Träger unendlich vieler Punkte; die Gerade mufs daher als ein doppelt unendliches Punktsystem aufgefafst werden. Hier ist zum mindesten klar, dafs dem Verf. der Begriff „2 Mächtigkeit“ unklar ist. — Die Spalte, welche vorangeht, beschäftigt sich mit der Definition der Geraden durch Euklid, Herr Schotten hat übersehen, dafs es im Original nicht heifst, sie liegt *ἐξ ἴσου* zwischen zwei Punkten, sondern zu ihren Punkten; damit wird die ganze Interpretation hinfällig. Die Definition des Euklid geht von dem Grundbegriff „Richtung“ aus, den er als a priori gegeben und nicht weiter definierbar voraussetzt. Die Definition selbst ist fehlerhaft, weil sie dem Wortlaut nach ebensogut auf den Kreis und die Schraubenlinie pafst. Über den korrespondierenden Begriff des Unendlich-kleinen sagt Herr Schotten nichts, ich verweise auf meinen in Frankfurt a. M. gehaltenen Vortrag. Verf. fährt fort: „Der Unendlichkeitsbegriff ist ein philosophischer Begriff, den zu erfassen uns die „reine Anschauung“ gestattet“. Der Unendlichkeitsbegriff an sich ist u. a. auch ein theologischer, die Quelle des mathematischen Unendlichkeitsbegriffs liegt äufserst klar zu tage. Die Abmessungen unseres eignen Körpers, Spanne, Fufs, Elle, liefern uns den Begriff des Endlichen, was für jene Mafse zu grofs wie etwa Siriusweiten erscheint über jedes Mafs grofs, was zu klein, wie etwa ein Sandkorn oder ein nur durch den Geruch wahrgenommenes Moschusteilchen, erscheint über jedes Mafs klein, aus dieser Quelle in Verbindung mit dem „Unbegrenzten“, wie es, von anderem zu schweigen, die Zahlenreihe liefert, hat sich der durch und durch mathematische Begriff des mathematisch Unendlich-Grofsen bezw. -Kleinen entwickelt. Nun zu Herrn Schottens reiner Anschauung. Zunächst braucht er das Wort synonym mit „innerer Anschauung“ im Sinne von Helmholtz, wo es nichts weiter bedeutet, als die klare Erkenntnis bezw. Überzeugtheit von der Wahrheit einer bestimmten Behauptung, z. B. des associativen Gesetzes der Addition wie überhaupt jedes logischen Gesetzes. Als Beispiel für das Walten der reinen Anschauung wählt Herr Schotten die Hankelsche Zickzacklinie. Der Beweis dafs sie gleich $i + k$ (wo i und k zwei anstofsende Seiten des Quadrats oder Rechtecks bezeichnen), läfst sich aber aufser durch „reine Anschauung“ auch noch durch den Weierstrafs-(Eisensteinschen) Satz geben, dafs in einer unbedingt konvergenten Reihe die Stellung der Summanden beliebig ist, so dafs $\frac{i}{n} \cdot n + \frac{k}{n} \cdot n = \frac{i}{n} + \frac{k}{n}$

*) Vom Herrn Verfasser revidiert. D. Red.



$+\frac{i}{n}+\frac{k}{n}+\cdots$ Der Satz selbst beruht auf dem Prinzip, daſs ein Schluſs, der richtig ist, so lange wir ihn an der die Reihenzahl definierenden Reihe verfolgen können, auch richtig bleibt für die Grenze selber. Schon vor 40 Jahren sagte Herr Bertram seinen Schülern, als er den Beweis der Inkommensurabilität zwischen Seite und Diagonale des Quadrats gab, „Sie können das kleine Quadrat, das übrig bleibt, sehr bald nicht mehr sehen, aber Ihr Verstand sagt Ihnen, daſs die gleiche Ursache stets die gleiche Wirkung hat.“ Ist etwa der Satz vom Grunde auch eine „Anschauungsnotwendigkeit?“ Herr Schotten verweist dann auf das Wachsen der Pflanzen, das fliegende Geschoſs, er hätte noch auf ein Dutzend anderer Beispiele hinweisen können, wie die Ladung durch den Kondensator, den periodischen Decimalbruch, die Irrationalzahl etc., stets handelt es sich um Wirkungen desselben Prinzips, des Hemmungs- oder Grenzprinzips, oder wie Kerry es nennt „des thetischen Triebes“. Das Paradoxon des Zeno vom fliegenden Pfeil hat schon Aristoteles richtig erklärt, als er bemerkte daſs die Zeit- und Raumstrecke von gleicher Mächtigkeit sind, d. h. daſs sich den unendlich vielen Teilen der Raumstrecke die der Zeitstrecke zuordnen lassen. Herr Schotten kehrt aber das Verhältnis geradezu um; er sagt: „Der Grenzbegriff gewinnt unter der Herrschaft der reinen Anschauung vollständig klare Deutlichkeit.“ Hier ist schon das Taschenspielerkunststück vollzogen, aus der reinen Anschauung als Erkenntnis ist eine neue Seelenkraft geworden, die zu „Anschauungsnotwendigkeiten“ zwingt, mittelst deren dann das Parallelenaxiom, das viel umstrittene bewiesen ist. Der Schlüssel zu der erstaunlichen Verworrenheit des Vortrags liegt in dem Satz: „Geometrische Wissenschaft ist durchaus in der Anschauung begründet“. Es giebt ohne Logik überhaupt keine Wissenschaft, und was die Geometrie betrifft, so wiederhole ich den Satz, den ich zu meiner Freude bereits als Motto gefunden habe (Max Brückner, Die Elemente der vierdimensialen Geometrie, Zwickau 1874). „Die Geometrie ist eine Verbindung von Anschauung und Logik, aber der Logik gebührt der Löwenanteil“.

Herr Schotten geht dann auf das historische der Nicht-Euklidischen Geometrie ein. Lamberts Arbeit in Hindenburgs Archiv hat Gauſs unzweifelhaft den Anstoſs gegeben, die 1800 erschienenen Elemente Legendres, dem ein bedeutender Platz in dieser Geschichte gebührt, haben dann weiter gewirkt. Es muſs hervorgehoben werden, daſs das Parallelenproblem eigentlich nie geruht hat, und es sei nur auf Clavius hingewiesen. Der Schritt von Lambert zu Gauſs ist hier mindestens so groſs als der von Lamberts „Freyer Perspektive“ zu Monges darstellender Geometrie. Ganz flach ist der Schluſs, den Herr Schotten aus dem Brief von Gauſs an Taurinus zieht. Es ist doch wohl selbstverständlich, daſs Gauſs nicht wünschen konnte, daſs ein flüchtig hingeworfener Brief Untersuchungen von solcher Tiefe, die Gauſs über ein Menschenalter beschäftigten, zuerst an die Öffentlichkeit brächte. Die Frage, mit der Verf. den Absatz beginnt, wird wohl am besten durch die Thatsache widerlegt, daſs Gauſs bereits die Inhaltsformel für den Kreis kannte. Gauſs hat die Konsequenzen bis auf den i-Punkt gezogen, Beweis: Die gewaltigen *Disquisitiones circa superficies curvas*, die für Riemann den Ausgangspunkt bildeten. Eine ähnliche Oberflächlichkeit findet sich gleich im Anfang, wo „als Ausspruch der Metageometer strikter Observanz“ angeführt wird, daſs unser ebener Erfahrungsraum nur als ein unendlich kleiner Teil eines parabolisch gekrümmten Raumes anzusehen sei“, oder daſs eben diese „behaupteten, daſs sie von diesen unserer Anschauung widersprechenden Verhältnissen wirklich anschauliche Vorstellungen hätten“. Diese mögliche Veranschaulichung bezieht sich auf die Pseudosphäre, Flächen konstanter negativer Krümmung, wie z. B. die Rotationsfläche der Tractrix. (Wiener's Katalog Nr. 34). Hierhin gehört auch die ganze lange Phrase von dem

Experiment mit dem eigenen Jungen und den Tropenkoller. Ref. ist gewiſs ein Metageometer strikter Observanz und nun möge Herr Schotten mal lesen, was derselbe 1890 (S. 95. 96 seiner Elemente) gesagt hat, Lobatschewski und Bolyai, beide sind sie von dem wirklichen Schauen ausgegangen, sie konnten nicht ein-sehen, daſs die Gerade sich im Unendlichen schlösse, damit fiel das Rechteck, die uns vertrauteste und anschaulichste Figur wie bereits Pestalozzi erkannt hat. Umgekehrt, existiert ein einziges Rechteck, so ist das Parallelenaxiom erwiesen.

Die Kritik des Verf. wird am besten illustriert durch die Zusammenstellung von Felix Klein und Karageorgides! Was Ref. betrifft, so hat er 1891 keine Geschichte, sondern nur ein paar historische Notizen gegeben. Dagegen ist der treffliche auch historische Artikel Herrn Schurs in Krummes Archiv totgeschwiegen und die ebenfalls sehr gute Darstellung im Anhang von Veronese gleichfalls. Der Hinweis auf Lambert, dessen Artikel in München 1893 bereits allgemein bekannt war, findet sich schon bei Klügel, und das Verdienst auf Saccheri aufmerksam gemacht zu haben gebührt den Italienern. Daſs die „Anhänger" (sic!) nicht über alle Einzelheiten klar seien, ist auch wieder eine Behauptung, welche beweist, daſs Herr Schotten die ganze Frage nicht verstanden. Worüber die „Anhänger" nicht klar sind, das sind Dunkelheiten in den Grundlagen der Geometrie, an deren Aufklärung Herr Schotten mal zeigen konnte, daſs er mehr als Phrasen geben kann, z. B. welche Rolle dem Archimedischen Axiom zuzuweisen sei, über die selbst bei Annahme des Parallelenaxioms noch möglichen Geometrien etc. Für den Mathematiker ist eben die ganze Frage eine von dem logischen Zusammenhange der Postulate, und hier trifft Herrn Schotten der schwerste Vorwurf, den Punkt, der die nichteuklidische Geometrie für den Lehrer geradezu unentbehrlich macht, hat er nicht einmal erwähnt, daſs sie es gewesen, die den Zusammenhang zwischen den Sätzen aufgedeckt hat, der bei Euklid anscheinend nur äuſserlich ist. Ref. kann nur bedauern, daſs Herr Schotten sich hier auf ein Gebiet begeben, daſs er nicht kennt, der hochfahrende Ton aber, den Herr Schotten Männern gegenüber anschlägt, die zu den Besten ihrer Wissenschaft zählen, hat den Ref. empört. Zum Schluſs noch eine persönliche Bemerkung: Ref. hat seiner Wertung des Verf. wiederholt und nachdrücklich Ausdruck gegeben, er hätte dringend gewünscht, daſs ein Berufenerer etwa einer der Herren Killing, Schwering, Schlegel, Thaer, der in den Blättern für höheres Schulwesen 1896 Nr. 3 einen ebenso kurzen als klaren Überblick über die nicht-euklidische Geometrie gegeben — von Herrn Schur oder Felix Klein zu schweigen — das Wort ergriffen, aber der wiederholten Aufforderung fachkundigster Seite mochte er sich nicht entziehen. *Amicus Plato, magis amicus veritas.*

Straſsburg, März 1897. Max Simon.

Erwiderung auf vorstehende Entgegnung.

Als ich mir vornahm, in einem Vortrage meine Ansichten über die Grenze zwischen Philosophie und Mathematik auszusprechen, war ich mir wohl bewuſst, einen gewagten Schritt zu thun: ist doch die Leidenschaftlichkeit bekannt, mit der diejenigen bekämpft werden, die der alleinseligmachenden Ansicht in dieser Frage nicht überall beizustimmen vermögen. Unwissenheit und Mangel am Besten ist fast der geringste Vorwurf, den man auf sich nehmen muſs. Bestärkt wurde ich noch in meiner Annahme, als mir ein hervorragender Gelehrter schrieb: „Mögen Sie in kein Wespennest gestochen haben! Trotz Ihrer Anerkennung der analytischen Metageometrie werden die Metageometer Ihnen höchlichst übelnehmen, an ihrem allseitigen Rechte gezweifelt zu haben. Die Leute sind mit einem gereichten Finger nie zufrieden."

Da aber wurde ich beruhigt durch eine Karte von Professor Max

Simon in Strafsburg, der mir schrieb: „Kniebis. 2. Sept. 1896. S. w. H. C. Erst jetzt komme ich dazu Ihnen für die freundliche Zusendung Ihres letzten Vortrages zu danken; ich habe selben mit gröfstem Interesse gelesen, da er Gedankenkreise berührt, in denen ich mich selbst nur zu viel bewegt habe. Ich hoffe Sie in Fr. zu sehen etc. etc. Mit herzlichem und kollegialem Grufs Ihr ergebenster Max Simon.“ — Diese Karte hat mich, wie schon gesagt, beruhigt; denn ich sagte mir, wenn Max Simon so schreibt, so ist zu hoffen, dafs der Vortrag in keiner Weise zu einer abfälligen Kritik Anlafs giebt; zugleich bekundeten auch einige andere Zuschriften von Metageometern, dafs ich weder als Ignorant noch als Phrasenheld angesehen wurde.

Das ist nun nahezu 8 Monate her, da wird mir von der Redaction dieser Zeitschrift der vorstehende Artikel von — Max Simon zwecks Entgegnung zugesendet*); kennte ich nicht seine Handschrift, ich würde geglaubt haben, die Redaktion sei mystifiziert worden. Es wird mir wohl nicht verdacht werden, wenn ich vorziehe, auf den Inhalt des Artikels gar nicht einzugehen, und mir nur die Bitte auszusprechen erlaube, jeder, der sich für die Sache interessiert, möge meinen Vortrag lesen und unbefangen prüfen, inwieweit Simons Bemerkungen zutreffend sind oder nicht.

Es liegt mir auch fern, Hrn. Simon vorzuwerfen, dafs er meinen Vortrag nur ganz flüchtig gelesen habe, dafs er auf den eigentlichen Kernpunkt gar nicht eingegangen, dafs er einzelnes in einer Weise verdrehe, die fast nach Absicht aussehe.

Nur eins liegt mir am Herzen. Hr. Simon schreibt: „Der hochfahrende Ton aber, den Hr. Sch. Männern gegenüber anschlägt, die zu den Besten ihrer Wissenschaft zählen, hat mich empört.“ Hierzu möchte ich Stellung nehmen, hiergegen mich verwahren; wer mich kennt — sei es persönlich, sei es aus meinen Schriften — weifs, dafs ein hochfahrender Ton meinem Wesen so fremd ist, wie nur irgend möglich. In dem besondern, hier in Frage kommenden Falle habe ich direkte Beweise, dafs Niemand unter meinen Zuhörern den Eindruck gehabt hat, dafs ich mich unberechtigter Anmassung gegenüber den Koryphäen der mathematischen Wissenschaft schuldig gemacht hätte.**) Dafs also mir dieser Vorwurf gemacht wird, das ist es, was ich an dem Artikel Simons in meinem Interesse bedauere; im übrigen bedauere ich, dafs er geschrieben, im Interesse der Sache; und dafs er so geschrieben ist, wie er geschrieben, im Interesse des Hrn. Simon.

Halle a. S., 27./4. 1897. Heinrich Schotten.

---

*) Der Verfasser dieser Entgegnung, Herr Prof. M. Simon, hatte die Freundlichkeit sein (übrigens schwer lesbares) Manuskript unter völliger Ignorierung der Redaktion an die Verlagshandlung zu senden und überdies zu verlangen, dafs die Redaktion keinerlei Bemerkung dazu mache. Obschon nun die Entgegnung Simons eigentlich in die „Unterrichtsblätter“ des Vereins etc. (Red. Pietzker etc.) gehört hätte, so haben wir doch, lediglich um Herrn Direktor Dr. Schotten Gelegenheit zu einer Erwiderung zu geben und nur unter der Bedingung dafs er dies thue, die Entgegnung Simons aufgenommen. Andernfalls hätten wir auch hinreichend Grund gehabt, die Entgegnung zurückzuweisen, da sie nicht nur in einem an Beleidigung grenzenden Tone verfafst ist, sondern auch in der äufseren, besonders sprachlichen Form (Interpunktion, Orthographie, Stil) einen befremdenden Mangel an Sorgfalt verriet und, trotz der Revision, noch jetzt Spuren davon trägt. Die Redaktion.

**) Ist uns auch von Herrn Prof. Pietzker in Nordhausen, als dem Vorsitzenden der Versammlung, bestätigt worden. D. Red.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Schulgesetzgebung und Schulstatistik. Auszüge und Abdrücke aus Zeitschriften u. dergl.)

Deutsche Mathematiker-Vereinigung.

Bericht über die Jahresversammlung zu Frankfurt a. M.

Am 21. bis 26. September 1896.

Die vorjährige Jahresversammlung der Deutschen Mathematiker-Vereinigung fand in Gemeinschaft mit der Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte zu Frankfurt a. M. statt, und es hatten sich gegen 60 Mathematiker aus Deutschland, Österreich und der Schweiz mit einigen Fachgenossen aus Belgien und Amerika in der alten, für derartige Zusammenkünfte günstig gelegenen Kaiserstadt zu wissenschaftlichem Gedankenaustausch vereinigt.

Nachdem der Einführende der Abteilung für Mathematik, Herr Rausenberger, die Erschienenen bewillkommnet hatte, richtete der Vorsitzende der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, Herr A. Brill, einige Worte der Begrüfsung an die Mitglieder derselben und widmete den im Laufe des Jahres verstorbenen Mitgliedern L. von Seidel in München und Chr. Wiener in Karlsruhe Worte des Gedächtnisses.

In den wissenschaftlichen Sitzungen ist eine ungewöhnlich grofse Zahl von Vorträgen gehalten worden, deren Titel in der folgenden Zusammenstellung vereinigt sind. Die Referate über dieselben gelangen, soweit sie von Mitgliedern der Vereinigung gehalten und der Redactionscommission zugekommen sind, im zweiten Teile des Jahresberichts der Vereinigung zur Veröffentlichung.

Liste der gehaltenen Vorträge:

1. A. Brill (Tübingen): Die Zerfällung einer Ternärform in Linearfactoren.
2. R. Fricke (Braunschweig): Über eine einfache Gruppe von 360 Operationen.
3. F. Klein (Göttingen): Über einen Satz aus der Theorie der endlichen (discontinuirlichen) Gruppen linearer Substitutionen beliebig vieler Veränderlichen.
4. G. Kohn (Wien): Über eine geometrische Deutung der Invarianten doppelt binärer Formen.
5. G. Landsberg (Heidelberg): Über eine specielle Art räumlicher Abbildungen.

---

*) Schriftführer: Dr. A. Gutzmer in Halle a. S., Gartenstr. 5, von dem die Statuten der Vereinigung zu beziehen sind und der auch Beitrittsanmeldungen annimmt.

6. Fr. Meyer (Clausthal): Über volle Systeme in der Trigonometrie.
7. R. Haufsner (Würzburg): Über das Goldbach'sche Gesetz.
8. L. Heffter (Giefsen): Über Nachbarconfigurationen, Tripelsysteme und metacyklische Gruppen.
9. M. Noether (Erlangen): Continuirliche Gruppen von Cremona-Transformationen.
10. Rogel (Barmen): Über die Vieldeutigkeit trigonometrischer Entwickelungen innerhalb gewisser Grenzen.
11. Schapira (Heidelberg): Über ein cribrum algebraicum oder die cofunctionale Entstehung der Primzahlen.
12. F. Schilling (Aachen): Über Kreisbogendreiecke mit einfachem Knotenpunkt.
13. Schoenflies (Göttingen): Transfinite Zahlen, das Axiom des Archimedes und die projective Geometrie.
14. Study (Bonn): Das Apollonische Problem.
15. E. Schröder (Karlsruhe): Über G. Cantor'sche Sätze.
16. Hagen (Washington): Bericht über ein Verzeichnis der Werke von Leonhard Euler.
17. K. Rohn (Dresden): Bestimmung der Constantenzahl bei Raumcurven.
18. Steinitz (Berlin): Homogene Congruenzen.
19. J. Franz (Königsberg i. Pr.): Lineare Differentialgleichungen mit absolutem Gliede.
20. F. Klein (Göttingen): Über die analytische Darstellung der Rotationen bei Problemen der Mechanik.
21. Henneberg (Darmstadt): Zur Hydrostatik.
22. Fr. Meyer (Clausthal): Über Kraftwirkungen bei Drillingsmaschinen.
23. Schwalbe (Berlin): Über die Vorbildung der Lehrer für Mathematik und Naturwissenschaften an höheren Unterrichtsanstalten den Forderungen der heutigen Zeit gegenüber.
24. W. Dyck (München): Über die Beschlüsse der internationalen Catalog-Conferenz zu London im Juli d. J.
25. K. Heun (Berlin): Über die mathematischen und mechanischen Principien in Anwendung auf die technischen Probleme.
26. F. S. Archenhold (Berlin): Photographien des grofsen Fernrohrs (70 cm Öffnung, 21 m Brennweite) der Treptower Sternwarte.
27. H. Burkhardt (Göttingen): Über Vectoranalysis.
28. Israel-Holtzwart (Frankfurt a. M.): Vorschlag zu einer Vervollständigung der intuitiven mathematischen Darstellungsmittel.
29. F. Höffler (Zürich): Über eine Methode der gleichzeitigen Bestimmung der Geschwindigkeit des Lichtes und der Geschwindigkeit des Sonnensystems im Raume.
30. G. Mie (Karlsruhe): Über die Energiewanderung im elektromagnetischen Felde.
31. W. A. Nippoldt (Frankfurt a. M.): Vorschläge zur Erzielung eines möglichst vollkommenen Isochronismus von Uhrpendeln durch verschiedene einfache Compensationen.
32. O. Rausenberger (Frankfurt a. M.): Die Unstetigkeiten der Flüssigkeitsbewegungen.
33. Schütz (Göttingen): Lösung der Randwertaufgabe für das Beugungsbild von Röntgen-Strahlen.
34. E. Wiechert (Königsberg i. Pr.): Über die Massenverteilung im Innern der Erde.
35. H. Wiener (Darmstadt): Demonstration von Modellen des mathematischen Cabinets der Technischen Hochschule zu Darmstadt.

Von diesen Vorträgen wurden die ersten 22 in den Fachsitzungen, der letzte bei Besichtigung der Technischen Hochschule in Darmstadt,

die übrigen in zwei gemeinschaftlichen Sitzungen mit den Abteilungen für Physik, für Instrumentenkunde und für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht gehalten.

Die rege Beteiligung an diesen gemeinsamen Sitzungen verschiedener Abteilungen läfst einerseits erkennen, dafs dieselben einem vorhandenen Bedürfnisse entsprechen, andererseits legt die grofse Zahl der hierfür angemeldeten Vorträge doch den Wunsch nahe, in Zukunft diese gemeinsamen Sitzungen dadurch wirksamer und anregender zu gestalten, dafs in denselben weniger specielle Probleme, als vielmehr und in erster Linie Fragen von allgemeinerem Interesse und von principieller Bedeutung — etwa in Form von Referaten und Correferaten — behandelt werden. Dem Vorstande wurde anheimgegeben, diesem Wunsche in Zukunft nach Möglichkeit Rechnung zu tragen. Auch für die Fachsitzungen der Abteilung bezw. der Vereinigung trat der Wunsch nach Zusammenhang zwischen den Vorträgen zu Tage.

Einen Anfang nach dieser Richtung bildeten diesmal die Vorträge der Herren B. Schwalbe und H. Burkhardt, denen der Vorstand für die Bereitwilligkeit, mit der sie sich ihrer Aufgabe unterzogen haben, zu Dank verpflichtet ist. Diese beiden Vorträge gelangen im zweiten Teil des Jahresberichts vollständig zum Abdruck.

Bei Gelegenheit des Besuches der Technischen Hochschule zu Darmstadt gab Herr F. Klein dem Wunsche Ausdruck, es möchte eine Sammlung kinetischer Modelle publiciert werden, welche für einen mäfsigen Preis in solider, aber nicht luxuriöser Ausstattung die wichtigsten Mechanismen in der Art zur Anschauung brächte, dafs der mathematische Grundgedanke überall deutlich erkennbar hervorträte. Ein solche Sammlung würde insbesondere auch für den Universitätsunterricht ein sehr schätzenswertes Hülfsmittel sein. Bei der Discussion zeigte sich, dafs mehrfach Ansätze in der von Herrn Klein bezeichneten Richtung gemacht worden sind, und dafs es nur an einer systematischen Durchführung mangelt. Die Bedeutung einer derartigen Sammlung kinematischer Modelle wurde allseitig anerkannt.

In Bezug auf die in Aussicht genommenen Referate ist Folgendes zu bemerken.

1. An Stelle des ursprünglich geplanten Referates der Herren Hilbert und Minkowski über den gegenwärtigen Stand der Zahlentheorie ist besonderer Umstände wegen ein Bericht über die Theorie des algebraischen Zahlkörpers von Herrn Hilbert in dem Jahresbericht IV veröffentlicht worden, während Herr Minkowski die Fertigstellung seines Berichtes für einen der nächsten Bände in Aussicht gestellt hat.

2. Herr Czuber, welcher ein Referat über Wahrscheinlichkeitsrechnung übernommen hat, hofft, dasselbe auf der nächsten Versammlung vorlegen zu können.

3. Herr Stäckel hat in Bezug auf den von ihm übernommenen Bericht über Differentialgeometrie der diesjährigen Versammlung nähere Mitteilungen vorlegen lassen und schätzt die zur Fertigstellung des Referates nötige Zeit auf etwa zwei Jahre.

In Vorbereitung befinden sich ferner noch folgende Referate:

4. Wälsch, über Liniengeometrie;

5. Pringsheim, über die Lehre von den unendlichen Reihen.

Aufserdem hat sich

6. Herr Mehmke bereit erklärt, einen Bericht über die graphischen Methoden zu erstatten.

Der gegenwärtige Jahresbericht enthält als gröfseres Referat den ersten Teil des von Herrn E. Kötter übernommenen Berichtes über die Entwickelung der synthetischen Geometrie. Der zweite Teil wird voraussichtlich im Jahresbericht VI zur Veröffentlichung gelangen.

Dem auf früheren Versammlungen wiederholt zum Ausdruck gelangten Wunsche, die Frage der Vorbildung der Lehrer und des Unterrichts auf die Tagesordnung zu setzen, ist diesmal durch den schon erwähnten Vortrag des Herrn Schwalbe genügt worden; der Vorstand wurde von der Versammlung beauftragt, diesen Fragen auch ferner seine Aufmerksamkeit zu widmen.

An Stelle des ursprünglich geplanten mathematischen Lexikons befindet sich eine Encyklopaedie der mathematischen Wissenschaften in Vorbereitung; dieselbe wird mit Unterstützung der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen und der Akademien zu München und Wien im Verlage von B. G. Teubner zu Leipzig erscheinen. Die Redaktion des Unternehmens liegt in den Händen der Herren Fr. Meyer (Clausthal) und H. Burkhardt (Zürich). Seitens der von den Akademien niedergesetzten Commission ist Herr H. Weber (Strafsburg i. E.) als Vertreter der Deutschen Mathematiker-Vereinigung cooptirt wurden.

Der von verschiedenen Seiten und auch auf den früheren Versammlungen erörterte Plan eines internationalen Mathematiker-Congresses ist inzwischen seiner Verwirklichung näher gerückt.*) Infolge einer, wohl zuerst von Herrn H. Weber gegebenen Anregung haben sich die Mathematiker Zürichs unter dem Vorsitz des Herrn Geiser zu einem localen Comité constituiert und die Vorbereitung eines internationalen Congresses von Mathematikern übernommen. Ebenso wie sich hervorragende Mathematiker aller Länder und auch die Société mathématique de France über das Unternehmen günstig geäufsert haben, wurde von den in Frankfurt a. M. versammelten Mitgliedern der Deutschen Mathematiker-Vereinigung die Zustimmung zu dem Congress ausgesprochen. Nach den Mitteilungen des Herrn Rudio (Zürich) auf der Frankfurter Versammlung, welcher namens des Züricher Comités zur Beteiligung an dem Congresse einlud**), wird der letztere am 9., 10. und 11. August 1897 in Zürich stattfinden. Das locale Comité wird sich mit einem erweiterten Comité umgeben, welchem namhafte Mathematiker der verschiedenen Länder angehören werden; von deutschen Mathematikern ist Herr Klein (Göttingen) cooptiert worden. Die Einladungen werden nicht an die mathematischen Gesellschaften ergehen, sondern sie werden an die einzelnen Mathematiker persönlich gerichtet werden. Von Seiten der Vereinigung wurde noch nachträglich der Wunsch geäufsert, dafs die wissenschaftlichen Verhandlungen des Congresses nicht aus einer Fülle einzelner specieller Mitteilungen bestehen sollten, sondern dafs möglichst gröfsere Fragen von allgemeinem Interesse zum Gegenstande der Besprechung gewählt werden möchten.

Aus Anlafs des bevorstehenden 80. Geburtstages der Herrn R. Hoppe (Berlin) ermächtigte die Versammlung ihren Vorstand, den Jubilar namens der Vereinigung in angemessener Weise zu begrüfsen. Der Vorsitzende, Herr A. Brill, hat Herrn Hoppe zum 18. November 1896 in einem Schreiben die Glückwünsche der Vereinigung ausgesprochen.

Da die nächste Jahresversammlung der Gesellschaft deutscher Naturforscher und Ärzte in Braunschweig stattfinden wird, so beschlofs die Vereinigung, im Jahre 1897 ebendaselbst in Verbindung mit der Abteilung für Mathematik und Astronomie die nächste Zusammenkunft abzuhalten.

---

*) Die Einladung zu diesem Congrefs, der in Zürich im August d. J. stattfinden soll, ist vor kurzem verschickt worden, vgl. d. lauf. Jahrgang dieser Ztschr., Heft 3, S. 234 ff. D. Red.

**) Vgl. die vorhergehende Anm. D. Red.

Erinnerungen an Weierstraſs.

I.

Schon frühzeitig war bei dem verstorbenen Gelehrten eine hervorragende mathematische Begabung zu erkennen gewesen, und so sprach sich auch sein Lehrer, Professor Gudermann, in der Beurteilung der Prüfungsarbeit, die Weierstraſs lieferte, in auſserordentlich anerkennender Weise über die Arbeit seines Schülers aus. Der betreffende Herr Provinzialschulrat hielt es indeſs in seiner höheren Weisheit für angemessener, dieses Urteil des Sachverständigen in dem amtlichen Prüfungszeugniſs wegzulassen — da es seiner besseren Einsicht widersprach. Dieser Weierstraſs konnte dem Herrn Provinzialschulrat noch nicht so sehr imponieren, daſs er ihn hätte dazu veranlassen können, in das Zeugnis des jungen Kandidaten eine lobende Bemerkung aufzunehmen. Eine andere Geschichte, die so unglaublich klingt, daſs man meinen könnte, sie sei erfunden, wenn sie nicht von den zuverlässigsten Zeugen bestätigt worden wäre, spielt in Deutsch-Krone, wo Weierstraſs in den Jahren 1842—48 bekanntlich an dem dortigen Progymnasium unterrichtete. Man war entschlossen, seinen Vorgänger zu pensionieren, weil es sich herausgestellt hatte, daſs er ein Schwindler sei, der sich die Zeugnisse eines verstorbenen Bekannten angeeignet, ein Doktordiplom durch Bestechung des Faktors einer Universitätsbuchdruckerei sich verschafft hatte. Der Betrug konnte nur deshalb nicht strafrechtlich verfolgt werden, weil die That, als der Schwindel entdeckt wurde, bereits verjährt war, es waren über zwanzig Jahre verflossen. Das Bemerkenswerte an der Sache aber kommt erst. Der neu angestellte Weierstraſs sollte einen Abzug von seinem Gehalt erfahren, der zum Teil zur Pensionierung seines sauberen Vorgängers bestimmt werden sollte. Einen solchen Abzug hat Professor Weierstraſs sich aber nicht gefallen lassen, sondern an die Behörde geschrieben, daſs es ihm wohl bekannt sei, daſs Jemand, der eine schlechte That begangen habe, aus dem Grunde nicht bestraft werde, weil so und so viele Jahre bereits darüber verflossen seien, es dürfte aber doch noch nicht vorgekommen sein, daſs seinem Nachfolger im Amte ein Abzug von der Besoldung gemacht wurde. Es wird erzählt, daſs Weierstraſs infolge dieses Briefes eine Erklärung vorgelegt worden sei, die er hätte unterschreiben sollen, er habe sich aber geweigert. Die ihm infolge seines Verhaltens zudiktierte Ordnungsstrafe hat Weierstraſs niemals bezahlt. — Ein kleiner Vorfall aus dem Elternhause des Gelehrten verdient vielleicht noch der Vergessenheit entrissen zu werden. Es war am 31. Mai 1842, als Friedrich Wilhelm IV. von Preuſsen eine besondere Friedensklasse für Wissenschaft und Künste des Ordens pour le mérite schuf, der auf eine Verfügung Friedrich Wilhelm III. hin seit 1810 ausschlieslich als Kriegsdekoration verliehen wurde. Die Verfügung Friedrich Wilhelm IV. wurde natürlich viel besprochen, und auch in der Familie Weierstraſs. Der Vater unseres berühmten Mathematikers, der in Osterfelde eine Art Bürgermeisterposten innehatte, sich aber auſserdem in seinen Muſsestunden gern besonders mit Physik beschäftigte, meinte: „Ich werde den Orden wohl nicht mehr bekommen, aber daſs ihn Karl noch bekommt, das ist leicht möglich.“ Die väterliche Prophezeihung traf ein. Einige Jahrzehnte später wurde Weierstraſs der Orden pour le mérite verliehen.

II.

Professor Karl Weierstraſs, mit welchem die mathematische Wissenschaft ihren Heros verloren hat, war trotz allen Ruhms von einer auſserordentlichen Bescheidenheit. Noch im hohen Alter galt er als

*) Aus Berl. Tagbl. v. 21. u. 23. Febr. 1897.

Mittelpunkt der mathematischen Welt; oft kamen grofse Gelehrte des Auslandes nach Berlin zu dem alleinigen Zweck, mit Weierstrafs tagelang mathematische Gedanken auszutauschen. Zu seinen Bewunderern zählte auch der König von Schweden, der von jeher die Mathematik besonders gefördert hat. Auf einem Feste beim früheren brasilianischen Gesandten zog einst Graf Moltke Weierstrafs in ein Gespräch über die höchsten Fragen der Mathematik; die Unterhaltung fesselte die beiden Denker dermafsen, dafs sie alles um sich her vergafsen und erst aufstanden, als das Fest zu Ende ging. Ein echter deutscher Gelehrter, hat Weierstrafs keine grofsen irdischen Güter erworben, und eine Hauptsorge war daher die Sicherstellung der ihn überlebenden Schwester, die seinem Haushalt vorstand; für sie bestimmte er das Honorar seiner gesammelten Werke, die jetzt im Erscheinen begriffen sind. Interessant und bemerkenswert ist, dafs Weierstrafs noch im vorigen Jahre, als 81 jähriger, eine verloren gegangene Arbeit aus den fünfziger Jahren rekonstruiert und vollständig zu den bereits veröffentlichten Abhandlungen seiner Werke geliefert hat. Von diesen sind zwei Bände erschienen; der dritte ist so weit, dafs er in absehbarer Zeit ausgegeben werden kann; er wird die erste Abteilung, die „Abhandlungen" zum Abschlufs bringen. Von der zweiten Abteilung, den „Vorlesungen", sind die Vorträge über die Abelschen Funktionen, die von der mathematischen Welt mit besonderer Spannung erwartet werden, am weitesten im Druck vorgeschritten. Weierstrafs hat bei dieser Herausgabe noch eine aufserordentliche Thätigkeit entfaltet und konnte sich nie genug thun. Der Abschlufs der gesammelten Werke des Meisters ist unter der Aegide der Akademie der Wissenschaften gesichert.

Ankündigungen.

I. Das gesamte Erziehungs- und Unterrichtswesen in den Ländern deutscher Zunge.

Unter diesem Titel hat die Gesellschaft für deutsche Erziehungs- und Schulgeschichte, die in Deutschland, Oesterreich und der Schweiz zahlreiche Mitglieder und angesehene Verbände hat, begonnen, der Ausgabe der *„Monumenta Germaniae Paedagogica"*, den „Mitteilungen der Gesellschaft" ein neues Unternehmen hinzuzufügen. Es handelt sich dabei um ein in Monatsheften erscheinendes bibliographisches Verzeichnis nebst Inhaltsangabe der Werke, Aufsätze und behördlichen Verordnungen zur Deutschen Erziehungs- und Unterrichtswissenschaft und um Mitteilungen über Lehrmittel.

Es wird dadurch ein Nachschlagewerk geschaffen, das beim Schlusse des Jahrganges durch ein eigenartig eingerichtetes Namen- und Sachregister über alle Fragen des weiten Gebietes von Erziehung und Unterricht, die innerhalb des Jahres erörtert worden und über alle Arten von Lehrmitteln, die in dem gleichen Zeitraume entstanden und zur Veröffentlichung gelangt sind, Auskunft geben wird.

Ein derartiges Nachschlagewerk existiert bis jetzt weder innerhalb der Wissenschaft von Erziehung und Unterricht, noch auch innerhalb der anderen Wissenschaften.

Der Umfang des Unternehmens, dessen vollständiger Jahrgang aus 12 Heften von je 4—6 Bogen, eng gedruckt, bestehen wird, erhellt schon aus der grofsen Anzahl von Abteilungen, unter die das Material gruppiert wird: Sämtliche Unterrichtsfächer, alle Unterrichtsanstalten von der Universität bis zur Dorfschule, Fortbildungs-, Fach- und Spezialschulen, Militärbildungswesen, Frauenbildung, Geschichte und Systeme der Pädagogik, die verschiedenen Arten der Erziehung, Gesundheitspflege, Schul-

organisation und S.-Verwaltung, Schulunterhaltung, Schulfeiern, Jugendschriften u. s. w.

Für wie weite Kreise das Unternehmen eine wesentliche Arbeitserleichterung und ein unentbehrliches Hilfsmittel darbieten wird, leuchtet ohne weiteres ein. Es ist daher erklärlich, dafs noch vor Erscheinen des ersten Heftes aus den Kreisen der Regierungen, der Gelehrten und Schulmänner, der Verleger pädagogischer Werke und Lehrmittel dem Unternehmen fördernde Teilnahme bewiesen worden ist. Je allgemeiner diese Teilnahme ist, um so eher werden die Absichten der Gesellschaft verwirklicht werden können.

Wünschenswert ist, dafs die Herren Verfasser von Aufsätzen, deren leider so viele nicht zur allgemeinen Kenntnis gelangen, weil sie oft in weniger verbreiteten Zeitungen veröffentlicht werden, Sonderabdrücke, womöglich mit Auszügen, an die Geschäftsstelle der Bibliographie (Berlin SW, Lindenstrafse 43) zu Händen des Herrn Professor Dr. Karl Kehrbach, der auch bei dieser Publikation der Gesellschaft die Oberleitung übernommen hat, gelangen lassen. Ebenso ist die Zusendung von bezüglichen Gelegenheitsschriften, (Schulgeschichten, Biographien, Nekrologen u. s. w.) und der von städtischen, kirchlichen und Staats-Behörden bewirkten bezüglichen Veröffentlichungen, die nicht im Buchhandel erscheinen, erwünscht.

Auf das so eben zur Ausgabe gelangte erste Heft mit (nach dem beigegebenen Inhalts-Verzeichnis zu schliefsen) ungemein reichem Inhalt, Druck und Kommissionsverlag von J. Harrwitz Nachf., Berlin, (vierteljährlich 5 Mk.) werden wir, sobald wir es erhalten haben, zurückkommen.

P. S. In dem Schreiben an die Redaktion hat für den „Redaktionsausschufs“ des genannten Blattes gezeichnet Prof. D. Dr. phil. Siegfried Lommatzsch, Prof. d. Theologie an der Universität Berlin. D. Red.

II. Selbstanzeige.

HOLZMÜLLER, Die Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung. Erster Teil: Die statischen Momente und Schwerpunktslagen, die Trägheits- und Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen und Körper der technischen Mechanik in rechnender und graphischer Behandlung unter Berücksichtigung der neuesten Methoden. Leipzig bei B. G. Teubner. M 5.—.

In dem Vortrage, den ich auf dem Mathematikertage von Elberfeld, Pfingsten 1896, über die Beziehungen des mathematischen Unterrichts zum Ingenieur-Wesen und zur Ingenieur-Erziehung gehalten habe deutete ich an, dafs ich bis Jahresschlufs das angezeigte Buch zu vollenden hoffte. Im Dezember gingen die letzten Zeilen an den Verlag von Teubner ab.

Das Buch enthält zahlreiche praktische Anwendungen der Elementarmathematik, wie sie sich im Laufe eines 25jährigen Fachschuldirektorats angesammelt haben. Selbstverständlich sind die des Bau- und Maschinenwesens bevorzugt. Ihrem Bedürfnisse ist auch die Auswahl angepafst, sodafs auf wissenschaftliche Systematik auch hier verzichtet wird. Schon auf der zweiten Seite des ersten Abschnittes befindet man sich mitten in der Technik. Es handelt sich um Schwerpunktsbestimmungen für die wichtigsten Querschnittsformen des Maschinen- und Bauwesens, wobei auch die graphischen Methoden gelehrt werden.

Kap. II bringt die einfachsten Trägheitsmomente ebener Flächen. Die wohl von mir zuerst angewandte stereometrische Darstellungsweise, die neuerdings von Prof. Bautlin in Stuttgart eingehender verarbeitet worden ist (Zeitschrift deutscher Ingenieure) klärt schnell über das Wichtigste auf und bringt wichtige mechanische Anwendungen.

Kap. III behandelt die in Konstruktionsbüchern üblichen Formen und bringt zahlreiche Anwendungen auf Dynamik und Festigkeitslehre bis zu den Festigkeitsberechnungen der Triebwellen unserer Panzerschiffe und ihrer Verdrehungsschwankungen im Betriebe.

Kap. VI. Die Aufgabe, aus bekannten Trägheitsmomenten diese für beliebige Achsen zu bestimmen, fußt auf dem Begriff des Centrifugal oder Deviationsmomentes, für das sich ebenfalls eine einfache stereometrische mechanische Deutung ergiebt. Hier greifen Stereometrie, Schwerpunktslehre, Centrifugaltheorie, Festigkeitslehre, die Lehre vom mathematischen und dynamischen Trägheitsmoment in interessantester Weise ineinander und führen auf die Trägheitsellipsen erster und zweiter Art und auf die leicht zu konstruierenden Lemniskaten des Centrifugalmoments. Auch die Punkte werden untersucht, für welche die Trägheitsellipse zum Kreise wird. Praktische Beispiele werden bis zur endgiltigen Lösung durchgerechnet.

Kap. V. Erst jetzt gehe ich im Sinne des Methodischen Lehrbuchs Band II u. III an die Methode der unendlich dünnen Schichten für Formen von der Gestalt

$$q_z = a + bz + cy^2 + dy^3 + ey^4 + \cdots\cdots,$$

wobei die Newton-Simpsonsche Regel nebst ihren Verallgemeinerungen und die Schichten- oder Linienformel für technische Zwecke verwertet werden. Unter den Beispielen befinden sich auch kosmische Elementar-Konstruktionen der Parabeln höherer Ordnung und die Bestimmung ihrer Flächen, ihrer Schwerpunkte, ihrer Trägheitsmittelpunkte u. dergl. schließen sich an.

Bei den einfachen Parabeln höherer Ordnung ergab sich, daß in der Tabelle über die Grade 0, 1, 2, 3, 4, ... alle Rechnungen erspart werden können, sobald man die beiden ersten Grade behandelt hat, denn für alle folgenden Grade lassen sich sämtliche Werte einfach nach einer arithmetischen Reihe fortsetzen. Weil dies der Fall ist, kann man auch für gebrochene Exponenten die Interpolation anwenden, und so z. B. die Elemente der semikubischen Parabel sämtlich direkt hinschreiben.

An transscendenten Beispielen wird gezeigt, daß die Elementarmethode alles leisten kann, was die technische Hochschule zu betreiben pflegt. Damit sind die gegenteiligen Behauptungen einiger Hochschulprofessoren widerlegt.

Zum ersten Male wende ich die Schichtenformel auch auf konzentrische Kreise an und deute an, daß sie überhaupt für Parallelkurven sich nutzbringend verwenden läßt.

Die Theorie der sämtlichen Spiralen wird auf einer einzigen Seite abgemacht. Beiläufig ergiebt sich mancherlei Interessantes für Geometrie und Konvergenzlehre, z. B. die Lösung folgender Aufgabe: Ein Quadrat (oder Rechteck, oder Vieleck) drehe sich mit konstanter Geschwindigkeit um eine zur Ebene senkrechte Achse. Wo befinden sich die Punkte mittlerer Geschwindigkeit? Die Lösung zeigt zugleich, wie sich gewisse Kegelsegmente elementar berechnen lassen. Aufgaben über Maxima und Minima schließen sich an.

Kap. VI. Auf ganz elementarem Wege wird die lemniskatische Abbildung behandelt und ihr konformer Charakter nachgewiesen. Kennt man nun eine ebene Fläche und ihr Abbild, so ergiebt sich, daß der Inhalt der ersten Fläche das Vierfache vom polaren Trägheitsmomente der zweiten für den Nullpunkt ist. So kann man aus Flächen schwierige Trägheitsmomente ableiten, aus Trägheitsmomenten schwierige Flächeninhalte. In entsprechender Weise hängen die Peripherien mit den Polarmomenten erster Ordnung zusammen und auch Potentialwerte lassen sich vielfach bestimmen.

Andeutungen über konforme Abbildung und ihre praktische Verwertbarkeit schließen sich an. Dieses Kapitel dürfte jedem Mathematiker und Ingenieur Neues bieten.

Kap. VII. bringt eine Zusammenstellung der graphischen Methoden von Nehls, Mohr, Land, Culmann und Reye über die Trägheitsmomente ebener Flächen, Dinge, die man sonst nur in Zeitschriften zerstreut vorfindet.

Kap. VIII geht zu den Körpern über und bestimmt zunächst die Schwerpunkte zahlreicher Raumgebilde bis zu den höheren Graden. Anwendungen schliefsen sich an, die auch landläufige Irrtümer zahlreicher Lehrbücher aufdecken.

Kap. IX behandelt die Trägheitsmomente verschiedener Körper, insbesondere auch der Ellipsoide, Hyperboloide und Paraboloide. Die hier eingeflochtenen Übungsbeispiele sind früher von mir in der Ingenieur-Zeitung veröffentlicht worden. Weil die Jahrbücher über die Fortschritte der Physik bezw. der Mathematik über diese Dinge eingehend berichteten und erklärten, dafs hier ein dunkles Gebiet auf ganz neuem Wege erschlossen wurde, habe ich die betreffenden Aufgaben hier aufgenommen. Über denselben Gegenstand hatte kurz vorher ein Universitätsprofessor eine Abhandlung geschrieben, die auf ganz falschen Annahmen fufste und sogar dem Satze von der Erhaltung der Energie widersprach. Dabei zeigte sich, dafs die Lehre von der Reibung einer Modification bedurfte, sobald Rollen und Gleiten zugleich stattfinden. Die Reibungswinkel werden dann ganz andere und man erkennt die naheliegende Gefahr, in sich unmögliche Übungsaufgaben zu stellen. Auch hier wird bis zu Körpern höherer Ordnung vorgeschritten und die Lehre von den beiden Trägheits-Ellipsoiden elementar erledigt.

Kap. X. Anhangsweise wird, um die Verwertbarkeit der Trägheitsmomente klarzulegen, die Theorie des Schwungrades ausführlich in elementarer Darstellung gegeben, wobei ebenfalls mancherlei landläufige Irrtümer beseitigt werden. Dieser Gegenstand kann direkt an S. 76 angeschlossen werden.

Der zweite Teil soll eine elementare Potentialtheorie für Gravitation, Magnetismus, Elektrostatik, galvanische Ströme und Elektromagnetismus enthalten. Er wird voraussichtlich im Laufe des Jahres fertiggestellt sein.

Über den Wert und die Zweckmäfsigkeit des Buches darf ich selbst kein Urteil fällen. Was mir aber von hervorragenden Hochschulprofessoren und Ingenieuren geschrieben wird, beruhigt mich in dieser Hinsicht vollkommen, ebenso wie die Mitteilungen zahlreicher Bezirksvereine deutscher Ingenieure, die das Buch auf die Tagesordnung der bevorstehenden Sitzungen gestellt haben. Einer dieser Vereine hat sogar im Anschlufs an das Buch die Forderung aufgestellt, der Hauptverein möchte eine Resolution dahin fassen, dafs im ersten Jahre des technischen Hochschulunterrichts eine technische Elementarmathematik zum Vortrage kommen möchte, damit der Studierende sofort in die Festigkeitslehre und Dynamik eingeführt werden könne. Die Praktiker pflegten nur elementar zu rechnen. Aufserdem ständen Ingenieure, die zum Lehramte an Fachschulen übergingen, anfangs stets in der unangenehmen Lage, elementar vortragen zu müssen, was sie nur mit Hilfe der Differential- und Integralrechnung behandeln könnten.

Solchen Stimmen gegenüber würde es ohne Bedeutung sein, wenn dieser oder jener Hochschulprofessor sich solchen Methoden ablehnend gegenüberstellen wollte, weil sie eben „nur elementar" wären. In diesen Fragen giebt es nur eine Instanz, die des praktischen Bedürfnisses.

Einzelnes in dem Buche wird sich wohl im zweiten Bande als bedeutungsvoll und praktisch verwertbar herausstellen.

Nekrologe.

1) Sylvester †.*)

Professor James Joseph Sylvester, der in diesen Tagen in London im Alter von 83 Jahren gestorben ist, zählte seit Ende der dreifsiger Jahre zu den ersten Mathematikern Englands. Er war ein Londoner Kind. Als er 1837 in Cambridge nach glänzenden Studien die höchste Censur im mathematischen Examen erlangte, vermochte er als Jude weder das Diplom, noch einen Preis, noch eine Stellung bei seinem College zu erlangen und wandte sich daher in London dem Rechtsstudium zu. Um das Jahr 1850 wurde er auch thatsächlich zum Advokatenstande zugelassen. Als eigentlichen Beruf hatte er jedoch die ganze Zeit über die mathematische Lehrthätigkeit getrieben und war von 1837—1844 Professor der Mathematik am Londoner University College, einer nicht staatlichen und von jeder religiösen Beschränkung freien Anstalt, gewesen und hatte später in gleicher Eigenschaft in Amerika an der Staatsuniversität von Virginien gewirkt. Nach seiner Rückkehr nach England war er im Begriff, Rechnungsrevisor (Accountant) zu werden, als ihm Lord Brougham die mathematische Professur an der Artillerieschule in Woolwich verschaffte. Von dort aus folgte er fünfzehn Jahre später einem abermaligen Rufe nach Amerika an die neue John Hopkins Universität in Baltimore, wo er als Lehrer wie als Redakteur eines mathematischen Fachblattes grofses Ansehen genofs. Erst spät, im Jahre 1883, wurde er nach dem Tode von Henry Smith als dessen Nachfolger in der Professur nach Oxford berufen und war dort ein beliebter und sehr geachteter Lehrer, bis er vor vier Jahren erblindet sich nach London zurückzog, wo er im Athenäum-Klub bis in die letzte Zeit eine der bekanntesten Erscheinungen war. Sylvester hat früh und spät alle Ehren der Wissenschaft geerntet. Er gehörte seit seinem 23. Jahre der Royal Society, der englischen Akademie der Wissenschaften, an und war auswärtiges und korrespondierendes Mitglied aller grofsen gelehrten Körperschaften der Welt, der Berliner, Göttinger, Petersburger und der römischen Akademie dei Lincei, Mitglied des Pariser Instituts und Ehrendoktor einer Reihe von Universitäten. Als Schriftsteller hat er nur wenig hinterlassen, darunter auch poetische Erzeugnisse, denen er selbst gröfseren Wert beimafs, als seine Zeitgenossen. Vorzugsweise als Lehrer hat der bis in sein hohes Alter überaus frische und geistig regsame Gelehrte höchst bedeutend, anregend und befruchtend gewirkt.

---

2) Oberlehrer a. D. Prof. Dr. H. F. Kefsler †.

Am 2. April d. J. verstarb zu Kassel im Alter von 81 Jahren der Ostern 1889 in den Ruhestand getretene Oberlehrer an der Kasseler Oberrealschule Prof. Dr. Hermann Friedrich Kefsler. Eine eingehendere Darlegung seines Lebensganges, seiner Bedeutung als Lehrer und Naturforscher haben wir gelegentlich seines am 11. Oktober 1896 gefeierten fünfzigjährigen Amtsjubiläums im XVIII. Jahrgang ds. Ztschr. S. 64—67 gebracht, wo auch seine zahlreichen bis dahin erschienenen Arbeiten über Lebens- und Entwickelungsverhältnisse bisher unerforschter Insekten aufgezählt sind. Die Befreiung von Berufspflichten brachten ihm Mufse zu neuen eifrigen Forschungen und wertvollen Publikationen auf biologisch-entomologischem Gebiete. Von selbständig erschienenen Schriften sind zu nennen: Neue Beobachtungen und Untersuchungen über die Reblaus. 58 S. Kassel 1888. — Weitere Erörterungen über die Reblaus. 28 S. Ebenda 1889. —

*) Aus National-Ztg. Beiblatt v. 24./III. 97.

Richtigstellungen betr. Beobachtungen und Untersuchungen über die Reblaus, *Phylloxera vastatrix,* und die Blutlaus, *Schizoneura lanigera.* Ebda. 1890. — Die Ausbreitung der Reblauskrankheit in Deutschland und deren Bekämpfung unter Benutzung von amtlichen Schriftstücken. 50 S. Berlin 1892.

In den Schriften des Vereins für Naturkunde zu Kassel erschienen von ihm in den letzten Jahren: Beobachtungen über *Galeruca viburni.* 1889. — Die Ungefährlichkeit und kostenlose Vertilgung der Blutlaus. 1889. — Beobachtungen aus der Entwickelungsgeschichte von *Coleophora gryphipennella.* 1891. — Entwickelungsgeschichte von *Tribolium ferrugineum.* 1891. — Die Entwickelungs- und Lebensgeschichte der Gallwespe *Cynips calicis* und der von derselben an den weiblichen Blüten von *Quercus pedunculata* hervorgerufenen Gallen, Knoppern genannt. 1895.

Ein langes und ein voll Mühe und Arbeit gewesenes, auch köstliches Leben hat hier geendet. Die Verdienste Kefslers um die Schule, an der er viele Jahrzehnte lang in reichem Segen gewirkt, die zahlreichen wertvollen Arbeiten, durch die er die Wissenschaft gefördert, sichern ihm in den weitesten Kreisen ein unvergängliches Andenken.

Kassel. Dr. Ackermann.

---

3) Bardey †.

In unsere Nekrologe müssen wir auch einschliefsen die Nachricht vom Tode unseres früheren langjährigen Mitarbeiters Dr. Ernst Bardey. Das Berliner Tageblatt vom 2. April 1897 berichtet hierüber: „Aus Plaue wird uns telegraphiert: Heute ist hier der bekannte Mathematiker Dr. Ernst Bardey gestorben. Der Verblichene war hauptsächlich Mathematikpädagoge; in dem gröfsten Teil der deutschen Lehranstalten ist seine algebraische Aufgabensammlung im Gebrauch. Er verstand es, darin die trockenen Zahlen zu beleben und besonders in seinen Wortgleichungen immer neue Motive zu finden.“ — Einen ausführlichen Nekrolog werden wir im nächsten (5.) Hefte bringen.

---

4) Hofrat Dr. Josef Kolbe in Wien †.

Im 4. Hefte des laufenden (XXII.) Jahrganges der (österr.) Zeitschrift für Realschulen zeigen an hervorragender Stelle die Redakteure Professoren Bechtel und Glöser in Wien den Tod ihres Chef-Redakteurs des Hofr. Dr. J. Kolbe (gest. am 27. Febr. d. J.) in einem sehr herzlichen Nachrufe an. Neben seinem reichen Wissen wird vorzugsweise seine grofse Arbeitskraft, seine Bescheidenheit und Humanität erwähnt. Den Herausgeber unserer Ztschr. berührt dies insofern, als er selbst, auf Berufung des österr. Unterrichtsministeriums, unter dem Heimgegangenen neben dem nun auch verstorbenen Prof. Warhanek den 1. Bd. jener Zeitschrift (1876) mitredigiert und die genannten Eigenschaften des Verblichenen, zumal seine hohe Bildung und Humanität kennen gelernt hat. Der Tod desselben hat ihn deshalb schmerzlich berührt. Als Nachfolger Kolbes in der obersten Leitung der Redaktion ist Prof. Czuber am Polytechnikum berufen worden.

Zur Frauen-Promotion.

(vgl. Jahrg. 1895, S. 552).

Vor Jahresfrist etwa wurde zu Tübingen die jetzt in Jena als Assistentin wirkende Maria Gräfin v. Linden zum Doktor der Natur-

wissenschaften promoviert. Sie hat nun eine gräfliche Genossin gefunden in der Doktorin der Medizin Friederike Gräfin v. Geldern-Egmont aus Zangberg in Baiern, deren Promotion von der medizinischen Fakultät der Züricher Hochschule dieser Tage vollzogen wurde.
(Lpz. N. N.)

Bekanntmachungen und Einladungen.

Verein zur Förderung des Unterrichts in der Mathematik und den Naturwissenschaften.

Tagesordnung der VI. Hauptversammlung zu Danzig, Pfingsten 1897.

Montag, 7. Juni, abends 8 Uhr: Geselliges Beisammensein in reservierten Räumen des Schützenhauses (Neugarten, an der Promenade, in der Nähe des Hauptbahnhofes).

Dienstag, 8. Juni, vorm. 9 Uhr: Erste allgemeine Sitzung in der Aula des Königl. Gymnasiums. Eröffnung und Begrüſsung. Geschäftliche Mitteilungen. — Bail (Danzig): Erläuterung der Mittel Danzigs und seiner Umgebung zur Förderung des Unterrichts in der Naturbeschreibung. — Schülke (Osterode, Ostpr.): Zur Reform der Arithmetik. — Diskussion im Anschluss an diesen Vortrag. — 11½ Uhr: Frühstückspause (Buffet im Gymnasium). — 12—2 Uhr: Sitzung der Fachabteilung für Physik: Lakowitz (Danzig): Über Schülerhandarbeiten im Anschluſs an den Unterricht in der Physik. — Momber (Danzig): Demonstration einiger neuerer Apparate für die Elektrizitätslehre. — 2 Uhr: Zwangloses Mittagessen. (Vorgeschlagen werden Restaurant Franke [Bier] und Ratskeller [Wein], beide am Langen Markt.) — 3 Uhr: Besuch der Kaiserlichen Werft. — 5 Uhr: Fahrt nach Oliva; Abfahrt per Bahn vom Hauptbahnhof aus. — 8½ Uhr: Zwanglose Vereinigung im Schützenhause.

Mittwoch, 9. Juni, vorm. 9 Uhr: Zweite allgemeine Sitzung in der Aula des Königl. Gymnasiums. — Schwalbe (Berlin): Die Nomenklatur in der Physik. — v. Bockelmann (Danzig): Wie ist im erdkundlichen und naturwissenschaftlichen Unterricht ein lebhaftes Interesse des Jugend für die Beziehungen Deutschlands zum Auslande und für das Deutschtum daselbst zu erwecken? — Kassenbericht. — Wahl von drei Vorstandsmitgliedern an Stelle von Hamdorff, Presler, Schotten. — Bestimmung des Ortes der nächsten Hauptversammlung. — Sonstige geschäftliche Anträge. — 12—1 Uhr: Frühstückspause. — 1—3 Uhr: Sitzung der vereinigten Fachabteilungen für Naturbeschreibung und Erdkunde. — Bail (Danzig): Vorlegung und Besprechung von Sammlungsgegenständen. — Schülke (Osterode, Ostpr.): Bemerkungen zum zoologischen Unterricht. — v. Bockelmann (Danzig): Praktische Behandlung der Gröſsenverhältnisse im erdkundlichen und naturwissenschaftlichen Unterricht. — 4 Uhr: Fahrt nach Neufahrwasser per Dampfer vom Johannisthor. Besichtigung der Westerplatte und der Molen. — 5½ Uhr: Fahrt über See nach Zoppot, Ankunft ca. 6½ Uhr. — 7½ Uhr: Festmahl im Kurhause. (Trockenes Gedeck 3 Mk.)

Donnerstag, 10. Juni, vorm. 8—10 Uhr: Besuch des Provinzial-Museums (naturwissenschaftliche und ethnologisch-anthropologische Sammlungen) unter Führung des Museumsdirektors Herrn Professor Dr. Conwentz. — 10 Uhr: Abfahrt nach Liedlersfähre per Dampfer vom grünen Thore aus. — 12—2 Uhr: Besichtigung der Schleuſsenanlagen und der neuen Weichselmündung. — 2—4 Uhr: Fahrt auf der Weichsel nach Dirschau. — ca. 5¼ Uhr: Ankunft in Marienburg. — 5½—7½ Uhr: Besuch des Schloſses. — 8 Uhr: Abendessen

im Hotel König von Preufsen (Preis des trockenen Gedeckes 2 Mk.). — 10½—11½ Uhr: Abgang der Züge nach Berlin, Königsberg, Danzig.

Das Anmelde-Büreau wird Montag, 7. Juni, nachm. von 4 Uhr ab im Schützenhause, an den folgenden Tagen während der Sitzungen im Königlichen Gymnasium geöffnet sein. Dort liegen die Präsenzliste, die Listen für die Teilnahme am Festmahl und am Abendessen in Marienburg aus. Anmeldungen zum Festmahl, zu den verschiedenen Dampferfahrten und zu der Fahrt nach Marienburg werden wegen der erforderlichen Vorbereitungen möglichst früh, jedenfalls bis Ende Mai erbeten; sie sind an Prof. Momber zu richten.

Empfohlen werden in Danzig die Gasthöfe Hotel du Nord, Englisches Haus, Walthers Hotel, Hotel de Berlin, Drei Mohren, Hotel de Thorn; in Zoppot (20 Minuten Eisenbahnfahrt): Kurhaus, Hotel Werminghoff.

Auf Wunsch ist der Ortsausschufs bereit, für Gäste Unterkommen zu einem bestimmten Preise zu besorgen.

Der Hauptvorstand. Dr. Hamdorff. **Der Ortsausschufs.** Prof. Momber.

Naturforscherversammlung zu Braunschweig.

Die 69. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte zu Braunschweig ist, nachdem der Vorstand der Gesellschaft seine Zustimmung dazu erteilt hat, endgiltig auf die Tage vom 20. bis 25. September 1897 mit einer Vorversammlung am 19. September festgesetzt. Es werden 33 wissenschaftliche Abteilungen gebildet werden (gegenüber 30 Abteilungen in Frankfurt a/M. 1896). Die drei neuen Abteilungen sind: 1) Abteilung für Anthropologie und Ethnologie, die in Frankfurt mit Geographie vereinigt war und nunmehr wieder abgetrennt wird, 2) Abteilung für Geodäsie und Kartographie, die zuletzt in Wien 1894 bestanden hat und 3) Abteilung für wissenschaftliche Photographie, die ganz neu gebildet wird und wohl, als durchaus zeitgemäfs, zur ständigen Einrichtung werden dürfte. Die Nahrungsmittel-Untersuchung, die zuletzt mit der Hygieine verbunden war, wird in der Abteilung für Agrikultur-Chemie berücksichtigt werden. Für Mittwoch, den 22. September, wird vorläufig eine gemeinsame Sitzung der naturwissenschaftlichen Abteilungen unter Beteiligung eines Teiles der medizinischen geplant.

Wir erhielten für diese Versammlung noch folgende Einladungen:

Hochgeehrter Herr!

Die unterzeichneten Mitglieder des Vorstandes der Abteilung für mathematischen und naturwissenschaftl. Unterricht beehren sich, die Herren Fachgenossen zu der vom 20.—25. September hier stattfindenden Jahresversammlung ergebenst einzuladen.

Wir bitten, Vorträge und Demonstrationen spätestens bis Mitte Mai bei einem der Unterzeichneten anmelden zu wollen, da den allgemeinen Einladungen, welche von den Geschäftsführern Anfangs Juli zur Versendung gebracht werden, bereits ein vorläufiges Programm der Versammlung beigegeben werden soll.

Für Mittwoch, den 22. September, ist von Seiten der naturwissenschaftlichen Hauptgruppe des wissenschaftlichen Ausschusses eine gemeinsame Sitzung aller sich mit der Photographie wissenschaftlich beschäftigenden oder dieselbe als Hülfsmittel der Forschung benutzenden naturwissenschaftlichen und medicinischen Abteilungen in Aussicht ge-

nommen, für die Herr Prof. H. W. Vogel in Charlottenburg den einleitenden Vortrag über den heutigen Stand der wissenschaftlichen Photographie zugesagt hat. An denselben sollen sich Berichte über die von anderen Seiten gemachten Erfahrungen anschließen; auch soll eine Ausstellung wissenschaftlicher Photographien damit verbunden werden, deren Organisation Herr Prof. Max Müller hierselbst übernommen hat. Die Anmeldung von Mitteilungen für diese Sitzung und von auszustellenden Photographien erbitten wir gleichfalls spätestens bis Mitte Mai.

Zugleich ersuchen wir, uns etwaige Wünsche in Betreff weiterer gemeinsamer Sitzungen mit einzelnen anderen Abteilungen kundgeben und Beratungsgegenstände für diese Sitzungen nennen zu wollen.*)

Der Einführende: Oberrealschuldirektor Dr. phil. Alex. Wernicke, Professor an der Herzogl. techn. Hochschule, Hintern Brüdern 30. I. — Die Schriftführer: Oberlehrer Dr. phil. Hugo Fenkner, Bültenweg 74. I. Oberlehrer Dr. phil. Wilh. Levin, Cellerstrasse 76. I.

Die unterzeichneten Vorstände der Abteilung für Mathematik und Astronomie und der Deutschen Mathematiker-Vereinigung beehren sich, die Interessenten zu dieser Jahresversammlung ergebenst einzuladen.

Wir bitten Vorträge und Demonstrationen spätestens bis Mitte Mai bei einem der unterzeichneten Schriftführer anmelden zu wollen, da den allgemeinen Einladungen, welche von den Geschäftsführern Anfangs Juli zur Versendung gebracht werden, bereits ein vorläufiges Programm der Versammlung beigegeben werden soll.

Auf der Frankfurter Versammlung ist allseitig der Wunsch hervorgetreten, es möchte bei der Auswahl und Gruppierung der zu haltenden Vorträge mehr als bisher auf deren innere Zusammengehörigkeit Gewicht gelegt werden. Die Unterzeichneten wollen dem, soweit an ihnen ist, in der Weise nachkommen, dass sie versuchen werden, zunächst für ein Gebiet, nämlich für Mechanik, eine Anzahl von Vorträgen verschiedener Gelehrter heranzuziehen; wir freuen uns, mitteilen zu können, daſs uns in dieser Hinsicht bereits einige bestimmte Zusagen gemacht worden sind.

Für Mittwoch, den 22. September, ist von Seiten der naturwissenschaftlichen Hauptgruppe des wissenschaftlichen Ausschusses eine gemeinsame Sitzung aller sich mit der Photographie wissenschaftlich beschäftigenden oder dieselbe als Hülfsmittel der Forschung benutzenden naturwissenschaftlichen und medicinischen Abteilungen in Aussicht genommen, für die Herr Prof. H. W. Vogel in Charlottenburg den einleitenden Vortrag über den heutigen Stand der wissenschaftlichen Photographie zugesagt hat. An denselben sollen sich Berichte über die von anderen Seiten gemachten Erfahrungen anschließen; auch soll eine Ausstellung wissenschaftlicher Photographien damit verbunden werden, deren Organisation Herr Prof. Max Müller in Braunschweig übernommen hat. Die Anmeldung von Mitteilungen für diese Sitzung und von auszustellenden Photographien erbitten wir gleichfalls spätestens bis Mitte Mai.

Zugleich ersuchen wir Sie, uns Ihre Wünsche in betreff weiterer gemeinsamer Sitzungen mit einzelnen anderen Abteilungen kundgeben und Berathungsgegenstände für diese Sitzungen nennen zu wollen.**)

---

*) Wir schlagen vor eine gemeinsame Sitzung mit der „Abteilung für Mathematik" zur Beratung und Diskussion des Themas: „Wie läſst sich die Kluft zwischen Hochschul- und Mittelschul-Mathematik wenn nicht ausfüllen, so doch verengern oder überbrücken?" Welche Anfangs-Vorlesungen sind an Hochschulen für die Aspiranten des Mathematik-Studiums einzurichten? D. Red.

**) Vergl. unsere vorstehende Anmerkung. D. Red.

Vorläufig ist schon eine gemeinsame Sitzung mit der Abteilung für Physik und Meteorologie ins Auge gefafst.

Prof. Dr. R. Dedekind, Braunschweig, als Einführender, Prof. Dr. R. Müller, Braunschweig, Hagenstrafse 2 und Prof. Dr. R. Fricke Braunschweig, Kaiser-Wilhelmstr. 17 als Schriftführer der Abteilung für Mathematik und Astronomie der 69. Versammlung Deutscher Naturforscher und Ärzte. — Prof. Dr. F. Klein, Göttingen, als dz. Vorsitzender, Privatdocent Dr. A. Gutzmer, Halle a. S., Gartenstrafse 5 als Schriftführer der Deutschen Mathematiker-Vereinigung.

Philologenversammlung in Dresden.

Diese soll in den Tagen vom 29. September bis 1. Oktober d. J. stattfinden. Zum Einführenden der mathem.-naturw. Sektion ist, wie verlautet, Herr Prof. Krause vom k. Polytechnikum in Dresden gewählt worden.

Lebende Photographien.*)

Der Ersten Deutschen Gesellschaft für Bewegungs-Photographie „Kinesis", welche sich im vorigen Jahre zu Berlin N. W., Friedrichstr. 94, unter Leitung hervorragender Autoritäten auf diesem Gebiete gebildet hat, ist es gelungen, dank ihrem rastlosen Eifer, mit dem sie an der Weiterführung und Vervollkommnung der noch in den Kinderschuhen steckenden „Lebenden Photographien" arbeitete, durch wichtige Verbesserungen und Neukonstruktionen diese bisher nur das schaulustige Publikum erfreuenden Bewegungs-Photographien nunmehr der Wissenschaft zunutze zu machen. Die in präcisester Weise von der Gesellschaft hergestellten „Thaumatographen" gestatten in einer für den Laien geradezu unerklärlichen Exaktheit und Schärfe die Bewegungen von Objekten durch Beitzaufnahmen zu fixieren und auf den Projektionsschirm wiederzugeben. Die Gesellschaft „Kinesis" hat neben ihrer Fabrik ein für die Zwecke der Thaumatographie eigens eingerichtetes Laboratorium sowie ein Aufnahme-Atelier eröffnet, in welchem nicht allein jeder Privatmann sich, anstatt wie bisher in lebloser Photographie, jetzt thaumatographisch aufnehmen lassen kann, sondern auch jeder Gelehrte, sei er Naturforscher, Mediziner, Physiker, Astronom u. s. w., seine Studien über Naturerscheinungen, Bewegungen von lebenden Wesen und Veränderungen der Körper erweitern kann. Von den vielen Experimenten, welche die „Kinesis" ausführt, sei eine besonders interessante thaumatographische Aufnahme hier beschrieben: Ein Blumen-Arrangement, bestehend aus sich schnell entwickelnden Pflanzen wurde in Zwischenräumen von 45 Sekunden in ca. 2000 Aufnahmen fixiert. Der lichtempfindliche Streifen mufste also alle Stadien aufnehmen, welche die Blumen in ca. 25 Stunden durchmachten. Wird nun dieser Bilderstreifen mittelst des Projektions-Thaumatographen vorgeführt, so sehen wir den Vorgang, der sich in 25 Stunden abgespielt hat, auf dem Projektionsschirm in ca. 1½ Minuten also in eintausendstel der Zeit vor Augen geführt; d. h. wir können der Blumen Wachsen, Erblühen und auch wieder Verwelken im Bilde genau beobachten. In ähnlicher Weise werden der Fortgang in der Entwickelung von Infusorien, Insekten, Fischen oder dergl. die Vermehrung der Bakterien, die Bildung der Krystalle, die Protuberanzen der Sonne u. s. f. durch den neu konstruierten Apparat dieser Gesellschaft

---

*) Der Redaktion mit der Bitte um Aufnahme von der Gesellschaft K. zugesandt.

fixiert und nach Anfertigung solcher Thaumatographien lassen sich die Bilder ganz nach Wunsch in langsamem oder raschem Tempo vor den Augen des Beschauers mit wahrer Lebendigkeit projizieren. Wahrlich eine nicht zu unterschätzende Errungenschaft der Ersten Deutschen Gesellschaft für Bewegungs-Photographie „Kinesis", die für die verschiedenen Zweige der Wissenschaft von hohem Werte ist; auch kann die Bezeichnung „Thaumatographie" entschieden als eine geschickte und glückliche angesehen werden.

Die Preise der Pariser Akademie der Wissenschaften*)

für die Jahre 1897 bis 1901 sind zum Teil jetzt bereits ausgeschrieben. Der Wert derselben für das Jahr 1897 beträgt 255415 Frcs. Der höchste Preis unter diesen ist der Prix Bréant von 100000 Frcs., der für die Lösung der Aufgabe ausgesetzt ist, ein Heilmittel gegen die asiatische Cholera zu finden. Sieben Preise von je 10000 Frcs. für Aufgaben aus der Physik bezw. der Chemie, der organischen Chemie, der Physiologie, Medizin, Mathematik und den Naturwissenschaften. Von besonders interessanten Preisaufgaben sind noch zu nennen: Neue Studien und Experimente über die Höhenregionen der Gebirge besonders mit Bezug auf die Meteorologie und die Bedingungen des Lebens (*Grand Prix des sciences physiques* — 3000 Frcs.). Der bekannte Prix Bordin (3000 Frcs.) ist ausgesetzt für eine Studie über die Tiefe der Meere, die die Küsten Frankreichs umgeben, vom physikalischen, chemischen und zoologischen Gesichtspunkte. Ein Preis von 6000 Frcs. ist für eine Arbeit ausgesetzt, welche die Wirksamkeit der französischen Seemacht zu fördern geeignet ist. Auch das Velociped fehlt unter den Aufgaben nicht, es soll die „Theorie der Bewegung und die Auseinandersetzung der Stabilitätsbedingungen der velocipedischen Apparate (Bicycles, Bicyclettes u. s. w.) in geradliniger und krummliniger Bewegung und auf einer horizontalen oder geneigten Ebene untersucht werden; der Preis beträgt 500 Frcs. Eine Aufgabe (500 Frcs.) beschäftigt sich mit den Erscheinungen des Halleyschen Kometen von 1456 bis 1910. Die Medaille Arago wird von der Akademie jedesmal der dieser Auszeichnung am würdigsten erscheinenden der Arbeit zuerkannt. Der beste Schüler der polytechnischen Schule erhält den Prix Laplace, bestehend in einer Ausgabe von Laplaces sämtlichen Werken. Für 1898 sind an Preisen bereits 82400 Frcs. ausgeschrieben, für 1899 82000 Frcs., darunter der Prix Jean Jacques Berger (12000 Frcs.) für die verdienstvollste Arbeit über die Stadt Paris, für das Jahr 1900 4600 und für 1901 10000 Frcs.

Welches sind nun aber die Preise der verschiedenen deutschen Akademien d. W. (preuſs., bair., sächsische u. s. w.)? Wir werden hierüber in einem der nächsten Hefte berichten. D. Red.

Zentralstelle für Dissertationen und Programme in Leipzig.

Zusatz zu Heft 1, S. 61.

Schon im September 1890 waren innerhalb Jahresfrist 3629 verschiedene Doktor-Dissertationen, Habilitationsschriften, Programmabhandlungen etc. bei der „Zentralstelle für Dissertationen

*) Leipz. Tagebl. Nr. 83. (15./II. 97. I. B.)

und Programme von Gustav Fock in Leipzig"*) eingegangen und in dem von derselben herausgegebenen „Bibliographischen Monatsbericht über neu erscheinende Schul- und Universitätsschriften" verzeichnet worden. Die Mehrzahl dieser Schriften ist nicht in den Handel gekommen. Auf die einzelnen Fachwissenschaften verteilen sich diese 3629 Schriften folgendermaßen: Klassische Philologie und Altertumswissenschaften: 396; Neuere Sprachen und Germanistik: 280; Orientalia: 45; Theologie: 45; Philosophie: 52; Pädagogik: 218; Geschichte nebst Hilfswissenschaften und Geographie: 219; Rechts- und Staatswissenschaften: 274; Medizin: 1235; Exacte Naturwissenschaften (Mathematik, Physik, Astronomie etc.): 225; Chemie: 364; Bildende Künste: 17; Musik: 7; Landwirtschaft: 17; Verschiedenes (Bibliothekwesen, Reden etc.): 34.

Bei der Redaktion eingelaufene Druckschriften.

März 1897.

Mathematik.

Knilling, Die naturgemäße Methode des Rechenunterrichts in d. deutschen Volksschule. 1. T. (Die psycholog. Grundlage der naturgemäßen Rechenmethode.) München-Leipzig, Oldenburg. 1897.

Seeger, Die Elemente d. Arithmetik. 1. T. 2. Aufl. Güstrow, Opitz u. C. 1897.

Köster, Aufgaben aus dem Gebiete d. Arithmetik u. Algebra f. Mittelschulen. 2. T. 2. Aufl.

Bestazzi, *Fondamenti per una teoria generale dei gruppi.* Roma. 1896.

Schubert, Fünfstellige Tafeln und Gegentafeln für log. u. trigonom. Rechnen. Leipzig. Teubner. 1897.

Bobeck, Einleitung in d. projektive Geometrie d. Ebene. 2. Aufl. ib.

Emmerich-Kleinschmidt, Leitfaden d. Geom. f. Knaben-Bürgerschulen. Wien. Hölder. Dsgl. für Mädchen-Bürgerschulen. 1.—2. T. ib.

Strack, Modell-Netze zu den Gebilden der Kegelschnittslehre u. d. projektiven Geometrie. Karlsruhe. Gutsch. (v. J.)

Bachmann-Kamming, Rechenbuch f. h. Mädchenschulen. 8. Heft (gebunden). Leipzig. Freytag. 1897.

Naturwissenschaften.

H. von Helmholz, Vorlesungen über theor. Physik. Bd. V. Elektromagn. Theorie des Lichts. Herausgeg. von König und Runge. Hamburg, Voß. 1897.

Kirchhoff, Vorlesungen über mathematische Physik. 1. Bd. Mechanik. 4. Aufl. (ed. Prof. Wien.) Leipzig, Teubner. 1897.

Abendroth, Leitfaden d. Physik etc. II. Bd. 2. Aufl. Leipzig. Hirzel 1897.

Günther, Handbuch der Geophysik. 2. Aufl. I. Bd. (Bogen 1—8.) Stuttgart. Enke. 1897.

Baer, Lebensgeschichte Cuviers (ed. Stieda). Braunschweig. Vieweg. 1897.

Lassar-Cohn, Die Chemie im tägl. Leben. 2. Aufl. Hamburg-Leipzig. Voß. 1897.

Dürigen, Deutschlands Amphibien u. Reptilien. Magdeburg. Creutzsche V.-B. 1897.

Nach Neptun, Welche Folgerungen ergeben sich etc. (zu langer Titel!) Schweinfurt. Reichardt. 1897.

---

*) Neumarkt 40 und Magazingasse 4.

Baumhauer, Leitfaden d. Chemie a. landw. Schulen. 1. T. Anorg. Ch. 3. Aufl. Freiburg. Herda. 1897.

Philosophisches und Pädagogik.

Strecker, Logische Übungen. 1. Heft. (D. Anfang d. Geom. als log. Übungsmaterial.)

Zeitschriften.

a. wissenschaftliche. Mathem. Annalen. 49. Bd. Heft 1. — Zeitschr. f. Math. u. Physik (red. Mehmke u. Cantor). Bd. 42. Heft 2. — *Nouv. Ann. d. Mathem.* (ed. Laisant u. Antomari) XVI, Jan.—März 1897. — *Periodico di Mathematica etc.* (red. Lazzari) XII, 2. — *Atti della Academia di Torino* XXXII, Disp. 1—6. — Hettner, geogr. Zeitschrift III, 2—3. — Himmel u. Erde (Urania) IX, 5. — Naturw. Rundschau (red. Sklarek) XII, 5—11.

b. pädagogische. Holzmüller, Ztschr. für lateinlose h. Schulen VIII, 5—6. — Unterrichtsblätter f. Math. u. Ntw. (ed. Schwalbe-Pietzker) III, 1 (1897). — (Öst.) Zeitschr. f. d. R.-W. XXII, 1—8. — Zeitschr. f. Schulgeogr. XVIII, 3—4. — Zeitschr. f. weibl. Bildung XXV, 3. 5. — Allgem. d. Lehrerzeitung (Red. Jahn und Arnold, zwei Leipziger Volksschullehrer) 1897. Nr. 6—12.

c. allgemeine. Die Umschau (red. Bechhold) I. Nr. 10—12 (die Nummern 2—9 nicht erhalten!).

April 1897.

Mathematik.

Holzmüller, Ingenieur-Mathematik 1. T. Leipzig, Teubner. 1897.
Seeger, Elemente d. Arithmetik f. d. Schulunterricht. II. T. (Pensum der IIIa bis IIa.) Güstrow, Opitz u. s. w. 1897.
Müller, O., Hilfstafeln für praktische Meſskunde nebst. log.-trig. Tafeln. Zürich, Schulthess. 1897.
Haberland, die Stellung d. Mathematik im System des erziehenden Unterrichts. Neustrelitz bei Heuser. 1891. (Wiederholt eingesandt).
Maurer, Maxima u. Minima, Aufgaben f. d. Prima höherer Lehranstalten. Berlin, Springer. 1897.
Puchberger, Eine allgemeinere Integration der Differentialgleichungen IV u. V (Supplement-Heft). Wien, Gerolds Sohn. 1896.

Naturwissenschaften.

Behrens, Anleitung zur mikrochemischen Analyse u. s. w. Heft 4. Hamburg-Leipzig. Voſs. 1897.
Landsberg, Streifzüge durch Wald und Flur u. s. w. 2. Aufl. (mit Originalzeichnungen). Leipzig b. Teubner. 1897.
Donle, Lehrbuch d. Experimentalphysik für Realschulen u. R.-Gymnasien. München-Leipzig, Wolf 1897.
Beck, Geologischer Wegweiser durch das Dresdner Elbthalgebiet zwischen Meiſsen u. Tetschen. Berlin, Bornträger. 1897.
Prahn, Pflanzennamen. Buckow i. d. M. Müller. 1897.

Paedagogisches und Litt.-Geschichtliches.

Sammlung pädagog. Vorträge (Red. W. Meyer-Markau) X, 1 (Art. Polack: „Was d. Lehrerstande u. der Schule noch fehlt“). — Prospekt des „Reform-Bildungsvereins“ Berlin nebst Programm (Vors. Reil, Direktor d. Berliner Handelsakademie). — Poggendorff's biogr.-litt. Handwörterbuch, III. Bd. Lief. 8—9.

Zeitschriften und Programme.

Nouv. Ann. d. Mathem. XVI. 1897. Aprilheft. — Zeitschr. f. phys. u. chem. Unt. X, 2. — Himmel u. Erde (Urania). IX, 6. — Naturw. Rundschau XII, 12—16. — Geogr. Ztschr. von Hettner. III, 4. — Unterrichtsblätter III, 2. — Zeitschr. f. R. W. XXII, 3. 4. — Zeitschr. f. Schulgeogr. XVIII, 5. — Die Umschau I, Nr. 13—14. 15. 16. — Zeitschr. f. weibl. Bildung XXV, 7. — Allgem. d. Lehrerzeitung 1897, Nr. 13—16. — *Pharmaceutical Review* (edited by Hoffmann and Bremers, Milwaukee, America). Vol. 15, Nr. 3. (March 1897.)

Sep.-Abdrücke.

Ztschr. des Vereins d. Ingenieure. Bd. 41 (Mechan.-Technische Plaudereien v. Holzmüller). — Die österr. Subtractions-Methode von Grofse (aus d. Zeitschr. „Die Mädchenschule"). — Schüller, Logarithmenabschnitt aus seinem Buche „Arithmetik u. Algebra". 2. Aufl.

Programme.

Grimma, Landesschule O. 1897 (Uhlig, „Über Neueinrichtung und Verwaltung eines Schulkabinets"). — Lennep, R.-P.-G. (Rittinghaus, „Die elektrische Stromanlage der Lenneper Realschule). — Neustrelitz, R.-Sch. (Haberland, Verallgemeinerung des Satzes von den „*lunulae Hippocratis*"). — Zwickau, R. (Brückner, Geschichtliche Bemerkungen zur Aufzählung der Vielflache). — Plauen, R. (Pietsch, Bestimmung von Integralen). — Leipzig, Thomas-Gymn. (Brause, Joh. Gottfr. Stallbaum Rektor des Th.-G., Beitrag zur Gesch. ds. Sch.). — Nikolai-Gymn. (Bischoff, das Lehrerkollegium (rectius: „Die Lehrerkollegien!") des N.-G. von 1816 bis 1896/97). — Leipzig, städt. R. I (Nordstadt), enthalten nur Schulnachrichten. — Leipzig, Staats-Gymn. (Richter, die Berührungskegelschnitte der ebenen Kurven 4. O. mit 2 Doppelpunkten). — Annaberg, K. R.-G., enthalten nur Schulnachrichten.

Dezember 1895.*)

Mathematik.

Wolf, Taschenbuch für Mathematik, Physik, Geodäsie und Astronomie. 6. (Schlufs-)Lief. Zürich, Schulthefs. 1995.

Spieker, Lehrbuch d. ebenen Geometrie mit Übungs-Aufgaben f. höhere Lehranstalten. Ausgabe A. 22. Aufl. Potsdam. 1895.

Bothe, Sammlung v. Rechenaufgaben f. höh. Schulen. 3 Hefte. 8. Aufl. Annaberg, Graser. 1895.

Schotten, Der Koordinatenbegriff u. d. analytische Geometrie der Kegelschnitte. Berlin, Grotesche Verlagsbuchhandlung. 1895.

Holzmüller, Method. Lehrbuch d. Elementar-Mathematik. Ausgabe für Gymnasien. 1. Tl. Leipzig, B. G. Teubner. 1896.

Cantor, Vorlesungen über Geschichte d. Mathematik. III. (Schlufs)-Band. 2. Abt. Ebenda. 1896.

Schlömilch-Cantor, Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik. 7. Heft. Supplem. zum 40. Jahrg. d. Zeitschr. f. Math. u. Phys. Ebenda. 1895.

Volkmann, Franz Neumann (Biographie). Ein Beitrag zur Geschichte deutscher Wissenschaft. Ebenda. 1896.

---

*) Ist im Jahrg. 1896 (Heft 1) vergessen worden und wird hiermit nachgetragen. Man wolle dies dort (S. 80) anmerken.

Naturwissenschaften (incl. Geographie).

Wiedemann, Die Lehre von der Elektrizität. 3. Band, 2. Aufl. Braunschweig, Vieweg u. Sohn. 1895.
Wüllner, Lehrbuch der Experimentalphysik. II. Bd. (Wärme), 5. Aufl. Leipzig, B. G. Teubner. 1896.
Beuriger, Physikalisch-chemische Wandtafeln. Neuwied a/Rh., Heusers Verlag. 1895.
Thomé, Lehrbuch d. Zoologie. 6. Aufl. Braunschweig, Vieweg u. Sohn. 1896.
—, Der Mensch, sein Bau und sein Leben. 2. Aufl. Ebenda. 1895.
Turner, Die zerstreute Materie. (Eine naturphilosophische Broschüre.) Leipzig, Thomas. 1895.
Kraepelin, Naturstudien im Hause, Plaudereien in der Dämmerstunde. Ein Buch für die Jugend. Leipzig, B. G. Teubner. 1896.
Hickmann, Geographisch-statistischer Taschen-Atlas. Wien, Freytag u. Berndt. 1895.
—, Geographisch-statistische Schul-Wandtafeln. Ebenda.
Jakob, Unsere Erde. Astronomische u. physische Erdbeschreibung. 2. Aufl. Freiburg im Breisgau. 1895.
Herrmann, Die wichtigsten Resultate der neuen geolog. Spezialaufnahmen in der Oberlausitz etc. (Vortrag gehalten in d. Naturf. Gesellschaft zu Görlitz).

Zeitschriften, Programme etc.

Nouvelles Annales de Mathématiques. XIV. — *Periodico di Mathematica.* X, 5—6. — Zeitschr. f. Math. u. Phys. 40. Jahrg. Heft 6. — Hettner, Geographische Zeitschrift. I, 10—11. — Himmel u. Erde. VIII, 2—3. — Das Wetter. XII, 11. — Natur u. Haus, illustrierte Zeitschrift für alle Naturfreunde. IV, 2—4. — Unterrichtsblätter f. Mathematik u. Naturwissenschaften. I, 5. — Paedagog. Archiv etc. 37. Jahrg. Heft 12. — Pädagogisches Wochenblatt. V. Jahrg. Nr. 7—10. — C.-Org. f. d. R.-W. XXIII, 12. — Zeitschr. f. lateinlose höhere Schulen. VII, 3. — Zeitschr. f. weibl. Bildung. XXIII, 22—24. — Deutsche Lehrerzeitung. 47. Jahrg. Nr. 46—49. — *Programme de la société Batave de philosophie expérimentale de Rotterdam* (1895). — Teubners Mitteilungen 1895. (28. Jahrg.) Nr. 5.

Nachträge und Berichtigungen.

1) Im Inhaltsverzeichnis zu Jahrg. XXVII (1896) Seite XXIV ist vergessen worden unter der Rubrik „Berichte“: Bericht über die Verhandlungen der pädagogischen Sektion der Naturforscher-Versammlung zu Frankfurt a/M. (v. 21.—26. Sept. 1896). T. I. Ref. Dr. C. H. Müller in Frankfurt a/M. Seite 614—623.

2) In Heft 3, S. 205 (Programmschau) mufs der Name des Verfassers von Progr. Nr. 8 (Leipzig, Nikolaigymn. „Über die Begründung der Infinitesimalrechnung“) heifsen: Dr. Ernst Tischer (statt C. Fischer).

Wir knüpfen hieran wiederholt die Bitte, die Herren Berichterstatter wollen ihre Manuskripte recht leserlich und sauber schreiben! Manche beherzigen gar zu sehr das Sprichwort *„docti male pingunt“*.

Einsendungstermine der Beiträge für das Aufgaben-Repertorium.

Wir bringen die Termine, an denen die Beiträge für das Aufg.-Repert. seitens der Haupt-Redaktion d. Ztschr. an den Spezial-Redakteur des Aufg.-

Repert. abgesendet werden, auf's Neue in Erinnerung (vergl. XIV, 272; XVI, 438; XVII, 480; XXII, 160; XXIV, 639;):

für	Heft	1 (1. Jan.)	spätestens	bis	1. November
„	„	2 (15. Febr.)	„	„	15. Dezember
„	„	3 (1. April)	„	„	1. Februar
„	„	4 (15. Mai)	„	„	15. März
„	„	5 (1. Juli)	„	„	1. Mai
„	„	6 (15. Aug.)	„	„	15. Juni
„	„	7 (1. Okt.)	„	„	1. August
„	„	8 (15. Nov.)	„	„	15. September.

Später einlaufende Beiträge werden für das nächste Heft zurückgelegt, oder müssen, falls der Gegenstand schon erledigt ist, ganz fortbleiben. Es empfiehlt sich daher, die Manuskripte immer schon einige Tage vor dem jedesmaligen Absendungstermine einzusenden, da der betreffende Brief (mitunter sogar ein kleines Packet) schon so lange vorher zur Absendung bereit liegt. Es wird wiederholt darum gebeten, die Manuskripte nur einseitig und auf nicht zu dickes Papier zu schreiben. Da es für den Aufgaben-Redakteur bequem ist, die einzelnen Lösungen jede auf besonderem Blatte zu haben, so bittet die Redaktion, den losen Blättern immer einen Umschlag mit Aufschrift zu geben, etwa wie folgt: „Zum Aufgaben-Repertorium. Von Dr. X. i. Y. Auflösungen zu Nr. x, y, z etc. Neue Aufgaben 1—x“ oder ähnlich. —

Die Redaktion d. Zeitschrift.

Briefkasten.

A) Allgemeiner.

1) Es liegen uns eine Anzahl Arbeiten aus dem geometrischen Gebiete vor, die trotz ihrer sonstigen guten Eigenschaften deshalb noch nicht Aufnahme finden konnten, weil sie die auf jedem Heft-Umschlage der Ztschr. stehende Bedingung bezügl. der Figuren **nicht** erfüllen. Sollten die Verfasser der betr. Arbeiten sich nicht dazu verstehen, das Versäumte nachzuholen, so müssen wir die Manuskripte — falls sie nicht abgeholt werden — dem Papierkorb übergeben.

2) Wir bitten die Herren Einsender von Beiträgen wiederholt, ihre Manuskripte nicht auf zu dickes Papier und auf zu grofse Bogen zu schreiben. Es empfiehlt sich ein Quartheft. Dies ist auch wegen der Versendung zweckmäfsig. (Vergl. unsere Bemerkung im Briefkasten des Aufg.-Rep.)

3) Ebenso bitten wir, die Sendungen der Manuskripte oder Korrekturfahnen immer zu wägen oder wägen zu lassen. Wir müssen nicht selten wegen eines Bruchteilgramms (z. B. 0,8 gr.) Übergewicht Strafporto (20 Pf.) zahlen. Warum die Post bereichern?

B) Besonderer.

Herrn F. i. Br. Kam leider für Heft 3 zu spät. Dies geschieht aber meist bei Bekanntmachungen der Vereine. Die Herren bedenken nicht, dafs unsere Ztschr. nicht wöchentlich, auch nicht monatlich, sondern nur anderthalbmonatlich erscheint. — **M. i. C.** Den interessanten Bericht über die Frankfurter Ferienkurse erhalten. Kommt im nächsten Hefte.

Zur sogenannten „Streckenmultiplikation".

Von Dr. Thiede in Köslin.

(Mit einer Figur i. T.)

Es wurde in dieser Zeitschrift die Frage erörtert: welcher Art ist die Operation beim Multiplizieren mit einer Strecke oder beim Dividieren durch eine Strecke?*) Es sei im Folgenden ein weiterer Versuch, diesen Gegenstand zu behandeln, gegeben!

Die Frage, ob zwei benannte Zahlen überhaupt mit einander multipliziert werden können, wird zunächst von vornherein verneint; nur speziell auf geometrischem Gebiete soll z. B. die Multiplikation zweier Strecken einen Sinn bekommen!

Soll der Inhalt eines Rechteckes festgestellt werden, ist hierzu eine passende Linieneinheit auf zwei aneinanderstofsenden Seiten abgetragen und sind durch die Teilpunkte die Parallelen gezogen, so werden zunächst die Flächeneinheiten längs der einen Seite gezählt: $a = 9$, und hiernach werden die Streifen, welche jedesmal $a = 9$ Flächeneinheiten, („F.-E."), enthalten, gezählt: $b = 7$. Wenn nun die Fläche gleich $ab = 63$ F.-E. gewonnen ist, so sind ganz gewifs einfach und rein arithmetisch zwei Zahlen mit einander multipliziert; die Flächeneinheit ist zunächst $a$mal, und dann diese neue Einheit noch $b$mal gesetzt. Und doch scheint noch etwas besonderes dabei vorzuliegen, was dadurch zum Ausdruk kommt, dafs man hinterher ausspricht: „die beiden Seiten sind mit einander multipliziert", „der Inhalt eines Rechteckes ist gleich dem Produkt zweier anstofsenden Seiten".

„Der Inhalt eines Parallelogrammes", heifst es entsprechend, „ist gleich dem Produkt von Grundseite mal Höhe". Könnte man aber nicht das Parallelogramm in lauter Rauten der Linieneinheit zerlegen, wie das Rechteck in Quadrate? Und ergäbe sich dann nicht genau wie oben der geometrische Satz: „Der Inhalt eines Parallelogramms ist gleich dem Produkt zweier anstofsenden Seiten"? Welcher von den beiden Sätzen ist denn nun „richtig"? Oder ist

*) Siehe Jahrg. XXVII, 344 u. f. „Die Erzeugung der mathematischen Fläche und des mathematischen Körpers mittelst Multiplikation von Strecken. Eine neue Auffassung der Erzeugung von Raumgröfsen." Studie vom Herausgeber. D. Red.

es „falsch“, der Flächeneinheit die Form der Raute zu geben? Sachlich berechtigt wäre es doch sogar, anstatt der Raute zur Einheit jedes beliebige Rhomboid zu wählen. Wenn allgemein hierfür die Form des Quadrates gewählt wird, so ist dies offenbar nur ein — natürlich wohl begründeter — Brauch; man ist übereingekommen, dafs von allen Parallelogrammen, welche neben einander gelegt die Fläche lückenlos bedecken, regelmäfsig gerade das rechtwinklig gleichseitige gebraucht werde.

Hierin ist dann eine weitere Vereinbarung enthalten: sind zwei Zahlen, welche die Länge von Strecken angeben, als Produkt geschrieben, so soll darin aufser der arithmetischen Forderung, dafs die beiden Zahlen zu multiplizieren sind, noch die geometrische Forderung enthalten sein, dafs die beiden Strecken unter einem Winkel, und zwar unter einem rechten Winkel zusammenzusetzen seien und so die Zeichnung zum Rechteck zu ergänzen sei.

Auf diese Weise gewinnt es einen Inhalt, wenn zwei benannte Zahlen mit einander multipliziert werden sollen. Die Operation der sogenannten Multiplikation zweier Strecken ist von doppelter Natur, gleichzeitig ein Denkakt arithmetischer und ein solcher geometrischer Art.

Ohne jene Vereinbarung aber hat die Multiplikation zweier benannten Zahlen keinen Sinn. Man kann sich nichts denken bei den Worten „9 Pflaumen $\times$ 7 Pflaumen“, eben so wenig aber bei dem Beispiel „9 cm $\times$ 7 cm“, so lange man sich die Centimeter als blofs gezählte Individuen, etwa als feine Stäbchen, die über den Tisch zerstreut liegen, vorstellt. Man kann so den Haufen der neun Centimeter siebenmal nehmen und hat dann, wenn man 63 Centimeter erhält, eine gewisse arithmetische Operation vollzogen; oder aber man kann die neun Centimeter in einer geraden Linie geordnet denken und dann diese neue Einheit siebenmal in derselben geraden Linie aneinanderreihen. Wenn man hierbei wiederum 63 Centimeter erhält, so hat man von dem Ergebnis eine ganz andere Vorstellung als vorher: zum arithmetischen Denkakt ist ein geometrischer hinzugekommen. So macht man in der That unwillkürlich schon bei den Angaben „neun Pflaumen“ und „neun Centimeter“ einen Unterschied in der Vorstellung, indem man im ersteren Falle Einheit für Einheit einfach zählt, im letzteren dieselben dabei noch gesetzmäfsig ordnet.

In dieser ursprünglichen Thatsache scheint mir der Kern der ganzen Frage um die sogenannte Multiplikation von Strecken enthalten zu sein. Denn erst hiernach ist die weitere Vereinbarung möglich, dafs die Forderung, die beiden Strecken zu multiplizieren, dies bedeute, sie rechtwinklig aneinander zu fügen u. s. w.

Liegt also in dem Multiplizieren zweier Strecken ein Nebeneinanderherlaufen zweier Denkakte: so liefert der

arithmetische als Ergebnis die neue Zahl, der geometrische — die neue (Flächen-)Einheit!

$$a\ \mathfrak{L}.\text{-}\mathfrak{E}. \times b\ \mathfrak{L}.\text{-}\mathfrak{E}. = ab\ \mathfrak{F}.\text{-}\mathfrak{E}.$$

Nach dieser Einsicht mag es für einen höheren Standpunkt eine gewisse Berechtigung enthalten, wenn man dem grundlegenden Satze von der Flächenmessung die kurze Fassung giebt: „die Fläche des Rechteckes ist gleich dem Produkt zweier anstoſsenden Seiten". Indes dürfte es wenigstens für die Schüler, welche zum groſsen Teil gern mechanisch verfahren und sich bei Worten möglichst wenig denken mögen, zweckmäſsiger sein, dem Satze eine solche Fassung zu geben, welche ihnen seinen vollen Inhalt möglichst konkret vor Augen führt, vielleicht: „Die Anzahl der Flächeneinheiten eines Rechteckes wird erhalten, wenn man die Anzahl der Linieneinheiten einer Seite mit derjenigen einer anstoſsenden Seite multipliziert." Alsdann sollten alle andern Inhaltssätze um der Vollständigkeit der Anschauung willen unter Vermeidung des Wortes Produkt schon im Wortlaut auf das Rechteck zurückgeführt werden. „Die Fläche eines Dreiecks ist gleich dem halben Rechteck aus Grundseite und Höhe." Auch z. B.: „Wenn zwei Sehnen im Kreise einander schneiden, so sind die beiden Rechtecke aus ihren Abschnitten flächengleich."

An dieser Stelle möchte ich eine Bemerkung über den Beweis des Satzes von der Fläche des Rechteckes einfügen. Es wird in den Lehrbüchern nach der Behandlung des ersten Falles, wo die gewählte Linieneinheit in den beiden Seiten enthalten ist, der andere Fall, daſs die Einheit nicht in den Seiten aufgeht, so behandelt, daſs anstatt der ursprünglichen Einheit auf eine kleinere, schlieſslich nötigenfalls auf eine unendlich kleine Strecke übergegangen wird. Es kommt immer darauf hinaus, daſs jedes Rechteck in ganze Quadrate, gleichgültig welcher Einheit zerlegt werde, während man doch in den Anwendungen umgekehrt nach einer einzelnen bestimmten Einheit alle möglichen Rechtecke messen will und sich im Ergebnis nicht daran stöſst, wenn dasselbe Bruchteile der Flächeneinheit enthält.

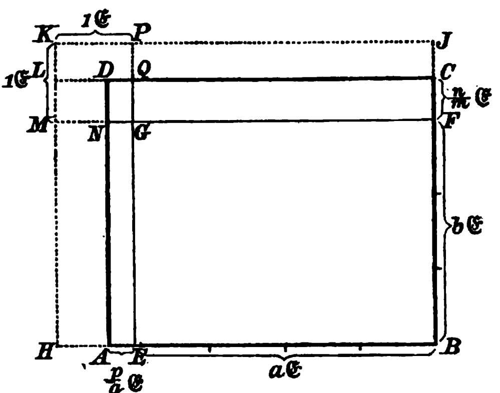
Mir scheint darum der folgende Gedankengang, von dem mir nicht bekannt ist, daſs er schon anderwärts niedergelegt wäre, näher zu liegen und für die Schüler nützlicher zu sein.

Es sei das Quadrat einer bestimmten Linieneinheit ($\mathfrak{L}.\text{-}\mathfrak{E}$ oder kurz $\mathfrak{E}$.) als Flächeneinheit, „Einheitsquadrat"*) ($\mathfrak{E}^2$) gewählt; so kann offenbar ein Rechteck auch Bruchteile hiervon groſs sein, wie

*) Die energische Durchführung der a. a. O. (S. 346 Anm.) vom Herausgeber vorgeschlagenen und mehrfach berührten Umkehrung von Quadratcentimeter in Centimeterquadrat u. s. w. scheint mir sehr wünschenswert.

etwa $\frac{9}{7}\mathfrak{E}^2$, $\frac{1}{8}\mathfrak{E}^2$, $\varepsilon\mathfrak{E}^2$, wo ε jede beliebige Zahl sein kann. Ferner sei noch der ohne weiteres verständliche Satz vorausgeschickt: „Im Rechteck (auch im Parallelogramm) schneidet eine Parallele zu einem Seitenpaar denselben Bruchteil von der Fläche ab, wie von dem andern Seitenpaar."

Nun soll der Inhalt des Rechteckes $ABCD$ (s. d. Figur!) bestimmt, nach dem Quadrat unserer einfürallemal gewählten Linieneinheit gemessen werden! Die letztere werde von der Ecke B aus auf den Seiten AB und BC abgetragen und sei auf AB a mal enthalten, wobei noch ein Stück $EA = \frac{p}{q}\mathfrak{E}$ übrig bleibe, — auf BC b mal, wobei noch $FC = \frac{n}{m}\mathfrak{E}$ übrig bleibe. Heifst der Schnitt der durch E und F gelegten Parallelen zu den Seiten G, so ist jetzt die Fläche $EBFG = ab\mathfrak{E}^2$. Verlängert man ferner



EA über A hinaus, bis H, so dafs $EH = 1\,\mathfrak{E}$, und macht man ebenso $FI = 1\,\mathfrak{E}$, schafft man ferner durch I und H weitere Parallele, mit Schnittpunkten, deren Bezeichnung aus der Figur zu entnehmen, so ist

$$HEGM = b\,\mathfrak{E}^2, \quad \text{also} \quad AEGN = \frac{p}{q}\,b\,\mathfrak{E}^2,$$

$$FIPG = a\,\mathfrak{E}^2, \quad \text{also} \quad FCQG = \frac{n}{m}\,a\,\mathfrak{E}^2,$$

$$MGPK = 1\,\mathfrak{E}^2,$$

also
$$MGQL = \frac{n}{m}\,\mathfrak{E}^2, \quad \text{also} \quad NGQD = \frac{p}{q}\cdot\frac{n}{m}\,\mathfrak{E}^2.$$

$$ABCD = ab + \frac{p}{q}b + \frac{n}{m}a + \frac{p}{q}\cdot\frac{n}{m}\,\mathfrak{E}^2,$$

oder

$$ABCD = b\left(a + \frac{p}{q}\right) + \frac{n}{m}\cdot\left(a + \frac{p}{q}\right)\mathfrak{E}^2,$$

oder

$$ABCD = \left(a + \frac{p}{q}\right)\cdot\left(b + \frac{n}{m}\right)\mathfrak{E}^2,$$

womit der Satz in der oben empfohlenen Fassung allgemein bewiesen ist.

Betreffs des Dividierens durch Strecken ist es nach dem oben Entwickelten selbstverständlich, dafs auch hier zum arithmetischen ein geometrischer Denkakt hinzukommen mufs. Man kann hier z. B. die Fläche 12 $\mathfrak{E}^2$ einmal durch die Zahl 3 dividieren und erhält:

$$\frac{12\,\mathfrak{E}^2}{3} = 4\,\mathfrak{E}^2,$$

nämlich den dritten Teil der ursprünglichen Fläche, oder man kann schreiben

$$\frac{12\,\mathfrak{E}^2}{3\,\mathfrak{E}} = 4\,\mathfrak{E}$$

und erhält so eine Strecke.

Jeder der beiden Quotienten enthält die Aufforderung zur Lösung einer Aufgabe, welche man beide Male in die Worte fassen kann: „Ordne zwölf Einheitsquadrate in drei Gruppen an; wieviele Quadrate sind in jeder Gruppe enthalten?“ Die Antwort lautet beide Male: „4“. Nur sind für den Fall $\frac{12\,\mathfrak{E}^2}{3\,\mathfrak{E}}$ diese vier Quadrate in sachlich bestimmt gemeinter Ordnung, nämlich in gerader Richtung und die drei Gruppen gleichfalls in bestimmter Ordnung neben einander gelegt gedacht; während bei $\frac{12\,\mathfrak{E}^2}{3}$ die vier Quadrate nicht in einer solchen geometrisch strengen Ordnung gelagert zu sein brauchen, und ebensowenig die drei Gruppen. Als Folge dieser verschiedenen sachlichen Anschauung zeigt sich im ersteren Falle die Änderung der Einheit $\mathfrak{E}^2$ in $\mathfrak{E}$ im Ergebnis, im zweiten Falle ihre Beibehaltung.

Dabei ist vielleicht noch besonders darauf hinzuweisen, dafs man nicht etwa annehmen darf, bei der letzteren Aufgabe $\frac{1}{3}(12\,\mathfrak{E}^2)$ finde eine Gliederung der ganzen 12 $\mathfrak{E}^2$ in drei Gruppen überhaupt nicht statt, so dafs die obige Fragestellung für diesen Fall unzulässig wäre, sondern man erhalte eben durch „reine“ Division $\frac{12}{3} = 4\,\mathfrak{E}^2$! Die technische Fertigkeit im Gebrauch der Zahlen, welche wir uns als Kinder im Umgang mit dem Einmaleins aneigneten und heute besitzen, läfst uns die ursprünglich nötige sachliche Anschauung leicht etwas kurz abmachen; im Grunde aber heifst den dritten Teil einer Sache nehmen immer, zunächst die Sache in drei gleiche Teile — nur nicht von vorn herein in bestimmter Ordnung — zerlegen und dann sich einen einzelnen, d. h. zugleich jeden einzelnen der Teile seiner Gröfse nach vorstellen.

In beiden Fällen haben wir es mit vollkommen derselben Zahlenoperation zu thun, nur die hinzukommende sachliche Anschauung ist eine verschiedene.

Näher betrachtet, kommt alsdann jene gesetzmäfsige Anordnung der Einheiten bei der einen Operation, $\frac{12\,\mathfrak{E}^2}{3\,\mathfrak{E}}$, offenbar auf die geometrische Aufgabe hinaus, ein Rechteck in ein anderes zu verwandeln, für welches die eine Seite vorgeschrieben und die andere zu suchen ist, so dafs der obigen Aufgabe sich andere anschliefsen lassen, wie:

$$\frac{12\,\mathfrak{E}^2}{2\,\mathfrak{E}} = 6\,\mathfrak{E}, \quad \frac{12\,\mathfrak{E}^2}{4\,\mathfrak{E}} = 3\,\mathfrak{E}, \quad \frac{12\,\mathfrak{E}^2}{5\,\mathfrak{E}} = 2\tfrac{2}{5}\,\mathfrak{E}, \quad \ldots$$

Eine Fläche n E² kann ursprünglich eine ganz beliebige Gestalt haben, dieselbe mufs aber geometrisch zunächst in die Form eines Rechteckes gebracht sein: $n\,\mathfrak{E}^2 = a \cdot b\,\mathfrak{E}^2$, ehe sich die Aufgabe ausführen läfst: $\frac{n\,\mathfrak{E}^2}{a\,\mathfrak{E}} = \frac{a\,b\,\mathfrak{E}^2}{a\,\mathfrak{E}} = b\,\mathfrak{E}$.

Ohne die Benutzung des Rechteckes ist die sogenannte „Division durch eine Strecke" ohne Inhalt. — So sind wir wieder auf unsere frühere „Vereinbarung" geführt, dafs für die „Multiplikation mit Strecken", $a \times b$, die Linieneinheiten in gerader Linie zu ordnen und die zwei gewonnenen Strecken rechtwinklig aneinander zu fügen seien u. s. w., — nur dafs es sich jetzt beim Dividieren, $\frac{ab}{a}$, gewissermafsen um den umgekehrten Weg, um ein Zerlegen handelt.

Ganz Analoges geht, wie leicht ersichtlich, vor sich, wenn ein Raum durch eine Strecke oder durch eine Fläche „dividiert" werden soll:

$$\frac{12\,\mathfrak{E}^3}{3} = 4\,\mathfrak{E}^3, \quad \frac{12\,\mathfrak{E}^3}{3\,\mathfrak{E}} = 4\,\mathfrak{E}^2, \quad \frac{12\,\mathfrak{E}^3}{3\,\mathfrak{E}^2} = 4\,\mathfrak{E}.$$

Immer ist auch hier der Körper zunächst in die Form des Rechteckers gebracht zu denken. Und wie alle Formeln für Flächeninhalte auf das Rechteck zurückgehen, so alle Formeln für Rauminhalte auf den Rechtecker: $\frac{4}{3}\pi \cdot r^3$, $\frac{1}{3}\pi \cdot h^2(3r - h)$. Nur auf diese Weise wird Multiplizieren und Dividieren an Raumgebilden möglich; wobei nicht zu übersehen ist, dafs die praktisch stets angewendete Form gerade des rechtwinkligen Parallelepipedons nur ein spezieller Fall unzählig vieler möglichen ist; denn an und für sich wäre eine Einteilung und Messung der Räume nach jedem Rhomboeder mit beliebigen Winkeln denkbar, und für die Anwendung ist gerade das rechtwinklige offenbar nur aus dem Grunde gewählt, weil der rechte Winkel am leichtesten gewonnen und am bequemsten vorgestellt werden kann und weil sich dabei der Vorteil ergiebt, dafs die Winkel überall dieselben sind und nicht mehrere, wenn auch in gesetzmäfsigem Zusammenhange stehende Winkel auftreten. [Bei einer jeden ersten Abweichung von der geraden Richtung treten wir aus der einfachen Linie in die (ebene)

Fläche über, mag die Abweichung speziell orthogonal oder beliebig transversal erfolgen; bei jeder weiteren Abweichung aus der Ebene unter irgend welcher Neigung treten wir in den Raum über.]

Jedenfalls handelt es sich bei der „Multiplikation von Strecken" u. s. w. nach dieser Vereinbarung und festgestellten Wahl des rechten Winkels — abgesehen von der arithmetischen Behandlung von Zahlen — immer um ein Zusammensetzen (eine Synthese) von geraden Strecken zu ebenen Rechtecken und von eben solchen Strecken und ebenen Rechtecken zu Rechteckern, oder umgekehrt um ein Zerlegen (eine Analyse) der zusammengesetzten Gebilde in die einfacheren.

Nach dieser Vergegenwärtigung der doppelten Natur des Denkaktes bei der „Streckenmultiplikation" dürfte sein Wesen vollständig erklärt sein.

Über den Ausdruck „Multiplikation mit einer Strecke" scheint mir dann aber noch verhandelt werden zu müssen. Ist es angemessen zu sagen: „Der Raum $n\,\mathfrak{E}^3$ wird durch eine Fläche $m\,\mathfrak{E}^2$ dividiert", und dergl.? Dann müfste man auch 50 min mit 20 cm³ multiplizieren oder eine Meile durch 5 min dividieren können. Ein Beispiel: In ein Fafs, das 1000 cm³ fafst, führt eine Röhre in der Minute 20 cm³ Wasser; in wieviel Minuten wird das Fafs gefüllt sein? — In x min! Also:

$$20\ \text{cm}^3 \times x\ \text{min} = 1000\ \text{cm}^3!!$$

$$\frac{1000\ \text{cm}^3}{20\ \text{cm}^3} = x\ \text{min}!!$$

Oder: Ein Windspiel legte eine Meile in 5 min zurück; wieviel Meter in einer Sekunde? — x m! Also:

$$x\ \text{m} \times 300\ \text{sec} = 7500\ \text{m}!!$$

$$\frac{7500\ \text{m}}{300\ \text{sec}} = x\ \text{m}!!$$

So scheint mir niemand im Ernst sprechen zu wollen. Und dann kann die Wendung „Multiplizieren mit einer Strecke" auch nicht statthaft sein. Wollte man sich darüber einigen und abmachen, diese streng genommen nicht angemessene Ausdrucksweise für jenen ganzen geistigen Vorgang in seiner doppelten Natur doch gelten lassen zu wollen — wegen ihrer Kürze — so besorge ich, würden zahlreiche Schüler sich immer wieder verleiten lassen, dahinter etwas sozusagen Mystisches zu vermuten.

Thatsächlich werden in dem obigen Beispiele überhaupt nicht 20 cm³ mit x min multipliziert, sondern wenn x min lang je 20 cm³ flossen, so sind im ganzen $x \cdot 20$ cm³ geflossen; und genau ebenso

werden sicherlich niemals 7 cm mit 9 cm multipliziert, sondern in dem der Anschauung vorliegenden Falle werden durch Zählen, Multiplizieren $7 \cdot 9\,\text{cm}^2$ gefunden. Selbst wenn man den Ausdruck „Multiplikation zweier Strecken" dulden wollte, mit der verabredeten Erklärung, dafs die beiden Strecken zum Rechteck zusammengesetzt gedacht werden sollen, — was aber auch wohl am besten vermieden wird —, so müfste doch immer mit der äufsersten Bestimmtheit die Annahme zurückgewiesen werden, als wäre wirklich speziell auf geometrischem Gebiete etwas möglich, was sonst nicht, nämlich eine Multiplikation benannter Zahlen.

Multiplizieren und Dividieren sind und bleiben überall dieselben arithmetischen Operationen; nur dafs der mit den Zahlen Rechnende nebenher sich beständig sachlich bewufst bleiben mufs, mit was für Bestandteilen der Wirklichkeit er zu thun hat. Und diese Wirklichkeit besteht nicht blofs aus ungesetzmäfsig zerstreuten oder auch nach geometrischen Gesetzen geordneten Dingen, sondern auch aus Veränderungen an und unter diesen Dingen, aus Vorgängen. Die Wirklichkeit der Erscheinungswelt ist nach Raum und Zeit zugleich geordnet, so dafs auch die Zeit der Rechnung mit unterzogen werden kann, (gleichsam wie eine 4. Dimension). Stellen wir uns nacheinander die Beispiele vor: 7×1 Pflaume, 7×1 cm, $7 \times 9\,\text{cm}^2$, $7 \times 9 \times 3\,\text{cm}^3$, „$7\,\text{cm}^3 \times 50$ min", so haben wir in dieser Reihe gewissermafsen eine graduelle Steigerung, eine Stufenfolge immer reicher werdender Beteiligung der Anschauung in unserer Geistesthätigkeit, neben dem jedesmaligen rein arithmetischen Zählen, Multiplizieren; ja schliefslich ist das reine Zählen, Multiplizieren, Dividieren ohne jede Anschauung im Grunde überhaupt nicht möglich. Die „abstrakten" Zahlen 9×7 liefern das Ergebnis 63; aber diese Operation kann nur derjenige vollziehen, der vorher unter der Anschauung konkreter Dinge eine besondere Schulung des Geistes durchgemacht hat. Die abstrakte Angabe ist als solche eben leer und unvorstellbar; die kurze Beifügung der Einheiten, z. B. $7\,\text{cm} \times 9\,\text{cm}$, giebt statt umständlicher Worte den Anhalt, durch welchen die Anschauung einen konkreten Inhalt gewinnt.

Endlich ist sogar die Andeutung der Operation durch eine solche Schreibweise eine unberechtigte. Nicht $20\,\text{cm}^3 \times x$ min mufs geschrieben werden, sondern einfach $20\,\text{cm}^3 \times x = (20x)\,\text{cm}^3$, und ebenso niemals $7\,\text{cm} \times 9\,\text{cm}$, sondern $7\,\text{cm}^2 \times 9 = (7 \times 9)\,\text{cm}^2$. Auf beiden Seiten der Gleichung mufs es sich um dieselbe Einheit handeln.

Auch die oben wiederholt angewendete und in jenen Entwickelungen wohl berechtigte Schreibweise $\frac{12\,\mathfrak{C}^2}{3\,\mathfrak{C}}$ kann nicht zu allgemeinem Gebrauch empfohlen werden, vor allem auch aus dem

Grunde, weil sie entbehrlich ist, sobald bei Rechnungen über Flächen- und Rauminhalte anstatt der eigentlichen Zahlen Buchstabengröſsen gewählt werden, — was wohl durchweg geschieht:

$$ab = 12\ \mathfrak{E}^2,\quad \frac{ab}{8} = 4\ \mathfrak{E}^2,\quad \frac{ab}{a} = b\ \mathfrak{E}.$$

Wenn insbesondere die stereometrische Aufgabe — von besonderen Fällen abgesehen — bis zum Ergebnis in Buchstabengröſsen durchgeführt wird und erst hier die gegebenen Zahlenwerte eingesetzt werden, so kommt jene die arithmetische Operation begleitende in der Anschauung beruhende Denkthätigkeit von selbst beständig mit zum Ausdruck und auch leicht zum Bewuſstsein, da die auftretenden Koeffizienten sich als natürliche Zahlen oder Winkelfunktionen von den geometrische Gebilde bedeutenden Zeichen von selbst unterscheiden.

Hingegen scheint mir das gänzliche Weglassen der Einheiten bei den Rechnungen für die Schüler bedenklich. Wenn dieselben nicht mechanisch arbeiten, sondern sich der mit der arithmetischen Rechnung zu verknüpfenden Vorstellungen sachlichen Inhalts bewuſst bleiben sollen, so dürfte darauf zu halten sein, daſs jeder einzelnen Gleichung zum Schluſs die jedesmal geltende Einheit beigefügt wird. — Zu einer wohlthätigen Übung wird dies besonders auch, wo es sich um die Aufstellung der Ansatzgleichungen über reelle Dinge und Beziehungen bei den sogenannten eingekleideten Aufgaben handelt.

Zur Multiplikation mit benannten Zahlen.

Vom Realschuloberlehrer Sievers in Frankenberg i./S.

(Aus einem Schreiben an den Herausgeber.)

Sehr geehrter Herr! Mit groſsem Interesse habe ich Ihre Auseinandersetzung über die „longitudinale" und die „transversale" Multiplikation gelesen und mich gewundert, daſs Sie auch jetzt noch die Möglichkeit der Multiplikation benannter Gröſsen perhorreszieren; denn obwohl Sie

$$F = 3\ \text{cm} \cdot 4\ \text{cm} = 12\ \text{cm}^2$$

setzen, fügen Sie doch hinzu: „Hier ist nicht Strecke mit Strecke multipliziert, sondern der Multiplikator ist aufgelöst in eine Anzahl Punkte und stellt also eine reine Zahl dar". Das verstehe ich nicht. Wer eine Strecke auflöst, erhält wieder Strecken; wird ihre Zahl unendlich, so werden die Längen unendlich klein, d. h. sie werden nicht Punkte, sondern bleiben Strecken. Damit wird also die Schwierigkeit der Multiplikation benannter Gröſsen nicht gehoben.

Wer aber bei dem Worte Multiplizieren nur an die Bedeutung

des Vervielfältigens denkt, der wird die Schwierigkeit nie heben, er wird genau genommen wie den benannten so auch den gebrochenen, den negativen und vor allem den imaginären Multiplikator nicht verstehen. Und doch arbeiten wir mit solchen Gröſsen und müssen demnach auch ihre Berechtigung nicht allein zugestehen, sondern auch nachweisen, wir müssen wenigstens nachweisen, daſs sich gegen ihre Verwendung nichts Belangreiches einwenden läſst. Das, meine ich, läſst sich in folgender Weise erreichen:

Die Arithmetik bildet aus zwei oder mehreren Gröſsen eine dritte.

A. Die Addition. Man reiht die Gröſsen einfach aneinander. Es ergiebt sich die Summe. Soll die Summe als einheitliche Gröſse darstellbar sein, so müssen die aneinandergereihten Gröſsen gleichnamig sein; doch ist das für die Addition, weil für die Aneinanderreihung, keineswegs nötig. Ganz allgemein sind die Gröſsen, die die Summe bilden, vertauschbar und haben deshalb einen gemeinsamen Namen, sie heiſsen die Summanden.

Sind die Summanden nicht allein gleichnamig, sondern auch gleich, so liegt der besondere Fall der Vervielfältigung vor, und man nennt den Summanden Multiplikand, die Antwort auf das „Wie oft?" den Multiplikator. Ob man den Multiplikand oder den Multiplikator voranstellen will, darüber läſst sich streiten. Wenn man aber die Stellen beider festgesetzt hat, so kann von einer Vertauschung keine Rede mehr sein; denn es ist einfach unbegreiflich, wie man etwas 3 ℳ, 7 Tage oder 5 m „Mal" wiederholen will, auch kann man etwas niemals $3\frac{3}{4}$, $\sqrt{2}$, (-3) oder $\sqrt{-7}$ mal thun. Über die Subtraktion bedarf es keines Zusatzes; das Messen sucht den Multiplikator, das Teilen sucht den Multiplikand, aus den beiden andern zugehörigen Gröſsen.

Die Vervielfältigung ist also eine wiederholte Addition; zu ihrer bequemen Ausführung hat man bestimmte Regeln zusammengestellt, wie z. B. das 1×1.

B. Die (eigentliche) Multiplikation. Schade, daſs wir gerade dieses Wort gewählt haben, wodurch wir stets an die Vervielfältigung erinnert werden. — Aus zwei oder mehreren, gleichnamigen oder ungleichnamigen Gröſsen wird eine neue gebildet, das Produkt. Die einzelnen Gröſsen heiſsen Faktoren, und sie dürfen so heiſsen, d. h. sie dürfen diesen Namen führen, weil sie in gleicher Weise zur Bildung des Produkts beitragen; selbstverständlich sind sie dann auch vertauschbar. Die Rechnung erfolgt nach den bei der wiederholten Addition — der Vervielfältigung — aufgestellten Regeln.

Um a kg b m hoch zu heben, braucht man $ab = c$ mkg Kraft, ein Rechteck von a m Länge und b m Breite faſst $ab = c$ qm, was a Arbeiter in b Tagen leisten, das sind $ab = c$ Tagewerke. Hier ist c gewiſs nicht durch Vervielfältigung von a mit b oder umgekehrt entstanden und doch ist c aus a und b und zwar nicht

allein in der Quantität, sondern auch in der Qualität hervorgegangen, sodaſs man mit Fug und Recht a und b die Produzenten, c das Produkt und das ganze eine Produktion nennen könnte. Dann wäre die Vertauschbarkeit der Faktoren klar und die Möglichkeit benannter, negativer und gebrochener Faktoren einleuchtend und die Einführung des Imaginären sicherlich nicht schwieriger als jetzt.

Werden die Faktoren (Produzenten) gleichnamig und gleich, so erhalten wir eine Potenz; die Faktoren heiſsen Basis, ihre Anzahl Exponent. Basis und Exponent lassen sich nicht vertauschen, sowenig wie bei der Vervielfältigung Multiplikand und Multiplikator. Der Exponent kann nur eine ganze positive Zahl sein, er wird aber künstlich auf alle Gröſsenarten ausgedehnt, indem man nachweist, daſs das Hauptgesetz der Potenzierung $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ für alle Exponenten gilt.

Hier giebt es zwei Umkehrungen, und zwar entspricht

das Radizieren dem Teilen,

das Logarithmieren dem Messen.

Hiernach giebt es also nur zwei Stufen:

I. Zwei (oder mehrere) Gröſsen von gleicher Art werden zu einer neuen Gröſse derselben Art verbunden: Addition.

II. Zwei (oder mehrere) Gröſsen gleicher oder verschiedener Art werden zu einer neuen Gröſse von anderer Art — gewissermaſsen von höherer Art oder von mehr Dimensionen — verbunden: Multiplikation.

Auſserdem giebt es noch Wiederholungen: Vervielfältigung und Potenzierung und Umkehrungen: Teilen und Messen, Radizieren und Logarithmieren.

Eine höhere Rechenstufe, als die Potenzierung ist undenkbar, weil man zwei Gröſsen nicht anders als nach Art der Addition oder nach Art der Multiplikation verbinden kann. Wer eine dritte Art erfindet, erfindet zugleich auch eine neue Rechenstufe, nebst Wiederholung und Umkehrungen.

$a^{a^{a^{a^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}}}$ enthält nur eine wiederholte Potenzierung d. h. die Wiederholung einer Wiederholung, also eine Wiederholung, stellt also keine neue Rechenstufe dar. Dasselbe gilt übrigens schon von der Potenzierung, wenn man sich an die landläufige Auffassung hält.

Notwendige Bemerkungen zu den beiden voranstehenden Aufsätzen.

Vom Verfasser des ursprüngl. Art. in Jahrg. XXVII, S. 344 u. f.

I. Zum Aufsatz von Sievers.

Daſs eine Linie (Strecke) nicht in Punkte, also auch nicht in eine Punktreihe aufgelöst werden könne, muſs ich als Gegner der gangbaren Ansicht bestreiten, weil das meiner Anschauung von der Entstehung der Linie durch Bewegung eines Punktes, d. i. von dem Werdeprozeſs (*status nascens*) der Linie widerspricht. Und was ist denn eine „unendlich kleine Strecke"? Hat jemand von ihr eine richtige Anschauung, oder kann er sich eine Vorstellung von ihr machen? Hat er sie von der unendlich groſsen? Ich behaupte, daſs derjenige, der sie zu haben vorgiebt, — falls er nicht etwa Autoritätsanbeter ist und gedankenlos nachschwätzt — in einer argen Selbsttäuschung sich befindet. Es sind dies Dinge, die in das noch recht dunkle Grenzgebiet der Mathematik und Philosophie, oder, vielleicht besser gesagt, der Metageometrie gehören. Ich gedenke hierüber mich ausführlicher in der Fortsetzung meiner (in ds. Ztschr. zerstreuten) Artikel „über geometrische Grundbegriffe" auszusprechen. Doch möchte ich schon jetzt hierüber wenigstens einige Andeutungen geben.

Sobald man die Linie durch Bewegung eines Punktes entstanden denkt, und dies anschaulich zu lehren sucht — und das geschieht doch in fast allen Lehrvorträgen und Lehrbüchern — so nimmt doch der Punkt, man mag ihn sich denken wie man will, bei diesem Prozeſse eine Stelle im idealen Raume ein; gerade so, wie der sich bewegende und als unfaſsbar klein (etwa als Molekül oder Atom) zu denkende materielle Punkt bei der Beschreibung einer physischen Linie durch Bewegung; denn jener psychologische Prozeſs ist gleichsam nur das Spiegelbild von diesem physikalischen. Am Ende seiner Bewegung steht der die Linie beschreibende Punkt still und hat nun die unendlich vielen einander unendlich nahe liegenden Stellen vom Anfang bis zum Ende seines Weges durchlaufen; er hat in jeder Stelle die Spur seines Daseins hinterlassen. In der unendlich nahen Lage der einzelnen aufeinander folgenden Stellen liegt das Wesen (die Natur) der Kontinuität, Stetigkeit oder Lückenlosigkeit der Linie. Bei seiner Rückbewegung zum Anfangspunkt muſs er jede dieser Stellen in umgekehrter Reihenfolge wieder einnehmen. Mag man nun diese Stellen und den Punkt noch so klein (unendlich kein*)) und die Zeitmomente der Bewegung aus einer Stelle in die andere ebenfalls unendlich klein denken, etwa so, daſs sie wie Ätherschwingungen für das menschliche Gehirn

*) Ich rechne zum Unendlichkleinen schon das für uns Menschen unfaſsbar Kleine, vergl. die folgende Anmerkung.

unfaſsbar*) sind, so müssen sie doch vorhanden sein. Die zusammenhängende stetig aufeinander folgende Reihe der Stellen bildet aber eben die Linie.

Ob man nun diese einander unendlich nahe liegenden, stetig ineinander übergehenden Stellen als Punkte oder als unendlich kleine Teilstrecken ansehen oder sich vorstellen und wie man sie benennen will, darauf kommt wenig an. Namengeben ist wohlfeil. Die Namen müssen aber das Wesen der Sache, hier den Werdeprozeſs der Linie treffend bezeichnen, denn er ist die Hauptsache.

Bei alledem ist noch nicht des Widerspruchs gedacht, der darin liegt, daſs — nach den meisten Autoren über geometrische Grundbegriffe — der sich bewegende Punkt als ausdehnungslos gedacht werden soll und doch das Resultat seiner Bewegung, d. i. die Linie, eine Ausdehnung haben soll; und daſs sie eine hat, daran zweifelt doch wohl niemand! Diese Ansicht ist gleichbedeutend mit der Behauptung, daſs aus einem Nichts ein Etwas erzeugt werden könne und verdient noch auſserhalb des Rahmens dieser Bemerkungen eine kritische Beleuchtung.

Nun noch einige andere Behauptungen des Hrn. Sievers:

2) Hr. Sievers hält nicht auseinander gleichartig und gleichnamig. Gleichartig sind z. B. Münzen und Münzen (Mark, Frank, Rubel) gleichnamig z. B. Mark und Mark. Nun soll es nach Hrn. Sievers für die Addition („Aneinanderreihung") ungleichbenannter Gröſsen keineswegs nötig sein, daſs die zu addierenden Gröſsen gleichnamig sind: Soll man denn Mark und Pfennige durch bloſses Aneinanderreihen addieren z. B. 4 ℳ 3 ₰ = 43? Ferner: die Addenden seien vertauschbar, als 4 ℳ 3 ₰ = 3 ℳ 4 ₰? Nur gleichnamige Addenden sind vertauschbar z. B. 3 ℳ + 4 ℳ = 4 ℳ + 3 ℳ = 7 ℳ. Es sind das freilich so elementare Dinge, daſs ich bedauere darüber sprechen zu müssen. Sollte ich Hrn. Sievers miſsverstanden haben, so liegt das wohl nur an seiner Darstellung.

3) Ob man bei der Ansatzform der Multiplikation den Multiplikand oder den Multiplikator voranstellen soll, darüber zu streiten ist müſsig, seitdem in ds. Ztschr. schon 100 mal bewiesen ist, daſs folgerichtig (naturgemäſs, logisch) das zu Multiplizierende d. i. der Multiplikand zuerst gedacht werden (oder dasein) muſs, bevor man davon reden kann, wie oft er zu setzen sei und dieses „wie oft" bestimmt eben der Multiplikator. Wenn hier der „usus" z. B. im Einmaleins oder im gesellschaftlichen Leben das Gegenteil thut, dann thut ers eben als „tyrannus".

---

*) Welcher Geist kann die 3800 Schwingungen, die nach Helmholtz der höchste vom menschlichen Ohre noch vernehmbare Ton in 1 Sekunde macht, erfassen? Kaum fassen wir die 16, welche der tiefste Ton macht. Oder wer kann die 568 Billionen erfassen, die ein Ätherteilchen in 1 Sek. hin- und herschwingt? Melde, Akustik, S. 24 und Tyndall, Schall, S. 85.

4) Des Hrn. Sievers neue Multiplikation als Produktion aus Faktoren (Produzenten) ist nicht Multiplikation im mathematischen Sinne, sondern Produktion etwa physikalischer und chemischer Natur. 3 kg 4 m hoch zu heben braucht man 12 mkg. Hier ist Meterkilogramm eine Zwittergröſse, sie ist deshalb auch graphisch nicht darstellbar, weil sie aus ungleichartigen Gröſsen zusammengesetzt ist, aus einer Länge (Meter) und aus einem Gewicht (Kilogramm).

II. Zu Hrn. Thiedes Aufsatz.

In unserer Darstellung der Streckenmultiplikation a. a. O. ist der von Hrn. Thiede sogenannte arithmetische und geometrische Denkakt organisch verwebt oder verschmolzen. Der unserer Anschauung bezw. dem Denken zu Grunde liegende Prozeſs oder Erzeugungsakt ist dem Wachsen eines organischen Körpers, etwa eines Pflanzenblattes, vergleichbar. Nicht anders in der Körperlehre (Stereometrie). Ebenso wie die Linie aus dem Punkte durch fortschreitende Bewegung desselben erzeugt wird, ebenso wird auch die Fläche durch Bewegung einer Linie organisch erzeugt, z. B. die Ebene durch parallel zu sich selbst stetig fortschreitende Bewegung einer Geraden. Nennen wir diese Erzeugende Matrix. Die Gröſse dieser Fortbewegung wird, wie a. a. O. gezeigt, durch eine an die erzeugende Gerade rechtwinklig angesetzte als Punktreihe anzusehende zweite Gerade (Leitlinie, Direktrix) bestimmt. Hierauf beruht eben die Berechtigung die erzeugende Gerade (Grundlinie) beim Rechteck mit der Maſslinie der Fortbewegung d. i. der Höhe zu multiplizieren. Jedes noch so kleine Fortrücken (Wachsen) der Basis als Erzeugender (Matrix) parallel zu sich selbst ist doch eben ein Anwachsen zur Fläche (Ebene) und kann gemessen oder gemessen gedacht werden an der Direktrix, indem wir diese als in unendlich viele unendlich kleine Strecken zerlegt denken, jede etwa $= \alpha$, deren Summe $=$ der Höhe der Direktrix ist. So haben wir die Erzeugung der Fläche (Ebene) als einen organischen Akt oder Prozeſs. Der geometrische Denkakt liegt im Fortrücken der Matrix, der arithmetische im Messen des Fortrückens an der Direktrix und der Multiplikation mit der gefundenen Maſszahl.

Man wird mir vielleicht entgegnen, ich hätte bei den vorausgehenden Auseinandersetzungen übersehen, daſs das Gebiet der stetigen und das der diskreten Gröſsen völlig von einander getrennt seien. Ich aber bin der Ansicht, daſs diese Gebiete im Unendlichkleinen sich **berühren,** bezw. **in einander übergehen.**

Zum Aufgaben-Repertorium.

(Redigiert von Oberlehrer C. Müsebeck-Waren in Mecklenburg.)

A. Auflösungen.

1499. (Gestellt von Haberland XXVII_3, 191.) Wenn auch in der Krystallographie der Würfel nicht als Halbflächner im hexagonalen System betrachtet wird, so kann doch rein mathematisch die Aufgabe gelöst werden: Welche hexagonale Pyramide bringt als Halbflächner den Würfel hervor? Zu berechnen a) das Verhältnis der Haupt- zur Nebenachse, b) das der Pol- zu den Randkanten, c) die Neigung der Seitenflächen zur Ebene der Nebenachsen und d) die der Seitenflächen zu einander.

1. Auflösung. Die Spitze der hexagonalen Pyramide sei S, die Grundfläche $ABCDEF$, der Mittelpunkt der letzteren M. Ist nun $STUV$ eine Seitenfläche des als Halbflächner betrachteten Würfels, so ist A die Mitte von TU und B die Mitte von UV. Fällt man noch von S aus das Lot SO auf AB und betrachtet $AO = BO$ als Maßeinheit, so ist $MA = AB = 2$, $SO = 3$, $MO = \sqrt{3}$, $MS = \sqrt{6}$ und $SA = \sqrt{10}$, also a) $\frac{MS}{MA} = \frac{1}{2}\sqrt{6}$; b) $\frac{SA}{AB} = \frac{1}{2}\sqrt{10}$; c) $\cos SOM = \frac{OM}{OS} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$. Fällt man von A aus auf SB das Lot AG, so ist $\sphericalangle AGC$ der Neigungswinkel der Seitenflächen zu einander. Ist H die Mitte von AC, so ist $\sphericalangle AGH = \frac{1}{2} AGC$ und $\sphericalangle AGH$ ist bestimmt durch d) $\sin AGH = \frac{AH}{AG}$ oder, da $AH = \sqrt{3}$ und $AG = \frac{AB \cdot SO}{SA} = \frac{2 \cdot 3}{\sqrt{10}} = \frac{3}{5}\sqrt{10}$ ist, $\sin AGH = \frac{1}{6}\sqrt{30}$.

Isak. Lökle. Noppel (Schapfheim). Steckelberg. Stegemann. Stoll. Pilgrim (ähnlich).

2. Auflösung. Beschreibt man um die Spitze der Pyramide eine Kugel, so entsteht ein regelmäßiges sphärisches Sechseck, und der Aufgabe wird entsprochen, wenn die Verlängerungen der ersten, dritten und fünften Seite dieses Sechsecks sich in Ecken eines Quadrantendreiecks schneiden. Bezeichnet man die Seiten des Sechs-

ecks mit s, seine Winkel mit σ, seinen grofsen und kleinen Radius mit r und ϱ und die Verlängerungen mit t, so ist $s + 2t = 90^0$ und $\cos s = \cos t^2$, also $\cos t^2 = \sin 2t$, woraus, da $t < 90^0$ ist, $\cos t = 2 \sin t$, also $\operatorname{tg} t = \frac{1}{2}$, $\sin t = \frac{1}{5}\sqrt{5}$, $\cos t = \frac{2}{5}\sqrt{5}$, $\cos s = \frac{4}{5}$, $\sin s = \frac{3}{5}$, $\cos \frac{s}{2} = \frac{3}{10}\sqrt{10}$, $\sin \frac{s}{2} = \frac{1}{10}\sqrt{10}$ folgt. Nun ist das Verhältnis der Pol- zu den Randkanten $1 : 2 \sin \frac{s}{2}$, die Neigung der Seitenflächen unter einander wird ausgedrückt durch $\sin \sigma = \frac{\sin t}{\sin s} = \frac{1}{3}\sqrt{5}$. Da sich die Hauptdiagonalen unter 60^0 schneiden, so ist $\cos s = \cos r^2 + \sin r^2 \cos 60^0$, also das Verhältnis der Haupt- zur Nebenachse $\cot r = \frac{1}{3}\sqrt{6}$. Schliefslich ist $\cos \varrho = \cos r : \cos \frac{s}{2} = \frac{1}{3}\sqrt{6}$, mithin auch die Neigung der Seitenflächen zur Ebene der Nebenachsen gleich $90^0 - \varrho$ bekannt. EMMERICH.

1500. (Gestellt von Haberland XXVII$_3$, 191.) (Im Anschlufs an Nr. 1387.) Für das regelmäfsige 18-Eck sollen folgende Beziehungen zwischen der Seite s, dem grofsen Radius r und dem kleinen Radius ϱ nachgewiesen werden: a) $\varrho = \frac{1}{2} s\sqrt{3} + \sqrt{s(s+r)}$; b) $6r^2\varrho = 8\varrho^3 - r^3\sqrt{3}$; c) $4\varrho s = 2r\varrho - rs\sqrt{3}$.

1. Beweis. Nach XXVII$_2$, 105 Nr. 1387 ist $r^3 - 3r^2 s + s^3 = 0$, woraus $r^3 + r^2 s - 4r^2 s + s^3 = 0$ oder $r^2(s+r) - 4s\left(r^2 - \frac{s^2}{4}\right) = 0$ folgt. Da nun $\varrho^2 = r^2 - \frac{s^2}{4}$ ist, so wird 1) $\varrho = \frac{r}{2s}\sqrt{s(s+r)}$. Ferner ist $r^3 - 4r^2 s + 4rs^2 + r^2 s - 4rs^2 + 4s^3 = 3s^3$ oder $(r-2s)^2(s+r) = 3s^3$ oder $\left(\frac{r}{2s} - 1\right)^2 s(s+r) = \frac{3}{4}s^2$. Hieraus ergiebt sich $\frac{r}{2s}\sqrt{s(s+r)} = \frac{1}{2}s\sqrt{3} + \sqrt{s(s+r)}$, sodafs $\varrho = \frac{1}{2}s\sqrt{3} + \sqrt{s(s+r)}$ wird. — Aus 1) folgt $4\varrho^2 - 3r^2 = \frac{r^2(r-2s)}{s}$ und $2\varrho(4\varrho^2 - 3r^2) = \frac{r^3}{s^2}(r-2s)\sqrt{s(s+r)}$. Da $(r-2s)^2(s+r) = 3s^3$ ist, so wird $2\varrho(4\varrho^2 - 3r^2) = r^3\sqrt{3}$ oder $6r^2\varrho = 8\varrho^3 - r^3\sqrt{3}$. — Ferner folgt aus 1) $4\varrho s = 2r\sqrt{s(s+r)}$ und da $\sqrt{s(s+r)} = \varrho - \frac{1}{2}s\sqrt{3}$ ist, ergiebt sich $4\varrho s = 2r\varrho - rs\sqrt{3}$.

HABERLAND. STEGEMANN.

2. Beweis. Ist ABC das Bestimmungsdreieck des regelmäfsigen 18-Ecks und ist um B mit $AB = s$ ein Kreis beschrieben, der die Höhe CD des Dreiecks ABC in F schneidet, so ist $FD = \frac{s}{2}\sqrt{3}$ und, da in dem Dreieck CFB $\sphericalangle FBC = 2FCB$ ist,

so verhält sich $BF:FC = FC:BF+BC$ oder $FC = \sqrt{BF(BF+BC)}$ $= \sqrt{s(s+r)}$. Mithin ist $\varrho = \frac{s}{2}\sqrt{3} + \sqrt{s(s+r)}$. — Aus $\cos 3\alpha = 4\cos\alpha^3 - 3\cos\alpha$ folgt $\cos 30^0 = 4(\cos 10^0)^3 - 3\cos 10^0$. Da $\cos 30^0 = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ und $\cos 10^0 = \frac{\varrho}{r}$ ist, ergiebt sich sofort $6r^2\varrho = 8\varrho^3 - r^3\sqrt{3}$. — Aus $r^3 + s^3 = 3r^2 s$ folgt $\frac{r}{s} + \frac{s^2}{r^2} = 3$. Ferner ist $\sin 10^0 = \frac{s}{2r}$, also $(\sin 10^0)^2 = -\frac{r}{4s} + \frac{3}{4}$. Da nun $8\varrho^3 - r^3\sqrt{3} = 6r^2\varrho$ oder $8\left(\frac{\varrho}{r}\right)^2 - \frac{r}{\varrho}\sqrt{3} = 6$ und $\cos 10^0 = \frac{\varrho}{r}$, also $(\cos 10^0)^2 = \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{3}}{8}\left(\frac{r}{\varrho}\right)$ ist, so folgt, wenn man $\sin\alpha^2 + \cos\alpha^2 = 1$ berücksichtigt, $4\varrho s = 2r\varrho - rs\sqrt{3}$.

Besser. Haberland. Hellmann (Erfurt). Isak. Kotte. Pilgrim. Stecklberg.

Stoll beweist a) durch die Gleichung $\sin 30^0 = 4\sin 10^0(\cos 10^0)^2 - \sin 10^0$, woraus $\frac{1}{2\sin 10^0} + 1 = \left(\frac{1}{2}\operatorname{cotg} 10^0 - \frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2$ folgt, b) wie in Beweis 2 und c) wieder durch die Gleichung $\sin 30^0 = 4\sin 10^0(\cos 10^0)^2 - \sin 10^0$ oder $1 = 8\sin 10^0(\cos 10^0)^2 - 2\sin 10^0$.

1501. (Gestellt von Kleiber XXVII_3, 192.) Keine Lösung eingegangen.

1502. (Gestellt von Kleiber XXVII_3, 192.) Warum mufs ein Dreieck, zwischen dessen Seiten a, b, c, die Relation $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^4 & b^4 & c^4 \\ c^4 & a^4 & b^4 \end{vmatrix} = 0$ besteht, ein gleichseitiges sein?

Beweis. Die Entwickelung der Determinante giebt $a^8 + b^8 + c^8 - b^4c^4 - c^4a^4 - a^4b^4 = 0$, eine Gleichung, aus welcher man $a^4 = \frac{b^4+c^4}{2} \pm \frac{i}{2}(b^4 - c^4)\sqrt{3}$ erhält. Es mufs also $a^4 = \frac{b^4+c^4}{2}$ und $0 = \frac{1}{2}(b^4 - c^4)\sqrt{3}$ d. h. $a = b = c$ sein.

Bermbach. Hellmann. Kotte. Pilgrim. Stecklberg. Stoll. Tafelmacher. Trogitz.

Anmerkung. Die Aufgabe kann verallgemeinert werden. Aus $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^{2n} & b^{2n} & c^{2n} \\ c^{2n} & a^{2n} & b^{2n} \end{vmatrix} = 0$ folgt, dafs $a = b = c$ sein mufs.

Bermbach. Tafelmacher.

1503. (Gestellt von Junker XXVII_4, 266.) In einem bicentrischen Viereck liegen der Mittelpunkt M des Umkreises, der Mittelpunkt O des Inkreises und der Diagonalenschnittpunkt P in einer Geraden.

Beweis. In dem bicentrischen Viereck $ABCD$ schneide AB die Seite CD in F, BC die Seite AD in G, dann ist FG die Polare von P sowohl für den Inkreis, wie für den Umkreis, mithin liegen M, O, P auf einer Geraden. Vergl. Nr. 1269, XXV, 584.

BESEKE (Wolfenbüttel). HELLMANN (Erfurt). PILGRIM (Ravensburg). STECKELBERG (Witten). STEGEMANN (Prenzlau).

Anmerkung. Der Satz ist ein spezieller Fall eines viel allgemeineren Satzes, der für sphärische bicentrische Vielecke in der „Zeitschrift für Mathematik und Physik von Schlömilch“ 29. Jahrg. p. 97 bewiesen ist, und kann noch erweitert werden. In P schneiden sich auch die Verbindungslinien der auf dem Inkreis liegenden Berührungspunkte je zweier gegenüberliegender Seiten. Ferner schneiden sich zwei gegenüberliegende Seiten sowohl des Vierecks, als auch des Vierecks der Berührungspunkte in einer Geraden, welche die Centrale in einem Punkt P' derart rechtwinklig schneidet, dafs P und P' nicht nur den Durchmesser des Umkreises, sondern auch den des Inkreises harmonisch teilen. STOLL (Bensheim).

1504. (Gestellt von Bücking XXVII_4, 266.) Trägt man im Quadrat $ABCD$ von A auf AB und von C auf CD gleiche Strecken $AU = CV$ ab und schlägt über UV als Durchmesser den Kreis, so erhält man die acht Ecken von zwei eingeschriebenen Quadraten und zwei eingeschriebenen Rechtecken.

Beweis. Ist M der Mittelpunkt des Kreises, so ist, wenn man AM und CM zieht, $\triangle\, AUM \cong CUM$, also AMC eine Gerade und M der Mittelpunkt des Quadrats $ABCD$. Die von der Peripherie des Kreises auf den vier Seiten AB, BC, CD, DA des Quadrats abgeschnittenen Sehnen UT, PQ, VW, RS sind gleich, da sie von M gleichen Abstand haben. Ferner sind die Mitten dieser Sehnen die Mitten der betreffenden Quadratseiten. Daraus folgt $AU = AS = BT = BQ = CQ = CV = DW = DR$, mithin auch die Behauptung.

BERMBACH (Münstereifel). BESEKE. BOHM (Bremen). HABERLAND (Neustrelitz). HELLMANN. KNIAT (Rössel). LÖKLE (Stuttgart). PILGRIM. STECKELBERG. STEGEMANN. VOLLHERING (Bautzen). HECKHOFF (Sobernheim). LACHNIT (Ung. Hradisch).

1505. (Gestellt von Knops XXVII_4, 266.) Ein Dreieck zu konstruieren, wenn gegeben ist der Höhenschnittpunkt, der Umkreis und eine Seite.

1. Analysis. Durch den Radius r des Umkreises um M und die Seite c ist die Entfernung MD des Mittelpunktes M von c gegeben. Ist H der Höhenschnittpunkt, so ist $CH = 2MD$, also liegt C auf dem Kreise um H mit $2MD$. A und B liegen auf der Tangente, die an den Kreis um M mit MD so gezogen ist, dafs sie senkrecht auf CH steht.

BESEKE. FRANZ (Kassel). HABERLAND. HECKHOFF. HELLMANN. KNIAT. KNOPS (Essen). LACHNIT. LÖKLE. PILGRIM. STECKELBERG. STEGEMANN. BOHM ähnlich mit Benutzung des Eulerschen Satzes.

2. Analysis. Der Spiegelpunkt H' von H in Bezug auf AB liegt auf der Peripherie des Umkreises. Konstruiert man auch den Spiegelpunkt M' von M in Bezug auf AB, so erhält man ein gleichschenkliges Trapez, in dem $M'H = MH' = r$ ist. Da MD gegeben ist, so hat man zwei Kreise als Örter für M'. AB ist das Mittellot auf MM'.

Emmerich (Mülheim). Trognitz (Meiningen). Zeller (Brünn).

Determination. Es sei $MM' = \sqrt{4r^2 - c^2} = k$ und $MH = e$. Damit M' möglich sei, mufs $e \leqq k + r$ und, da $k < 2r$ ist, $e < 3r$ sein. Der Höhenschnittpunkt eines Dreiecks liegt also stets innerhalb des dem Umkreise konzentrischen Kreises vom Radius $3r$. Ferner hat man die Bedingungen $k \leqq e + r$, $k \geqq e - r$ d. h. k mufs seiner Gröfse nach zwischen der gröfsten und kleinsten Entfernung des Punktes H von der Peripherie des Umkreises liegen. Den Grenzwerten entsprechen gleichschenklige Dreiecke. Emmerich.

1506. (Gestellt von Knops XXVII$_4$, 266.) Ein Dreieck zu zeichnen, wenn gegeben ist das Produkt zweier Seiten $ab = p^2$, die Mittellinie t_c zur dritten Seite und der Winkel $(t_c w_c)$, den die Halbierende w_c des eingeschlossenen Winkels mit der gegebenen Mittellinie t_c bildet.

1. Analysis. Vergl. Lieber und v. Lühmann: Geometrische Konstruktions-Aufgaben § 63. Schneidet die Mittellinie CP und die Winkelhalbierende des Winkels C den Umkreis des Dreiecks resp. in S und D, so ist, wenn die Parallele durch C zu AB den Umkreis in E trifft und EP den Umkreis in Q schneidet, $CQ = \frac{ab}{t}$ und $\sphericalangle\, QCP = 2 \sphericalangle\, (t_c w_c)$, also $\triangle\, PCQ$ bestimmt. Ferner liegt E auf der Verlängerung von QP und es ist $PE = t_c$, wodurch der Mittelpunkt M des Umkreises und somit A und B bestimmt sind.

Beseke. Lachnit. Steckelberg. Stegemann. Frans, Knops, Pilgrim ähnlich, denn $QS \parallel AB \parallel CE$. Haberland führt die Aufgabe auf Nr. 20 (VI, 298) zurück.

2. Analysis. Verlängert man die Mittellinie t_c um sich selbst und verbindet den Endpunkt mit A, so findet man leicht die beiden Relationen $2t_c : (a + b) = \cos\frac{\gamma}{2} : \cos(t_c w_c)$ und $2t_c : (a - b) = \sin\frac{\gamma}{2} : \sin(t_c w_c)$, aus denen man mit Hilfe von $ab = p^2$ erhält

$$\sin\frac{\gamma^2}{2} = \frac{p^2 - t_c^2}{2p^2} \pm \sqrt{\frac{t_c^2 \sin(t_c w_c)^2}{p^2} + \left(\frac{p^2 - t_c^2}{2p^2}\right)^2}.$$

Haberland. Stoll.

3. Synthetische Lösung. Man nehme für a nach einander drei beliebige Werte a_1, a_2, a_3, sodafs alle drei kleiner als p sind, dann erhält man aus $ab = p^2$ leicht die entsprechenden Werte

b_1, b_2, b_3 und zwar alle drei größser als p. Aus $c^2 = a^2 + b^2 - 2p^2 \cos\gamma$ und $4t_c^2 = a^2 + b^2 + 2p^2 \cos\gamma$ folgt $4t_c^2 + c^2 = 2(a^2 + b^2)$; es ist also möglich, die Strecken c_1, c_2, c_3 zu konstruieren. Man erhält dadurch drei Dreiecke, welche dieselbe Mittellinie t_c haben. Man lege dieselben so aufeinander, dafs in allen drei die Spitzen und die Seiten CA der Richtung nach zusammenfallen, lege dann an jede Mittellinie t_c die Summe von $\sphericalangle\,(t_c w_c)$ und den zugehörigen Winkel $\frac{1}{2}\gamma$ an, dann erhält man drei von C ausgehende Strahlen, die mit den CB der drei Dreiecke ein projektivisches Strahlensystem bilden. Die Doppelstrahlen dieses Systems bestimmen zwei Lagen von CB und, weil CA fest war, zwei Werte des Winkels γ. Man halbiere darauf den Winkel γ und lege den Winkel $(t_c w_c)$ an die Halbierungslinie an. So erhält man die Richtung von t_c. Fällt man von irgend einem Punkte dieser Richtung auf die Schenkel von γ die Senkrechten p_α und p_β, so hat man, da $\sin\left(\frac{\gamma}{2} + (t_c w_c)\right) : \sin\left(\frac{\gamma}{2} - (t_c w_c)\right) = \sin\beta : \sin\alpha$ ist, auch $p_\alpha : p_\beta = b : a$ d. h. a und b stehen im umgekehrten Verhältnis der auf sie gefällten Senkrechten. Deshalb trage man diese Senkrechten auf die Schenkel des Winkels γ von C aus ab und verbinde ihre freien Endpunkte; dadurch erhält man ein dem gesuchten ähnliches Dreieck u. s. w. Stoll.

1507. (Gestellt von Bücking XXVII_4, 266.) Die Mittelsenkrechten*) von zwei Seiten eines Dreiecks sind die Tangenten einer Parabel, deren Direktrix die dritte Seite, und deren Brennpunkt der Schnittpunkt der beiden ersten Seiten ist.

Beweis. Die Mitten von AB und AC seien D und E, der Durchschnittspunkt der in D und E errichteten Mittelsenkrechten sei M; dann ist DE die Scheiteltangente der Parabel P_a, die den Brennpunkt A und die Direktrix BC hat. Die Fufspunkte der vom Brennpunkt aus auf MD und ME gefällten Lote liegen auf der Scheiteltangente; mithin sind MD und ME Tangenten der Parabel P_a.

Hellmann. Lachnit. Leman (Mülhausen i. Els.). Steckelberg. Stegemann.

Pilgrim und Stoll beweisen den Satz: Die zwei Winkelhalbierenden, die zu der Ecke B, und die zwei Winkelhalbierenden, die zu der Ecke C eines Dreiecks ABC gehören, berühren eine Parabel, deren Brennpunkt A und deren Direktrix BC ist.

Haberland und Lökle zeigen, dafs der Satz in seiner ursprünglichen Fassung nur richtig sein kann, wenn ABC ein gleichseitiges Dreieck ist.

*) In der Aufgabe steht Mittellinien statt Mittelsenkrechten.

B. Neue Aufgaben.

1595. (Erweiterung von 1508, XXVII_4, 266.) Es sind zwei Punktpaare in der Ebene gegeben A_1, A_2, B_1, B_2 und a_1, a_2, b_1, b_2; es sollen zwei Punkte O und o so bestimmt werden, dafs die Dreiecke A_1A_2O und B_1B_2O den Dreiecken a_1a_2o und b_1b_2o ähnlich werden.

Hermes (Lingen a. d. Ems).

1596. Im rechtwinkligen Dreieck ist die Hypotenuse die mittlere Proportionale zu den Radien der zu den Katheten gehörenden Apollonischen Kreise.

Haberland (Neustrelitz).

1597. Der Radius des zu a gehörigen Apollonischen Kreises kann dargestellt werden in der Form $r_a = \frac{2\Delta}{a\sin(\beta-\gamma)}$.

Haberland (Neustrelitz).

1598. Der Abstand der Mittelpunkte zweier Apollonischer Kreise H_a und H_b kann entweder durch die beiden entsprechenden Radien dargestellt werden in der Form $H_aH_b = \sqrt{r_a^2 + r_b^2 - r_ar_b}$ oder als Funktion aller drei Radien $H_aH_b = r_ar_b\sqrt{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{r_a^2}+\frac{1}{r_b^2}+\frac{1}{r_c^2}\right)}$.

Haberland (Neustrelitz).

1599. Verbindet man einen der Punkte $P_,$ oder $P_{,,}$ (in früheren Aufgaben Apollonische Pole oder von Emmerich isodynamische Punkte genannt) mit den Mittelpunkten der Apollonischen Kreise und projiziert einen dieser Mittelpunkte auf die beiden andern Radien, so bilden die Fufspunkte mit jenem Mittelpunkt ein gleichseitiges Dreieck.

Haberland (Neustrelitz).

1600. Treffen die Höhen des Dreiecks ABC den Umkreis zum zweiten Male in A', B', C', so ist das von den Fufspunktlinien der Punkte A', B', C' gebildete Dreieck dem Höhenfufspunktdreieck von ABC ähnlich.

Stegemann (Prenzlau).

1601. Gegeben sei Dreieck ABC. Die Parallele durch A zu BC schneide den Umkreis in A', die Parallele durch B zu CA schneide ihn in B' und die Parallele durch C zu AB in C'. Die Fufspunktlinien der Punkte A', B', C' schneiden sich in einem Punkte.*) (Tucker: Properties of some Groups of Wallace Lines). Dieser Punkt ist der Höhenschnittpunkt desjenigen Dreiecks, dessen Eckpunkte die zweiten Durchschnittspunkte der Mittelsenkrechten des Dreiecks ABC mit dem Feuerbachschen Kreise sind.

Stegemann (Prenzlau).

*) Dafs die Fufspunktlinien durch einen Punkt gehen, hat Tucker mit Hilfe trimetrischer Koordinaten bewiesen. Er hat auch die Koordinaten dieses Punktes bestimmt, aber seine geometrische Bedeutung nicht angegeben.

1602. Beschreibt man um die Ecken des Dreiecks mit den bez. Höhen Kreise, so liegt der Potenzpunkt dieser drei Kreise (Höhenkreise) auf der durch den Mittelpunkt des Umkreises und die Schnittpunkte der Apollonischen Kreise gehenden Geraden.

Moser (Breslau).

1603. Welches ist die Bedingung dafür, daſs der in 1602 behandelte Potenzpunkt zwischen den Schnittpunkten der Apollonischen Kreise, auf einem derselben oder auſserhalb derselben liegt?

Moser (Breslau).

1604. Welche Kurve beschreibt unter den in 1520 (XXVII_6, 437) angegebenen Umständen der Grebesche Punkt? Stoll (Bensheim).

1605. (Im Anschluſs an 1524, XXVII_6, 438.) Die Geraden A_1C_1, A_2C_2, A_3C_3 schneiden sich in einem Punkte; welche Kurve beschreibt derselbe, wenn man den Berührungspunkt der Tangente den ganzen Umkreis durchlaufen läſst? Stoll (Bensheim).

1606. Von zwei in das Dreieck ABC eingeschriebenen Kegelschnitten sind die Berührungspunkte α_2 und α_3 des ersten auf den Seiten CA und AB, die Berührungspunkte β_2 und β_3 des zweiten auf den Seiten CA und AB gegeben; die Kegelschnitte selbst sind nicht verzeichnet. Man soll bloſs mit Hilfe des Lineals (ohne Anwendung des Zirkels) die Berührungspunkte α_1 und β_1 auf BC, das gemeinschaftliche Polardreieck beider Kegelschnitte, ihre vierte gemeinschaftliche Tangente und die auf ihr liegenden Berührungspunkte α_4 und β_4 zeichnen. Stoll (Bensheim).

1607. Von zwei einem Dreieck ABC umgeschriebenen Kegelschnitten sind gegeben die Tangenten $\mathfrak{A}_2$ und $\mathfrak{A}_3$ an den ersten in B und C und die Tangenten $\mathfrak{B}_2$ und $\mathfrak{B}_3$ an den zweiten in B und C; die Kegelschnitte selbst sind nicht verzeichnet. Man soll bloſs mit Hilfe des Lineals (ohne Anwendung des Zirkels) die Tangente $\mathfrak{A}_1$ und $\mathfrak{B}_1$ beider Kegelschnitte in A, ihr gemeinschaftliches Polardreieck, ihren vierten Schnittpunkt und ihre durch ihn gehenden beiden Tangenten $\mathfrak{A}_4$ und $\mathfrak{B}_4$ zeichnen. Stoll (Bensheim).

1608. Wann führt die Lösung der Gleichung $\sqrt{ax + a'} + \sqrt{bx + b'} = \sqrt{cx + c'}$ auf eine Gleichung vom ersten Grade?

Sievers (Frankenberg i. S.).

1609. (Schüleraufgabe.) Eine Kugel durch parallele Ebenen in 2, 3, 4, 5, 6 Stücke von gleicher Oberfläche zu teilen.

Sievers (Frankenberg i. S.).

1610. Sind w_a, w_b, w_c die Winkelhalbierenden eines Dreiecks ABC und x, y, z die Stücke derselben zwischen dem Mittelpunkt des Inkreises und den Seiten, so ist $\varrho = \frac{(w_a - 2x)(w_b - y)(w_c - z)}{2x(w_a - x)}$

$$= \frac{(w_b - 2y)(w_c - z)(w_a - x)}{2y(w_b - y)} = \frac{(w_c - 2z)(w_a - x)(w_b - y)}{2z(w_c - z)}$$ und

$$\frac{x(w_a - x)^2}{w_a - 2x} = \frac{y(w_b - y)^2}{w_b - 2y} = \frac{z(w_c - z)^2}{w_c - 2z}$$

Bermbach (Münstereifel).

1611. Ein Tangentenviereck zu konstruieren aus dem Radius ϱ des Inkreises, dem Umfang u und zwei gegenüberliegenden Winkeln α und γ. (Vergl. Lieber u. v. Lühmann: Geom. Konstr. Aufg. § 37 a).

Peter (Leipzig).

1612. Ein Sehnenviereck zu konstruieren aus $a + c$, $b + d$, $\measuredangle\ \alpha$, $\measuredangle\ \beta$.

Peter (Leipzig).

1613. Ein Trapez zu konstruieren aus $a + c$, b, $d\ \measuredangle\ (\alpha + \gamma)$, wenn a und c die parallelen Seiten sind.

Peter (Leipzig).

1614. Ein Dreieck zu konstruieren aus c, w_a, $\measuredangle\ \gamma$.

Bücking (Metz).

C. Aufgaben aus nichtdeutschen Fachzeitschriften.

Die von dem Redakteur des A.-R. gegebenen Lösungen sind mit einem † bezeichnet.

752. Den Punkt in der Ebene eines Dreiecks zu bestimmen, für welchen $ax^2 + by^2 + cz^2$ ein Minimum ist, wenn mit x, y, z die vom gesuchten Punkt auf die Seiten gefällten Lote bezeichnet werden.

Auflösung. Man hat die Identität $ax^2 + by^2 + cz^2 = \frac{1}{2s}(ax + by + cz)^2 + \frac{ab}{2s}(x - y)^2 + \frac{ac}{2s}(x - z)^2 + \frac{bc}{2s}(y - z)^2$, wo $a + b + c = 2s$ ist. Da $ax + by + cz = 2\Delta$, so ist $\frac{1}{2s}(ax + by + cz)^2 = \frac{2\Delta^2}{s}$ eine konstante Gröfse. Für den Fall des Minimums müssen daher die drei andern Glieder Null sein und das wird stattfinden, wenn $x = y = z$ ist. Der gesuchte Punkt ist daher der Mittelpunkt des Inkreises.

Journ. élém.

753. Den Punkt in der Ebene eines Dreiecks zu bestimmen, für welchen $ax^2 + by^2 + cz^2$ ein Minimum wird, wo mit x, y, z die Entfernungen des gesuchten Punktes von den Ecken bezeichnet werden.

Auflösung. Die von dem Punkt auf die Seiten gefällten Senkrechten werden mit x_1, y_1, z_1 bezeichnet; dann ist x der Durchmesser eines Kreises, in welchem y_1 und z_1 Sehnen sind, also $x^2 \sin \alpha^2 = y_1^2 + z_1^2 + 2y_1 z_1 \cos \alpha$ und $ax^2 = \frac{2r(y_1^2 + z_1^2 + 2y_1 z_1 \cos \alpha)}{\sin \alpha}$.

Daher mufs $2r \sum \frac{y_1^2 + z_1^2 + 2y_1 z_1 \cos \alpha}{\sin \alpha}$ ein Minimum werden. Sieht man zuerst x_1, dann y_1 und dann z_1 als Veränderliche an,

so erhält man zur Bestimmung des Minimums die Gleichungen $(b+c)x_1 + by_1 \cos\gamma + cz_1 \cos\beta = ax_1 \cos\gamma + (a+c)y_1 + cz_1 \cos\alpha = ax_1 \cos\beta + by_1 \cos\alpha + (a+b)z_1$. Aus diesen ergiebt sich

$$-\sin\alpha \sin\beta \sin\gamma (\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma) x_1$$
$$= -\sin\alpha \sin\beta \sin\gamma (\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma) z_1,$$

also $x_1 = z_1$ und ebenso $y_1 = z_1$. Der gesuchte Punkt ist mithin der Mittelpunkt des Inkreises. Journ. élém.

754. Durch den Schnittpunkt O zweier senkrecht aufeinander stehenden Geraden Ox und Oy ist eine Gerade L, welche zwei zu Ox gezogene Parallele L_1 und L_2 in A_1 und A_2 schneidet, so zu ziehen, daſs, wenn man auf OA_2 in A_2 ein Lot $A_2A = A_2A_1$ errichtet, das Rechteck ein Maximum wird, welches man erhält, wenn man von A auf Ox und Oy Lote fällt. Ferner ist zu untersuchen, durch welche Lage der Parallelen L_1 und L_2, deren Abstand konstant bleiben soll, man erreichen kann, daſs das durch O und A bestimmte Rechteck ein Minimum wird.

Auflösung. L_2 habe von Ox den Abstand b, von L_1 den Abstand a und L bilde mit Ox den Winkel α. Wenn A innerhalb des Winkels α liegt und x und y die Entfernungen des Punktes A von Oy und Ox bilden, so ist $x = OA_2 \cos\alpha + A_1A_2 \sin\alpha = b \operatorname{cotg}\alpha + a$ und $y = OA_2 \sin\alpha - A_1A_2 \cos\alpha = b - a \operatorname{cotg}\alpha$. Das Produkt xy wird daher ein Maximum, wenn $\operatorname{cotg}\alpha = \frac{b^2 - a^2}{2ab}$ wird. Im Falle des Maximums wird $xy = \frac{(b^2 + a^2)^2}{4ab}$. Es ist nun ferner das Minimum von $xy = \frac{(b^2 + a^2)^2}{4ab}$ für den Fall zu bestimmen, daſs a konstant bleibt und b sich ändert, und zwar findet man nach bekannter Methode, daſs $\frac{(b^2 + a^2)^2}{4ab}$ ein Minimum wird für $b = \frac{a}{\sqrt{3}}$. Das Rechteck wird alsdann $\frac{4a^2}{3\sqrt{3}}$. Journ. élém.

755. Gegeben ein Halbkreis und ein Punkt auf dem Durchmesser AB; man soll auf der Peripherie einen Punkt M so bestimmen, daſs, wenn man die Sehnen MA und MB und die Parallelen PN und PQ zu diesen Sehnen zieht, der Umfang $MNPQ$ ein Maximum ist.

Auflösung. Bezeichnet man PN mit x, PQ mit y und setzt $AB = 2r$, $AP = a$, so verhält sich $x : 2r - a = \sqrt{a^2 - y^2} : a$, also $x = \frac{(2r-a)\sqrt{a^2 - y^2}}{a}$. Da das Maximum für $x + y$ zu bestimmen ist, so erhält man die Gleichung $y + \frac{(2r-a)\sqrt{a^2 - y^2}}{a} = y_1 + \frac{(2r-a)\sqrt{a^2 - y_1^2}}{a}$, woraus $y - y_1 = \frac{2r-a}{a}\left(\sqrt{a^2 - y_1^2} - \sqrt{a^2 - y^2}\right)$

oder $y - y_1 = \frac{2r-a}{a} \cdot \frac{y^2 - y_1^2}{\sqrt{a^2 - y_1^2} + \sqrt{a^2 - y^2}}$ folgt. Hieraus ergiebt sich $y = \frac{a^2}{\sqrt{(2r-a)^2 + a^2}}$ und $x = \frac{(2r-a)^2}{\sqrt{(2r-a)^2+a^2}}$, also $x + y = \sqrt{(2r-a)^2 + a^2}$.

Journ. élém.

756. Für welchen Wert des Radius wird der Inhalt eines Kugelabschnitts ein Maximum, wenn die gesamte Oberfläche gegeben ist?

Auflösung. Der Inhalt eines Kugelabschnitts ist $V = \pi h^2 \left(r - \frac{1}{3} h\right)$, wo r den Radius der Kugel und h die Höhe des Abschnitts bedeutet, seine Oberfläche ist $O = 2r\pi h + \varrho^2\pi$, wenn ϱ der Radius des Kreises ist, durch den der Abschnitt begrenzt wird, oder da $\varrho^2 = (2r - h)h$ ist, $O = 4\pi rh - \pi h^2$. Mithin wird $V = \frac{1}{4} Oh - \frac{1}{12}\pi h^3$; das Maximum tritt also ein für $h = \sqrt{\frac{O}{\pi}}$ oder $r = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{O}{\pi}}$ d. h. der Kugelabschnitt wird ein Maximum, wenn er die Gestalt einer Kugel annimmt.

Nyt Tydskrift.

757. In eine gegebene Ellipse ein möglichst grofses Dreieck so zu zeichnen, dafs ein Eckpunkt des Dreiecks mit dem Mittelpunkt der Ellipse zusammenfällt und die beiden andern auf der Peripherie so liegen, dafs ihre Verbindungslinie senkrecht zur grofsen Achse der Ellipse steht.

Auflösung. Bezeichnet man die Verbindungslinie der beiden Peripheriepunkte mit $2y$, die hierzu gehörige Höhe des Dreiecks mit x und den Flächeninhalt des Dreiecks mit Δ, so ist $xy = \Delta$. Da ferner $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ sein mufs, so folgt $x^2 = \frac{a^2}{2} \pm \sqrt{\frac{a^4}{4} - \frac{a^2\Delta^2}{b^2}}$. Für reelle Werte mufs also $\frac{\Delta^2}{b^2} \leqq \frac{a^2}{4}$ sein und Δ wird ein Maximum, wenn $x^2 = \frac{a^2}{2}$, also x die mittlere Proportionale zwischen a und $\frac{a}{2}$ ist.

Nyt Tydskrift.

Trigonometrische Sätze und Aufgaben.

In jedem Dreieck ist, wenn $\varrho_a + \varrho_b + \varrho_c = 4r + \varrho = d$ gesetzt wird,

758. $\frac{b^2c^2 \sin\alpha^4 - a^4(\cos\alpha\cos\beta + \cos\gamma\cos\beta^2)^2}{c^2a^2\sin\beta^4 - b^4(\cos\alpha\cos\beta + \cos\gamma\cos\alpha^2)^2} = 1.$

Beweis. $\frac{b^2c^2\sin\alpha^4 - a^4\cos\beta^2(\cos\alpha + \cos\beta\cos\gamma)^2}{a^2c^2\sin\beta^4 - b^4\cos\alpha^2(\cos\beta + \cos\alpha\cos\gamma)^2}$

$$= \frac{16r^4b^2c^2\sin\alpha^4 - 16r^4a^4\cos\beta^2\sin\beta^2\sin\gamma^2}{16r^4a^2c^2\sin\beta^4 - 16r^4b^4\cos\alpha^2\sin\alpha^2\sin\gamma^2} = \frac{a^4b^2c^2 - a^4b^2c^2\cos\beta^2}{a^2b^4c^2 - a^2b^4c^2\cos\alpha^2}$$

$$= \frac{a^2\sin\beta^2}{b^2\sin\alpha^2} = 1.$$

759. $b\left(\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}+\operatorname{tg}\frac{\beta}{2}\right)+c\left(\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}+\operatorname{tg}\frac{\gamma}{2}\right)=\frac{2a}{\sin\alpha}$.

Beweis. $\dfrac{2r\sin\beta\cos\frac{\gamma}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}}+\dfrac{2r\sin\gamma\cos\frac{\beta}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\gamma}{2}}=\dfrac{4r\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}}+$

$$\frac{4r\sin\frac{\gamma}{2}\cos\frac{\beta}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}}=\frac{4r\cos\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}}=4r=\frac{2a}{\sin\alpha}.$$

760. $a^2+b^2+c^2=2(s^2-\varrho d)$.

Beweis. † $a^2+b^2+c^2=2(bc\cos\alpha+ac\cos\beta+ab\cos\gamma)$
$=8r^2(\cos\alpha\sin\beta\sin\gamma+\sin\alpha\cos\beta\sin\gamma+\sin\alpha\sin\beta\cos\gamma)=8r^2$
$\left(\sin\gamma^2+8\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma^2}{2}-4\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\beta}{2}\right)$
$=8r^2\left[4\cos\frac{\gamma^2}{2}\left(\cos\frac{\alpha^2}{2}\cos\frac{\beta^2}{2}+\sin\frac{\alpha^2}{2}\sin\frac{\beta^2}{2}\right)-4\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\beta}{2}\right]$
$=2\left[s^2+16r^2\sin\frac{\alpha^2}{2}\sin\frac{\beta^2}{2}\cos\frac{\gamma^2}{2}-16r^2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\beta}{2}\right]$
$=2\left[s^2+16r^2\sin\frac{\alpha^2}{2}\sin\frac{\beta^2}{2}-16r^2\sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\beta}{2}-16r^2\sin\frac{\alpha^2}{2}\sin\frac{\beta^2}{2}\sin\frac{\gamma^2}{2}\right]$
$=2\left[s^2-16r^2\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2}-\varrho^2\right]=2(s^2-4r\varrho-\varrho^2)=2(s^2-\varrho d)$.

761. $\dfrac{a+b}{c}=\dfrac{\varrho_c+\varrho}{\varrho_c-\varrho}$

Beweis. † $\dfrac{a+b}{c}=\dfrac{4r\cos\frac{\gamma}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}}{4r\sin\frac{\gamma}{2}\cos\frac{\gamma}{2}}=\dfrac{\cos\frac{\alpha-\beta}{2}}{\sin\frac{\gamma}{2}}=\dfrac{\varrho_c+\varrho}{\varrho_c-\varrho}$.

Briefkasten zum Aufgaben-Repertorium.

Auflösungen sind eingegangen von Beseke 1532. 1544. 1548. 1550. 1552. 1558. 1560. 1562. 1566. 1567. 1569. Böhmländer (Memmingen) 1560—1562. 1567. Eckhardt (Bad Ems) 1511—1515. 1545. 1546. 1548—1552. Haag (Rottweil) 1567. Haberland 1518. 1544. 1548. 1550. 1552. 1560—1562. 1567. Heckhoff 1504. 1505. 1511. 1516. 1545. 1546. 1548. 1549. Lachnit (Ung. Hradisch-Mähren) 1498. 1500. 1502 (zu spät). 1504—1508. 1511—1513. 1515—1518. 1520. 1523. 1529. 1530. 1532. 1538—1542. 1545. 1548—1550. 1552. 1553. 1558. 1560—1567. 1569. 1576—1582. Lökle 1560—1565. 1567—1569. Pilgrim 1545—1573. Stegemann 1560—1564. 1566. 1567. 1570—1573. Stoll 1560—1569. Trognitz 1560. 1562. 1567—1569. Vollhering 1504. 1532. 1544. 1558. 1562.

Neue Aufgaben haben eingesendet: a) mit Lösung: Haberland (1). Lachnit (7). b) Ohne Lösung: Emmerich (1). Godt (Lübeck) (1). Haberland (6). Lachnit (3). Pampuch (Strafsburg i. E.) (2).

NB. Die während meiner Kur in B. W. eingelaufenen Beiträge sollen im nächsten Hefte mitgeteilt werden. H.

Litterarische Berichte.

A. Rezensionen und Anzeigen.

A. A. MARKOFF, Differenzenrechnung. Autorisierte deutsche Übersetzung von THEOPHIL FRIESENDORFF und ERICH PRÜMM. Mit einem Vorworte von R. MEHMKE. VI u. 194 S. gr. 8°. Verlag von B. G. Teubner, Leipzig, 1896. Preis 7 Mk.

Durch die vorliegende deutsche Ausgabe des in Rufsland verbreiteten und geschätzten Markoffschen Werkes über Differenzenrechnung, das in zwei Teilen 1889 bezw. 1891 erschienen ist, wird unsere Litteratur auf einem Gebiete bereichert, das in der letzten Zeit in Deutschland wenig gepflegt worden ist. Die beiden Teile bestehen aus je sieben Kapiteln und behandeln die „Interpolation" bezw. „Summen und Differenzengleichungen". Durch diese Schlagworte ist aber der reiche Inhalt des Buches nur sehr unvollkommen angedeutet. Ein näheres Eingehen auf den letzteren würde jedoch die Anführung zahlreicher Einzelheiten erfordern, so dafs wir die derartigen Besprechungen in dieser Zeitschrift gesteckten Grenzen erheblich überschreiten würden. Als einen besonderen Vorzug des Markoffschen Werkes mufs man die Sorgfalt ansehen, welche auf die Abschätzung der Fehler bei Näherungsformeln gewendet worden ist. Ferner wird das weitere Eindringen in die behandelten Fragen durch die Litteraturangaben erleichtert, die seitens der Übersetzer nach Möglichkeit vervollständigt worden sind. In seinem Vorwort spricht sich Prof. R. Mehmke dahin aus, dafs die Mathematiker, „welche aus irgend einem Grunde sich mit der Technik des Zahlenrechnens — insbesondere mit Interpolation, der Herstellung numerischer Tafeln, der Aufsuchung zufälliger und der Abschätzung unvermeidlicher Fehler — zu befassen haben", die deutsche Ausgabe, zu welcher Geheimrath F. Klein in Göttingen die Anregung gegeben hat, dankbar begrüfsen werden. G.

A. v. BRAUNMÜHL, Beiträge zur Geschichte der Trigonometrie. Mit 1 Tafel. Halle a. S., 1897. 4°. 30 S.

— Nafsir Eddin Tûsi und Regiomontan. Mit 2 Tafeln. Halle a. S., 1897. 4°. 37 S.

Man möchte sich vielleicht wundern, dafs nach dem ausgezeichneten, auch in diesen Blättern gebührend gekennzeichneten

Werke M. **Cantors** noch weitere Studien auf dem Gebiete der mittelalterlichen Mathematik Aussicht auf Erfolg haben können, allein nichtsdestoweniger verhält es sich so, und man kann umgekehrt sagen, dafs jene bahnbrechende Leistung in hohem Mafse anregend gewirkt hat und noch ferner wirken wird. Die beiden vorliegenden Abhandlungen, welche als Nr. 1 und 2 von Band LXXI der „**Nova Acta**" der Leop.-Karol. Deutschen Akademie der Naturforscher erschienen sind, legen beredtes Zeugnis ab für die Richtigkeit dieser unserer Behauptung. Prof. v. **Braunmühl**, der an der Münchener technischen Hochschule ein mathematisch-historisches Seminar eingerichtet hat und dasselbe erfreulich fortschreiten sieht, ist allen Denen, welche auf diesem Gebiete thätig sind, kein Fremdling, und so darf auch diesen neuesten Veröffentlichungen von vornherein das vollste Vertrauen entgegengebracht werden. Dasselbe wird denn auch in keiner Weise getäuscht.

Die erste Untersuchung beschäftigt sich erstmalig eingehender mit den graphischen Methoden, deren sich die Griechen bei der Auflösung sphärischer Dreiecke bedient haben; es wird gezeigt, dafs dabei ein eigenartiges Umklappungsverfahren Platz griff, welches mit der bekannten, sonst allgemein üblichen Sehnenrechnung ganz und gar nichts zu thun hatte, welches vielmehr, wenn man es überhaupt in der uns geläufigen Weise durch Formeln wiedergeben will, eher zu den Sinus als zu den Sehnen hinführt. Diese Erkenntnis führt nun aber, und darin ist ein erheblicher Fortschritt zu erkennen, zu einer neuen Interpretation der Rechnungsregeln der altindischen *Sûrya-Siddhânta*. Es ergiebt sich, dafs die Inder dem Kosinussatze der Raumtrigonometrie wenigstens sehr nahe gewesen sind, dafs aber in der Hauptsache ihre Tendenz darauf gerichtet war, jene griechische Projektionsmethode in direkte Verbindung mit dem Sinuskalkul zu setzen. Von hier geht der Verf. zu **Albategnius** über, dessen Position in der Geschichte der Wissenschaft insofern eine andere ist, als derselbe mit dem ptolemäischen Almageste bekannt war; gleichwohl aber, so erfahren wir, kannte und verwandte auch er jenes Prinzip der Übertragung auf die Ebene eines bestimmten gröfsten Kreises der Kugel. Dabei ist er, wie die Wiedergabe seiner etwas schwer verständlichen Darstellungsweise in unserer Formelsprache darthut, anläfslich einer Koordinatentransformation zum Kosinussatze gelangt, ohne freilich die Bedeutung dessen, was er gefunden hatte, klar überblicken zu können. Herr v. **Braunmühl** macht mit Recht darauf aufmerksam, dafs sich **Delambre** in seiner bekannten Neigung, ältere Wissenschaft zu modernisieren, zu einem Mifsverständnis verleiten liefs und auch andere Historiker ungünstig beeinflufste. Es ist — auch unter dem didaktischen Gesichtspunkte — von Interesse, zu sehen, wie eine einfache geometrische Betrachtung die Schwierigkeiten bewältigt, welchen jener französische Astronom einzig auf analytischem

Wege beikommen zu können vermeint hatte. Den von den Arabern noch unterlassenen Schritt hat Regiomontanus gethan, und er stellte zuerst als geometrische Wahrheit hin, was vor ihm nur ein astronomischer Rechnungsbehelf gewesen war.

Den Beziehungen Regiomontanus zu den Arabern ist die zweite Schrift gewidmet. Durch die verdienstvolle, in Deutschland erst von Suter etwas bekannter gemachte Bearbeitung des Werkes über das Viereck, in welchem sich der Ostperser Nafsîr Eddîn als scharfsinnigen Geometer zu erkennen giebt, hat sich Karatheodory ein entschiedenes Verdienst erworben, aber erst jetzt bekommen wir einen vollständigen Einblick in das wahre Wesen dieses Traktates. Auf der Basis des Transversalensatzes, welcher noch jetzt nach Menelaus benannt zu werden pflegt, hat Nafsîr Eddîn ein in sich abgeschlossenes System der ebenen Trigonometrie aufgebaut, indem er sich von der hergebrachten Beschränkung auf das rechtwinklige Dreieck emanzipierte; er, und nicht Regiomontan, ist der eigentliche Vater des Fundamentalsatzes: $a : b = \sin \alpha : \sin \beta$. Das sphärische Analogon desselben wird gewöhnlich dem Geber (Dschâbir) zugeschrieben, findet sich jedoch in Wahrheit erstmalig bei Thâbit ben Kurra; Nafsir Eddîn teilt für dasselbe gleich drei Beweise mit, die er, mit einer für jene Zeit seltenen Aufrichtigkeit, als das Eigentum Abû Nasrs anerkennt. Ersterer war jedoch auch ein selbständiger Erfinder im Bereiche der sphärischen Trigonometrie, denn er, und nicht, wie man allgemein annahm, Joh. Müller behandelte als der erste mit Glück die durch kein astronomisches Bedürfnis nahe gelegte Aufgabe, aus den Winkeln eines Kugeldreieckes die Seiten zu berechnen. Immerhin braucht dem ersteren eine relative Priorität darum nicht abgesprochen zu werden, denn von dem arabischen Vorgänger kann der Deutsche nicht wohl etwas gewufst haben. Schlimmer gestaltet sich für letzteren v. Braunmühls Nachweis, dafs er von Geber in des Wortes eigentlichster Bedeutung abgeschrieben, sich eines direkten Plagiates schuldig gemacht hat. Eine lange Reihe direkter Textvergleichungen (S. 59, II) läfst hierüber keinen Zweifel, und es wird, man mag nun über die litterarische Ungeniertheit des XV. Jahrhunderts noch so liberal denken, dadurch dem Andenken des grofsen deutschen Mathematikers ein Makel angehängt, den man nur beklagen kann. Zum Schlusse übrigens stellt der Autor, auf Grund genauester Durcharbeitung seiner Werke, dem Regiomontanus das ehrende Zeugnis aus, dafs auf ihn die Trigonometrie in ihrer gegenwärtigen Gestalt zurückzuführen und dafs ihm insbesondere der sphärische Kosinussatz zu verdanken ist, „der in das System des Persers nicht hineinpafste.“ Unsere kurze Inhaltsangabe wird ausreichend ersehen lassen, wie viel Neues und Beachtenswertes in dieser Quellenstudie enthalten ist.

München. Dr. S. Günther.

Lübsen, H. B., Ausführliches Lehrbuch der analytischen oder höheren Geometrie zum Selbstunterricht. Mit Rücksicht auf das Notwendigste und Wichtigste. Mit 124 Figuren im Text. 13. verb. Auflage IV u. 214 S. Leipzig, Friedrich Brandstetter. 1893. Preis M 4.

Es mag vielleicht manchem seltsam erscheinen, daſs wir ein Buch, das 1893 erschienen ist, jetzt erst (1897) besprechen. Doch wurden wir hierzu durch folgende Thatsache veranlaſst:

Ein junger bereits absolvierter Theologe (Kandidat des Predigtamts), der noch das in Sachsen zur Anstellung an Realschulen und Seminaren berechtigende pädagogische Examen*) bestehen wollte und sich aus reiner Liebe zur Sache als zweites (Ergänzungs)-Fach Mathematik gewählt hatte, bat uns, ihm ein faſslich und anschaulich geschriebenes Lehrbuch über sogen. analytische (oder besser Koordinaten-)Geometrie zu nennen. Wir glaubten daher, nichts besseres thun zu können, als ihm dieses bereits in der 13. Auflage erschienene von dem verstorbenen Mathematiker Schurig revidierte, für den Anfänger und Autodidakten sehr geeignete Werkchen zu empfehlen. Hatte der Betreffende doch schon das bereits in 7. Auflage erschienene Buch desselben Verfassers „Einleitung in die Infinitesimalrechnung“ kennen und schätzen gelernt. Und in der That hat unsere Rezensionsvorlage aufs neue — neben Müllers ebenbürtigem aber kürzerem Werkchen — seine Schuldigkeit gethan und die Liebe zur Mathematik nicht nur erhalten, sondern auch aufs neue genährt.

Der 1. Teil (S. 1—166) umfaſst die Koordinaten-Geometrie in der Ebene, der 2., kürzere, die im Raume (S. 168—212). Eingehender über den Inhalt des Werkchens, das so bekannt ist und sich so lange bewährt hat, uns zu verbreiten, erscheint uns als überflüssig. Es genüge nochmals festzustellen, daſs es — wie es von einem solchen Meister der Bücherverfaſsungskunst wie Lübsen nicht anders zu erwarten — auſserordentlich klar und faſslich (anschaulich) geschrieben ist, und sich auf das Notwendige beschränkt, so daſs es Anfängern und Autodidakten gewissermaſsen auf den Leib geschrieben ist. Die abstrakte auf allgemeine Ausdrücke sich beschränkende und so zu sagen in Formeleinkapselung sich gefallende Methode,

*) Nach dem Regulativ für die pädagogische Prüfung im Königreich Sachsen (s. 26./I. 1888) ist dem Theologen die Prüfung insofern erleichtert, als die zweite (vom Pädagogen geforderte) Hauptaufgabe fortfällt. Er hat nur eine Arbeit zu liefern und zwar in demjenigen Fache, für welches er (auſser der Religion) noch die Lehrbefähigung erlangen will. Es gelten dann die Bestimmungen des Regulativs für das höhere Schulamt (vom 31./VIII. 1887), so zwar, daſs für die oberen Klassen die Anforderungen für mittlere Klassen eintreten; in der Mathematik z. B.: Elemente der analytischen und projektiven Geometrie, Theorie der algebraischen Gleichungen und höhere Analysis (Differential- und Integralrechnung), [die Anforderungen sind also immer ziemlich hoch!]

wie sie ältere, aller Anwendung baaren, Werke boten z. B. Biot, ist hier über Bord geworfen. Überdies hat das Buch durch Schurigs Revision an Korrektheit gewonnen.

Nur eins wäre zu wünschen, daſs nämlich eine neue Auflage dieses Lehrbuchs reichhaltigeres Übungsmaterial in sich aufnehme. Denn hierin leisten die Aufgabensammlungen von Graefe*) und Hochheim**,) sowie die analytische Geometrie von Ganter und Rudio bereits mehr. Auch würde ein alphabetisches Register neben dem gegebenen Inhaltsverzeichnis die Brauchbarkeit des Buches erhöhen. Den Titel „analytische" Geometrie würden wir lieber in „Koordinatengeometrie" verwandelt sehen. H.

Ganter und Rudio, die Elemente der analytischen Geometrie der Ebene.***) Zum Gebrauche an höheren Lehranstalten sowie zum Selbststudium. Mit zahlreichen Übungsbeispielen und 54 Figuren im Text. 3. verbesserte Auflage. Leipzig, B. G. Teubner, 1890. Preis Mk. 3.

Dieses in der vorausgegangenen Anzeige bereits erwähnte und in Jahrg. XX, 452 von einem unserer Referenten besprochene Buch ist im Wesentlichen ein Abdruck der 2. Auflage, so daſs sein Charakter unverändert geblieben ist. Nur auf die Übersichtlichkeit der Gruppierung und die Präzision der Darstellung wurde besonderer Fleiſs verwandt. Das Aufgabenmaterial dagegen wurde auf 436 Nummern erhöht und in dieser organischen Verbindung des Übungsmaterials mit der Theorie erblicken wir einen besonderen Vorzug dieses Buches vor ähnlichen. Dem Anfänger der etwa Müller und Lübsen durchgearbeitet hat, wird das Studium dieses Werkchens keine Schwierigkeiten bieten. Aber er wird unter Anleitung desselben tiefer und umfangreicher in dieses Gebiet eindringen und die gestellten Aufgaben methodisch lösen lernen. Aber auch dem Lehrer der Mathematik besonders an Realschulen dürfte es ein vorzüglicher Führer bei ihrem Unterrichte sein. Wir empfehlen daher dieses Buch unseren Fachgenossen aufs angelegentlichste. H.

*) Aufgaben und Lehrsätze aus der analytischen Geometrie des Punktes, der Geraden, des Kreises und der Kegelschnitte für Studierende an Universitäten und Hochschulen. Leipzig, B. G. Teubner, 1895. Mit Auflösungen und Beweisen ibid. 1886.

**) Aufgaben aus der analytischen Geometrie der Ebene. Heft 1. Die Gerade, der Punkt, der Kreis. Heft 2 und 3. Die Kegelschnitte. Ebenfalls mit Auflösungsheften. 2. Aufl. 1894.

***) Der zweite Teil dieses Buches, die analytische Geometrie des Raumes enthaltend und von Herrn Rudio allein bearbeitet, wurde im Jahrg. XXIV, (1893) S. 277 bereits angezeigt.

Karl Streng und Josef Zuckersdorfer, **Praktische Anleitung zur Behandlung des Rechenunterrichts in der Volksschule.** 1. Bd. Das Rechnen im Zahlenraume bis tausend und bis zu den Tausendteln (1., 2., 3., bez. 4. Schuljahr). Wien, 1896. Pichlers Ww. u. Sohn, grofs 8°, 510 S. 5,20 Mk.

Die Verfasser haben sich die Aufgabe gestellt, ein gröfseres methodisches Werk zu schaffen, welches den Unterricht im Rechnen und in der geometrischen Formenlehre nach den für Volksschulen bestehenden Grundsätzen behandeln soll. Hiervon bildet das vorliegende Buch den ersten Band. Die im Vorworte betonte „lückenlose Erschöpfung und Anordnung des Lehrstoffes" zeigt sich schon in der übersichtlichen Gliederung des Inhaltsverzeichnisses, welche sich innerhalb der dort angegebenen kleinen Abteilungen noch bis ins kleinste Detail fortsetzt und dadurch eine „lektionsweise" Durchführung des Lehrstoffes ermöglicht. So zerfällt z. B. der Abschnitt von 12 Seiten über die Zahl 3 in 18 mit Überschriften versehene Unterabteilungen! Derartiges Eingehen in Einzelheiten haben wir aber in methodischen Aufsätzen österreichischer Seminarjahresberichte öfters gefunden und es kann dies besonders dem Anfänger in der Vorbereitung zum Unterrichte nur erwünscht sein.

Der Inhalt zerfällt in 3 Teile: 1. Teil: Rechnen im Zahlenraume 1—20; 1. Abschnitt 1—10, wichtigste Mafse, Gewichte, Münzen; 2. Abschnitt 10—20. 2. Teil: 10—100. Zeitmafs, Zählmafs, Elemente des Bruchrechnens. 3. Teil: bis 1000 und bis zu den Tausendteln. 1. Abschnitt: 1—1000. 2. Abschnitt: Münzen, Mafse, Gewichte; 3. Abschnitt: Die vier Rechnungsarten mit ganzen Zahlen; 4. Abschnitt: Das Rechnen mit Dezimalzahlen. — Am wichtigsten bleibt in solchen Schriften stets die erstmalige Behandlung der Zahlen. Die Verfasser stimmen dafür, jede einzelne Zahl bis 20 als Individuum aufzufassen, andererseits die einzelnen Individuen sofort allseitig untereinander zu vergleichen. Es erinnert dies an Grube's monographische Methode, mit Vermeidung von deren Mängeln. Zur Unterstützung des Verständnisses sollen nicht nur allerlei Veranschaulichungsobjekte, Abbildungen von Gegenständen, Rechenmaschinen, Rechenhölzer, Tillichs Blechrinnen für das Enthaltensein, Hohlgefäfse zum Sandfüllen und Messen u. a. m. verwendet werden, sondern im Buche selbst sind auch viel Zahlbilder und Anschauungsbilder (die Stangen der Rechenmaschine mit der Stellung der Kugeln z. B.) von den Verfassern gegeben, sogar wie uns dünkt neu erfunden worden, wie z. B. S. 130 der Jahreskreis und S. 280 der Tageskreis mit den Unterabteilungen. S. 295 führen die Verfasser gegen die Umwandlung des Rechenunterrichts in Sachunterricht an, dafs man dadurch den Anfang mit dem Ende mache und die Lehre mit der Anwendung beginne. Dieser Einwand ist ganz richtig; um so mehr als der Inhalt der Beispiele selbst älteren Schülern oft ganz gleichgiltig ist und die wenigsten daraus

eine erweiterte Kenntnis von Verhältnissen des praktischen Lebens schöpfen, sonach nur der formale Bildungswert übrig bleibt. S. 299 verteidigen die Verf., ebenfalls mit Recht, die Eliminationsmethode (Multiplikations- und Divisionsregel für Dezimalzahlen durch Eliminieren des zweiten Kommas) gegen die neuere Stellenbestimmungsmethode. Auf den folgenden Seiten sagen sie noch einiges über die Verteilung des Lehrstoffes auf die einzelnen Unterrichtsstufen verschiedener Schulkategorien. Daſs bei der Division die norddeutsche Methode (mit Hinschreiben der Subtrahenden) geübt wird, während das Wegzählen nach süddeutscher Methode erfolgt, ist u. E. berechtigt, da sich die Behandlung eben zunächst nur auf das 3. Schuljahr erstreckt; freilich müſste später auch für die Division die Konsequenz gezogen werden.

Auf entsprechende Übungsbeispiele in den anerkannten Rechenheften von Mocnik und Ambros-Kopitzky (deutsche Rechenhefte werden nicht herangezogen) wird fortlaufend verwiesen. Die zur Einschaltung von Wiederholung geeigneten Stellen im Gesamtplan werden stets angegeben. So zeigt sich durchgehends groſse Umsicht und das aufrichtige Bestreben der Verfasser, ihre Arbeit der Praxis zu entnehmen, für die sie bestimmt ist. Wir können demnach das Buch, gegen dessen Ausstattung auch nichts zu erinnern ist, allen Lehrern des Rechenunterrichts in der Volksschule nur bestens empfehlen.

Plauen-Dresden. H. Dressler.

Nernst, W., (o. ö. Prof. d. physikal. Chemie a. d. Univers. Göttingen) und Schönflies, A., (a. o. Prof. d. Mathematik a. d. Universität Göttingen). **Einführung in die mathematische Behandlung der Naturwissenschaften.** — Kurzgefaſstes Lehrbuch der Differential- und Integralrechnung mit besonderer Berücksichtigung der Chemie. — Mit 61 im Text befindlichen Figuren. XI u. 309 S. Preis 8,60 Mk. — München und Leipzig. Wissenschaftl. Verlag von Dr. E. Wolff. 1895.

Das Buch, welches Herrn Prof. Dr. W. Ostwald zugeeignet ist, wird durch seinen Titel genau gekennzeichnet und zerfällt in zwölf Kapitel. Von diesen bringt das erste „die Elemente der analytischen Geometrie“, acht Kapitel sind der Differential- und Integralrechnung gewidmet, zwei enthalten zugehörige Anwendungen aus dem Gebiet der Chemie, Mechanik und Thermodynamik, ein Kapitel lehrt die „Auflösung numerischer Gleichungen“. Hieran schlieſsen sich Übungsaufgaben“, welche zugleich die wichtigsten Formeln der Differential- und Integralrechnung in tabellarischer Übersicht enthalten. Am Schluſs ist eine gedrängte „Formelsammlung“ aus der elementaren Mathematik mit allerhand Erläuterungen beigefügt worden.

Es erscheint überflüssig, auf die einzelnen Kapitel speziell einzugehen, denn sie bringen dem Fachmann nichts Neues. Der Werth und die Bedeutung des Buches liegt auf anderem Gebiete; dasselbe ist unter didaktischen Gesichtspunkten eine bemerkenswerthe Erscheinung. Es ist erfreulich, dafs sich die Herren Verfasser zur Übernahme einer solchen Arbeit bereit gefunden haben, zumal hier Schwierigkeiten ganz eigentümlicher Art vorliegen, die namentlich durch die Kritik veranlafst sind. Auf der einen Seite stehen Mathematiker strengster Observanz, welche nicht selten die subtilsten Fragen herbeigezogen sehen möchten, auf der anderen Seite unbefangene und unerfahrene Studierende mit der Frage: Wozu das Alles? Und diese letzte Frage ist nicht unberechtigt, sie darf nicht vornehm ignorirt werden.

Bei Durchsicht des vorliegenden Werkes wird man sofort bemerken, dafs vor Allem der Leserkreis berücksichtigt ist, für welchen es geschrieben wurde. Die vereinten Kräfte der Verfasser bethätigen sich nicht in einem Anhäufen und gegenseitigem Zutragen des Stoffes; es wird vielmehr das rechte Gleichgewicht hergestellt, die gemeinschaftliche Sichtung der Materie führt zur Selbstbeschränkung auf beiden Seiten.

Gerade in der gegenwärtigen Zeit, wo die Meinungen mafsgebender Ingenieure, Naturwissenschaftler und Mathematiker so aufserordentlich divergiren, erlangt die gemeinsame Arbeit der Verfasser eine besondere Bedeutung. Besitzen wir doch ein ähnliches Werk, welches — auf breiterer Basis ruhend — für Ingenieure geschrieben ist, leider nicht. Und eine solche Arbeit dürfte auch schwerlich aus einer einzigen Hand hervorgehen. Bei den gegenwärtig hochgespannten Ansprüchen sind erspriefsliche Leistungen im Gebiete der angewandten Mathematik nur so zu erwarten, dafs sich die Vertreter derselben und die Fachmathematiker eng an einander schliefsen.

Die Möglichkeit eines solchen Zusammengehens ist durch das vorliegende Buch erwiesen. Wenn dieser Anschlufs, bei aller individuellen Freiheit, auch in den betreffenden Vorlesungen gewahrt bleibt, und die Führung der Studierenden eine einheitliche wird, dann dürfte manche unerquickliche Frage bei Seite geschoben sein, wie z. B. die, ob der Ingenieur mathematische, oder der Mathematiker technische Vorlesungen zu halten berufen sei.

Das Werk sei den Studierenden der Naturwissenschaften, besonders auch den Chemikern, warm empfohlen; es wird sie in anregender und leichtfafslichen Weise in die höhere Analysis einführen.

Chemnitz. Dr. W. Heymann.

Helmholtz, Hermann von, Die Lehre von den Tonempfindungen als physiologische Grundlage für die Theorie der Musik. 5. Ausgabe. Mit dem Bildnis des Verfassers und 66 in den Text gedruckten Holzstichen. Braunschweig, Vieweg & S. 1897. XXII u. 675 S. Preis 12 *M* geb. 14 *M*.

Die 1. Auflage dieses Buches erschien im Jahre 1863, also zu einer Zeit, wo diese Zeitschrift noch nicht existierte. Bei unserm damaligen Doppelberufe und unserem Interesse für wissenschaftliche Musik hatten wir uns das Werk sofort angeschafft und es, soweit es unsere Muse erlaubte, studiert. Das Werk, welches nach der Vorrede die Früchte 8jähriger Arbeit des Verfassers darbot, machte damals gerechtes Aufsehen. Man hatte, zumal in den Kreisen der Musiker, wohl nicht erwartet, dafs ein Mathematiker und Naturwissenschafter, speziell Physiker und Physiologe, so tief in das Wesen der Musik eindringen könne. Freilich beziehen sich die Ausführungen des Verfassers, wenn man von dem (schon vorher bekannten) Physikalischen, speziell Akustischen, absieht, vorzugsweise auf die Auffassung der Töne und Akkorde durch unsere Sinnesorgane, berühren aber doch auch die Grenze, wo die eigentliche schöpferische Musik anhebt, also das Gebiet der Ästhetik. Für die Regeln der Harmonielehre, zumal die Verwandtschaft der Akkorde, ihre naturgemäfse Verbindung und Aufeinanderfolge, besonders im Gebiete des sogenannten Kanons oder der Fuge (Contrapunkt), wo z. T. noch viel Willkür herrscht, ist damit noch nicht viel gewonnen. Hier soll erst noch einmal der Schöpfer einer neuen Lehre kommen. Denn man mufs wohl unterscheiden zwischen reiner Willkür und durch ästhetische Gesetze bedingtem Schaffen, wo zwar eine gewisse Freiheit, aber nicht Willkür herrscht. Die Grenze zwischen dieser Freiheit und Willkür ist oftmals recht schwer zu finden; meist dienen die Gebote oder Regeln der „grofsen Meister“ als Richtschnur.

Doch herrschen auch hier, nämlich im Gebiete des Kanons und der Fuge, unzweifelhaft mathematische Gesetze, deren Ergründung das noch verhüllende Dunkel erschwert.

Besonders wichtig ist uns immer erschienen die naturgemäfse ruhige, die Gemütsstimmung nicht beleidigende Aufeinanderfolge der Akkorde, die in der neueren und neuesten Musik mehr oder weniger zu vermissen ist. Das Streben neue Melodieen und Akkordverbindungen zu finden hat zu Künsteleien geführt, die sich besonders durch eine unruhige, rasch wechselnde, die ruhige Stimmung beleidigende und das Gefühl nicht befriedigende Modulation fühlbar machen; diese Unruhe, unmotivierter Übergang aus Dur in Moll und umgekehrt zeigt sich namentlich in Wagners Opern und Liszts Werken. Diese Musik steht in vollem Kontrast zu der Mendelssohnschen.*)

*) Dem Kenner Bachscher, Händelscher und Mendelssohnscher

Helmholtz bleibt, wenn er auch das Gebiet der Ästhetik berührt, im Wesentlichen doch immer auf dem der Naturwissenschaft, und interessant ist in dieser Beziehung seine Äufserung am Schlusse des letzten (19.) Abschnitts 1. Aufl. S. 560, wo der Gegenstand aus dem physiologischen Gebiete in das psychologische übertritt.

Nicht nur Mathematiker und Physiker haben sich mit dem Werke befafst, sondern auch Musiker suchten in dasselbe einzudringen. Freilich fiel dies den letzteren, wie aus manchen Schriften und Äufserungen hervorgeht, in Ermangelung mathematischer und physikalischer Kenntnisse sehr schwer. Denn unsere sogenannten Konservatorien entbehren leider der Vorlesungen und Übungen in Akustik und mathematischer Harmonielehre. Sie sind in der Hauptsache und fast zu sehr auf das Technische (die Virtuosität) gerichtet und müssen sich daher nicht selten — ob mit Recht oder Unrecht bleibe dahingestellt — den Titel „Abrichtungsanstalten“ gefallen lassen. Dazu kommt, dafs das Schülermaterial dieser Anstalten aufserordentlich verschieden vorgebildet eintritt und eine eigentliche systematische und methodische Schulung, wie sie an höheren Schulen üblich ist, nicht existiert. Vielmehr besteht der Unterricht nur in einer Art Einzelunterweisung.*)

Es haben jedoch auch akademisch gebildete Musiker die etwas tiefer in die Theorie und das Wesen der Harmonielehre eingedrungen waren, sich mit dem Helmholtzschen Werke befafst, so z. B. vor allen anderen Hauptmann, dessen eigenes Werk (über die Harmonik etc.) freilich mehr philosophisch als mathematisch-physikalisch gehalten ist; sodann Craushaar, Naumann, Riemann und noch manche andere. Man findet einige hierauf bezügliche bald nach dem Erscheinen des Helmholtzschen Werkes erschienene Rezensionen in der Allgemeinen musikalischen Zeitschrift 1863,

---

Fugen und fugierter Musikstücke wird und mufs es immer auffallen, dafs die Bachschen, obgleich — wenigstens nach der herrschenden Ansicht — kunstgerechter doch weniger wohlklingend und befriedigend sind, als die Händelschen und besonders die Mendelssohnschen, die mit der Kunst der Imitation zugleich wohlgefällige Melodieen verbinden. Diese Verbindung kunstgerechter Imitation mit ansprechender Melodie scheint der musikalischen Schaffenskraft das höchste und schwierigste Problem zu bieten. Als eklatante Beispiele dürften wohl angeführt werden die beiden herrlichen, bis zur Wehmut ergreifenden Chöre aus dem Oratorium „Paulus“ „Siehe wir preisen selig“ und aus dem „Elias“ „Siehe der Hüter Israels, er schläft und schlummert nicht“.

*) So z. B. geschieht diese nach unseren Erfahrungen, Erlebnissen und Informierungen beim Klavierunterricht so, dafs ein Lehrer (Künstler!) mehrere, etwa 4—5, Schüler unterweiset, jeder derselben aber etwas anderes spielt, was eine Beurteilung, bezw. eine Übung des Urteils und eine gegenseitige Kritik ausschliefst. Denn jeder hat nur ein Interesse an seiner Aufgabe und Leistung, nicht an der der anderen. Was würde man von einem Lehrer der Mathematik sagen, der seine, etwa 20, Schüler in der Klasse so unterrichten wollte, dafs er jedem eine besondere Aufgabe stellte?

Nr. 27, 28, 29 von Krüger und einen interessanten, freilich polemischen, Brief von Hauptmann, ebenda Nr. 40.

Nach dem Vorwort zu dieser (5.) Ausgabe von R. Wachsmuth-Berlin ist jede Ergänzung des Inhalts dieses Werkes durch Aufnahme neuer Forschungsergebnisse gemäfs einer letzten Willensäufserung des Verewigten unterblieben, obschon hierzu durch neuere Fortschritte in der Physiologie des Gehörorgans Anlafs gewesen wäre. Doch hätte dies eine totale Umgestaltung einzelner Teile des Werkes erfordert, hätte aber, wenn auch an Einzelheiten, doch nicht an den „grofsen grundlegenden Theorien" des Werkes etwas geändert. So tief in die Geschichte der Wissenschaft einschneidende Werke, wie die „Tonempfindungen" tragen in sich das Recht, als hehre historische Denkmale in ihrer ursprünglichen Form aufbewahrt zu werden.

H.

WISLICENUS, Dr. WALTER F. (a. o. Professor an der Universität Strafsburg), Astronomische Chronologie. Ein Hilfsbuch für Historiker, Archäologen und Astronomen. Leipzig, Druck und Verlag von B. G. Teubner. 1895. Preis *M.* 5.

Die Vernachlässigung solcher Grenzgebiete, an denen sich heterogene Wissenschaften berühren, ist eine Erscheinung, die in der Geschichte der Wissenschaften leider nicht selten auftritt. Um so dankenswerter ist der Ausbau solcher Gebiete. Zu derartigen Grenzlanden gehört auch das Terrain, auf welchem sich einerseits die Geschichtsforschung und die Altertumskunde, andererseits die Astronomie berühren. Obwohl letztere Wissenschaft durch Berechnung zahlreicher Hilfstafeln die Lösung der astronomischen Aufgaben, deren die Chronologie bedarf, so einfach gestaltet hat, dafs selbe auch ohne besondere mathematische und astronomische Vorkenntnisse leicht bewältigt werden können, so wird trotzdem immer und immer wieder von den Chronologen die Hilfe des Astronomen für die Behandlung einzelner Aufgaben in Anspruch genommen. Denn die erwähnten Tafeln sind oft an Orten erschienen, die der Aufmersamkeit der Archäologen und Historiker entgehen. Ferner werden diese Gelehrten häufig durch die zum Aufbau der mathematischen und astronomischen Grundlagen nötigen Formeln so abgeschreckt, dafs sie auch jenen Teil der Einleitung zu den Tafeln, der speziell die allgemeinverständlichen Gebrauchsanweisungen enthält, nicht lesen oder übersehen.

Der Historiker bedarf also eines Führers, der ihn sowohl auf die für ihn wichtigen und brauchbaren Tafeln hinweist, als auch den Gebrauch derselben in leichtfafslicher Weise lehrt. Diesem Zwecke dient das vorliegende Büchlein.

Dasselbe zerfällt in zwei Teile, deren erster die astronomischen

Grundlagen, deren zweiter die Berechnungsmethoden enthält. Gegenstand des ersten Teiles sind: Übersicht der verschiedenen Arten der Gestirne, die in der Astronomie üblichen Koordinatensysteme, die Beziehungen der Himmelskoordinaten untereinander und in Bezug auf den Beobachtungsort; die Begriffe des Sterntages, des Sonnentages, der Zeitgleichung, der verschiedenen Jahres- und Monatsformen; die Finsternisse und endlich die täglichen und jährlichen Auf- und Untergänge der Gestirne. Alle diese Begriffe werden in sehr klarer, durchsichtiger, leicht verständlicher Weise behandelt. Das Büchlein eignet sich deshalb besonders zur ersten Einführung in diesen schwierigen Stoff.

Im Beginne des zweiten Teiles werden die Begriffe Aera und Epoche definiert und die Vorteile der Einführung eines Jahres Null in der astronomischen Sprachweise (in der gewöhnlichen existiert ein solches Jahr bekanntlich nicht) an einigen schlagenden Beispielen nachgewiesen. Dann wird die Definition der julianischen Periode aufgestellt und es werden die Gründe besprochen, welche das Rechnen nach dieser Periode so bequem gestalten. Aus der grofsen Menge der Tafelwerke, welche dem Chronologen die Berechnung astronomischer Daten ermöglichen und erleichtern, wurden die folgenden herangezogen: Danckwortts Sterntafeln für die Positionen von 46 Fundamentalsternen für die Zeit von — 2000 bis + 1800. (Sie sind von Wislicenus in dem vorliegenden Buche [Seite 67] für η Tauri, den hellsten Stern in den Plejaden, ergänzt worden. Da dieser Stern in der Mitte des genannten Sternhaufens liegt, so kann er bei allen Berechnungen welche den letzteren betreffen, zu Grunde gelegt werden), Largeteaus Sonnen- und Mondtafeln*); Oppolzers Syzigientafeln und dessen Kanon der Finsternisse; Schrams Zodiakaltafel, dessen Tafel zur Berechnung der Mondesphasen, dessen kalendariographische Tafeln, ferner dessen Sonnenfinsternis- und Reduktionstafeln; endlich noch die Tafeln des Autors selbst zur Bestimmung der jährlichen Auf- und Untergänge der Gestirne. Folgende Momente waren bei der Auswahl dieser Tafeln mafsgebend: Möglichste Genauigkeit der Resultate; weiteste Zeiträume der Giltigkeit; Grundlegung der verläfslichsten astronomischen Daten; bequemer Gebrauch. Freilich gelang es nicht immer ein Werk zu finden, das allen Ansprüchen genügt hätte. So mufsten beispielsweise für die Berechnung der Mondesphasen Largeteaus Mondtafeln, Oppolzers Syzigientafeln und Schrams Tafeln (zur Berechnung der Mondesphasen) herangezogen werden.

Nachdem die Einrichtung der Tafeln und das Interpolationsverfahren besprochen worden sind, wird an die Behandlung der

*) Deutsche Ausgabe von Johannes von Gumpach unter dem Titel: Hilfsbuch der rechnenden Chronologie oder Largeteaus abgekürzte Sonnen- und Mondtafeln. Heidelberg, J. C. B. Mohr, 1853.



einzelnen Probleme gegangen. Von diesen mögen hervorgehoben werden: die Verwandlung einer beliebigen Kalenderangabe in Tage der julianischen Periode und umgekehrt; Berechnung der Rektaszension und Deklination eines Sternes für ein gegebenes Jahr; Berechnung der Aequinoctien und Solstititien, sowie des Eintrittes der Sonne in eines der zwölf Zeichen für ein gegebenes Jahr; Berechnung der verschiedenen Mondesphasen für ein gegebenes Jahr; genäherte Bestimmung einer Sonnen-, resp. Mondesfinsternis für einen gegebenen Ort der Erde; Berechnung ihrer Dauer und Gröſse; Probleme, welche sich auf Sternauf- und Untergänge beziehen; endlich noch einige Worte über die Behandlung chronologischer Planeten- und Kometenangaben. Bei jeder einzelnen Aufgabe wird der Gang der Rechnung und der Gebrauch der betreffenden Tafeln detailliert angegeben und an mitunter hochinteressanten Beispielen erläutert. So wird z. B. das Datum der Schlacht bei Adrianopel nach einer Neumondangabe bei Ammianus Marcellinus, das Datum des Ausmarsches des Perserheeres aus Sardes nach einer Sonnenfinsternisangabe bei Herodot, das Datum der Schlacht bei Pydna nach einer Mondesfinsternisangabe bei Livius berechnet.

Die Brauchbarkeit des Büchleins wird durch die treffliche Ausstattung und durch ein sehr sorgfältig angelegtes Register gefördert.

In erster Linie ist das Büchlein natürlich für Historiker und Archäologen bestimmt und es ist nur zu wünschen, daſs diese recht ausgiebigen Gebrauch von der Quelle machen mögen, die ihnen hier aufgeschlossen wird. Doch wird diese astronomische Chronologie auch dem Astronomen gute Dienste leisten. Besonders werden sich die Abschnitte über Berechnung der Länge der Sonne für ein gegebenes Datum, der Rektaszension und Deklination derselben sowie genäherter Werte für Zeitgleichung und Sternzeit im mittleren Mittag für den Astronomen dann sehr nützlich erweisen, wenn es sich um Zeiten handelt, für welche die Leverierreschen oder Stürmerschen Sonnentafeln nicht ausreichen.

Wien. Dr. K. Haas.

Burgerstein, Dr. Leo und Netolitzky, Dr. August in Wien, Handbuch der Schulhygiene. Mit 154 Abbildungen im Text. Jena, Verlag von Gustav Fischer. 1895. (VII. Band. 1. Abteilung des Handbuches der Hygiene von Dr. Theodor Weyl.)

Nicht geringe Schwierigkeiten stellen sich einer einheitlichen zusammenfassenden Darstellung der Schulhygiene entgegen. Eine solche soll bezüglich alles dessen, was sich auf die Aufführung, Einrichtung und Erhaltung der Schulbauten bezieht, auf der Höhe der modernen Technik stehen; sie soll die Ergebnisse und Anforderungen der Gesundheitswissenschaft befriedigen; sie ver-

langt ferner für die Bearbeitung der Hygiene des Unterrichtes den erfahrenen Pädagogen; der Verfasser soll also Bautechniker, Arzt und Schulmann in einer Person sein. Zur Ausführung des vorliegenden Werkes haben sich der durch zahlreiche hygienische Arbeiten rühmlichst bekannte Realschulprofessor Dr. Leo Burgerstein und der mit dem Sanitätswesen gründlich vertraute Arzt, Dr. Netolitzky, Ministerial-Sekretär im Ministerium des Innern vereinigt.

Dr. Leo Burgerstein hat sich nach dem Urteile hervorragender Fachzeitschriften*) durch emsige Studien auf bautechnischem Gebiete so eingearbeitet, dafs er die Probleme der Bauhygiene vollständig beherrscht. Reisen, die ihn durch fast alle Länder Europas geführt haben, liefsen ihn gründliche Erfahrungen auf dem Gebiete der Schulhygiene sammeln; dazu besitzt er eine geradezu erstaunliche Kenntnis der Fachlitteratur und zwar nicht blofs der deutschen, sondern auch der ausländischen; denn er schreibt und spricht nicht nur das Französische und Englische wie seine Muttersprache, sondern er beherrscht auch das Italienische, das Dänische, das Russische, das Czechische hinlänglich, um die in dieser Sprache erschienenen Abhandlungen zu lesen. Dadurch war es ihm möglich die in den verschiedensten Kulturländern gereiften Früchte der Schulhygiene zu einer so reichen stattlichen Garbe zu binden.

Klarheit und Präzision des Stiles, übersichtliche Gliederung des Stoffes bewirken, dafs selbst der Laie, der keine hygienische Schulung mitbringt, die vom Autor behandelten Fragen leicht zu fassen vermag, um so mehr, als jede Nennung von Namen ohne ausführliche genaue Erklärung derselben grundsätzlich vermieden wurde. Bei jeder Frage sind die wissenschaftlichen Arbeiten, welche dieselbe behandeln, mit fachmännischer Sachkenntnis und mit objektiver Kritik besprochen. Dadurch ist dieses Handbuch ein höchst brauchbares Nachschlagebuch für alle Jene geworden, welche Neigung und Beruf dazu treiben, sich mit diesen nicht nur für die Schule, sondern überhaupt für die Kultur und das Wohl künftiger Generationen so wichtigen Problemen zu beschäftigen.

Der von Burgerstein redigierte Teil (303 Seiten) behandelt zuerst die Externate und zwar zunächst die Wahl des Bauplatzes für das Schulhaus, dessen Orientierung, den Wert und die Eignung der verschiedenen Baumaterialien, die Bekämpfung von Mauerfrafs und Hausschwamm; die Fundierung, Trockenlegung und Reinhaltung des Hauses, die Keller; den Massiv- und Baracken-Bau;

*) Zeitschrift des österreichischen Ingenieur- und Architekten-Vereins. Jahrgang XLVII. Seite 335. — Zentralorgan der behördlich autorisierten Ziviltechniker in Österreich. XVII. Jahrgang. Seite 110.



die Zwischendecken; das Dach, den Eingang; die Putzvorrichtungen, den Warteraum; die Stiegen, Gänge und Thüren; die horizontale und vertikale Verteilung der Räume, zu deren besserem Verständnisse Grundrisse und Aufrisse aus verschiedenen Ländern (meist von ausgeführten Volksschulbauten) mitgeteilt werden. Sie verdienen um so mehr Beachtung, als tadellos ausgeführte Grundrisse von Schulen nicht gar zu häufig sind.

Hieran schliefst sich die Betrachtung des Schulzimmers vom hygienischen Standpunkte aus (Gröfse, Gestalt, Wand, Decke, Fufsboden). Eine eingehende Erörterung erfahren die Möbel desselben; besonders gründlich werden die Subsellien der verschiedenen Systeme besprochen und der Text wird durch zahlreiche Illustrationen erläutert. Auf circa 25 Seiten wird die wichtige Frage der Beleuchtung behandelt. Nach Feststellung der Grundlagen des Problems und Aufzählung der Meinung der Spezialisten in dieser Frage werden die verschiedenen Methoden zur Messung der Beleuchtungsstärke aufgezählt. Besonders werden das Photometer von Weber und dessen Raumwinkelmesser empfohlen. Bei Besprechung der künstlichen Beleuchtung wird besonders die indirekte Beleuchtung hervorgehoben, welche mild, gleichmäfsig wohlthuend ist, dem diffusen Tageslichte am nächsten kommt und Schattenbildung und grelle Reflexe vermeidet. Es folgt sodann eine Analyse der Verbrennungsgase bei den verschiedenen Beleuchtungsmethoden und der durch dieselben bewirkten Luftverschlechterung.

Ausführlich wird auf die Luftuntersuchungen im Schulzimmer und auf die Bedeutung des Staubes im Sinne der modernen Hygiene eingegangen; dann folgen die verschiedenen Ventilationsmethoden; ferner Tabellen, welche die Verschlechterung in der Luft den verschiedenen auf einander folgenden Schulstunden nach Geschlecht und Alter der Schulkinder angeben. Der Autor kommt übrigens zu dem Schlusse, dafs neben allen künstlichen Ventilationsvorrichtungen eine ausgiebige Lufterneuerung in Zimmern und Gängen durch gleichzeitiges Öffnen von Fenstern und Thüren — ein „Ausfegen“ des ganzen Schulgebäudes vor und nach dem Unterrichte und in den gröfseren Pausen (während die Jugend auf dem Spielpatze ist) mindestens im Sommer notwendig sei.

Verfasser ist für Konzentration des gesamten Heiz- und Ventilationsdienstes im Kellergeschofs. Zur Kontrolle der Temperatur in den einzelnen Räumen werden Recknagel's Thermotelegraph und Bonnesen's Luftthermometer empfohlen. Aus den verschiedenen Heizungsmethoden werden die Warmwasserheizung mit freistehenden, wenig Wasser enthaltenden Säulenöfen und ununterbrochenem Betrieb; ferner die Niederdruckdampfheizung und endlich die kombinierte Niederdruckdampf-Luftheizung vorgeschlagen.

An die Besprechung dieser wichtigen Fragen schliefst sich eine Beschreibung der Zimmer für besondere Lehrzwecke (Turn-

saal, Zeichensäle etc.) und anderweitiger Räume der Externate an (Abtritte; Kleiderablagen; Erholungsplätze und Schulgärten; Schulbäder; Wohnungen im Schulhause und schulfremde Räume). Betrachtungen über Reinigung, Instandhaltung und Feuerschutz des Hauses, sowie über behördliche Einflufsnahme*) auf die Bauführung schliefsen diesen Abschnitt. An ihn reiht sich ein Kapitel über Internate und deren Betrieb.

Während diese Abschnitte vor allem für die Leiter und Verwalter der Schulgebäude wichtig sind, wendet sich der folgende Teil: Hygiene des Unterrichtes und Hygiene-Unterricht an alle Lehrer, denen das Wohl der Schuljugend am Herzen liegt. Folgende Fragen werden hier erörtert: Zeit des Beginnes der Schulpflicht; Geschlechtertrennung oder Geschlechtermischung; Schülerzahl der Klasse Schulweg und Büchertragen; Kleidung und Reinlichkeit der Kinder; Stundenplan; Lesen, Schreiben, Zeichnen, Handarbeit; totale Belastung; Strafen, Ferien; Hygieine-Unterricht.

Diese Kapitel enthalten eine grofse Fülle von Referaten über experimentelle Versuche (insbesondere von Axel Key in Stockholm, von Axel Hertel in Kopenhagen und von Leo Burgerstein in Wien), welche der eingehenden Beachtung der Schulmänner würdig sind. Insbesondere sei auf die wohl motivierten Vorschläge zur Herabsetzung der Lektionsdauer (Maximum derselben 45 Minuten) und Verlängerung der Pausen aufmerksam gemacht (von 12 bis 30 Minuten). So wie in jüngster Zeit im industriellen Leben mehrfach durch Verkürzung der Arbeitszeit auffallende Erfolge erzielt wurden**), so dürften auch die Leistungen der Schule durch die von der Hygiene dringend geforderte Verkürzung der Lektionsdauer und die Herabsetzung der totalen Belastung nur gewinnen. Trefflich ist der Vorschlag, den Kindern erst dann Hausaufgaben zu erteilen, wenn sie in der Schule selber arbeiten gelernt haben, wenn sie bereits wissen, von welcher Seite das Licht kommen mufs, wie sie sich zu setzen haben und welche Körperhaltung sie einnehmen sollen.

Die viel umstrittene Frage, ob Steilschrift oder Schrägschrift, ist sehr gründlich behandelt und ist derselben ein eigner Abschnitt gewidmet. Verfasser kommt zu dem Schlusse: „Theoretisch darf die Frage bei weitem noch nicht als völlig geklärt bezeichnet werden, trotz vieler mühsamer und zum Teil geistvoller Arbeit, praktisch

*) In dem oben zitierten Artikel der Zeitschrift des österreichischen Ingenieur- und Architektenvereins wird die Einführung der Bauhygieine als obligates Fach an technischen Hochschulen und die Begutachtung der Schulbauentwürfe durch eine die Bauhygieine vollkommen beherrschenden Architekten gefordert.

**) Dr. B. Karpeles. Die Arbeiter des mährisch-schlesischen Kohlenrevieres. Leipzig. Dunker & Humblot. 1894. — Philippovich. Über Einführung der achtstündigen Schicht in den Gräflich Nostiz'schen Walzwerken.

sprechen die Berichte und Experimente*) in gewissen Beziehungen bei den Kleinen bisher vorwaltend entschieden für Steilschrift." Letzteres ist wohl entscheidend.

Im Abschnitte Hygieine-Unterricht stellt der Autor die Mitwirkung der Lehrer als den wichtigsten Faktor in der hygienischen Gestaltung des Schullebens hin. Durch ihre Mitarbeit wird der hygienische Schulbetrieb unter den gegebenen Verhältnissen am besten gefördert, durch sie wird für die hygienische Belehrung der Schuljugend gesorgt, die sowohl für das einzelne Individuum als für eine erquicklichere Gestaltung der sozialen Verhältnisse sehr nützlich ist, durch sie endlich wird die Forschungsarbeit auf dem Gebiete der Hygiene des Unterrichtes angebahnt.

Der Verfasser verlangt eine hygienische Vorbildung für Schulleiter und alle, die es werden wollen; er fordert Vorlesungen über Schulhygiene an den Universitäten, welche für die Lehramtskandidaten obligat sein sollen; ferner Aussendung von passenden Belehrungen von Seite der Schulleiter, sowie Tabellen über die häusliche Arbeitszeit, Schlafzeit u. s. f., die von den Eltern auszufüllen sind — eine Einrichtung, die von Axel Key und von der dänischen Kommission in grofsem Mafsstabe durchgeführt wurde und auch für Österreich von Direktor Januschke in's Werk gesetzt wurde.**)

Der von Dr. August Netolitzky redigierte Teil erörtert zunächst die körperliche Erziehung der Schuljugend, wobei das Turnen als in vielen Beziehungen reformbedürftig bezeichnet wird, während die aufserordentliche sanitäre Bedeutung der Jugendspiele besonders hervorgehoben wird. In einem zweiten Abschnitte bespricht er sodann die Krankheiten in ihrer Beziehung zur Schule. Besonderes Lob ist dem Takte zu spenden, mit welchem er dem Lehrer die Infektionskrankheiten schildert, die Art der Ansteckung, die Dauer der Incubation, die Symptome der Krankheit und die Mafsregeln, welche ergriffen werden müssen, um die Weiterverbreitung der Krankheit zu hindern. Weitere Kapitel dieses Abschnittes sind: Kurzsichtigkeit; Verkrümmungen der Wirbelsäule; Überbürdung; abnorme Nerven- und Geisteszustände: Epilepsie; Chorea; Hysterie; Sprachgebrechen und Hygiene der Sprache; Mund- und Zahnpflege; Ozaena; Haarausfall; Kropf; geschlechtliche Verirrungen. Dieser Teil schliefst mit einem Abschnittte über den ärztlichen Dienst in der Schule, in welchem die Aufgaben des Schularztes eingehend ererörtert werden. Was hier gefordert wird, ist so mafsvoll gehalten und von so einleuchtender Berechtigung, dafs es wohl allseitig zugestanden werden dürfte.

Die kurze Inhaltsangabe, die hier angeführt wurde, wird

*) Hier sind besonders die Versuche des Direktor Bayr in Wien zu erwähnen.

**) H. Januschke (Direktor) Gesundheitspflege der Schüler. 18. und 19. Jahresbericht der k. k. Staats-Oberrealschule in Teschen.

wohl einen Einblick in die Vielseitigkeit des Stoffes und in die Menge der bei der Bearbeitung des Buches herangezogenen Hilfswissenschaften gewährt haben. Erhöht wurden die Schwierigkeiten noch dadurch, dafs in dem Buche alle Verhältnisse von der einklassigen Schule des Gebirgsdorfes an bis zur vielklassigen der Millionenstadt berücksichtigt werden mufsten. Demjenigen, der sich über einzelne Kapitel noch weiter belehren will, bieten die überaus fleifsig gesammelten Litteraturnachweise (circa 1300) einen zuverlässigen Führer. Um diese Fülle von Zitaten mit der Raumökonomie in Einklang zu bringen, wurden eine Reihe praktischer Abkürzungen angebracht, die zwischen der Inhaltsübersicht und dem Vorworte Seite VII besprochen sind. Wir machen auf dieselben hiermit besonders aufmerksam.

Ein sehr sorfältig gearbeitetes Register (von 19 Seiten) erleichtert das Nachschlagen und erhöht die Brauchbarkeit des Werkes.

Die Ausstattung des Buches ist eine vorzügliche. Den Illustrationen wurde besondere Sorgfalt gewidmet. Mit Ausnahme eines einzigen Clichés wurden alle Bilder von einem tüchtigen Zeichner neu hergestellt. Bei allen entlehnten Zeichnungen wurde die Quelle angegeben.

Das Buch wurde von kompetenten Seiten auf das wärmste empfohlen. So hat in Österreich das hohe k. k. Ministerium für Kultus und Unterricht*) die Lehrkörper der Mittelschulen und Lehrerbildungsanstalten auf dieses Werk besonders aufmerksam gemacht und seine Anschaffung für die Lehrerbibliotheken dringend empfohlen. Dr. Wernicke empfahl dasselbe beim fünften naturwissenschaftlichen Ferienkurse für Lehrer höherer Schulen in Berlin als beste Einführung in das Studium der Schulhygiene. Es sollte in keiner Lehrerbibliothek fehlen und kein Lehrer sollte die Lektüre desselben unterlassen. In die Praxis übertragen wird es tausendfachen Nutzen und Segen bringen nicht nur für die Schule, sondern auch für das Leben.

Wien. Dr. K. Haas.

Kleiner Litteratur-Saal.

Günther, Grundlinien der mathematischen Geographie und elementaren Astronomie für den Unterricht bearbeitet. 4. durchgesehene Auflage. Mit 47 eingedr. Figuren und 2 Sternkarten. X u. 143 S. München, Th. Ackermann. 1896. Preis ℳ 2 (brosch.).

Dieser Leitfaden erschien zuerst 1878 und wurde von unserem (nun verstorbenen) Mitarbeiter Dr. Pick in Wien im Jahrg. X (1879) ds. Ztschr.

---

*) Erlafs vom 19. April 1895. Z. 8892. Verordnungsblatt 1895. Stück IX. S. 188.

S. 120 u. f. ausführlich besprochen. Diese 4. Auflage hat zwar keine „einschneidenden Veränderungen" wohl aber durch Unterstützung mehrerer Fachgenossen eine „gründliche Revision" erfahren. Über die Begriffe „theorische" und „theoretische" Astronomie verständigt sich Verf. mit seinen Lesern im Vorwort. Für weiteren, etwaige Verbesserungen bezweckenden, Rat verspricht Verf. seinen Dank im voraus. Ein genaues Inhaltsverzeichnis (nach §§) unterstützt die Orientierung und läſst den fehlenden alphabetischen Index — bei der Kleinheit des Werkchens — als entbehrlich erscheinen. H.

Utescher, Otto (Oberlehrer in Freiburg i. Schl.). Rechenaufgaben für höhere Schulen. In drei Heften, nach den Lehrplänen von 1892 bearbeitet. Zweite Auflage. Breslau, Ferdinand Hirt. 1897. 8°. Heft I: Lehrstoff der Sexta. 48 S. Preis 0,35 *M*. Heft II: Lehrstoff der Quinta. 48 S. Preis 0,35 *M*. Heft III: Lehrstoff der Quarta. 48 S. Preis 0,40 *M*.

Über die erste Auflage dieser „Rechenaufgaben" ist im ersten Hefte dieses Jahrganges (S. 39) ausführlich berichtet worden. Trotz des etwas verspäteten Erscheinens jenes Berichtes konnten die darin ausgesprochenen Wünsche vom Verfasser bei der Bearbeitung der zweiten Auflage noch berücksichtigt werden. Diese Wünsche sind zum gröſsten Teil erfüllt und dadurch als berechtigt anerkannt worden. Vor allen Dingen ist hervorzuheben, daſs das Übungsmaterial bedeutend vermehrt worden ist, so daſs der die Rechenfertigkeit fördernde Stoff jetzt in allen Abschnitten als ausreichend betrachtet werden kann. Obwohl durch die Vermehrung des Stoffes der Umfang der Hefte um ein Fünftel gewachsen ist, ist doch eine Erhöhung des Preises nicht eingetreten. Die Einteilung der Hefte ist im ganzen dieselbe geblieben; nur sind im zweiten Hefte die Aufgaben über Alters- und Invalidenversicherung durch solche über Maſse, Durchschnitt und Porto ersetzt worden, und im dritten Heft ist je ein Abschnitt über Verteilungsrechnung und Mischungsrechnung eingeschaltet worden, dagegen aber die Buchstabenrechnung weggeblieben. Alle diese Veränderungen sind als wesentliche Verbesserungen anzusehen.

Auſserdem sind noch einige äuſsere Einrichtungen getroffen worden, welche die Zweckmäſsigkeit der „Rechenaufgaben" beim Schulgebrauch erhöhen. Während nämlich in der ersten Auflage alle Aufgabennummern fett gedruckt waren, sind in der neuen Auflage nur die für das schriftliche Rechnen bestimmten Aufgaben mit fett gedruckten Nummern, die für das mündliche Rechnen bestimmten Aufgaben aber mit fein gedruckten Nummern versehen worden. Ferner sind gewisse Aufgaben durch ein Sternchen bezeichnet worden, wodurch angedeutet ist, daſs der Lehrer mehr derartige Aufgaben stellen soll. Die letzte Seite des ersten Heftes enthält eine Übersicht über die vier Grundrechnungsarten und die bei ihnen anzuwendenden Bezeichnungen und Rechnungszeichen; auf der letzten Seite des zweiten Heftes ist eine Zusammenstellung der Hauptregeln der Bruchrechnung, auf der letzten Seite des dritten Heftes eine Zusammenstellung der Hauptregeln der Rechnung mit Dezimalzahlen gegeben worden.

Die Ergebnishefte sollen binnen kurzem erscheinen. Dieselben werden nicht nur die Ergebnisse der in den Schülerheften befindlichen Aufgaben, sondern auch noch Erklärungen und Erläuterungen sowie einleitende und ergänzende Aufgaben enthalten.

In ihrer jetzigen Gestalt sind die „Rechenaufgaben für höhere Schulen" als ein sehr brauchbares Hilfsmittel für den Rechenunterricht zu bezeichnen und können zur Einführung bestens empfohlen werden.

Prenzlau. W. Stegemann.

B. Programmschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme der Reichslande. Herbst 1896.

Referent: Oberlehrer Dr. SCHAEFFER in Buchsweiler (Unter-Elsass).

1. Diedenhofen. Gymnasium. Progr. Nr. 518. Herbst 1896. Oberlehrer Karl Spindeler: *Ein Beitrag zur Einführung in das Gebiet der räumlichen Konfigurationen.* 22 S. 4°. (Fortsetzung). [Vgl. Jahrgang 1894 dieser Zeitschrift, pag. 521.]

Die 12 Tetraederecken liegen 12 mal zu je 6 in einer Ebene, sowie 16 mal zu je 3, und 18 mal zu je 2 auf einer Geraden. Die hierdurch bestimmten 12 Ebenen schneiden sich 12 mal zu je 6 in einer Tetraederecke, sowie 16 mal zu je 3 und 18 mal zu je 2 in einer Geraden. Da ferner die 18 Diagonalen die Kanten von 3 Tetraedern sind, so kann man diese Geraden noch 3 mal zu je 6 so gruppieren, dafs die zusammengehörigen 6 Geraden sich zu je 3 in 4 Punkten schneiden. Die 18 Diagonalen sind also die Kanten von 3 Tetraedern T_1^1, T_2^1, T_3^1, deren Ecken durch die 12 Ähnlichkeitspunkte gebildet werden. Den Tetraedern T_1, T_2, T_3 gehören also als Seitenflächen die 12 Ebenen der ersten Konfiguration und als Ecken die 12 Punkte der zweiten Konfiguration, während die 12 Ebenen der zweiten Konfiguration die Seiten und die 12 Punkte der ersten Konfiguration die Ecken der Tetraeder T_1^1, T_2^1, T_3^1 sind. Die 18 Kanten der beiden tetraedrischen Systeme sind dieselben, nämlich die 18 Diagonalen; jede derselben enthält je ein Eckenpaar, und durch jede geht je ein Ebenenpaar der beiden Systeme hindurch.

Die 24 Punkte, 24 Ebenen und 18 Geraden dieses Systems sind die Elemente der harmonischen Konfiguration $Cf\ (24_9,\ 18_4)$. Die 24 Punkte liegen zu je 9 in den 24 Ebenen und 18 mal zu je 4 auf einer Geraden. Auf jeder der 18 Diagonalen bilden die 4 Punkte harmonische Punktepaare, und aufserdem liegen die 24 Punkte der harmonischen Konfiguration 32 mal zu je 3 und 72 mal zu je 2 auf einer Geraden. Die 24 Ebenen schneiden sich zu je 9 in den 24 Punkten, ferner schneiden sie sich 18 mal zu je 4 und haben 32 Schnittlinien, die je 3 Ebenen enthalten; endlich schneiden sie sich noch 72 mal zu je 2 in einer Geraden.

(Fortsetzung folgt).

2. Metz. Oberrealschule. Progr. Nr. 536. Herbst 1896. Professor Dr. Eichel: *Über Untersuchungen von Nahrungs- und Genufsmitteln.* 14 S. 4°.

Der Verfasser giebt zuerst einen historischen Überblick über die Nahrungsmittelgesetze und die einschlägigen Verordnungen und Beschlüsse, und erläutert den Zweck des Reichsgesundheitsamtes. Sodann führt er aus, dafs durch Einführung des Nahrungsmittelgesetzes und Errichtung amtlicher Untersuchungsstellen der Mangel an hinreichend geprüften Nahrungsmittelchemikern sich immer mehr fühlbar machte, und weist auf die Bedeutung dieses neuen Berufes für die Schüler der Oberrealschule hin. Die Prüfungseinrichtungen für Nahrungsmittelchemiker sind mit dem 1. Oktober 1894 ins Leben getreten. Dieselben bestehen in einer Vorprüfung und einer Hauptprüfung. Bedingung für die Zulassung zur Vorprüfung ist das Reifezeugnis eines Gymnasiums, Realgymnasiums oder einer Oberrealschule; auch muss ein naturwissenschaftliches Studium von 6 Halbjahren und daneben eine praktische Thätigkeit von mindestens 5 Halbjahren im chemischen Laboratorium einer Universität oder technischen Hochschule nachgewiesen werden. Aufserdem sind Zeugnisse über eine mindestens halbjährige Teilnahme an Mikroskopierübungen und über eine erfolgreiche Thätigkeit von mindestens 3 Halbjahren an einer staatlichen Anstalt für Untersuchungen von Nahrungs- und Genussmitteln

beizubringen. Es umfafst demnach die Gesamtvorbereitungszeit mindestens 9 Halbjahre.

Im Anschluss an die geschichtliche Entwickelung unserer Nahrungsmittelgesetzgebung führt der Verfasser sodann persönliche Erfahrungen vor, von denen die folgenden, die von allgemeinerem Interesse sind, mitgeteilt werden mögen. Bei der Beurteilung der Milch wurden als Durchschnittszahlen für das spezifische Gewicht 1,030—1,0325, für Fett 3,2 %, Trockensubstanz 12 %, für das spezifische Gewicht des Serums 1,027 (bei + 15° *C.*) für die Gegend von Metz festgestellt. Bei Bestimmung des Fettgehaltes leistete Ahlborns Milchprüfer sehr gute Dienste; diese Bestimmung geschieht in der Weise, dafs durch Zusatz von Schwefelsäure vom spezifischen Gewichte 1,82—1,83 die Eiweifskörper zerstört werden, während das Fett unangegriffen bleibt. Man bringt zu diesem Zwecke vermittelst einer Pipette 17,6 ccm Milch in einen Glaskolben mit langem Hals, der in Grade gleichmäfsig eingeteilt ist. Nachdem die Eiweifskörper durch Zusatz von 17,5 ccm konzentrierter Schwefelsäure, welche man aus einer Bürette zufliefsen läfst, zerstört sind, kommen die Kölbchen in eine Schleudermaschine. Nach einer Umdrehungsdauer von 6 Minuten, wobei eine Geschwindigkeit von 12—1500 Umdrehungen bei 42 Kurbeldrehungen in der Minute erreicht wird, giebt man kochendes Wasser mittelst einer Spritzflasche in die Kolben, um so das Fett in den in Grade geteilten Hals des Kolbens zu treiben. Dann wird die Maschine nochmals eine Minute lang in Bewegung gesetzt, und man kann hierauf die Menge des Fettes an den Graden des Halses ablesen. Der Ahlbornsche Milchprüfer ermöglicht die gleichzeitige Ausführung von 12 Milchbestimmungen. Bei der Untersuchung auf fremde Fette wurde der Refraktometer von Zeifs mit Erfolg angewandt. Derselbe beruht auf der Brechung der Lichtstrahlen durch eine dünne Fettschicht. Die Grenzlinie für Butter liegt bei einer Temperatur von 25° bei 52°; sobald diese über 52° steigt, ist die Butter verdächtig, einen Zusatz von fremden Fetten erhalten zu haben, und mufs dann näher untersucht werden nach der Hehnerschen oder Reichert-Meifsleschen Weise. Als Grenzzahlen werden festgehalten: Fettgehalt 80%, unlösliche Fettsäuren 88%, Reichert-Meifslesche Zahl 24, Refraktom. Zeifs Grenzlinie 52 bei + 25° *C.* Auch bei der Untersuchung aller anderen Fette und fetter Öle hat sich der Refraktometer bewährt.

Einen Mehlzusatz zur Chokolade kann man in bequemer Weise durch die Ahlbornsche Schleudermaschine nachweisen. Man schüttelt das Chokolademehl mit kaltem Wasser an, bringt das Gemisch in den Glaskolben und wird dann nach einigen Minuten der Umdrehung in der Schleudermaschine sehen, wie sich das Mehl als weifser Streifen von der Kakaomasse abgehoben hat. Bei der sonst beliebten Fälschung der Chokolade, die Kakaobutter durch Talg zu ersetzen, leistete der Refraktometer von Zeifs sehr gute Dienste, indem die Grenzlinie für Kakaobutter bei einer Temperatur von + 40° auf 45° liegt, während sie beim Talg auf 69° liegt. Die Schmelzpunktbestimmung bei 31° kann die Angabe des Refraktometers unterstützen.

Bemerkt sei noch, dafs bei Gelegenheit von Trinkwasseruntersuchungen eine unmittelbare Verbindung der Jauchegrube mit dem Brunnen nachgewiesen wurde, indem die der Jauche zugesetzte Fluoresceïnlösung nach kurzer Zeit durch gelbgrünliche Färbung sich auch im Brunnenwasser zeigte.

8. Mülhausen. Oberrealschule, Gewerbeschule. Progr. Nr. 537. Oberlehrer Dr. Georg Kilbinger: *Der Axencomplex der Rotationsfläche zweiter Ordnung, Confocale Rotationsflächen zweiter Ordnung.* 13 S. 4°.

Dieser jahrelange Gegenstand der Seminarübungen sowohl in der synthetischen, als auch in der analytischen Geometrie des Herrn Prof.

Dr. Reye in Strafsburg erfährt in gegenwärtiger Abhandlung eine einheitliche synthetische Darstellung. Der Verfasser kommt zu folgenden Ergebnissen: Nach Reye besteht der Axenkomplex der Rotationsfläche R^2 aus allen Geraden, welche die Rotationsaxe r schneiden oder sie rechtwinkelig kreuzen. Er enthält ferner die Rotationsaxe r und ihre Polare $r\infty$; durch letztere gehen alle Axen, welche zu r normal sind. Der Komplex zerfällt somit in die speziellen linearen Komplexe r und $r\infty$. Alle durch einen Punkt E gehenden Axen bilden zwei Strahlenbüschel. Der eine liegt in der Ebene Er; die Ebene des andern steht auf r senkrecht. Die in einer beliebigen Ebene ε liegenden Axen bilden gleichfalls zwei Strahlenbüschel. Der eine ist ein Schnitt von ε mit den Ebenen des Büschels r; der andere ist ein Parallelstrahlenbüschel, dessen Strahlen zu r normal sind. Der Axenkomplex enthält die Hauptaxen aller Tangentenkegel sowie die Axen der Kegelschnitte von R^2. Von den Axen eines jeden Tangentenkegels liegen zwei in einer Symmetrieebene von R^2, während die dritte zu r normal ist. Ist der Kegelschnitt, den R^2 mit einer Ebene gemein hat, eine Parabel, so schneidet seine Axe r, ist er dagegen eine Ellipse oder Hyperbel, so liegt die eine Axe mit r in einer Ebene, während die andere zu r normal ist. Die Gesamtheit der Normalen von R^2 besteht aus den Normalen der Kegelschnitte, in denen R^2 von den Ebenen des Büschels r geschnitten wird. Durch einen beliebigen Punkt gehen im allgemeinen und höchstens vier Normalen der Fläche R^2, welche die Rotationsaxe r schneiden. Die Pole aller durch einen beliebigen Punkt gehenden Axen der Rotationsfläche R^2 liegen auf einer gleichseitigen Hyperbel und auf $r\infty$; die Hyperbel hat mit $r\infty$ einen Punkt gemein. Alle R^2, die weder Kugel- noch Kegelflächen sind und eine gemeinschaftliche Rotationsaxe r haben, sind coaxial, d. h. sie haben denselben Axenkomplex. Es giebt dreifach unendlich viele coaxiale R^2. Die Pole einer beliebigen Ebene π hinsichtlich dieser Flächen liegen in einer durch r gehenden Ebene ξ, welche zu π normal ist. Die Ebene π wird von zweifach unendlich vielen coaxialen R^2 in den Punkten der Geraden $\pi\xi$ und zwar in jedem Punkte von unendlich vielen solchen Flächen berührt. Die Kegelschnitte, welche die coaxialen Flächen mit π gemein haben, haben die Gerade $\pi\xi$ zur gemeinschaftlichen Axe; die anderen Axen der Kegelschnitte gehören einem Parallelstrahlenbüschel an, dessen Strahlen auf ξ senkrecht stehen. Die Tangentenkegel, welche aus einem Punkte P an die Flächen gezogen werden können, haben die Ebene Pr zur gemeinsamen Symmetrieebene.

Durch einen beliebigen Punkt P gehen zwei konfokale Rotationsflächen C^2 und G^2 der Schaar, die sich in P rechtwinklig schneiden. Eine beliebige der Flächen wird von unendlich vielen der Flächen der Schaar rechtwinklig geschnitten. Die Tangentialebenen τ und ϑ in P an C^2 und G^2 stehen auf der Ebene Pr senkrecht und bilden mit ihr ein rechtwinkliges Poldreikant, dessen Kanten paarweise konjugiert sind hinsichtlich der konfokalen Flächen. Im Punkte P schneiden sich die Kegelschnitte, welche C^2 und G^2 mit der Ebene Pr gemein haben, ebenfalls rechtwinklig. Die Normalen der konfokalen Rotationsflächen schneiden r und sind zugleich Normalen der Kegelschnitte, welche die Ebenen des Büschels r mit den Flächen gemein haben. Die Tangentialebenen τ und ϑ halbieren die Flächenwinkel, welche von ihrer Schnittgeraden m den konfokalen Flächen umschrieben werden können. Ferner werden die Winkel, welche sich den konfokalen Kegelschnitten in der Ebene Pr von P aus umschreiben lassen, durch die Geraden halbiert, in denen die Ebenen τ und ϑ von der Ebene Pr geschnitten werden. Die Paare der Berührungsebenen, welche von m an die Flächen gehen, desgleichen die Tangenten, welche in der Ebene Pr an die Kegelschnitte gezogen werden können, bilden also je eine symmetrische Involution.

Die Fufspunkte der Axen, welche von einem beliebigen Punkte S an

die Schaar confokaler Rotationsflächen gezogen werden können, liegen auf einer ebenen Kurve dritter Ordnung und einem Kreise. Beide Kurven haben S und den Punkt miteinander gemein, in welchem der Kreis die Rotationsaxe r schneidet; die Ebene des Kreises steht senkrecht auf der Ebene der Kurve dritter Ordnung. Haben die konfokalen Rotationsflächen zwei reelle Brennpunkte, so gehören sämtliche Fokalaxen der Flächen dem Axenkomplex an; sind dagegen die Brennpunkte imaginär, so gehören von den Fokalaxen nur diejenigen dem Axenkomplex an, welche mit den Tangenten des Fokalkreises oder der Rotationsaxe r zusammenfallen. Der Axenkomplex einer Rotationsfläche zweiter Ordnung welcher von zwei kollinearen Räumen erzeugt wird, hat die unendlich ferne Ebene und die Ebenen der Rotationsaxe zu Hauptebenen, ferner die (unendlich fernen) Punkte der Polaren der Rotationsaxe und den unendlich fernen Punkt der letzteren zu Hauptpunkten; der Komplex enthält höchstens noch einen Hauptpunkt auf der Rotationsaxe und eine durch ihn gehende auf letzterer senkrecht stehende Hauptebene.

4. **Strafsburg.** Oberrealschule. Progr. Nr. 540. Herbst 1896. Professor Dr. Bruno Weigand: *Die physische Erdkunde auf der Oberrealschule des Reichslandes.* 12 S. 4°.

Obgleich dem Titel nach die Besprechung dieser Abhandlung nur mittelbar in den Rahmen unserer Zeitschrift zu gehören scheint, so liefert dieselbe vielmehr einen höchst beachtenswerten Beitrag zur Gestaltung des naturwissenschaftlichen Unterrichts in den Oberrealklassen. Von den vielen treffenden Bemerkungen des Verfassers, aus denen die Lust und Liebe zum Fache warm mitspricht, seien nur die folgenden angeführt.

Der jahrhundertelangen Alleinherrschaft des Gymnasiums hat das immer lebhafter werdende Bedürfnis nach moderner Bildung ein Ende gemacht. Von Wichtigkeit ist es daher, die der Oberrealschule eigentümlichen Bildungsmittel auf denjenigen Grad der Vollkommenheit zu bringen und den ihr zur Verfügung stehenden Bildungsstoff derart auszuwählen, dafs sie das Beste leistet, was die Umstände irgend erlauben. Bei 6 Naturgeschichtsstunden in jeder der 3 oberen Klassen ist daher die Beschränkung auf die beiden Fächer der Physik und Chemie nicht das Ideal einer harmonischen Ausbildung der Zöglinge in den Naturwissenschaften. Diese einseitige Beschränkung war vielleicht am Platze, solange man die Oberrealschule als Fachschule betrachtete, deren Aufgabe darin bestand, auf den Besuch der technischen Hochschule vorzubereiten. Dieser Standpunkt ist aber glücklich überwunden. Durch die Erteilung einer ganzen Anzahl von Berechtigungen zum Eintritt in die verschiedenartigsten Berufe ist offenkundig festgestellt worden, dafs die Oberrealschulen eine allgemeine Bildung zu vermitteln haben, und es dürfte unmöglich sein, den Nachweis zu erbringen, dafs für alle jene Berufsarten eine einseitig physikalisch-chemische Bildung die geeignetste sei, wenn doch die Möglichkeit gegeben ist durch die Berücksichtigung der organichen Welt und der Erdgeschichte zu einem einheitlichen, in sich abgeschlossenen Bilde der ganzen uns umgebenden Natur zu gelangen, in dem ein jeder der mitwirkenden Faktoren seinem Werte nach zum Ausdrucke kommt.

Der Verfasser zieht sodann die Lehrpläne verschiedener Oberrealschulen zum Vergleiche heran, ebenso Langenbecks*) Vorschläge, und fordert, dafs der gedächtnismäfsig zu bewältigende Inhalt der Staaten- und Länderkunde im grofsen und ganzen mit dem Abschluss des sechsten Schuljahres bezwungen sein sollte, wie das ja auf allen anderen Schulen bei geringerer Stundenzahl auch der Fall sein mufs. Jedenfalls sollte

*) Dr. R. Langenbeck: Der erdkundliche Unterricht nach den neuen Lehrplänen. Geographische Zeitschrift I., 1895, (S. 442—459).

aber die physische Erdkunde besonders betont und in allen drei Oberklassen in den Mittelpunkt des erdkundlichen Unterrichts gerückt werden. Die Grundlehren der mathematischen Geographie und der Astronomie sind in die Physik verwiesen; mit vollem Recht, schon der verwandten Darstellungsweise wegen. Damit fällt auch der Hauptgrund fort, die Kartographie in die physische Erdkunde aufzunehmen, mit für die Weite des Gebietes schon so beschränkter Stundenzahl. Das mit Stunden reichlich bedachte Linearzeichnen, welches sich ja hauptsächlich mit Projektionen beschäftigt, könnte hier vielleicht einschlägige Aufgaben stellen, falls dies nicht bereits geschieht. Anderseits wäre möglicherweise auch in der Mathematik dafür ein Plätzchen zu schaffen.

Der Verfasser schlägt schliefslich folgende Stoffverteilung vor:

3. Oberrealklasse. 2 Stunden wöchentlich. Lehre von der Luft- und der Wasserhülle. Lehre vom festen Erdkörper(Petrographie und dynamische Geologie.)
2. Oberrealklasse. 2 Stunden wöchentlich. Geschichte der Tiere und Pflanzen. Erdgeschichte.
1. Oberrealklasse. 2 Stunden wöchentlich. Bau des menschlichen Körpers. Geschichte des Menschen. (Anthropologie und Ethnographie.

Sollte es nicht möglich sein, die zweite Erdkundstunde für den Unterricht zu erhalten, so wäre die Stoffverteilung folgende:

3. Oberklasse. 1 Stunde. Die Luft- und Wasserhülle.
2. Oberklasse. 1 Stunde. Erdgeschichte.
1. Oberklasse. 1 Stunde. Bau des menschlichen Körpers und Geschichte des Menschen.

C. Zeitschriftenschau.

Himmel und Erde.

Illustrierte naturwissenschaftliche Monatsschrift, herausgegeben von der Gesellschaft Urania.

Jahrgang IX.

(Forts. von Heft 3, S. 212.)

Heft 6. Das Heft enthält: Der Kirchhoffsche Satz (Spektralanalyse) und seine Folgerungen*) von Prof. Scheiner in Potsdam. Mit 2 Figuren im Text. — Über heifse Quellen und Geiser. Von Prof. Wahnschaffe in Berlin. Unter den Mitteilungen interessiert besonders eine: Was ist aus Krakatoa geworden? Über diese interessante Frage erhält man hier Auskunft. Diese Insel wurde bekanntlich durch den gewaltigen vulkanischen Ausbruch des Jahres 1883 derartig zerrissen und zerwühlt, dafs ihre frühere Gestalt nicht mehr wiederzuerkennen war, und was von ihr übrig blieb, hatte sich mit einer Schicht von Asche und Bimstein an vielen Stellen bis zu 60 m Höhe bedeckt. Es ist nicht daran zu denken, dafs unter dieser Decke begraben irgend eine Spur von Vegetation sich erhalten konnte. Aber was lehren uns die Berichte der Reisenden? Der Botaniker Dr. Treub, der die Insel bereits 1886 besuchte, fand dort schon die Anfänge einer neuen Flora, und als er 1895 abermals bei dem Eilande vorbeikam, war dasselbe bereits völlig mit Vegetation bedeckt, was um so wunderbarer ist, als die Insel isoliert im Weltmeer an 30 km von Sumatra

*) Der Satz wird wörtlich nicht angeführt, sondern bei den Lesern vorausgesetzt (!?)

und Java entfernt liegt. Die Keime der neuen Vegetation können nur durch die Luft und das Wasser übertragen sein, als Werkzeuge dienten aufserdem noch Vögel und Insekten, welche sich auf das wüste Eiland verflogen. Im ganzen fand Treub 20 Arten auf und darunter waren 5—6 Bäume.

Heft 7. Das vorliegende Heft enthält folgende Aufsätze: Über die Wirkungen des Hochgebirges auf den menschlichen Organismus von Prof. M. Zuntz. (Mit 5 Abbild. im Text.) Hierin werden neben den segensreichen Wirkungen auch die Schädigungen, welche das Übermafs der Einwirkung des Gebirgsaufenthaltes auf unseren Organismus ausübt, auf Grund eingehender physikalischer Studien behandelt. Ferner den Schlufs des Artikels „Über heifse Quellen und Geysire“ (mit 5 Fig. im Text.) Der Artikel giebt neben der Theorie derselben eine Schilderung der Haupt-Geysire des Yellowstone-Parks. — An kleinen Mitteilungen bringt das Heft neben einem Nekrolog von Gould, (amerikanischem Astronom) solche über das Doppelsternsystem β Lyrae, über den Einflufs des Mondes auf die Erdbeben, den Rubin von Birma und den Durchmesser des Mars, sowie Bibliographisches.

Heft 8. Dieses Heft enthält: „Unser norddeutsches Tiefland“ von Dr. Schwahn in Berlin (mit 8 Abb.) Sodann: „Der Kampf um den Nordpol‘. Von Dr. W. Meyer in Berlin (mit 1 Abb. im Text und Titelbild.) Diese Artikel werden fortgesetzt in

Heft 9. In dem ersten Aufsatz wird die Entstehung der Oberflächenformen Norddeutschlands, das diluviale Flufssystem, die Seenbildung, die Bildung der Löfsablagerung und des Ostseebeckens behandelt. Der zweite Artikel schildert die unter Payer ausgeführte österreichische Polarexpedition und die Entdeckung des Kaiser-Franz-Josefs-Landes. Es folgen dann noch einige kleine Mitteilungen, eine astronomische, eine akustische und über Karborundum, ein künstliches hartes Schleifmaterial, dem Diamant an Härte nahestehend.

I. Zeitschrift für den Physikalischen und Chemischen Unterricht.

Jahrgang X.

Heft 2. B. Schwalbe, Das geologische Experiment in der Schule. J. Kleiber, Ein Schulversuch zur Messung der Polstärke und des magnetischen Momentes, B. Kolbe, Ein leicht herstellbares und bequemes Knallgas-Voltameter. O. Lehmann, Das absolute Mafssystem. L. Pilgrim, Der Satz von der Unveränderlichkeit der Flächengeschwindigkeit bei einer Centralbewegung. G. Schwalbe, Das Klima von Berlin im Vergleich mit anderen europäischen Städten. Physikalische Aufgaben. — **Kleine Mitteilungen.** Schreiber, Leuchterscheinungen bei Wechselströmen geringer Frequenz. Für die Praxis: Die Schwingungsform gestrichener Saiten; Versuche mit evakuierten Glasgefäfsen; der Schwingungszustand der Luft in einer gedeckten Pfeife. — **Berichte.** *1. Apparate und Versuche:* Vollkommen astatisches Galvanometer (A. Broca). Demonstration des gegenseitigen Einflusses zweier Funkenstrecken auf einander (J. Klemenčič). Neuere Verfahren zur Aufzeichnung von Wechselstromkurven (F. Wittmann, Weyde). Ein Verfahren, die Funkenlänge einer gegebenen E. M. K. zu vergröfsern (C. E. Skinner, A. J. Wurts.) *2. Forschungen und Ergebnisse*: Gravitationsconstante und mittlere Dichtigkeit der Erde (F. Richarz u. O. Krigar-Menzel). Die Temperatur des Bunsenschen Blaubrenners (W. J. Waggener). Untersuchungen im ultraroten Spektralgebiet (B. Donath, E. F. Nichols u. Rubens). Uranstrahlen und Johanniskäferlicht (Becquerel, H. Muraoka). Röntgenstrahlen (E. Villari, Thomson u. Rutherford, Wehnelt, F. Richarz, A. Roiti, L. Tomm, Dorn u. a.). Über eine dämpfende Wirkung des magnetischen Feldes auf rotierenden Isolatoren (W. Duane). Änderung

elektrischer Leitungsfähigkeit durch elektrische Einflüsse (C. Fromme). 3. *Geschichte:* James Watt (Ad. Ernst). August Kekulé † (H. Landolt). 4. *Unterricht und Methode:* Freihandversuche (B. Schwalbe). 5. *Technik und mechanische Praxis:* Pyrometer nach Chatelier (Chatelier). Der Gülcher-Akkumulator (Gülcher). — **Neu erschienene Bücher und Schriften.** E. Mach, Die Prinzipien der Wärmelehre. R. Börnstein u. R. Afsmann, Die Fortschritte der Physik im Jahre 1894. Al. Classen, Handbuch der analytischen Chemie. Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften. O. Lehmann, Elektrizität und Licht. E. Lommel, Lehrbuch der Experimentalphysik. E. Warburg, Lehrbuch der Experimentalphysik. O. Lehmann, Dr. Joh. Müllers Grundrifs der Physik. F. Humpert, Leitfaden der Chemie und Mineralogie für Gymnasien. G. Degenhardt, Praktische Geometrie auf dem Gymnasium. L. David, Ratgeber für Anfänger im Photographieren. Programm-Abhandlungen. — **Versammlungen und Vereine.** Verein zur Förderung des physikalischen Unterrichts in Berlin. Verein zur Förderung des physikalischen und chemischen Unterrichts in Wien. — Mitteilungen aus Werkstätten. — Korrespondenz. — Himmelserscheinungen im April und Mai 1897.

Heft 3. H. Hartl, Neue Nebenapparate für die Schwungmaschine. H. Hartl, Demonstrations-Zeigerwage für verschiedene Versuche. M. Koppe, Zur Methodik der astronomischen Geographie. F. Brandstätter, Chemische Schulversuche. — **Kleine Mitteilungen.** R. Micks, Zur Demonstration der Galileischen Fallgesetze. A. Kurz, Neue Operation der Myopie in physikalischer Beleuchtung. A. Kadesch, Eine Akkumulatorenanlage für den Unterricht. Für die Praxis: A. Papst, Teclubrenner und Bunsenbrenner. P. Schafheitlin, Adhäsionsversuche. H. Pflaum, Ein Versuch mit der Leydener Flasche. H. Kuhfahl, Behandlung des Hartgummis als Isolierungsmaterial. — **Berichte.** 1. *Apparate und Versuche:* Ein Apparat zum Studium elektrischer Wellen (J. Ch. Bose). Ein Apparat zur Demonstration des Ferrarischen Drehfeldes (C. Michalke). 2. *Forschungen und Ergebnisse:* Über ein neues photographisches Photometrierverfahren und seine Anwendung auf die Photometrie des ultravioletten Spektralgebietes (H. Th. Simon). Kathodenstrahlen (G. Jaumann, E. Wiedemann u. G. C. Schmidt u. a.). Elektrisches Kapillarlicht (O. Schott). Rotationen im konstanten elektrischen Felde (G. Quincke). Über Entladungsstrahlen (M. W. Hoffmann). Eine neue Wirkung des Magnetismus auf das Licht (P. Zeemann). Die Darstellung von reinem Chrommetall (H. Moissan). 3. *Geschichte:* Samuel Thomas von Sömmering und Philipp Reis. 4. *Unterricht und Methode:* Eine amerikanische Stimme über den naturwissenschaftlichen Unterricht in Deutschland (E. J. Goodwin). — **Neu erschienene Bücher und Schriften.** P. Volkmann, Erkenntnistheoretische Grundzüge der Naturwissenschaften. K. Lasfwitz, Gustav Theodor Fechner. R. Heger, Die Erhaltung der Arbeit. G. Forbes, (J. Kollert), Elektrische Wechselströme und unterbrochene Ströme. W. Weise, Die Kreisläufe der Luft. A. Marcuse, Die atmosphärische Luft. K. Elbs, Die Akkumulatoren. — **Versammlungen und Vereine.** Verein zur Förderung des physikalischen Unterrichts in Berlin. — Mitteilungen aus Werkstätten. — Himmelserscheinungen im Juni und Juli 1897.

D. Bibliographie.

April 1897.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Baumeister, Dr., Die Organisation des höheren Unterrichts im Königr. Preufsen. (77 S.) München, Beil. 2,20.

Baumeister, Dr., Die Organisation des höheren Unterrichts in Elsafs-Lothringen. (28 S.) Ebda. 0,80.
Breul, Lekturer Dr., Die Organisation des höh. Unterr. in Grossbritannien. (156 S.) Ebda 4,00.
Coffin, Prof. Dr., Die Organisation d. höh. Unterr. im Kanadischen Bund. (20 S.) Ebda. 0,60.
Collard u. Schiller, Prof. Prof. Dr. Dr., Die Organisation d. höh. Unterr. in Belgien u. Luxemburg. (29 S.) Ebda. 0,80.
Finsler, Rekt. Dr., Die Organisation d. höh. Unterr. in der Schweiz. (16 S.) Ebda. 0,50.
Frankfurter, Bibl. Dr., Die Organisation d. höh. Unterr. in Österreich. (76 S.) Ebda. 2,40.
Heiberg, Prof. Dr., Die Organisation d. höh. Unterr. in Dänemark. (20 S.) Ebda. 0,60.
Wheeler, Prof., Die ..... in d. Ver. Staaten von Nordamerika. (42 S.) Ebda. 1,00.
Hoferer, Prof., Die ..... in Bayern. (40 S.) Ebda. 1,20.
Wenzelburger, Dr, u. Blümlein, Die ..... in Holland. (31 S.) Ebda. 0,80.
Kaemmel, Prof. Dr., Die ..... im Königr. Sachsen. (22 S.) Ebda. 0,60.
Juling, Prorektor D., Die ..... in Meklenburg. (12 S.) Ebda. 0,50.
Kármán, Prof. Dr., Die ..... in Ungarn. (58 S.) Ebda. 1,50.
Östbye, Schuldir., Die ..... in Norwegen. (22 S.) Ebda. 0,60.
Weizsäcker, Rekt. Dr., Die ..... in Württemberg. (24 S.) Ebda. 0,60.
Stropeno, Gym. Prof., Die .... in Frankreich. (45 S.) Ebda. 1,80.
Ruppert, Die ..... in Spanien. (20 S.) Ebda. 0,60.
Sotiriadis, Gymnasiarch Dr., Die ..... in Griechenland u. d. griech. Landschaften in der Türkei. (20 S.) 0,60.
Schiller, Geh. Oberschulr., Die ..... im Grossh. Hessen. Ebda. (11 S.) 0,40.
Müffler, Lyc. Prof., Die ..... in Portugal. (52 S.) Ebda. 1,40.
Wendt, Oberschulr., Die ..... in Baden. (28 S.) 0,80.
Braasch, Dr., Wie bringt man einen Schüler durchs Gymnasium, ohne dafs er sitzen bleibt oder sich überanstrengt. (56 S.) Lübeck, Schmidt. 1,50.
Heilmann, Sem. Dir. Dr., Erziehungs- und Unterrichtslehre. Ein Handbuch der Pädagogik. (140 S.) Lpz., Dürr. 2,00.
Dietl, Prof. Dr., Die ideale Einheit der Wissenschaft. Akademische Rede. (22 S.) Eger, Kobrtsch. 1,00.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Helwig, Eine Theorie des Schönen. Mathematisch-psychologische Studie. (87 S.) Amsterdam, Delsmann. 3,00.
Groissl, Gym. L., Die Absolutorialaufgaben aus der Mathematik u. Physik an den humanistischen Gymnasien Bayerns 1854—88. (95 S.) München, Zipperer. 2,00.
Maurer, Oberl. Dr., Maxima u. Minima. Aufg. für die Prima höherer Lehranstalten. (50 S.) Berlin, Springer. 1,40.
Rosenberg, Sem. Prof. Dr., Methodisch geordnete Sammlung von Aufgaben aus der Planimetrie und Stereometrie für Seminarien. (159 S.) Wien, Hölder. 1,90.

2. Arithmetik.

Henselin, Archit., Rechentafel, enth. das grofse Einmaleins bis 999 mal 999. (222 S.) Berlin, Elsner. Geb. 600.

Seeger, Realgymn. Dir., Die Elemente der Arithmetik. Für den Schulunterr. bearb. Buch III, IV u. V: Pensum der OIII, UII u. OII. (159 S.) Güstrow, Opitz u. Co. 2,00.
Riem, J., Rechentabellen für Multiplikation u. Division. (179 S.) Basel, Verlagsdruckerei. 10,00.
Lampe, *Karl Weierstraſs.* Gedächtnissrede. (24 S.) Lpz., Barth. 0,60.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Harrwitz, Verzeichniſs der Adressen sämtlicher Sternwarten, Universitäten, techn. Hochschulen etc., welche für den Absatz v. wissensch. Apparaten u. Instrumenten von Interesse sind. (104 S.) Berlin, Harrwitz. 3,00.
Haacke, Grundriſs der Entwickelungsmechanik. (398 S.) Lpz., Georgi. 12,00.
Beau, Oberl. Dr., Die Berechnung der Sonnen- und Mondfinsternisse. (16 S.) Sorau, Zeidler. 0,75.
—, dasselbe. II. Tl. Tafeln u. Rechnungsresultate. (13 S.) Ebda. 0,75.
Schweiger-Lerchenfeld, A. v., Atlas der Himmelskunde auf Grundlage der Ergebnisse der coelestischen Photographie. Wien, Hartleben. In 30 Lfgn. à 1,00.
Holzmüller, Prof. Dir. Dr., Die Ingenieurmathematik in elementarer Behandlung. I. Tl.: Die stat. Momente u. Schwerpunktslagen, die Trägheits- u. Centrifugalmomente für die wichtigsten Querschnittsformen etc. Mit zahlr. Übungsaufg. (340 S.) Lpz., Teubner. Geb. 5,00.
Thaa, Ing. Ass. v., Anleitung zum Gebrauche des logarithmischen Rechenschiebers. (59 S.) Wien, Staatsdruckerei. 0,80.

Physik.

Krümmel, Prof. D., Über Gezeitenwellen. Rektoratsrede. (18 S.) Kiel, Univers. Buchh. 1,40.
Zenger, Prof., Die Meteorologie der Sonne und das Wetter i. J. 1887, zugleich Wetterprognose für 1897. (40 S.) Prag, Rivnáč. 1.40.
Donle, Gymn. Prof. Priv. Doz. Dr., Lehrbuch der Experimentalphysik für Realschulen u. Realgymnasien. Mit 525 Übgsaufg. (268 S.) München, Wolff. Geb. 3,00.
Götz, Prof., Leitfaden der Physik. Zum Gebrauch an humanistischen Anstalten. (245 S.) München, Franz. 2,80.
Lenz, Oberlehrer, Die Farbenphotographie. Eine kurze Zusammenstellung ihrer verschieden Methoden. (76 S.) Braunschweig, Ramdohr. 2,00.
Karnack, Dir., Unterrichtsbriefe für das Selbststudium der gesamten Elektrotechnik. In Heften. Potsdam, Bonneſs. à 0,60.

Chemie.

Stamm, Oberl. Dr., Leitfaden für den Unterricht in Chemie u. Mineralogie. (72 S.) Breslau, Hirt. 0,80.
Behrend, Ingen., Über die Chemie des Bieres vom Gerstenkorn bis Fertigstellung. (36 S.) Hamburg, Verlagsanstalt. 0,80.
Buchner, Prof. Dr. E., Fortschritte in der Chemie der Gährung. Antrittsrede. (23 S.) Tübingen, Piezcker. 0,80.
Buchner, Labor. Leiter G., Lehrbuch de Chemie, haupts. f. Schulen u. Lehrer . . . . . 1. Tl.: Anorg. Chemie. (509 S.) Regensburg, Verlagsanstalt. 5,50.
Fischer, Prof. Dr., Das Studium der technischen Chemie an den Universitäten u. techn. Hochschulen u. das Chemikerexamen. (116 S.) Braunschweig, Vieweg. 2,50.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Lampert, Prof. Dr., Das Leben der Binnengewässer. Mit ca. 12 Taf. in farb. Lithogr. u. Lichtdr. Lpz., Tauchnitz. In ca. 12 Lfgn. à 1,50.

2. Botanik.

Hempel, Prof. u. Prof. Dr. Wilhelm, Die Bäume u. Sträucher des Waldes in botanischer u. forstwirtschaftl. Beziehung. II. Die Laubhölzer. 1. Tl.: Die Kätzchenträger. Mit 25 Farbendr. Taf. u. 106 Textfig. (148 S.) Wien, Hölzel. 20,70.
Potonié, Doz. D., Lehrbuch der Pflanzenpaläontologie mit bes. Rücksicht auf die Bedürfnisse der Geologen. Berlin, Dümmler. In 4 Lfgn. à 2,00.
Schmidt, H., Führer in die Welt der Laubmoose. (83 S.) Gera, Hofmann. 1,40.
Schumann, Prof. Dr., Gesamtbeschreibung der Kakteen. Neudamm, Neumann. In 10 Lfgn. à 2,00.
Tubeuf, Privatdoz. Dr., Die Nadelhölzer mit besond. Berücksichtigung der in Mitteleuropa winterharten Arten. (164 S. m. 100 neuen Orig. Bild.) Stuttgart, Ulmer. Geb. 5,50.

3. Mineralogie.

Stamm, Lehrbuch, s. unter Chemie.
Engel, Pfr. Dr., Die wichtigsten Gesteinsarten der Erde, nebst vorausgeschickter Einführung in die Geologie. (378 S.) Ravensburg, Maier. 4,80.
Fedorow, Prof. E. v., Stereographisches Netz zur Feldspathbestimmung. Lpz., Engelmann. 1,50.

Geographie.

Schulze-Smidt, Constantinopel. Friedliche Reiseerinnerungen. (197 S.) Dresden, Reifsner. 3,00.
Schön, Dr., Tropenhygiene. Vortrag. (50 S.) Berlin, Reimer. 0,60.
Brandt, Wirkl. Geh. R. Gesandter a. D., China in ethischer, industrieller u. politischer Beziehung. (51 S.) Ebda. 0,60.
Baumann, Dr. O., Die Insel Sansibar u. ihre kleineren Nachbarinseln. Mit Karte u. Plan. (48 S.) Lpz., Humblot. 2,20..
Schanz, Ein Zug nach Osten. Reisebilder aus Indien, Birma, Ceylon, Java, Siam, China, Korea, Japan. 2 Bde. (423 S. u. 426 S.) Hamburg, Mauke. 10,00.
Nansen, F., In Nacht u. Eis. Die norwegische Polarexpedition 1893—96. Mit 207 Abb., 8 Taf. u. 4 Karten. 2 Bde. (527 u. 507 S.) Lpz., Brockhaus. 18,00.
Fischer, A., Bilder aus Japan. Mit Illustr. u. Karte. (412 S.) Berlin, Bondi. 6,00.
Virchow, Rud., Die Bevölkerung der Philippinen. (11 S.) Berlin, Reimer, 0,50.
Neumann, Prof. Dr., Der Schwarzwald in Wort und Bild. (164 S. mit 28 Vollbildern u. 90 Textill.) Stuttgart, Weise. Geb. 25,00.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Wallentin, Reg. R. Dir. Dr., Maturitätsfragen aus der Mathematik. Mit Auflösungen. 3. Aufl. (208 S.) Wien, Gerold. Geb. 4,00.

2. Naturwissenschaften.

Classen, Geh. Reg. R. Prof. Dr., Quantitative Analyse durch Elektrolyse. 4. Aufl. (249 S. u. 6 Taf.) Berlin, Springer. Geb. 8,00.

Rossmässler, Der Mensch im Spiegel der Natur. Ein Volksbuch. Neu bearb. v. Th. Schlegel. Lpz., Friese. In 20 Lfgn. à 0,40.

Börner, Realgymn.-Dir. Dr., Physikalisches Unterrichtswerk für höhere Lehranstalten in 2 Stufen. 3. Aufl. (181 S.) Berlin, Weidmann. Geb. 2,20.

Jentzen, Dir., Elemente der Trigonometrie zum prakt. Gebrauch für Unterrichtszwecke an mittleren technischen Lehranstalten. 2. Aufl. (55 S.) Dresden, Kühtmann. 1,00.

Wilke, Die Elektrizität, ihre Erzeugung u. Anwendung. 3. Aufl. Lpz., Spamer. In 17 Lfgn. à 0,50.

Kapp, G., Elektrische Wechselströme. 2. Aufl. (92 S.) Lpz., Leiner. 2,00.

Tschermak, Hofr. Prof. Dr., Lehrbuch der Mineralogie. 5. Aufl. (609 S.) Wien, Hölder. 18,00.

Kapp, Generalsekr., Dynamomaschinen für Gleich- und Wechselstrom. 2. Aufl. (374 S.) Berlin, Springer. Geb. 8,00.

3. Geographie.

Fitzner, Die Regentschaft Tunis. Streifzüge u. Studien. (360 S. mit 17 Vollbild. u. 1 Karte). 3. Aufl. Berlin, Allgem. Verein f. deutsche Litteratur. 6,00.

Algermissen, Wandkarte des deutschen Reichs für den Schulgebrauch. 1 : 750 000. 11. Aufl. Lpz., Lang. 10,00.

Gaebler, Schulwandkarte von Afrika. 1 : 6400000. 2. Aufl. Ebda. 15,00.

Kozenn's geographischer Atlas für Mittelschulen. 37. Aufl. von Haardt u. Schmidt. (84 Karten). Wien, Hölzel. 7,00.

Mai und Juni 1897.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Uhlich, Prof., Über Neueinrichtung und Verwaltung eines Schulkabinets. (34 S.) Grimma, Gensel. 1,00.

Raydt, Prof. Dir., Das Bewegungsspiel eine dauernde Schuleinrichtung. (52 S.) Lpz., Voigtländer. 1,00.

Reischle, Prof. Dr., Das Spielen der Kinder in seinem Erziehungswert. (32 S.) Göttingen, Vandenhoek. 0,50.

Heilmann, Sem.-Dir. Dr., Psychologie mit Anwendung auf Erziehung u. Schulpraxis. (64 S.) Lpz., Dürr. 1,20.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Obenrauch, Prof. Geschichte der darstellenden und projektiven Geometrie mit bes. Berücksichtigung ihrer Begründung in Frankreich u. Deutschland und ihrer wissenschaftlichen Pflege in Österreich. (442 S.) Brünn, Winiker. 9,00.

Bosse, Prof. u. Prof. Müller, Stereometrie für Landwirtschaftsschulen. (40 S.) Berlin, Parey. 0,50.

Bork, Prof. Dr., Oberl. Dr. Crantz u. Privatdoz. Dr. Haentzschel, Mathematischer Leitfaden für Realschulen. I. Planimetrie u. Arithmetik. (184 S.) Lpz., Dürr. 1,80.

Wotruba, Einleitung in die Trigonometrie, für techn. Lehranstalten bearb. (55 S.) Altenburg, Bonde. 1,70.

2. Arithmetik.

Fricke, Prof. Dr., Hauptsätze der Differential- und Integralrechnung als Leitfaden zum Gebrauch bei Vorlesungen zusammengestellt. 2. Tl. (66 S.) Braunschweig, Vieweg. 1,50.

Krause, Oberl. Dr., Über Fuchs'sche Differentialgleichungen 4. Grades. (58 S.) Berlin, Mayer & Müller. 2,00.

Puchberger, Eine allgemeine Integration der Differentialgleichungen, 5. Suppl.-Heft. (30 S.) Wien, Gerold. 1,60.

Hilbert, Über die Theorie der algebraischen Zahlkörper. (546 S.) Berlin, Reimer. 16,00.

Burkhardt, Prof., Funktionentheoretische Vorlesungen. I. Einführung in die Theorie der analytischen Funktionen einer komplexen Veränderlichen. (213 S.) Lpz., Veit & Co. 6,00.

Hochstein, Rekt. Dr., Arithmetik u. Algebra. I. Übungsstoff für die Untertertia. (56 S.) Lippstadt, Harlinghausen. 0,60.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

vacat.

Physik.

Bezold v., Zur Theorie des Erdmagnetismus. (36 S.) Berlin, Reimer. 2,00.

Biscan, Prof., Die elektrischen Messinstrumente. Die wissenschaftlichen Messinstrumente und Messbehelfe. (102 S.) Lpz., Leiner. 3,00.

Leiner, Litteratur der Elektrotechnik 1884—97. (70 S.) Lpz., Leiner. 1,00.

Albrecht, Dr., Die Elektrizität. (167 S.) Heilbronn, Schröder. Geb. 2,00.

Bois-Reymond, E. du, *Hermann v. Helmholtz.* Gedächtnifsrede. (80 S.) Lpz., Veit & Co. 2,00.

Trabert, Dr., Höhenmessung mittels des Barometers. (8 S.) Znaim, Fournier. 0,20.

Wallentin, Gym. Dir. Dr., Lehrbuch der Elektrizität u. des Magnetismus. Mit bes. Berücksichtigung der neueren Anschauungen über elektrische Energieverhältnisse u. unter Darstellung der den Anwendungen in der Elektrotechnik zu Grunde lieg. Prinzipien. (394 S.) Stuttgart, Enke. 8,00.

Pernter, J. M., Die Farben des Regenbogens u. d. weisse Regenbogen. (101 S. m. 3 Taf.) Wien, Gerold. 2,00.

Planck, Prof. Dr., Vorlesungen über Thermodynamik. (248 S.) Lpz, Veit & Co. Geb. 7,50.

Chemie.

Wachter, Dr. Reall., Vollständiger Abrifs der anorganischen Chemie. (164 S.) Hamburg, Vofs. 2,00.

Eschner, Technologische Wandtafeln. Nr. 18. Porzellanbereitung. 60 : 120 cm. — 19. Bierbrauerei. Dsgl. Leipzig, Wachsmuth. à 2,00.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Floericke, Dr., Praktischer Leitfaden für alle Freunde der Zoologie. (50 S.) Lpz., Ernst. 0,75.

Rörig, Prof. Dr., Untersuchungen über den Nahrungsverbrauch der insektenfressenden Vögel. (44 S.) Neudamm, Neumann. 1,00.

Kobelt, Dr., Studien zur Zoogeographie. (344 S.) Wiesbaden, Kreidel. 8,00.

Floericke, Dr., Naturgeschichte der deutschen Sumpf- u. Strandvögel. (406 S. u. 15 Taf.) Magdeburg, Creutz. 4,50.

Naumann, Naturgeschichte der Vögel Mitteleuropas. (1. wohlf. Ausg.) VI. Band: Tauben, Hühner, Stelzvögel. (337 S. u. 32 farb. Taf.) Gera, Köhler. 10,00.

Wasmann, E., S. I., Vergleichende Studien über das Seelenleben der Ameisen u. der höheren Tiere. (122 S.) Freiburg, Herder. 1,60.

2. Botanik.

Prahn, Pflanzennamen. Erklärung der botanischen u. deutschen Namen der in Deutschland wildwachsenden u. angebauten Pflanzen, der Ziersträucher, der bekanntesten Garten- u. Zimmerpflanzen u. der ausländischen Kulturgewächse. (72 S.) Buckau, Müller. Geb. 1,50.

Warburg, Privatdoz. Dr., Die Muskatnufs, ihre Geschichte, Botanik, Kultur, Handel u. Verwertung sowie ihre Verfälschungen u. Surrogate. Zugleich ein Beitrag zur Kulturgeschichte der Banda-Inseln Mit Heliograv., Taf., Kart. u. Abb. im Texte. (628 S.) Lpz., Engelmann. 20,00.

Detmer, Prof. Dr., Botanische Wanderungen in Brasilien. Reiseskizzen u. Vegetationsbilder. (188 S.) Lpz., Veit & Co. 3,00.

Fritsch, Prof. Dr., Exkursionsflora für Österreich. (664 S.) Wien, Gerold. 8,00.

3. Mineralogie.

Wülfing, Prof. Dr., Die Meteoriten in Sammlungen u. ihre Litteratur nebst einem Versuch den Tauschwert der Meteoriten zu bestimmen. (460 S.) Tübingen, Laupp. 15,00.

Geographie.

Lehmann, Prof. u. Oberrealschulpr. Petzold, Atlas f. Mittel- u. Oberklassen höherer Lehranstalten. 69 Haupt- u. 88 Nebenkarten. Bielefeld, Velhagen. 4,60. Geb. 5,50.

Thomaschky, Oberl. Dr., Schulgeographie für höhere Lehranstalten. Unterstufe. (65 S.) Lpz., Dürr. 0,80.

Hintner, Alpenscheu u. Naturfreude im deutschen Mittelalter. (61 S.) Laibach, Fischer. 1,00.

Passarge, Fahrten in Schweden u. Lappland. (335 S.) Berlin, Fontane. 5,00.

Letoschek u. E. v. Haardt, Geographischer Atlas. 4 Tle. Wien, Hölzel. 7,00.

Kittler, Assist. Dr., Über die geographische Verbreitung u. Natur der Erdpyramiden. (56 S. m. Abb.) München, Ackermann. 1,00.

Wegener, Dr., Der Südpol. Die Südpolarforschung u. die deutsche Südpolarexpedition. (66 S.) Berlin, Paetel. 1,50.

Habel, Ansichten aus Südamerika. Schilderung einer Reise am La Plata, in den argentinischen Anden und an der Westküste. Mit 70 Taf. u. Panoramen nach 165 photogr. Originalaufnahmen. (76 S.) Berlin, Reimer. 9,00.

Hausmann, S., Die Kaiser-Wilhelms-Universität Strassburg. Ihre Entwickelung u. ihre Bauten. Strafsburg, Heinrich. 12,00.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Spitzer, Simon, Tabellen für die Zinses-Zinsen u. Rentenrechnung mit Anwendung derselben auf Berechnung von Anlehen, Konstruktion von Amortisationsplänen etc. 4. Aufl. (513 S.) Wien, Gerold. 15,00.

Haller v. Hallerstein, v., Lehrbuch der Elementarmathematik. Nach dem Lehrplane f. das kgl. preufs. Kadettenkorps bearb. von Prof. Dr. Hülsen. 1. Tl. Pensum der Quarta u. Untertertia. 6. Aufl. (187 S.) Berlin, Nauck. 2,80.

Jetter, Dr., Die geometrischen Örter mit bes. Berücksichtigung von Spiekers Lehrbuch. 2. Aufl. (12 S.) Blaubeuren, Mangold. 0,20.
Zwicky, Gym. Lehrer, Grundriſs der Planimetrie. Mit Übungsaufg. 2. Aufl. (94 S.) Bern, Schmid & Francke. 1,50.
Pietsch, Prof. Dr., Katechismus der Feldmesskunst. 6. Aufl. (95 S.) Lpz., Weber. 1,80.
Kambly u. Roeder, Trigonometrie. Vollständig nach den preuſs. Lehrplänen von 1892 bearb. Lehraufg. der Obersekunda u. Prima. 2. Aufl. (25. der Kambly'schen Trig.) (189 S.) Breslau, Hirt. 2,00.
Utescher, Oberl., Rechenaufgaben f. höhere Schulen. 3 Hefte. 2. Aufl. Ebda. à 0,35.
Augschun, W., Grundzüge der Geometrie mit geometr. Konstruktions- u. Rechenaufgaben. 2. Aufl. (125 S.) Berlin, Mittler. 1,50.
Baur, Prof. L., Rechenbuch in Aufgaben u. Auflösungen für Lehrer u. Lehramtszöglinge, sowie zum Selbstudium. 2. Aufl. (266 S.) Stuttgart, Steinkopf. 3,20.

2. Naturwissenschaften.

Friedheim, Prof. Dr., Leitfaden für die quantitative chemische Analyse unter Mitberücksichtigung von Maſs- u. Gasanalyse u. Elektrolyse. 5. Aufl. (515 S.) Berlin, Habel. 10,00.
Miller, Prof. Dr. v., u. Kiliani, Prof. Dr. Kurzes Lehrbuch der analytischen Chemie. 3. Aufl. (614 S.) München, Ackermann. 10,00.
Schultze. Prof. Dr., Grundriſs der Entwicklungsgeschichte des Menschen und der Säugethiere. Bearb. unter Zugrundelegung der 2. Aufl. des Grundrisses ..... v. A. Koelliker. (468 S.) Lpz., Engelmann. 11,00.
Augustin, Oberl. Dr., Bestimmungstafeln. Im Anschluſs an die Lehrbücher von Baenitz, Kraepelin, Schilling, Thomé, Waeber, Wossidlo u. A. zur Einübung des Linné'schen u. des natürl. Systems für den botanischen Unterricht zusammengestellt. 2. Aufl. (62 S.) Hamburg, Meiſsner. 1,50.
Höfler, Gymn. Prof. Dr., Naturlehre für die unteren Klassen der Mittelschulen. Unter Mitwirkung von Oberrealschulprof. Dr. Maiſs. (190 S.) Wien, Gerold. Geb. 2,60.
Hussak, Dr., Katechismus der Mineralogie. 5. Aufl. (192 S.) Lpz. Weber. 2,50.
Hertwig, Prof. Dr., Lehrbuch der Zoologie. 4. Aufl. (612 S. m 568 Abb.) Jena, Fischer. 11,50.
Krafft, Prof. Dr., Kurzes Lehrbuch der Chemie. Organische Chemie. 2. Aufl. (742 S.) Wien, Deutike. 15,00.
Richter's, v., Lehrbuch der anorganischen Chemie. 9. Aufl., neu bearb. von Prof. Dr. Klinger. (526 S.) Bonn, Cohenn. 9,00.
Arendt, Prof. Dr., Leitfaden für den Unterricht in der Chemie u. Mineralogie. Methodisch bearb. 6. Aufl. (125 S.) Hamburg, Voſs. 1,00.
Koepert, Dr., Systemheft für das natürliche Pflanzensystem. Für den botanischen Unterricht zusammengestellt. 2. Aufl. (67 S.) Altenburg, Geibel. Geb. 0,75.
Wölkerling, Ausländische Kulturpflanzen. Ihr Wachstum u. ihre Verwendung. 2. Aufl. (52 S. m. 27 Abb.) Berlin, Seehagen. 0,80.
Tyndall, Prof., Der Schall. Nach der 6. engl. Aufl. des Originals bearb. von A. v. Helmholz u. Cl. Wiedemann. 3. Aufl. (548 S.) Braunschweig, Vieweg. 10,00.
Gajdeczka, Gymn. Prof., Maturitätsprüfungs-Fragen aus der Physik. 2. Aufl. (194 S.) Wien, Deuticke. 2,00.

3. Geographie.

Langenbeck, Prof. Oberl. Dr., Leitfaden der Geographie für höhere Lehranstalten. Unter Zugrundelegung der Debes'schen Schulatlanten. 1. Tl. Lehrstoff der unteren Klassen. 2. Aufl. (137 S.) Lpz., Engelmann. 0,80.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Schulgesetzgebung und Schulstatistik, Auszüge und Abdrücke aus Zeitschriften u. dergl.)

Bericht über den Frankfurter Ferienkursus. 22. April bis 5. Mai 1897.

Erstattet von Dr. Merkelbach in Kassel.

Der diesjährige Ferienkursus in Frankfurt a./M. ist im Wesentlichen nach dem in Heft 3 dieser Zeitschrift bekannt gegebenen Programme verlaufen. Es war der zweite Ferienkursus, den der eifrige physikalische Verein der alten Mainstadt veranstaltete, und wie der frühere hat auch er sich — dies möge gleich hier bemerkt werden — die gröfste Zufriedenheit der Teilnehmer errungen. Für den Verein selbst wies der diesjährige Kursus eine erfreuliche Neuerung auf: der Herr Unterrichtsminister, der den Kursus veranlafst hatte, hatte auch Mittel für denselben zur Verfügung gestellt, während der Verein die Kosten des ersten Kursus allein getragen hatte.

In den gastlichen Räumen des Bürgervereins, in denen wir uns späterhin Mittags und nach gethaner Arbeit noch öfter versammelten, fand am Abend des 21. April die Vorversammlung statt. Aus allen Gegenden Preufsens waren Teilnehmer gekommen und wurden von Herrn Direktor Dr. Bode, dem Leiter des Kursus, herzlich willkommen geheifsen. Im Ganzen waren 32 auswärtige Kollegen erschienen; jede Provinz der Monarchie war durch mindestens zwei Teilnehmer vertreten, nur Schleswig-Holstein hatte keinen Vertreter gesandt. Auch in den Lebensaltern herrschte grofse Mannigfaltigkeit. Die im reiferen Alter stehenden waren nicht weniger zahlreich, wie die mehr jugendlichen, und mancher schon grau werdende Kollege bewies durch seine Teilnahme, dafs er sich noch offenen Sinn für die Fortschritte unserer Wissenschaft bewahrt hatte. Zur Vorversammlung war auch Herr Direktor Prof. Dr. Schwalbe aus Berlin, der als Abgesandter des Kultusministeriums dem Kursus beiwohnte, erschienen und stellte sich als „ältesten Ferienkursisten" vor.

Am folgenden Morgen, Donnerstag den 22. April, fand im Hörsaal des phys. Vereins die feierliche Eröffnung des Kursus statt, bei welcher Herr Oberbürgermeister Adickes und andere Vertreter der Stadt Frankfurt und der dortigen gemeinnützigen Vereine zugegen waren. Herr Fabrikant Hartmann begrüfste die Erschienenen im Namen des phys. Vereins und gab einen Abrifs der Geschichte desselben, der glänzendes Zeugnis ablegte von der sich immer mehr erweiternden segensreichen Wirksamkeit des Vereins. Die hierzu erforderlichen nicht unbedeutenden Mittel — der letzte Jahresetat betrug über 50 000 Mark — verdankt der Verein gröfstenteils der Opferwilligkeit der Frankfurter Bürger.

Herr Geheimrat Dr. Lahmeyer, Vertreter des Provinzialschulkollegiums in Kassel, wies auf die wachsende Bedeutung der Natur-

wissenschaften in der Gegenwart hin, die den Herrn Unterrichtsminister veranlafst hätte, der Pflege dieser Wissenschaft besondere Fürsorge zuzuwenden. Er dankte dem phys. Verein, dafs er seine Lehrkräfte und Lehrmittel in den Dienst der guten Sache stelle und erklärte den Kursus für eröffnet.

Die uns gebotenen regelmäfsigen Vorträge und Übungen wurden zumeist von den Dozenten des Vereins, den Herren Dr. Epstein, Prof. Dr. König, Prof. Dr. Freund und aufserdem von Herrn Dr. F. Rosenberger, Professor an der Musterschule, gehalten. Alle diese Herren aufser Herrn Prof. Freund waren schon beim ersten Ferienkursus thätig und der damalige Berichterstatter dieser Zeitschrift (s. Jahrg. 25, S. 308) hat das, was deren Vorträge so lehrreich und reizvoll machte, getreu geschildert, sodafs ich mich hier in dieser Hinsicht auf jenen Bericht beziehen kann. In bezug auf Herrn Prof. Dr. Freund möchte ich noch hinzufügen, dafs auch er durch klaren und anregenden Vortrag sich auszeichnet, und dafs es ein Genufs war, seinen schönen Versuchen zu folgen.

Was den Stoff anlangt, so stand der Kursus — wie schon aus dem mitgeteilten, ausführlichen Programm, auf das ich im Einzelnen verweise, hervorgeht — im Zeichen der Elektrizität. Der Vertreter des elektrotechnischen Fachs, Herr Dr. Epstein, hatte bei Weitem die Mehrzahl der Stunden. Es ist bekannt, dafs er sein Fach mit Meisterschaft beherrscht, sowohl den experimentellen Teil, für welchen ihm ausgedehnte Hilfsmittel zu Gebote stehen, als auch den theoretischen Teil, bei welchem er bestrebt war, in möglichster Fühlung mit der Praxis zu bleiben. In geschickter Weise führte er gleich in der ersten Stunde in die verschiedensten Wirkungen des elektrischen Stromes, in ihre Beziehungen zu einander und die sich darauf gründenden Mefsinstrumente und Mafseinheiten ein, behandelte ausführlich die besonderen Eigentümlichkeiten des Wechselstroms, des Drehstroms, die Selbstinduktion, die elektrischen Motoren, dabei die Kraftlinientheorie entwickelnd und verwendend.

Auch der Physiker des Vereins, Herr Prof. Dr. König, streifte in einem Teil seiner Vorlesungen das Gebiet der Elektrizität, nämlich jenes, welches den Zusammenhang zwischen den elektrischen, den Wärme- und Lichtschwingungen und die Umwandlungen derselben behandelt. Es wurden hierbei die ältern und neuern Versuche über Phosphorescenz, Fluorescenz, Luminiscenz, die Lichterscheinungen bei Entladungen in verdünnten Gasen, die Kathoden- und Röntgenstrahlen vorgeführt. In prächtiger Weise wurden die Tesla-Versuche mit Hilfe eines mächtigen Induktors zur Anschauung gebracht.

Der Elektrizität hatte ferner der Dozent für Chemie, Herr Prof. Dr. Freund eine Vorlesung gewidmet. Er behandelte die Anwendungen, die man von dem elektrischen Strom zur Reindarstellung von Kupfer, zur Scheidung von Gold und Silber, zur Gewinnung von Natrium, Magnesium und Aluminium macht. Er stellte ferner in einem elektrischen Ofen mit einem Strom von 70 Amp. das zur Gewinnung von Acetylen verwandte Calciumcarbid und das wegen seiner Härte geschätzte Carborund dar.

Führten diese Vorlesungen den gewaltigen Fortschritt, den wir den letzten Jahrzehnten auf dem Gebiet der Elektrizität verdanken, eindringlich vor Augen, so war es andrerseits interessant, in den Vorträgen von Herrn Prof. Dr. Rosenberger die Entwicklung dieser Wissenschaft von ihren Anfängen an und die Ansichten über Elektrizität in ihrem geschichtlichen Zusammenhang dargestellt zu finden. Unter der Führung dieses Herrn Kollegen, der über ein reiches Wissen verfügt, war der Ausflug auf das Gebiet der Vergangenheit, auf dem er so bewandert ist, sehr genufsreich.

In einer weitern Vorlesung behandelte Herr Prof. König die Grenzen, die nach den Untersuchungen von Helmholtz und Abbé den Vergröfserungen

durch Mikroskop und Fernrohr gesetzt sind, weil die Lichtstrahlen bei ihrem Durchgang durch die Linsenöffnungen der Instrumente Beugungen erfahren. Ähnliche Erscheinungen treten auch beim Projizieren mit den Projektionsapparaten auf, was durch schöne Versuche mit Gitterprojektionen vorgeführt wurde.

Sehr anregend und lehrreich war der Vortrag, in dem Herr Prof. König neuere physikalische Apparate und Versuche behandelte. Er führte uns darin die von ihm verbesserte sehr zweckmäſsige Fallrinne (s. Zeitschr. f. phys. und chem. Unterr. VII, S. 4) und den Mach'schen Pendelversuch mit Hilfe zweier Metronome (ebenda S. 84) vor und zeigte eine bequeme Vorrichtung, um einen Wasserstrahl unter einem bestimmten Neigungswinkel zur Horizontalen springen zu lassen. Ferner wurde behandelt und vorgeführt: eine Vorrichtung, die Wärmeleitung von Flüssigkeiten durch beim Erwärmen sich entfärbende Jodstärkelösung darzuthun; die Brechung des Lichtes beim Übergang aus Luft in Wasser, wenn eine gekrümmte brechende Fläche vorhanden ist (letztere wird durch ein Uhrglas dargestellt, das auf einer Wasseroberfläche zum Schwimmen gebracht wird); die Nachahmung der durch Eiskrystalle hervorgerufenen Höfe um Sonne und Mond durch Alaunkrystalle, die man aus Alaunlösung durch Spiritus ausscheidet; der Versuch Wiener's über Totalreflexion in Salzlösungen, die Veranschaulichung der Polarisationserscheinungen durch Seilwellen u. s. w.

Herr Prof. Freund hielt auſser dem schon erwähnten Vortrag einen solchen über Argon und Helium, stellte ersteres dar und zeigte das eigentümliche Licht und die charakteristischen Spektra der beiden verdünnten Gase beim Durchgang des elektrischen Funkens. Ein anderer Vortrag behandelte die Diffusion der Flüssigkeiten, die Gröſse des osmotischen Drucks, die vant 'Hoff'sche Theorie der Lösungen, die Bestätigung derselben durch die Übereinstimmung der berechneten und beobachteten Erniedrigung des Gefrierpunkts und der Erhöhung des Siedepunkts bei Salzlösungen, ferner die sich hierauf gründenden einfachen und bequemen Apparate Beckmanns zur Bestimmung des Molekulargewichts. Eine besondere Stunde wurde Versuchen mit verdichtetem Sauerstoff und flüssiger Kohlensäure gewidmet. In der Vorlesung über „neue Schulversuche" wurde unter Anderm vorgeführt: die Darstellung und die Eigenschaften des Acetylens, die Darstellung und die Reaktionen der Überschwefelsäure ($H_2\ S_2\ O_8$), ein volumetrischer Versuch über die Vereinigung von Chlor und Wasserstoff mit Hilfe eines Quecksilbereudiometers (der Vortragende bringt zum Schutze des Quecksilbers vor der Einwirkung des Chlors eine dünne Schicht Schwefelsäure auf das Quecksilber), der Nachweis, daſs die durch Verbrennung von Kohlenstoff in Sauerstoff erhaltene Kohlensäure das Volumen des verwendeten Sauerstoffs hat. (Bei dem letzten Versuch wurde der Kohlenstoff als Graphit, der im Knallgasgebläse bis zum Glühen erhitzt war, verwendet).

Auſser den Dozenten des physikalischen Vereins hatten einige in der Praxis stehende Herren die Güte uns durch Vorträge zu erfreuen. So Herr Dr. Röſsler von der Gold- und Silberscheideanstalt, der uns über die modernen Methoden der Gold- und Silbergewinnung vortrug. Eine auſserordentlich interessante Ergänzung hierzu bildete der Besuch der Gold- und Silberscheideanstalt, wo die Trennung der Edelmetalle mit Hilfe des elektrischen Stromes vorgenommen wird. — Herr Maschineningenieur Bender erläuterte uns die Einrichtung der verschiedenen Frankfurter Wasserwerke und gab uns ferner eine Darstellung der seit Watt an der Dampfmaschine vorgenommenen Verbesserungen und der Methoden zur Bestimmung ihrer Leistungsfähigkeit. Unter seiner Führung besichtigten wir dann das von ihm geleitete Wasserwerk am Hinkelstein, eine groſsartige Anlage zur Sammlung von Grundwasser, das durch augenscheinlich sehr rationell betriebene gewaltige Dampfmaschinen und Pump-

werke gehoben wird. — Herr Dr. Lepsius, Direktor der chemischen Fabrik in Griesheim, früher Dozent des physikalischen Vereins, dem der von uns benutzte Hörsaal seine für Demonstrationsversuche so zweckmäſsige Einrichtung verdankt, sprach über Explosivstoffe. Er war es auch, der im Verein mit einem seiner Herren Kollegen die Führung bei unserm Besuch der groſsen chemischen Fabrik in Griesheim übernahm. Der der Besichtigung derselben gewidmete Nachmittag gehört zu den lehrreichsten des Kursus. Denn was man als Lehrer der Chemie vielfach nur nach Büchern unterrichtet hatte, konnte man hier aus Anschauung kennen lernen: die Darstellung der Schwefelsäure, Salpetersäure, Salzsäure, von Soda, Ätznatron, Natriumcarbonat, Natriumbichromat; die Gewinnung von Nitrobenzol und -toluol, von Anilin, Toluidin und Pikrinsäure. Interessant war es zu sehen, wie die verschiedenen Fabrikationszweige in einander griffen und sich ergänzten. In zuvorkommendster Weise hatte die Fabrik dafür gesorgt, daſs nach den vielen Eindrücken, die das spähende Auge in sich aufzunehmen gesucht hatte, wir doch ohne Erschöpfung die Rückfahrt antreten konnten. Aufs gastlichste bewirtet, erlebten wir mit den Beamten der Fabrik einige frohe Abendstunden.

Im Anschluſs an unsere elektrotechnischen Vorlesungen war der von Herrn Dr. Epstein durch einen Vortrag vorbereitete Besuch des städtischen Elektrizitätswerks (Wechselstromanlage) und der Werkstätten der Elektrizitäts-Aktien-Gesellschaft vorm. W. Lahmeyer & Co. von groſsem Interesse. In der mächtigen Maschinenhalle der letztern erhielt man einen Einblick in den Aufbau moderner Dynamomaschinen verschiedenen Systems und eine Übersicht über die mannigfachen Gewerbe, die sich in den Dienst eines so groſsartigen Fabrikbetriebes stellen. Zwei der Herren Direktoren waren unsere sachkundigen Führer und auch die liebenswürdigen Vertreter der Fabrik bei dem uns nach der Besichtigung gegebenen Frühstück.

Gemeinsame Besuche machten die Theilnehmer des Kursus ferner dem Goethehause, sowie dem Goethegymnasium und der Musterschule. Die Einrichtung der erstgenannten neu erbauten Anstalt, die wohl ein Muster gediegener Ausstattung ist, so daſs sie die sehnsüchtigen Wünsche manches Kollegen erregt hat, wurde uns in entgegenkommendster Weise von den Herren Kollegen Dr. Bopp und Zint gezeigt. Insbesondere fand die umsichtig, zweckmäſsig und mit reichen Mitteln ausgeführte Einrichtung der physikalischen und naturwissenschaftlichen Räume viele Beachtung. In der Musterschule, von der wir unter der freundlichen Führung des Herrn Direktors Walter Einsicht nahmen, hatten wir Gelegenheit Handfertigkeitsunterricht im Pappen und Schnitzen im Betrieb kennen zu lernen und die gut ausgestattete physikalische Sammlung der Schule zu sehen.

Eines wichtigen und erfolgreichen Teils des Kursus haben wir noch zu gedenken: der praktischen elektrotechnischen Übungen unter Leitung von Herrn Dr. Epstein.

Es konnten hierzu nur 20 Teilnehmer zugelassen werden, die in vier Gruppen verteilt zu je 5 einem Assistenten zugewiesen waren. Für den Erfolg dieser Arbeiten war es wesentlich, daſs die letztern Herren in der Anleitung zu solchen Arbeiten Schulung besaſsen, die sie zu erwerben Gelegenheit haben, da der physikalische Verein auch Elektrotechniker ausbildet. Mit Eifer wurden Ampère- und Voltmeter der verschiedensten Konstruktionen verglichen und geaicht, es wurden Korrektionskurven derselben beim Gebrauch für Gleich- oder Wechselströme festgestellt, ferner wurden Widerstände nach der Brückenmethode und nach andern Methoden gemessen, Wechselstromkurven wurden gezeichnet und der Stromverbrauch einerseits mit Volt- und Ampèremetern, andererseits mit Wattmetern bestimmt. Im elektrischen Lichtbogen wurde die Abhängigkeit des Widerstandes von der Entfernung der Kohlen, in Induktions-

spulen der scheinbare Widerstand bei Wechselströmen ermittelt. Letztere Messungen gaben Veranlassung zur Anstellung der schönen Versuche von E. Thomson.

Diejenigen Herren, welche nicht an den Übungen teilnehmen konnten, besichtigten während derselben die zoologische, botanische und mineralogische Abteilung der Sammlungen der Senkenbergischen naturforschenden Gesellschaft, die Fahrradfabrik von Kleyer und die Lithographische Anstalt von Werner & Winter und erklärten sich sehr befriedigt von dem Gesehenen. Während der Besichtigung der Fabrik von vormals W. Lahmeyer & Co. machte ein Teil der Teilnehmer unter Führung von Dr. Bode einen Ausflug zu den Farbwerken von Meister, Lucius & Brünig in Höchst, um die Herstellung des Heilserums in Augenschein zu nehmen. Nach den Schilderungen der Teilnehmer waren die gezeigten Einrichtungen so lehrreich und der Empfang dort ein so liebenswürdiger, dafs wir sehr bedauerten, an der Besichtigung verhindert gewesen zu sein.

Auch von Teilnehmern des Kursus wurden Apparate und Versuche vorgeführt. So zeigten auf Wunsch Herr Direktor Schwalbe die Herstellung tonempfindlicher Flammen und Dr. Müller-Frankfurt das v. Hefner-Alteneck'sche Variometer; Herr Dr. Geschöser-Oels führte einen von ihm hergestellten Apparat für Selbstinduktion und eine elektrische Bogenlampe mit Selbstregulirung vor. Herr Prof. Wernecke-Frankfurt a. O. machte Versuche, bei welchen Glasgefäfse mit verdünnter Luft als Condensatoren wirkten und zeigte, wie man mit einfachem Bandeisen bequem die Magnetisierung durch den Erdmagnetismus nachweisen kann. Wenn ich noch hinzufüge, dafs eine reichhaltige Sammlung von Büchern zusammengestellt und eine kleine Ausstellung empfehlenswerter Schulapparate der Firma Hartmann und Braun und der Mechaniker des Instituts eingerichtet war, so geht daraus hervor, dafs der Kursus an Anregungen Vieles bot. Freilich wird man auch aus dem Gesagten ersehen, dafs die Anspannung aller Kräfte erforderlich war, um das Gebotene zu bewältigen, und in der That waren die Tage in Frankfurt recht arbeitsreiche Tage.

Am Mittwoch, den 5. Mai, gingen sie zu Ende. Herr Direktor Dr. Bode machte vor Schlufs des Kursus noch darauf aufmerksam, dafs an diesem Tage Herr Geheimrat Dr. Lahmeyer in Cassel, der sich um das Zustandekommen des Kursus grofse Verdienste erworben, der ihn mit warmen Worten eröffnet und an den ersten Tagen während seines Aufenthaltes in Frankfurt die Vorträge mit seiner Anwesenheit beehrt hatte, seinen 70. Geburtstag feiere. Der Vorschlag, ihm unsern Glückwunsch zu übersenden, fand lebhafte einhellige Zustimmung. Nach einem Schlufswort des ersten Vorsitzenden des physikalischen Vereins, des Herrn Dr. Petersen und des Herrn Dr. Bode drückte der Senior der Teilnehmer Herr Prof. Momber-Danzig im Namen unser Aller warmen Dank den Dozenten, dem Leiter des Kursus und dem physikalischen Vereine aus.

Dieser Dank, der alle Herzen beseelte, war ein wohlverdienter. Wir fühlten uns den Dozenten sehr verpflichtet, die wir als Zierden ihrer Wissenschaft kennen gelernt hatten, die sich aber auch durch die liebenswürdige Art des Verkehrs, durch den sie uns näher traten, durch die Unermüdlichkeit, mit der sie unsere vielen Fragen beantworteten, unsere besondere Verehrung erworben hatten. Inniger Dank gebührte in hervorragendem Mafse dem umsichtigen Leiter des Kursus, Herrn Direktor Dr. Bode, der seine frische Kraft fast ununterbrochen vom Morgen bis zum Abend uns gewidmet hatte, der mit Thatkraft und Humor die Seele des Kursus gewesen war. Selbst an den beiden Sonntagen, die in den Kursus fielen, hatte er sich noch zur Verfügung gestellt und die Ausflüge nach der Bergstrasse und dem Taunus geleitet — zwei von prächtigem Wetter begünstigte Wanderungen durch die im Frühlingsschmuck prangende

Natur, die denen, die sie mitmachen durften, unvergeſslich sein werden. Wie wir aber über den physikalischen Verein und den Erfolg des Kursus gedacht haben, geht aus unserm Dankschreiben an den Herrn Kultusminister für die Veranstaltung des Kursus hervor, in dem es heiſst: Wir Alle durften mit der gröſsten Freude und Befriedigung in den Räumen des physikalischen Vereins, der zur Abhaltung eines solchen Kursus hervorragend geeignet ist, sowie an andern Orten in und bei der alten deutschen Stadt Frankfurt, in der ein reges wissenschaftliches und gewerbliches Leben blüht, des Neuen und Wissenswerten Vieles erfahren.

Bericht über den Verlauf der sechsten Hauptversammlung des Vereins zur Förderung des Unterrichts in der Mathematik und den Naturwissenschaften in Danzig während der Tage vom 7.—10. Juni 1897.

Von Oberlehrer Dr. Lakowitz-Danzig.

1. Teil.

Um auch den zahlreichen Mitgliedern des Vereins in den östlichen Gauen Deutschlands eine günstigere Gelegenheit als bisher zum Besuche der Hauptversammlung zu bieten, hatte der Vorstand auf der vorjährigen Versammlung in Elberfeld das durch seine altehrwürdigen Baudenkmäler und die landschaftliche Schönheit seiner Umgegend berühmte, wie durch den regen wissenschaftlichen Sinn seiner Bewohner bekannte Danzig als Ort für die diesjährige Tagung des Vereins in Vorschlag gebracht. Die eingeleiteten Verhandlungen führten auch bald zu einem günstigen Resultat. Die beteiligten Kreise Danzigs erklärten sich freudig zur gastlichen Aufnahme des durch seine rührige Thätigkeit hier längst geschätzten Vereines bereit. Der mittlerweile gewählte Ortsausschuſs, bestehend aus den Herren Professoren Momber und Dr. Bail, übernahm die Vorbereitungen und setzte im Einverständnis mit dem Vorstande vor allem die Tagesordnung fest, die in ihrer ursprünglichen Form bereits in dieser Zeitschrift abgedruckt ist. Verschiedene Umstände veranlaſsten später mancherlei Abänderungen derselben, so daſs sich die Tagesordnung schlieſslich folgendermaſsen gestaltete:

Montag, 7. Juni, Abends 8 Uhr: Geselliges Beisammensein im Schützenhause.

Dienstag, 8. Juni, Vorm. 9 Uhr: Erste allgemeine Sitzung in der Aula des Königl. Gymnasiums. Eröffnung und Begrüſsung. Geschäftliche Mitteilungen.

Bail-Danzig: Erläuterung der Mittel Danzigs und seiner Umgebung zur Förderung des Unterrichts in der Naturbeschreibung.

Schülke-Osterode, Ostpr.: Zur Reform des Unterrichts in der Arithmetik und anderweitige Reformvorschläge. — Diskussion im Anschluſs an diesen Vortrag.

Rösler-Osnabrück: Über Miſsstände bei der Behandlung und Anwendung der (geometrischen) Verhältnisse und Proportionen.

12—2 Uhr: Sitzung der Fachabteilung für Physik:

Lakowitz-Danzig: Über Schülerhandarbeiten im Anchluſs an den Unterricht in der Physik.

Schwalbe-Berlin: Im Anschluſs an den vorhergehenden Vortrag Einbringung von Thesen betreffend die Einführung wahlfreier physikalischer Übungen an den höheren Lehranstalten.

Momber-Danzig: Demonstration verschiedener Apparate, besonders einiger neuer Apparate für die Elektrizitätslehre.



3 Uhr: Besuch der Kaiserlichen Werft.

5 Uhr: Fahrt nach Oliva.

Mittwoch, 9. Juni, Vorm. 9 Uhr: Zweite allgemeine Sitzung in der Aula des Königl. Gymnasiums.

Dobriner-Frankfurt a. M.: Die Lehre von der Flächenvergleichung und der Ähnlichkeit im Schulunterricht.

Schwalbe-Berlin: Die Nomenklatur in der Physik.

v. Bockelman-Danzig: Wie ist im erdkundlichen und naturwissenschaftlichen Unterricht ein lebhaftes Interesse der Jugend für die Beziehungen Deutschlands zum Auslande und für das Deutschtum daselbst zu erwecken?

Vereinsangelegenheiten.

1—3 Uhr: Sitzung der Fachabteilung für Naturbeschreibung.

Bail-Danzig: Vorlegung und Besprechung von Sammlungsgegenständen.

Lakowitz-Danzig. Das Formalin als Konservierungsmittel.

Schülke-Osterode: Versuche aus dem Gebiet der Entomologie.

4 Uhr: Fahrt nach Neufahrwasser (Westerplatte) und über See nach Zoppot. Daselbst Festmahl im Kurhause.

Donnerstag 10. Juni, Vorm. 8—10 Uhr: Besuch des Provinzialmuseums unter Führung des Herrn Museumsdirektors Prof. Dr. Conwentz.

10 Uhr: Abfahrt nach dem Weichseldurchstichgebiet und nach Dirschau per Dampfer. Von dort mit der Bahn nach Marienburg zur Besichtigung des Schlosses. Gemeinsames Abendessen.

Im Laufe des zweiten Pfingstfeiertages trafen aus den verschiedensten Teilen des Reiches die Mitglieder ein und vereinigten sich mit den Danziger Herren Abends im Adlersaale des Schützenhauses zu einer gemütlichen Vorversammlung.

Herr Prof. Momber begrüfste die Gäste mit warmen Worten und bei schäumendem Glase wurden dort alte Bekanntschaften frisch belebt, neue angeknüpft. — Wir teilen die Präsenzliste der Mitglieder unten in der Anmerkung mit, und zwar in der Ordnung der am Montag und Dienstag erfolgten Eintragungen.*)

---

*) 1. Oberlehrer Dr. Dobriner-Frankfurt a. M.
2. Direktor Dr. Hamdorff-Guben.
3. Direktor Dr. Schotten-Halle a. S.
4. Prof. Momber-Danzig.
5. Oberlehrer Suhr-Danzig.
6. Oberlehrer Dr. Lakowitz-Danzig.
7. Direktor Dr. Schwalbe-Berlin.
8. Prof. Dr. Bail-Danzig.
9. Prof. Sauer-Stettin.
10. Mädchenschullehrer Dr. Dahms-Danzig.
11. Oberlehrer Schlüter-Danzig.
12. Prof. Schumann-Danzig.
13. Oberlehrer Guiard-Dramburg.
14. Gymnasiallehrer Dr. Lierau-Danzig.
15. Prof. Lampe-Danzig.
16. Oberlehrer Keil-Danzig.
17. Oberlehrer Wegner-Danzig.
18. Prof. Schoemann-Putbus.
19. Oberlehrer Dr. Schülke-Osterode i. O.-Pr.
20. Oberlehrer Hefs-Danzig.
21. Prof. Heinemann-Thorn.
22. Prof. Zerbst-Schneidemühl.

In der Aula des Königl. Gymnasiums, in welcher die bekannten Berliner Firmen „Linnaea“ und „Haferlandt und Pippow“ eine grofse Anzahl ihrer sauberen biologischen Präparate und die Danziger Firma Victor Lietzau mehrere auf das Seewesen bezügliche Apparate ausgestellt hatten, wurde am Montag früh 9¼ Uhr die erste Hauptsitzung von dem geschäftsführenden Vorstandsmitgliede Herrn Direktor Dr. Hamdorff-Guben eröffnet. Zunächst begrüfste Herr Geheimer Regierungs- und Provinzialschulrat Dr. Kruse als Vertreter des Herrn Oberpräsidenten Dr. von Gofsler, der zu einer Sitzung des Vorstandes des germanischen Museums nach Nürnberg hatte reisen müssen, die Versammlung in der Heimat des Kopernikus und Hevelius. Wie ehemals, so würden auch heute noch die Naturwissenschaften und die Mathematik in dieser Provinz gepflegt, und zwar seit über 150 Jahren vorzüglich durch die Danziger Naturforschende Gesellschaft, die ohne Anlehnung an eine Universität Grofses geleistet habe. Er bewillkommne die Herren hier, wo der Friede und die Freundschaft zwischen Humanismus und Realismus eine dauernde Stätte gefunden haben. Herr Direktor Hamdorff dankte dem Redner, dessen Anwesenheit als ein freudig zu begrüfsendes Zeichen wohlwollenden Entgegenkommens Seitens der Behörden zu betrachten sei. „Keine Stürmer und Dränger sind wir, und obgleich wir uns seiner Zeit gegen die neuen Lehrpläne ausgesprochen haben, so stehen wir jetzt auf dem Boden der vollendeten Thatsachen und suchen einzig und allein unsere Befriedigung darin, nach dem Prinzip des kleinsten Kraftaufwandes in möglichst kurzer Zeit recht viel zu leisten.“

Namens der Stadt begrüfste Herr Oberbürgermeister Delbrück die Versammlung ungefähr folgendermafsen:

M. H. Wenn sich die Hügel unserer Buchten mit frischem Grün umkränzen, wenn die See uns ihre erfrischenden kühlen Winde über das Land sendet und die Pfingstglocken dem Arbeiter für einige Zeit Ruhe und Frieden von harter Arbeit verkünden, dann ziehen Männer der Wissenschaft, Anhänger des Sports u. a. in unsere Stadt ein, und wir begrüfsen sie gern in unseren Mauern. M. H. Sie haben sich zu ernster geistiger Arbeit hier versammelt und freudig begrüfsen wir Sie, da wir Anregung und Belehrung gern in uns aufnehmen. Mit diesen Empfindungen begrüfse ich Sie im Namen der Stadt Danzig. Die Stadt wird mit Interesse und Verständnis Ihren Auseinandersetzungen folgen, durch welche die Bedeutung der angewandten Naturwissenschaften den Bürgern Danzigs vor Augen geführt wird. Redner schlofs mit dem Wunsche, dafs der Verein durch den Erfolg seiner Arbeiten auf dieser Versammlung dem vorgesteckten Ziele näher rücke und dafs die fremden Herren von Danzig

---

23. Prof. Evers-Danzig.
24. Direktor Grott-Graudenz.
25. Oberlehrer Rösler-Osnabrück.
26. Prof. Pietzker-Nordhausen.
27. Oberlehrer Grafsmann-Treptow a. d. R.
28. Oberlehrer Dr. Bockwoldt-Neustadt i. W.-Pr.
29. Oberlehrer Dr. Troje-Königsberg i. Pr.
30. Oberlehrer Müsebeck-Waren i. Meckl.
31. Oberlehrer v. Bockelmann-Danzig.
32. Dr. Schwalbe-Potsdam.
33. Oberlehrer Knoch-Jenkau b. Danzig.
34. Gymnasiallehrer Steinbrecher-Konitz.
35. Verlagsbuchhändler Dr. Salle-Berlin.
36. Prof. Scheefer-Danzig.

Aufser diesen Vereinsmitgliedern beteiligten sich noch zahlreiche Kollegen aus Danzig an den Sitzungen, sowie an den sonstigen Veranstaltungen.

nur angenehme Erinnerungen mit wegnehmen möchten. Herr Direktor Hamdorff dankte für die herzliche Begrüfsung: Als der Verein im vorigen Jahre beschlofs, die nächste Hauptversammlung in Danzig, also im fernen Osten unseres Vaterlandes abzuhalten, während sie bisher immer im Herzen Deutschlands oder im Westen stattgefunden hatten, habe man genau gewufst, dafs man in eine Stadt käme, deren Naturschönheit und berühmter Name überall einen guten Klang fänden, die, auf altehrwürdigem Boden stehend, ein Hort des Deutschtums in der äufsersten Ostmark, ihre alte geschichtliche Bedeutung habe. Alsdann begrüfste noch Herr Direktor Dr. Kretschmann als Verwalter des Hauses, in welchem der Verein seine Tagung abhielt, die Erschienenen: Es gebe in Danzig zwar manch' schöneres Gebäude, in welchem die Versammlung abgehalten werden könnte, als das rote Haus in der Weidengasse. Wenn trotzdem das Königliche Gymnasium die Ehre habe, seine Räume dem Vereine zu öffnen, so hat es auch einige Ansprüche darauf, weil erstens die einschlägigen Fachlehrmittel hier so vollständig vorhanden seien, wie an einer anderen Lehranstalt am Orte nicht wieder; sind doch im letzten Jahre erst allein 2000 *M* aufser den laufenden Etatsmitteln hierfür aufgewendet; weil zweitens gerade an dieser Anstalt die Mathematik und die Naturwissenschaften zu den blühendsten Unterrichtszweigen gehören infolge der Tüchtigkeit und Einmütigkeit der berufenen Fachlehrer; weil drittens auch am Königlichen Gymnasium zwischen Humanisten und Realisten Einigkeit herrsche. Redner bat zum Schlufs die Herren, mit den schlichten Räumen des Gymnasiums fürlieb nehmen zu wollen. Nachdem Herr Direktor Hamdorff in Erwiderung dieser Begrüfsung seiner Freude Ausdruck gab darüber, dafs auch das hiesige Gymnasium sich für die im Verein vertretenen Lehrfächer interessiere und nachdem auf eine Anregung des Vorsitzenden das Andenken der im verflossenen Jahre hingeschiedenen Vereinsmitglieder durch Erheben der Anwesenden von ihren Plätzen geehrt worden war, begann der Turnus der Vorträge, welchen Herr Prof. Dr. Bail-Danzig durch seine

„Erläuterung der Mittel Danzigs und seiner Umgebung zur Förderung des Unterrichts in der Naturbeschreibung"

eröffnete. Obgleich dieser Vortrag zunächst nur lokales Interesse zu beanspruchen scheint, erhält er doch infolge der in ihm gegebenen Anregungen für den naturgeschichtlichen Unterricht überhaupt allgemeine Bedeutung. Die Herren Fachkollegen werden daher hier einer verkürzten Wiedergabe des aufserordentlich beifällig aufgenommenen Vortrages gerne folgen.

M. H. Es darf wohl behauptet werden, dafs Danzig, die Stadt des Hevelius und Fahrenheit, obwohl es keine Universität besitzt, von jeher eine Pflanzstätte der Naturwissenschaften gewesen ist. Mag dazu früher der Weltverkehr der einst so berühmten Hansestadt beigetragen haben, seit 154 Jahren wird jedenfalls die Pflege unserer Disciplinen planmäfsig durch unsere naturforschende Gesellschaft betrieben, welche auch die Verbreitung naturwissenschaftlicher Kenntnisse und die Erforschung unserer Provinz sich zur Aufgabe gestellt hat. In ihr sind Lehrer der Mathematik und Naturwissenschaften in hervorragender Weise thätig gewesen. Wichtiger als die durch wissenschaftliche Institute gebotene Anregung ist diejenige anzuschlagen, welche unsere Jugend auf der Strafse findet, soll sie doch auf Schritt und Tritt zum Sehen und Beobachten angeleitet werden. Ich bin überzeugt, dafs meine Herren Fachkollegen gerade so gut ihre Strafsen-Mineralogie, -Botanik und -Zoologie treiben, wie wir die unserer Gassen.

Zu den Eigentümlichkeiten, die Ihnen beim Einzuge in unsere Stadt aufgefallen sein werden, gehören ihre zahlreichen stattlichen Türme. Sie sind der Nistplatz ganzer Schaaren von Tauben, die bis vor kurzem, wie

in Venedig auf dem Hauptplatze der Stadt gefüttert wurden. Sie beherbergen ferner zahlreiche Falken, Eulen, Dohlen und Mauersegler. Noch eigenartiger ist das Gepräge, welches unserer Stadt ihre langen Giebeldächer verleihen. Sie geben zu Zeiten zu einem sehr eigentümlichen Schauspiele Veranlassung. Beim Beginn der Dunkelheit bemerkt man kleine Trupps von Nebelkrähen, welche sich auf jene Giebeldächer verteilen. Es sind die Quartiermacher. Nachdem sie ihre Stellungen eingenommen haben, sieht und hört man aus allen Himmelsgegenden die schwarzen Schaaren in der Luft einherziehen. Mit wahrer Leidenschaft werden nun von seiten der Quartiermacher einzelne Gruppen herbei- andere abkommandiert, bis endlich Giebel für Giebel mit Reihen ganz gleichmäſsig verteilter Nebelkrähen geziert sind. Horstend bewohnte auch die Saatkrähe in groſser Menge Danzig. Ich machte einst Alfred Brehm auf ein in einer Stadt gewiſs seltenes Bild aufmerksam, d. h. auf eine Insel an unserer groſsen, noch aus der Ritterzeit stammenden Mühle, auf deren herrlichen, ungeköpften Weiden eine groſse Kolonie von Saatkrähen sich angesiedelt hatte. Ich habe gerade diese Bilder herausgegriffen, zu denen sich auch das anmutige Treiben verschiedener in unserer Stadt zu beobachtender Möwenarten gesellt, weil gerade die gefiederte Welt es ist, durch die man am ersten und besten die Neigung der Jugend zur Naturbeobachtung belebt.

Rücksichtlich des Getreidehandels verdienen zwei kleine Insekten, deren Larven unseren Kaufleuten gewaltigen Schaden verursachen, weitgehende Beachtung, nämlich der weiſse Kornwurm, eine Motte, und der braune Kornwurm, ein drolliger Rüsselkäfer. Durch unseren Handel kommt auch eine Menge von Pflanzen anderer Länder bei uns zur Entwickelung, so die mit Samen im Getreide bei uns eingeschleppten, welche uns wiederholt zu Exkursionen nach unseren Getreidelagerplätzen an der Weichsel veranlassen, und die gleichzeitig die malerischen Bilder des Lebens der galizischen Flössacken darbieten, welche unserm Maler Stryowski zu weit bekannten Gemälden den Stoff geliefert haben. Auch die Flöſse zeichnen sich durch eine besondere Vegetation aus. Mehrere unserer sehr verbreiteten, in den Nachbarprovinzen fehlenden oder seltenen Pflanzen sind direkt durch den Handel bei uns seſshaft geworden. Auch der Umstand, daſs unseren Holzhändlern das Wasser als Lagerplatz dient, liefert uns oft wertvolles Demonstrationsmaterial für den Unterricht. Ein Beispiel für viele: Als ich im vorigen Winter die merkwürdige Entwickelungsgeschichte der Schwämme behandelte, konnte ich unsere Obertertianer vor die Thüre unserer Schule schicken, um dort das Demonstrationsmaterial zu sammeln. Die riesigen Balken, welche bei der Reparatur unserer architektonisch interessanten Trinitatiskirche als Stützen verwandt wurden, waren nämlich über und über mit den Eier führenden Polstern unseres kieselnadelhaltigen Fluſssüſswasserschwamms bedekt.

Daſs auch der Schiffsverkehr, abgesehen von den als Reiseerinnerungen mitgebrachten Naturalien, dem Unterricht wertvolle Unterstützung leistet, sei gleichfalls angedeutet. Ich habe im Anfange der sechziger Jahre den Kryolith, jenes für die Aluminium- wie für die Sodabereitung wichtige Mineral mit seinen reichen Erzeinschlüssen erst durch die vielen Stücke kennen gelernt, die mir in verschiedenen Klassen von den Schiffsladungen aus Grönland vorgelegt wurden. Aus überseeischen Schiffen stammten verschiedene lebende Spinnen, z. B. die jahrelang von unserem bekannten Spinnenforscher Prof. Menge gezogenen Vogelspinnen, Skorpione, die riesigen amerikanischen Schaben und seltene Käfer. Auch muſsten Schiffe hier von den mächtigen Krusten befreit werden, mit welchen im indischen Ozeane die bis 8 cm hohen Gehäuse der groſsen Seetulpe ihre Kiele zum Nachteile der Fahrgeschwindigkeit überzogen hatten.

Nicht unerwähnt darf unser Fischmarkt bleiben, welcher einen förmlichen Überblick über die Klasse der Fische bietet, von der hier

hauptsächlich nur die Quermäuler z. B. die Haifische, fehlen. Hervorgehoben werde, daſs die Schüler auf demselben die Aalmutter, den einzigen deutschen lebendige Junge gebärenden Fisch, häufig bündelweise zu sehen bekommen.

Sie alle kennen den Ruf Helgolands als Vogelwarte. Bleibt auch Danzig in dieser Beziehung erheblich hinter jenem Eilande zurück, so ist es doch ein stark besuchter Sammelplatz.

Gestatten Sie mir auch darauf hinzuweisen, daſs bei der verhältnismäſsig geringen Ausdehnung der Hauptverkehrsadern unserer Stadt unsere Jugend stets zur Betrachtung aller öffentlich zur Schau gestellten Naturobjekte veranlaſst werden kann. Ganz besonders gilt dies für die Produkte unseres in hoher Blüte stehenden Pflanzenhandels. Die prächtigen Schaufenster unserer Blumenhandlungen wirken nicht nur erfrischend und belebend auf unsere Jugend, sondern lassen sich in vorzüglicher Weise beim Unterrichte z. B. in der Pflanzengeographie, wie zur Erinnerung an Blütenbau und Familienmerkmale im Winter verwerten. Sie haben eine hohe Bedeutung für die Weckung des Geschmacks, wie des Formen- und Farbensinnes.

Wenn ich Sie, geehrte Anwesende nunmehr auffordere, unter meiner Leitung auch etwas tiefer in die Natur unserer Umgegend einzudringen, so möchte ich eine allgemeine Bemerkung voranschicken. Sie wissen, daſs auch der Unterricht in der Naturbeschreibung im Anschluſs an die mächtige Entwickelung unserer Wissenschaften im allgemeinen eine auſserordentliche Vertiefung erfahren hat. Es darf behauptet werden, daſs es heute kein Naturobjekt giebt, welches der berufene Lehrer nicht zum Ausgangspunkte weitreichender Betrachtungen zu machen vermöchte, da besonders jeder Organismus in allen seinen Teilen zu der Frage nach dem Angepaſstsein derselben an das Gedeihen ihres Besitzers, wie zu der Frage nach seinen Beziehungen zur Auſsenwelt hinleitet. Trotzdem brauchen Fachgelehrte, Lehrer und Schüler zu gedeihlichem Betriebe unserer Fächer eine möglichste Mannigfaltigkeit des sich Bietenden.

Daſs Danzig nicht reich an kostbaren Mineralien ist, darf ich als bekannt voraussetzen. Auch der Ertrag des Bernsteins aus unserer Gegend dürfte kaum noch jemanden zur Erlangung von Schätzen führen. Doch bietet es für den mineralogischen und geologischen Unterricht recht wertvolles Material.

Direkt an unsere Stadt grenzen Erhebungen des baltischen Höhenzuges. Hier findet der Schüler Donnerkeile, vorweltliche Austern und andere Versteinerungen noch eingeschlossen im Kalksteine, der aus dem Grundschlamme des Kreidemeeres entstanden ist, ferner jene silurischen Kalke, aus denen bei fortgesetztem Zerschlagen immer neue Gehäuse der im Altertume unserer Erde so zahlreich vertretenen Armfüſser hervortreten. Kurz: Versteinerungen aus verschiedenen Schöpfungsperioden und eine Menge zusammengesetzter Gesteine lassen jene Höhen als Zeugen der Eiszeit erkennen und geben Gelegenheit zu dem Vergleiche mit unseren oft ebenso hohen in der Neuzeit gebildeten Dünen. Sehr zahlreich sind auch versteinerte Hölzer, unter denen Sie auch im Provinzialmuseum den im vergangenen Jahre ganz nahe der Stadt bloſsgelegten verkieselten mächtigen Cupressinoxylon-Stamm sehen werden. Als Unika bitte ich Sie, sich im Provinzialmuseum die der naturforschenden Gesellschaft gehörenden Stirnzapfen des Bos Palasii anzusehen.

Wie aber ist es möglich, Ihnen nur annähernd ein Bild von der Mannigfaltigkeit unserer Flora und Fauna zu geben! Ich weise im allgemeinen darauf hin, daſs schon Caspary erstere als ein Stelldichein von Grenzposten aus den verschiedensten Himmelsgegenden erwiesen hat, und daſs wir, dank unserer äuſserst günstigen und billigen Verkehrsmittel, mit unseren Zöglingen Streifzüge zur Aufsuchung der verschiedensten Boden- und Terrainverhältnisse machen und reiches Material für den Unterricht

beziehen können. Unmöglich kann ich hier, wo ich zu Herren von verschiedener Lebensstellung, zu Kollegen aus mehr als einer Disziplin spreche, Übersichten über den Artenreichtum einzelner Tier- und Pflanzenfamilien geben, und für die Vertreter des betreffenden Spezialfaches wäre das unnütz, da wir ja Skizzen und Übersichten über das Tier- und Pflanzenreich und ebenso umfangreiche Sammlungen der Organismen unserer Gegend besitzen. Aber ein paar kleine Ausflüge möchte ich noch im Geiste mit Ihnen machen, um Ihnen die Fülle der Anregung darzulegen, welche sich unseren Schülern auf Exkursionen von wenigen Stunden bietet. Nahe der alten Weichsel liegt das Fischerdorf Heubude. Wir beobachten auf dem Wege dahin die schon erwähnten mit dem Getreide eingewanderten galizischen Pflanzen, die Flora des Flusses, seiner Ufer, seiner Flöfse, wir erreichen einen höchst malerischen Mummelsee, zu dessen Tier- und Pflanzenformen wir im Kahne gelangen. Prächtige Kiefern und stattliche Laubbäume schliefsen ihn ein. An seinen Ufern und mehr noch an denen der kleineren benachbarten Seen treffen wir die üppigste Torfvegetation mit all' den reizenden Pflanzen, die hier nicht zum Bilde zu vereinen mir fast Überwindung kostet. Aber eine Gruppe mufs ich doch herausheben, ich meine unsere Insekten fressenden Pflanzen, und dabei erwähne ich, dafs wir überhaupt die meisten der deutschen Arten in unserer Umgegend besitzen und das z. B. hier die interessanten von unserem Botaniker H. v. Klinggräff veröffentlichten Beobachtungen über den Fang ziemlich grofser Schmetterlinge durch den langblätterigen Sonnentau angestellt worden sind.

Während sich jenseits des Heubudersees zu unserer Rechten hochstämmiger Kiefernwald hinzieht, kommen wir bald an Stellen, welche hauptsächlich mit Zwergweiden, der nordischen Krähenbeere, wie dem sogenannten Renntier- und isländischen Moose bedeckt sind, und mit den von ihnen umschlossenen kleineren Wasserbecken recht geeignet erscheinen, die Tundren zu versinnbildlichen. Jetzt kommen wir zur Düne, die auch ihre besonderen Pflanzen besitzt z. B. das zarte wohlriechende Leinkraut, das beim ersten Finden den Schüler schon deshalb anspricht, weil er es infolge der übereinstimmenden Merkmale mit seiner weit üppigeren und lebhafter gefärbten Schwester sofort mit dem Gattungsnamen zu nennen vermag. Jenseits der Düne beobachten wir die Festlegung des Sandes durch die kriechenden Grundachsen der Sandsegge, des Strandhafers und des Sandhalmes, sehen wir die Gewächse aus verschiedenen Familien, die im Kampfe ums Dasein verwandte Eigenschaften erworben haben, tragen doch Primulaceen (das Milchkraut) Kreuzblüter (der Meersenf) und die Salzmiere hier in gleicher Weise Fettblätter. Endlich sammeln wir hier am Strande nicht wenige Insektenarten in grofser Zahl der Exemplare für den Unterricht. Sie sind vom Landwind in das Meer getrieben, seinen Wellen zum Opfer gefallen. Über unsere üppigen Rieselfelder treten wir den Rückweg an.

Ein zweiter Spaziergang würde uns aus dem Königlichen Garten in Oliva, an dessen herrlichen Baumgruppen und schönen Exemplaren Sie sich selbst erfreuen werden, in unsere Buchenwälder führen. Ich gebe diesen sonnendurchglänzten Wäldern, jener Wohnstätte des duftigen Waldmeisters und vieler anderen das Auge erfreuenden Gewächse den Vorzug vor allen mir bekannt gewordenen. Sollte ich Ihnen ihren Reichtum an Kryptogamen, an humusbewohnenden und Schmarotzerpflanzen darlegen, dann müfste ich Sie freilich an Ort und Stelle an meiner Seite haben. Dasselbe wäre nötig, um Sie zu Zeugen des reichen Tierlebens zu machen, das wir so oft Gelegenheit haben, mit unseren Schülern zu beobachten. Nur das Eine sei noch hervorgehoben, dafs die Buche selbst, ziemlich nahe an ihrer östlichen Grenze, noch einmal in ihrer herrlichsten Entfaltung auftritt.

Schliefslich führe ich Sie nochmals direkt an das Meer. Dafs unsere

Ostsee infolge ihres geringen Salzgehaltes, wie wegen Mangels an Ebbe und Flut weit hinter anderen Meeren zurücksteht ist bekannt. Aber ebenso wie sie und ihre Luft unsere Brust erquickt, ihre Wellen uns das Lied der Unendlichkeit singen, so lassen uns auch die Formen, die wir hier zu beobachten Gelegenheit haben, einen Blick in jene eigenartige Welt des Ozeans werfen. Auch ist durch die Erforschung der Danziger Bucht in der That unsere Kenntnis der Bewohner des Meeres wesentlich bereichert worden, so durch die Arbeiten der Geologen Rathke und von Siebold. Letzterer hat erst durch seine Untersuchungen bei Zoppot nachgewiesen, dafs unsere Quallen keine Zwitter sind.

Doch meine Zeit ist abgelaufen; ich schliefse mit dem Wunsche, dafs es uns vergönnt sein möge, in unseren werten Gästen bei ihrem Scheiden aus unserer Stadt und ihrer Umgegend ebensoviele Freunde derselben zu finden. (Beifall.) (Forts. folgt.)

Nekrolog Bardey.

1. Selbstbiographie des Verstorbenen bis zum Jahre 1858 reichend.

Kurzer Abrifs meines Lebens.

Ich wurde am 21. Mai 1828 zu Muchow*) geboren, wo mein Vater damals Pastor war. Meine ersten Knabenjahre verflossen ohne einen fortwährenden systematischen Unterricht, so dafs ich, als ich, 13 Jahre alt, auf das Gymnasium zu Parchim gebracht wurde, dort in der 5. Klasse anfangs nur mit grofser Mühe fortkommen konnte. Als ich noch nicht 2 Jahre dort gewesen war, starb mein Vater, ohne irgend Vermögen zu hinterlassen. Meine Geschwister, deren ich noch 5 hatte, waren noch alle unversorgt. Meine Mutter konnte mich alsbald nicht mehr in der früheren Weise unterhalten und als ich nach Prima kam, war ich genötigt, wenn ich nicht abgehen wollte, mich selbst um Freitische zu bemühen und bei den Lehrern persönlich um Erlassung des Schulgeldes nachzusuchen. Beides gelang mir. Der damalige Direktor Zehlicke kam mir dabei besonders freundlich zu Hülfe. Schon auf der Schule hatte ich grofse Neigung zur Mathematik und wenn ich mich in den andern Unterrichtsgegenständen nur bemühte, einfach meine Schuldigkeit zu thun, so trieb ich schon damals Mathematik blofs zu meinem Vergnügen. Der Konrektor Gesellius und Oberlehrer Dr. Heufsi gaben vortrefflichen Unterricht in derselben. Im Jahre 1849 verliefs ich 21 Jahre alt das Gymnasium mit dem Zeugnis der Reife Nr. I. Nur materielle Rücksichten einerseits, weil ich fürchtete, als Mathematiker beim Studieren keine Unterstützung zu erhalten, und ich sonst gänzlich mittellos war, andererseits die grofse Achtung vor der Theologie, die von den Eltern fast auf die Kinder übergegangen zu sein schien, konnte mich bewegen, Theologie zu studieren. Mit $3\frac{1}{2}$ Thlr., einer hebräischen Bibel, einer *Ianna hebraicae linguae* und fast nicht mehr Kleidung, als ich auf dem Leibe hatte, wanderte ich nach Rostock. Ich hatte nicht so viel Geld, um die Matrikel zu bezahlen. 25 Thlr. jedoch, die ich vom Grofsherzog erhielt, halfen mir glücklich durch das erste Semester. Theologische Vorlesungen hörte ich bei Krabbe und Delitzsch. Doch auch die sonst so anziehende und geistreiche Auslegung der Psalmen des Letzteren vermochten meinen alten Hang zur Mathematik nicht zu unterdrücken. Ich liefs mich daher schon vor Beginn des zweiten Semesters als Theologe exmatrikulieren, auf ein sehr dürftiges Leben mich gefafst machend. Aber Privatstunden, Konvikt und 2 Stipendien, die ich mit der Zeit erhielt, wobei besonders Professor Karsten auf das wohlwollendste

---

*) Pfarrdorf in Mecklenburg-Schwerin Amt Neustadt. D. Red.



für mich sorgte, verschafften mir mehr, als ich bei einer freilich sehr einfachen Lebensweise zu meinem eigenen Unterkommen gebrauchte. Meine Privatstunden wurden allmählich sehr gesucht, so daſs sich selbst aus Schwan und Doberan Schüler einfanden, und, da ich genau genommen der einzige Student der Mathematik in Rostock war, so konnten meine Fortschritte in der Mathematik nur unbedeutend sein. Ich muſste andere Vorlesungen hören, um nur die zum Konvikt erforderliche Stundenzahl zu haben. Ostern 1852 endlich, nachdem ich im Winter vorher noch wöchentlich 30—40 Stunden gegeben hatte, waren meine materiellen Verhältnisse so weit geordnet, daſs ich mit etwa 60 Thlr. nach Königsberg gehen konnte, wo besonders Richelot und Heſse Mathematik und Neumann Physik lehrten. Auch hier setzten materielle Umstände mir erhebliche Schwierigkeiten in den Weg. Wenn ich auch, obwohl ich in Rostock des Mittags zweimal in der Woche fastete und einmal sogar 2 Monate lang gar nichts Warmes genoſs, jetzt als Amanuensis des Professor Neumann täglich Mittagessen erhielt, so wurde ich doch schon am Ende des ersten Semesters krank und sah mich, kaum wieder hergestellt, genöthigt, das erste Wintervierteljahr in einer ganz ungeheizten Stube zuzubringen. Privatunterricht jedoch, den ich mit der Zeit erhielt, ein zweijähriges Stipendium von 50 Thlr. vom Groſsherzog und Preise aus dem mathematisch-physikalischen Seminar verschafften mir bald ein besseres Auskommen, obwohl der Privatunterricht nur zum Nachteil meines Studiums war. Unter umfangreichen Ausarbeitungen, die ich für den Professor Richelot übernommen hatte, bekam ich Weihnachten 1854 Gelenkrheumatismus. — Beim Beginn meiner Krankheit gab ich noch Stunden und konnte, obwohl ich sehr starkes Fieber hatte, gröſstenteils des Tages auf sein; später aber wurde mein Zustand immer schlimmer, auch die Lähmung stärker, so daſs ich die Hände nur noch mit Gewalt zum Munde kriegen konnte. Mein Arzt, der sonst für ganz geschickt galt, zeigte nach vielen angewandten Mitteln wenig Vertrauen zu meiner Wiederherstellung und ich selbst hatte nur zur Wasserkur Vertrauen. Ich reiste am 1. April 1855 lahm, wie ich war, von Königsberg mit der Eisenbahn ab, um mich nach der Wasserheilanstalt Stuer zu begeben. Ich lieſs mich von einem Wagen zum andern transportieren und nachdem ich 2 Tage und 1 Nacht unterwegs zugebracht hatte, ohne ein einziges Mal mich hinlegen zu können, kam ich nach Zurücklegung von mehr als 110 Meilen teils mit der Eisenbahn, teils mit der Post, ja selbst zu Wasser in Stuer an. Genick, Rückgrat und andere Teile hatten so sehr gelitten, daſs ich die Anstrengungen in 4 Wochen noch nicht verschmerzt hatte. Mein Bruder verwaltete damals interimistisch die Wasserheilanstalt in Stuer. Anstatt, wie ich geglaubt hatte, in wenigen Wochen wieder hergestellt zu werden, verschlimmerte sich in Stuer anfangs mein Zustand noch. Die Kosten wurden in Stuer alsbald zu groſs und ich wurde Michaelis 1855 zu meiner Mutter nach Muchow gebracht. Einen besondern Arzt habe ich nicht weiter gehabt, nur hat mein Bruder zuweilen mit Ärzten in Berlin über meinen Zustand gesprochen. — Unter manchen Versehen, die vorkamen, war ich bald besser, bald schlechter; nur die endlose Last, die ich für meine Familie war, obwohl sie Alles mit Freuden für mich aufopferte, blieb dieselbe. Einst als ich noch gesund war, machte ich an einem Tage 11—12 Meilen, jetzt bin ich schon ermattet, wenn ich mich an Krücken so oft im Zimmer auf und abgeschleppt habe; einst errang ich Siege auf den Turnplätzen und einen Centner konnte ich mir mit einer Hand auf die Schulter schwingen, jetzt aber muſs ich mich aus dem Bette heben lassen, und meine einherschleichende Jammergestalt läſst kaum noch erkennen, wer ich einst war. Daſs freilich auch auf meinen geistigen Zustand mein körperliches Elend nicht vorteilhaft wirkte, ist wohl natürlich. — Zur Medizin habe ich nicht das geringste Vertrauen, nur Gymnastik und ein geeignetes Bad halte ich für die einzigen Mittel, die meinen Zu-

stand bessern können. Augenblicklich lasse ich mich streichen und es scheint fast, als ob wenigstens der Oberkörper und die Arme sich ein wenig bessern; doch von einer entschiedenen oder progressive fortschreitenden Besserung kann ich bis jetzt noch nicht reden.

Muchow, den 20. Aug. 1858. E. Bardey.

2. Zusatz seines Bruders des Herrn G. Bardey Besitzer des Bades Stuer in Mecklenburg.

Bad Stuer, den 7. Mai 1897.

Hochgeehrter Herr Professor! Gerne komme ich Ihrem Wunsche nach.

Erlaube mir, eine von meinem Bruder selbst verfafste Lebensbeschreibung beizulegen. Diese reicht bis zum 20. Aug. 1858. Der entzündliche Prozefs in seinen Gelenken war ziemlich abgewickelt, aber mein Bruder war contract an vielen Muskelgruppen, so dafs sein Körper beim Gehen fast in einem rechten Winkel erschien. Dies hatte er sich hauptsächlich beim Schreiben seines ersten Buches zugezogen, indem er diese Arbeit lediglich im Liegen, mit herangezogenen Knieen und vorgebeugtem Kopfe gemacht hatte. Der grofse Eifer für seine Arbeit liefs ihn alles Andere vergessen, sogar das Strecken und Rühren der Glieder was allerdings damals noch mit grofsen Schmerzen verbunden war.

Bis zum Oktober 1861 blieb er noch in Muchow; dann entschlofs er sich, wieder nach Königsberg zu gehen. Ich holte ihn ab; aber auf der Reise nach Berlin sah er schon, dafs das Unternehmen seine Kräfte weit überstieg. Er blieb bei mir in Rummelsburg bei Berlin, wo ich eine Wasserheilanstalt leitete. 1862 übernahm ich die Leitung hiesiger Heilanstalt, und zog mein Bruder im April des Jahres mit mir hierher. Er fand hier bald etwas Beschäftigung, und wurde hier nun sein elender Körper ernstlich, doch mit aller Vorsicht in Angriff genommen. Mein Bruder kam allmählich soweit, dafs er mit Hülfe eines Stockes 1½ Meilen zu Fufs machen konnte, und besserten sich dem entsprechend alle andern körperlichen Verhältnisse, nur blieb die Contractur ziemlich unverändert. Durch eine spätere unblutige Streckung bei Prof. Langenbeck in Berlin wurde in dieser Beziehung auch nichts erreicht. Bei seiner sonstigen allgemeinen Besserung versuchte mein Bruder, zwar gegen meinen Willen, als Hauslehrer zu fungieren, in Neu-Stuer. Doch nach etwa einem Jahre kehrte er ganz erheblich schwächer hierher zurück. Er erholte sich bald wieder etwas und versuchte es dann, wenn ich nicht irre 1867, wieder als Hauslehrer, in Hoppenrade bei Schwerin. Nach einigen Jahren ging er von da als Privatlehrer nach Brandenburg a. d. Havel, wo ein anderer Bruder von uns als Zahnarzt ansässig war. Er konnte sich hier gut ernähren durch Privatstunden, und brachten ihm seine Bücher auch damals schon etwas Honorar. Er bürdete sich aber auch hier wieder zu viel Arbeit auf — gab z. B. häufig an einem Tage 10—12 Stunden — so dafs er allmählich wieder merklich schwächer wurde, und siedelte er am 29. Juni 1878 wieder nach hier über. Seine Verhältnisse waren jetzt so, dafs er hier ganz ohne pekuniäre Sorgen leben konnte. Er arbeitete fleifsig an seinen Schriften, gab dann und wann auch einige Stunden und lebte, bei immerwährenden Erinnerungen von meiner Seite, ziemlich nach der Gesundheit. Bis vor etwa 10 Jahren ging es sehr gut; dann wurde seine Energie geringer, seine Geisteskräfte nahmen ab, so dafs er sich in den letzten Jahren absolut gar nicht mehr beschäftigte und sich auch immer mehr gehen liefs in Bezug auf seine Körperpflege. Ende Februar ds. Js. fiel er und brach einen Oberschenkelknochen. Nun konnte er sich natürlich gar nicht mehr bewegen, wobei seine ganzen körperlichen und geistigen Verhältnisse mit jedem Tage schlechter wurden. Der Knochen heilte,

unter Rat und Beistand des Herrn Prof. Garrè in Rostock gut, aber mein Bruder ging an allgemeiner Entkräftung zu Grunde. Am 1. April ds. Js. erlöste ihn der Tod.

Mein Bruder war von Hause aus ein Mensch von ganz ungewöhnlicher Energie, der die schwierigsten Verhältnisse überwand und der eigentlich nie ganz den Mut und den Humor verlor, so dafs er oft auf seinem fünfjährigen Schmerzenslager in Muchow selbst noch seine betrübten Angehörigen tröstete und aufrichtete. Während er mit seiner körperlichen Gebrechlichkeit schwer zu kämpfen hatte und als Hauslehrer täglich 5—6 Stunden, später als Privatlehrer noch mehr Stunden gab, schrieb er seine Lehrbücher und machte sich mit der englischen Sprache vertraut, um auch hierin Unterricht erteilen zu können, obgleich er schon Schülern aus den ersten Klassen Privatstunden gab im Lateinischen, Griechischen, Französischen, Deutschen, in der Mathematik, Geschichte u. s. w. Bei seinem Leiden zeigte er im Ganzen eine grofse Geduld, selbst seinen letzten schrecklichen Zustand ertrug er ruhig und geduldig, wenn auch hier seine immerfort vorschreitende geistige Umnachtung mildernd hinzukam.

Ein weiterer hervorragender Charakterzug meines Bruders war die Neigung wohlzuthun. Er gebrauchte hier bei seiner einfachen Lebensweise und billigen Pension lange nicht seine ganze Einnahme, hat aber sehr wenig übergespart und hinterlassen. Wo er einen Notleidenden fand, half er; waren es Familienangehörige oder waren es Fremde, immer war er zu helfen bereit. Schon als er sich noch als Student und Privatlehrer seinen Unterhalt mühsam erwerben mufste, kam er allen hülfsbedürftigen Angehörigen auf wirklich rührende Weise zu Hülfe, soweit es ihm irgend möglich war. Er schränkte sich mit seinen Lebensgenüssen lieber bis auf das Äufserste ein, ehe er nicht half, wo es Not that".*)

Hoffentlich genügen Ihnen diese Notizen, wenn nicht, so bin ich gerne zu weiteren, soweit meine Erinnerung reicht, bereit.

Mit gröfster Hochachtung

ergebenst

G. Bardey.

---

*) Der Herausgeber dieser Zeitschrift kann diesen Charakterzug aus eigner Erfahrung bestätigen. So nahm der Verstorbene für seine in der Zeitschr. aufgenommenen Artikel immer nur die Hälfte des Honorars, indem er meinte, man müsse dem Gründer und Herausgeber dieses von ihm geschaffenen Organs hierdurch seinen Dank bezeugen. Ja, einmal schickte er sogar die Hälfte des ihm zugesandten Honorars wieder zurück. — Auch die oben erwähnte „Energie" des Verstorbenen lernten wir s. Z. kennen, als B. im Jahre 1882 in Leipzig war, um sich wegen seiner Anschuldigung, Herr Sinram-Hamburg habe seine (Bardeys) Sammlung Arithmetischer Aufgaben, mehr, als einem Manne von Ehre gezieme, ausgenutzt, vor dem Landgericht persönlich zu verteidigen. In der Hauptverhandlung vom 7. März 1882 wurde denn auch B., unter Assistenz zweier Leipziger Mathematiker, auf Grund seiner energischen Verteidigung freigesprochen, während er vorher vom Schöffengericht in erster Instanz zu 150 ℳ Geldstrafe verurteilt worden war (vergl. Jahrg. XIII, 1882. S. 166).
D. H.

Internationaler Mathematiker-Kongreſs in Zürich 1897.*)

Wir erhielten aus Zürich folgende Zuschrift:

Zürich, Mai 1897.

Hochgeehrter Herr! Das Organisationskomitee beehrt sich, Ihnen hiermit das Programm des vom 9. bis zum 11. August in Zürich tagenden internationalen Mathematiker-Kongresses vorzulegen und Sie zur Teilnahme an den Arbeiten der Versammlung einzuladen. Die lebhafte Zustimmung, die das geplante Unternehmen bei den Mathematikern aller Länder gefunden hat, berechtigt zu der Hoffnung, daſs sich die Fachgenossen zahlreich zur gemeinsamen Arbeit in Zürich einfinden werden.

Für die geordnete Durchführung des ganzen Planes ist es nun aber durchaus notwendig, daſs das Organisationskomitee möglichst bald die zu erwartende Teilnehmerzahl abzuschätzen vermöge. Es richtet daher an Sie, hochgeehrter Herr, die dringende Bitte, Ihre Anmeldung so zeitig als nur möglich (jedenfalls vor dem 1. August), durch Benutzung der beiliegenden Karte kundgeben zu wollen. Das Empfangskomitee (Präsident: Herr Prof. Dr. A. Hurwitz, Zürich I, Falkengasse 15) ist gerne bereit, den Teilnehmern zur Beschaffung von Wohnungen mit Rat und That zur Seite zu stehen. Zur Vermeidung von Irrtümern und Komplikationen ist es aber erfahrungsgemäſs meist praktischer, wenn jeder Einzelne sich bei Zeiten selbst in einem ihm zusagenden Hôtel Unterkunft sichert. Die folgenden Hôtels (alphabetisch geordnet) dürfen hierzu bestens empfohlen werden:

I. Rang: Baur au lac, Baur en ville, Bellevue, National et Terminus, Victoria, Zürcher Hof.

II. Rang: Bahnhof, Central, Habis, Limmathof, Schweizerhof, Schwert, Stadthof, Storchen.

Pensionen: Neptun, Tiefenau.

Jedes derselben ist bereit, Zimmer zur Verfügung zu halten, sofern dieselben nur rechtzeitig (womöglich mindestens eine Woche voraus) bestellt werden. Dabei ist es zweckmäſsig, daſs sich der Besteller als „Teilnehmer an dem internationalen Mathematiker-Kongresse" zu erkennen gebe. Wie schon gesagt, wird das Empfangskomitee auf Wunsch gerne die Vermittlung übernehmen und auch sonst jede gewünschte Auskunft bereitwilligst erteilen.

Indem sich das Organisationskomitee der Hoffnung hingiebt, Sie bei dem Kongresse begrüſsen zu können, heiſst es Sie im Voraus aufs herzlichste in Zürich willkommen. Das Organisationskomitee.

Programm des vom 9. bis zum 11. August 1897 in Zürich tagenden Internationalen Mathematiker-Kongresses.

(Das definitive und detaillierte Programm wird mit der Festkarte bei Beginn des Kongresses ausgegeben werden.)

Sonntag, den 8. August. Das Bureau des Empfangskomitees im Bahnhofe ist während des ganzen Sonntages geöffnet. Bezug der Festkarte, der Abzeichen, des definitiven Programmes etc. Informationen jeder Art. Abends 8 Uhr: Empfang und Begrüſsung der Gäste in den Übungssälen der neuen Tonhalle. (Kollation.)

*) Leider verspätet wegen der verschobenen Ausgabe des Heftes. D. Red.

Montag, den 9. August. Morgens 9 Uhr: Erste Hauptversammlung in der Aula des eidg. Polytechnikums. 1. Eröffnung des Kongresses. 2. Wahl des Bureaus. 3. Vortrag von Herrn H. Poincaré: Sur les rapports de l'analyse pure et de la physique mathématique. 4. Referat des vorbereitenden Komitees über die Aufgaben und die Organisation internationaler mathematischer Kongresse. 5. Vortrag von Herrn A. Hurwitz: Entwicklung der allgemeinen Theorie der analytischen Funktionen in neuerer Zeit. Nachm. 1 Uhr: Bankett in der Tonhalle. Nachm. 4 Uhr: Dampfschifffahrt auf dem See. Abends 8 Uhr: Venetianische Nacht.

Dienstag, den 10. August. Von Morgens 8 Uhr an: Sektionssitzungen in den Hörsälen des eidg. Polytechnikums. Es sind folgende Sektionen in Aussicht genommen: 1. Sektion für Arithmetik und Algebra. 2. Sektion für Analysis und Funktionentheorie. 3. Sektion für Geometrie. 4. Sektion für Mechanik und mathematische Physik. 5. Sektion für Astronomie und Geodäsie. 6. Sektion für Geschichte und Bibliographie.

Bis jetzt liegen zu den Sektionssitzungen folgende Anmeldungen vor:

Fr. Brioschi: Sur une classe d'équations du cinquième degré résolubles algébriquement et la transformation du onzième ordre des fonctions elliptiques. — G. Eneström: Über die neuesten mathematischen bibliographischen Unternehmungen. — G. Loria: (Thema noch unbestimmt). — Fr. Meyer: Die neuere Entwicklung der Algebra und Zahlentheorie. — E. Picard: Sur les fonctions de plusieurs variables et en particulier les fonctions algébriques. — C. Reuschle: Neue prinzipielle und genetische Methode zur Invariantentheorie. — Th. Reye: Neue Eigenschaften des Strahlenkomplexes zweiten Grades. — F. Rudio: (Thema noch unbestimmt.) — A. Stodola: Die Beziehungen der Technik zur Mathematik. — H. Weber: Über die Genera in algebraischen Zahlkörpern.

Weitere Anmeldungen für die Sektionssitzungen nimmt Herr C. F. Geiser (Zürich-Küsnacht) entgegen. Es wird nach Möglichkeit darauf Bedacht genommen werden, dafs die Vorträge der einzelnen Sektionen nicht allzusehr mit einander kollidieren. Zu diesem Zwecke werden die Herren Vortragenden dringend gebeten, nicht länger als 30 Minuten zu sprechen.

Mittwoch, den 11. August. Morgens 9 Uhr: Zweite Hauptversammlung in der Aula des eidg. Polytechnikums. 1. Beratung und Beschlüsse über die Aufgaben und die Organisation internationaler mathematischer Kongresse. 2. Bestimmung von Zeit und Ort des nächsten internationalen Kongresses. 3. Vortrag von Herrn F. Klein: Zur Frage des höheren mathematischen Unterrichtes. 4. Vortrag von Herrn G. Peano: Logica matematica. Nachm. 1 Uhr: Abfahrt mit Extrazug nach dem Ütliberg. Nachm. 2 Uhr: Schlussbankett.

Der Preis der Festkarte ist 25 Fr. Dieselbe berechtigt den Inhaber, an den Verhandlungen des Kongresses als Mitglied teilzunehmen. Sie berechtigt ferner zur Teilnahme an der Kollation vom Sonntag, am Bankett (inkl. Wein), an der Dampfschiffahrt und der venetianischen Nacht vom Montag und endlich an der Fahrt nach dem Ütliberg und dem Schlussbankett (inkl. Wein) vom Mittwoch.

Die Wahl der Toilette ist bei den Versammlungen und Banketten freigestellt.

Ein besonderes Damenkomitee wird für den Empfang und die Unterhaltung der Damen besorgt sein.

Berichtigungen.

In der Anzeige von Ohlert (Heft 4, S. 283 Z. 1 v. u.) mufs es heifsen Überschätzung (statt Unterschätzung).

In der Selbstanzeige von Holzmüller Ingenieur-Mathematik Heft 4 S. 306—308 ist durch ein Versehen die Beseitigung einiger z. T. sinnentstellender Fehler unterblieben, welche die geehrten Leser in ihren Exemplaren berichtigen wollen. Man wolle verbessern:

S. 306 Zeile 13 v. unten lies 23jährig statt 25jährig.
„ „ „ 4 „ „ schalte hinter „zuerst“ ein: „ausgiebig“.
„ „ „ 3 „ „ lies Bantlin statt Bautlin.
„ 307 „ 5 „ oben lies Kap. IV statt VI.
„ „ „ 5 „ „ lies „solche“ statt diese.
„ „ „ 20 „ „ lies Summenformel statt Linienformel.
„ „ „ 18 „ unten lies Bewegungslehre statt Konvergenzlehre.
„ „ „ 10 „ „ tilge das Wort „nun“.
„ „ „ 2 „ „ lies manchem (Mathematiker) statt jedem.
„ 308 „ 15 „ „ tilge das Wort „sogar“.
„ „ „ 2 „ „ schalte zwischen „sich“ und „wohl“ das Wort „erst“ ein.

Bei der Redaktion eingelaufene Druckschriften.

(Juni—Mitte Juli 1897.)

Mathematik.

Frischauf, Vorlesungen über Kreis- und Kugel-Funktionen-Reihen. Lpz. b. Teubner 1897.

Pado Gazzaniga, Libro di Aritmetica e di Algebra elementare. II. edizione. Ladova, Prosperini. 1897.

Braunmühl, a) Beiträge zur Geschichte der Trigonometrie, b) *Nassir Eddîn Tûsi* und *Regiomontan*. Bilder aus Nova acta, Abh. d. kais. Leop.-Carol. Deutschen Akademie der Naturforscher. Bd. 71. Nr. 1 u. 2. Halle a./S. 1897.

Fricke, Hauptsätze der Differential- und Integral-Rechnung als Leitfaden zum Gebrauche von Vorlesungen 1.—2. T. Braunschweig, Vieweg. 1897.

Servus, Regeln der Arithmetik u. Algebra. T. I (O. III—U. II). Berlin, O. Salle. 1896. T. II (O. II—I).

Niemeyer, Die Zahlenkunst I. T. Das Zählen. Selbstverlag des Verf. (Pastor i. Peckelsheim). Dortmund b. Krüger 1897.

Schüller, Ausführliches Lehrbuch der Arithmetik und Algebra für höhere Schulen u. Lehrerseminare, bes. f. d. Selbstunterricht 2te um die Log. vermehrte Ausgabe. Lpz. b. Teubner. 1897.

Bork-Crantz-Haentschel, Mathem. Leitfaden f. Realschulen T. I. Planimetrie u. Arithmetik. Lpz. b. Dürr. 1897.

Gajdeczka, a) Lehrbuch d. Geometrie für d. oberen Klassen der Mittelschulen. Brünn, 1894. — b) Übungsbuch hierzu ibid.

Fenkner, Lehrbuch d. Geometrie (mit Vorwort von Krumme) I. T. Ebene Geom. 3. verb. Aufl. Berlin b. Salle. 1897.

Naturwissenschaften.

Wallentin, Lehrbuch der Elektrizität und des Magnetismus. Stuttgart, Enke. 1897.

Heussi, Leitfaden d. Physik 14. Aufl. bearb. von Weinert. Berlin, Salle. 1897.

Donle, Experimentalphysik Ausgabe B. München-Leipzig, Wolf 1897. (gebundenes Exempl.)
Albrecht, Die Elektrizität. Heilbronn, Schröder u. Co. 1897. (geb. Exempl.).
Gajdeczka, Maturitäts-Prüfungsfragen aus der Physik. Leipzig-Wien, Deuticke. 1897.
Levin, Method. Unterricht f. d. Anfangsunterricht i. d. Chemie m. Berücks. d. Mineralogie. 2. Aufl. Berlin, Salle. 1897.
Wagner, Grundprobleme der Naturwissenschaft (Briefe eines unmodernen Naturforschers). Berlin, Bornträger. 1897. (gebundenes Exempl.).
Weber, Die volkswirtschaftliche Bedeutung des Waldes. Frankfurt a./M., Mahlau u. Waldschmidt. 1897.
Wildermann, Jahrbuch d. Naturwissenschaften 1896/97. Freiburg i./B. Herder. 1897.
Söhns, Unsere Pflanzen hinsichtl. ihrer Namens-Erklärung und ihrer Stellung i. d. Mythologie u. im Volksaberglauben. Leipzig, Teubner. 1897. (geb. Exempl.).
Hausschatz des Wissens. (Bearb. von Heck, Matschie, Dürigen, Martens, Staby, Krieghoff.) Das Tierreich. Bd. I u. Bd II. Neudamm 1897. J. Neudamm (elegant geb. Exemplar).

Zeitschriften.

Naturw. Rundschau XII, 17—23. — Ztschr. f. phys. u. chem. Unt. X, 3. — Nouv. Ann. d. Math. XVI, Maiheft — Bolletino della Associazione „Mathesis" I, 3. — Periodico di Matematica XII, 3. — Himmel u. Erde (Urania) IX, 7—9. — Hettner geogr. Ztschr. III, 5—6. — Zeitschr. f. lateinlose h. Schulen VIII, 7—8. — Unterr.-Bl. f. Mathem. u. Ntw. III, 2—3. — Ztschr. f. Rw. XXII, 5—6. — Ztschr. f. Schulgeogr. XVIII, 6—7. — Ztschr. f. weibl. B. XXV, 8—11. — Allgem. d. Lehrer-Ztg. 1897 no. 17—23. — Die Umschau (v. Bechthold) I, no. 17—25. —

Separat-Abdrücke, Programme u. dgl.

Hauck, über innere Anschauung und bildliches Denken. Rede zum Geburtstagsfest d. Kaisers (26/I. 1897) gehalten in der Aula der techn. Hochschule Berlin.
Mandel, das klassische Gymnasium. Eine Studie für Gebildete unter seinen Gegnern Berlin, Salle. 1897.
Progr. d. städt. Ober-Realschule zu Braunschweig a) Jahresbericht, b) das Unterr.-Gebäude f. Physik u. Chemie.

NB. Die in der zweiten Hälfte des Juli eingelaufenen Druckschriften sollen im nächsten (6.) Hefte mitgeteilt werden.

Einsendungstermine der Beiträge für das Aufgaben-Repertorium.

Wir bringen die Termine, an denen die Beiträge für das Aufg.-Repert. seitens der Haupt-Redaktion d. Ztschr. an den Spezial-Redakteur des Aufg.-Repert. abgesendet werden, auf's Neue in Erinnerung (vergl. XIV, 272; XVI, 433; XVII, 480; XXII, 160; XXIV, 639;):

für	Heft	1 (1. Jan.)	spätestens	bis	1.	November
„	„	2 (15. Febr.)	„	„	15.	Dezember
„	„	3 (1. April)	„	„	1.	Februar
„	„	4 (15. Mai)	„	„	15.	März
„	„	5 (1. Juli)	„	„	1.	Mai
„	„	6 (15. Aug.)	„	„	15.	Juni
„	„	7 (1. Okt.)	„	„	1.	August
„	„	8 (15. Nov.)	„	„	15.	September.

Später einlaufende Beiträge werden für das nächste Heft zurückgelegt, oder müssen, falls der Gegenstand schon erledigt ist, ganz fortbleiben. Es empfiehlt sich daher, die Manuskripte immer schon einige Tage vor dem jedesmaligen Absendungstermine einzusenden, da der betreffende Brief (mitunter sogar ein kleines Packet) schon so lange vorher zur Absendung bereit liegt. Es wird wiederholt darum gebeten, die Manuskripte nur einseitig und auf nicht zu dickes Papier zu schreiben. Da es für den Aufgaben-Redakteur bequem ist, die einzelnen Lösungen jede auf besonderem Blatte zu haben, so bittet die Redaktion, den losen Blättern immer einen Umschlag mit Aufschrift zu geben, etwa wie folgt: „Zum Aufgaben-Repertorium. Von Dr. X. i. Y. Auflösungen zu Nr. x, y, z etc. Neue Aufgaben 1—x“ oder ähnlich. —

Die Redaktion d. Zeitschrift.

Briefkasten.

Quittungen über eingelaufene Beiträge*):

E. i. M. Der binomische Lehrsatz für den Unterricht bearbeitet. — St. i. D. Über den ethischen Wert des mathem. Unterrichts. — S. i. K. Summation der arcus-Sinus-Reihe. — K. i. Fr. a) Winkel und Winkelnamen. b) Kongruenzsätze. — K. i. H. (Strafsenmeister zu H. bei Neuwied). Dreiteilung des Winkels. — Die drei letzten Arbeiten ohne Umschlag mit Aufschrift.

Rezensionen: K. i. M. Rezension von Schr. A. d. L. (67 S.). — W. i. Fr. Rez. von a) W. A. II. b) Eukl. Dat. — Dr. i. Dr. Rez. von Kn.

St. i. B. Lösungen für das A.-R. — Wir bitten wiederholt die für das A.-R. bestimmten Beiträge auf den Briefumschlägen mit A.-R. zu bezeichnen!

Sep.-Abdrücke: E. F. Zahlenriesen (Fr. Ztg.). — Pf. i. D. Anwendung des g. Schn. u. d. L. Reihe.

Das nächste sehr bald erscheinende (6.) Heft wird einen interessanten Artikel von Holzmüller enthalten: „Zur elementaren Behandlung der Potentialtheorie“.

*) Eingel. während meiner Kur in B. W. vom 24. Juni bis Ende Juli und mir z. T. nach B. W. nachgesandt. Die etwa noch in L. liegenden und hier nicht notierten Beiträge sollen im nächsten Hefte mitgeteilt werden.

Zur elementaren Behandlung der Potentialtheorie.

Von Prof. Dr. G. Holzmüller in Hagen.

Mit 23 Figuren im Text.

1. Vorbemerkung.

Die Potentialtheorie spielt aus bekannten Gründen eine hervorragende Rolle in den neueren Lehrbüchern der Physik. In der Elektrizitätslehre kann eben der Potentialbegriff nicht mehr entbehrt werden. Manche Fachlehrer sträuben sich trotzdem gegen seine Einführung in die Schule; denn noch auf dem Mathematikertage zu Elberfeld (Pfingsten 1896) wurde eine von mir eingebrachte These über die Notwendigkeit seiner Einführung auf allgemeinen Wunsch zurückgezogen. Dies kann wohl nur daran liegen, daſs der Gegenstand noch nicht in hinreichender Einfachheit und Klarheit pädagogisch verarbeitet ist.

Ich gestehe die Berechtigung dieses Grundes zu. Das Hindernis läſst sich aber beseitigen. Augenblicklich erscheint eine Reihe von Aufsätzen über den Gegenstand in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, die ich auf besonderen Wunsch ausgearbeitet habe. Sie sind für mich Vorarbeiten zu dem zweiten Bande meiner Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung, der hoffentlich noch im laufenden Jahre vollendet wird, nachdem der erste bereits bei B. G. Teubner erschienen ist. Der zweite soll im Wesentlichen dem Potential gewidmet sein.

Abgesehen von den auf experimenteller Grundlage beruhenden Darstellungen scheint mir das Werkchen von Dr. O. Tumlirz, Wien-Leipzig bei Hartleben, 1884, das einzige zu sein, welches eine leidliche elementare Darstellung giebt. Wenn man aber bedenkt, daſs z. B. der Satz über die algebraische Addition der Potentiale mehrerer anziehender Massenpunkte dort als etwas Selbstverständliches hingestellt wird, was des Beweises nicht bedarf, so wird man das Unzulängliche dieses Versuches zugestehen. Weil man Kräfte nach dem Parallelogramm addiert, sieht der Schüler nicht ein, inwiefern man Potentialwerte einfach algebraisch zu vereinigen hat. Dies muſs bewiesen werden. Auch einige Konstruktionen lassen bei Tumlirz zu wünschen übrig. Ebenso fehlt der Beweis für die Orthogonalität der Niveau- und

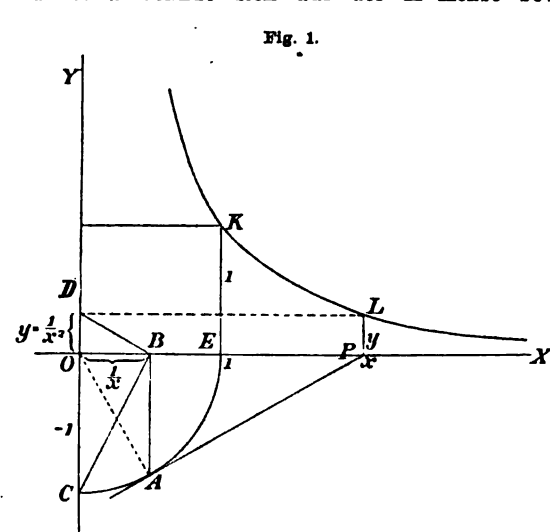
Kraftlinien und die Gleichung, sowie die Bestimmung der Zahl der letzteren.

Ich will an dieser Stelle nur einige wenige der kritischen Punkte zur Sprache bringen und daran zeigen, dafs sich alles schulmäfsig behandeln läfst.

2. Konstruktion der Gravitationskurve $y = \frac{1}{x^2}$.

Im Punkte O sei die unbewegliche Masse 1 angebracht, im Punkte x befinde sich auf der X-Achse beweglich ebenfalls die Masse 1. Nach dem Newton'schen Gesetz werde sie von O mit der Kraft $\frac{1}{x^2}$ angezogen. Das Diagramm der Anziehung soll konstruiert, d. h. in jedem Punkte x soll das Lot $y = \frac{1}{x^2}$ errichtet werden. Dies geschieht gewöhnlich für die Punkte 1, 2, 3, 4 ... durch die Lote 1, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$, ..., also durch Rechnung, soll aber hier rein geometrisch erfolgen.

Fig. 1.



Zu diesem Zwecke schlage man um O den Einheitskreis. Die von x aus gezogene Tangente giebt den Berührungspunkt A, der als B auf die X-Achse zu projizieren ist. Dabei ist bekanntlich $OB = \frac{1}{x}$, denn nach Pythagoras ist $OB \cdot OP = OA^2 = 1$. Zieht man jetzt der Figur entsprechend BC und errichtet man auf dieser Geraden in B das Lot BD, so ist OD die gesuchte Höhe $y = \frac{1}{x^2}$, denn $OC : OB = OB : OD$ oder $1 : \frac{1}{x} = \frac{1}{x} : y$. Liegt x innerhalb des Kreises, so zieht man erst das Lot, dann die Tangente.

So kann man beliebig viele Punkte der Kurve konstruieren und ihre Gestalt als bestimmt festgestellt betrachten.

Die Konstruktion vereinfacht sich aber, sobald man den Punkt K für $OE = 1$ und L für $OP = x$ hat, durch folgende Überlegung. Für drei auf einander folgende Ordinaten sei $y_2^2 = y_1 \cdot y_3$, d. h. y_2

sei mittlere Proportionale zwischen y_1 und y_3, dann ist für die vorliegende Kurve $\frac{1}{x_2^4} = \frac{1}{x_1^2} \cdot \frac{1}{x_3^2}$, also $x_2^2 = x_1\ x_3$, d. h. auch x_2 ist mittlere Proportionale zwischen x_1 und x_3. Folglich:

Bilden $x_1, x_2, x_3, x_4, \ldots$ eine geometrische Reihe, so bilden auch die zugehörigen Ordinaten $y_1, y_2, y_3, y_4, \ldots$ eine geometrische Reihe.

Dies ist eine sämtlichen Parabeln höherer Ordnung $y = x^p$ gemeinsame Eigenschaft; demnach gilt die jetzt zu gebende Konstruktion nicht nur für die Gravitationskurve, sondern z. B. auch für die gleichseitige Hyperbel, für die adiabatischen Curven (bei Luft und Wasserdämpfen) u. s. w., wie es im dritten Bande meines method. Lehrbuchs der Elementarmathematik von Seite 162 ab gezeigt und an Beispielen erläutert ist, wobei es sich namentlich um die theoretische Leistungsfähigkeit der Dampfmaschinen u. s. w. handelt.

Daraus erfolgt die Lösbarkeit der

Aufgabe. Aus zwei demselben Quadranten angehörigen, Punkten A_1 und A_2 der Curve $y = \frac{1}{x^2}$ (allgemein $y = cx^p$) beliebig viele ihrer Punkte zu konstruieren.

Auflösung. Man lege durch O eine beliebige Gerade OF, die im vierten Quadranten liegt. Die Ordinaten von A_1 und A_2 geben als Projektionen die Punkte B_1 und B_2 auf der X-Achse und durch Verlängerung der Lote C_1 und C_2 auf der Hilfslinie. Man ziehe C_1B_2 und Parallele dazu durch B_1 und C_2, was C_0 und B_3 giebt. Im Zickzack fährt man fort mit der Senkrechten B_3C_3, der Parallelen C_3B_4 u. s. w. nach rechts, mit der Senkrechten C_0B_0, der Parallelen B_0C_{-1} u. s. w. nach links. Dann folgen die Punkte

$$\ldots, B_{-3}, B_{-2}, B_{-1}, B_0, B_1, B_2, B_3, B_4, \ldots$$

in geometrischer Reihe aufeinander. (Vergl. Fig. 2.)

Die zugehörigen Ordinaten findet man mit Hilfe einer beliebigen Geraden OH im zweiten Quadranten auf ganz demselben Wege, was die Punkte

$$\ldots, D_{-3}, D_{-2}, D_{-1}, D_0, D_1, D_2, D_3, \ldots$$

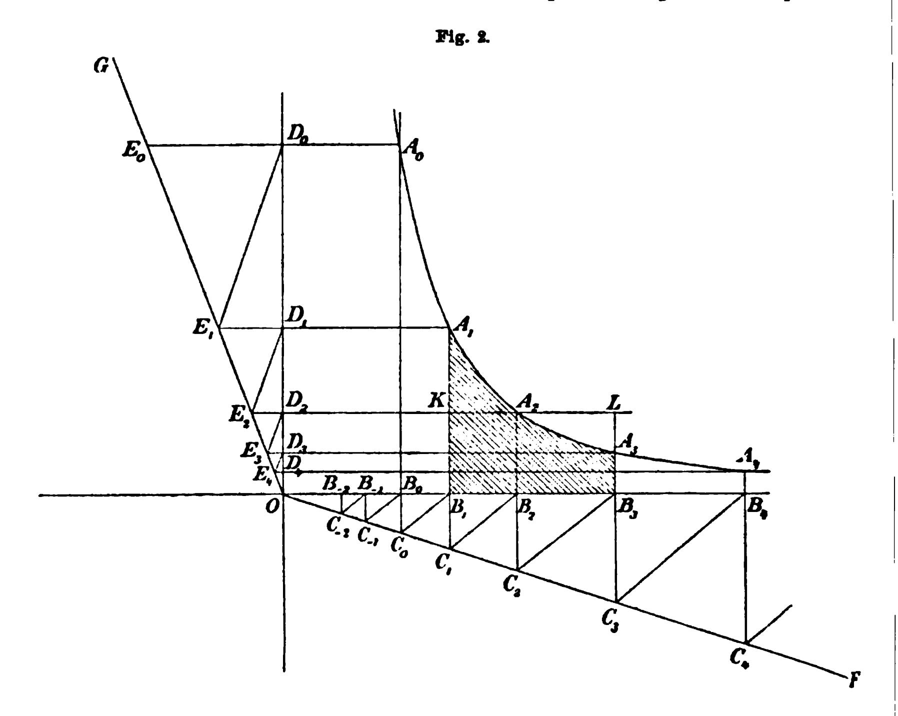
giebt. Die zusammengehörigen Ordinaten und Abscissen geben die Curvenpunkte*)

$$\ldots, A_{-3}, A_{-2}, A_{-1}, A_0, A_1, A_2, A_3, \ldots$$

*) Diese Art des Konstruierens ist bei den Technikern beliebt, da die Konstruktion durch einfaches Verschieben des Winkelhakens auf der Reißschiene erfolgt. Es sei bemerkt, daß, wenn man auf der einen Achse wie oben verfährt, auf der andern aber gleiche Abstände abträgt, eine logarithmische Linie entsteht.

Will man weitere Punkte einschalten, so braucht man z. B. nur die mittleren Proportionalen von OB_1 und OB_2 bezw. OD_1 und

Fig. 2.



OD_2 zu konstruieren. Die übrigen findet man aus den vorhandenen Punkten durch Ziehen von Parallelen.

3. Die Diagrammfläche.

Satz. Die Diagrammfläche der Curve $y = \frac{1}{x^2}$ über einer beliebigen Strecke B_1B_3 der X-Achse ist gleich dem Rechtecke aus der Grundlinie B_1B_3 und der mittleren Proportionale B_2A_2 der Grenzhöhen B_1A_1 und B_3A_3.

Beweis. Ist B_1B_3, z. B. die Strecke 1 von $x_0 = 1$ bis $x_n = 2$, so teile man diese z. B. in n gleiche Teile ein, wobei n sehr grofs sei und bilde die entsprechenden senkrechten Streifen. Die Teilpunkte auf der X-Achse mögen von $OB_1 = x_0$ aus gerechnet, die Abscissen

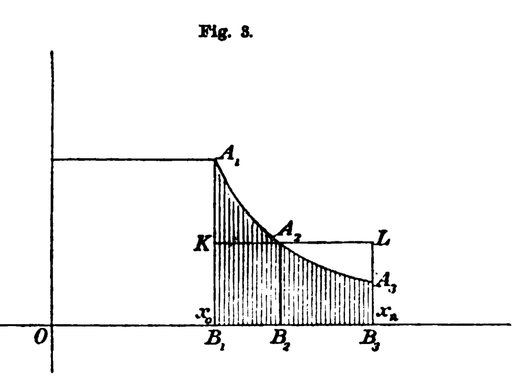
$$x_0, x_1, x_2, \ldots, x_n$$

und die Ordinaten

$$y_0, y_1, y_2, \ldots, y_n$$

geben. Ob man für jeden Streifen zur Berechnung die Anfangshöhe nimmt, z. B. y_0 für den ersten Streifen, oder die Schlufshöhe, z. B. y_1 für den ersten, ist bei unendlich grofsem n gleichgiltig. Der Grenzwert für die Flächensumme ist in beiden Fällen der richtige Flächeninhalt $B_1 B_3 A_3 A_1$. Mit demselben Rechte kann man jeden beliebigen Zwischenwert der beiden Grenzhöhen jedes Streifens nehmen. Das arithmetische Mittel giebt keine bequeme Rechnung, wohl aber wie bekannt die mittlere Proportionale, z. B. $\sqrt{y_0 y_1}$ für den ersten Streifen. Es ist nämlich dann sein Inhalt

Fig. 3.



$$(x_1 - x_0)\sqrt{y_0 y_1} = (x_1 - x_0)\sqrt{\frac{1}{x_0^2} \cdot \frac{1}{x_1^2}} = (x_1 - x_0)\frac{1}{x_0} \cdot \frac{1}{x_1} = \frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_1},$$

der des zweiten Streifens ebenso

$$(x_2 - x_1)\sqrt{y_1 y_2} = (x_2 - x_1)\frac{1}{x_1}\frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2},$$

die gesamte Fläche von 1 bis 2 also

$$\overset{x_n}{\underset{x_0}{F}} = \left(\frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_1}\right) + \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}\right) + \left(\frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_3}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{x_{n-1}} - \frac{1}{x_n}\right).$$

Hier hebt sich mit Ausnahme der beiden Posten am Anfang und am Schlufs alles weg, demnach bleibt stehen $\overset{x_n}{\underset{x_0}{F}} = \frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_n}$, also im Beispiele

$$\overset{2}{\underset{1}{F}} = \frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_n} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

und dies ist absolut richtig für $n = \infty$.

Nun ist aber, wenn $OB_2 = \sqrt{1 \cdot 2} = \sqrt{2}$, also mittlere Proportionale für 1 und 2 ist, $B_2 A_2 = \sqrt{\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ mittlere Proportionale zwischen den Grenzhöhen 1 und $\frac{1}{4}$, die Basis $B_1 B_3$ war gleich 1, also giebt $1 \cdot \frac{1}{2}$ oder $B_1 B_3 \cdot B_2 A_2$ wirklich den richtigen

Inhalt. (Allgemeiner ist $B_2A_2 = \sqrt{\frac{1}{y_1}\cdot\frac{1}{y_n}} = \sqrt{\frac{1}{x_0^2}\cdot\frac{1}{x_n^2}} = \frac{1}{x_0}\cdot\frac{1}{x_n}$ mittlere Proportionale.)

Ebenso ist $\overset{3}{\underset{1}{F}} = \frac{1}{x_0} - \frac{1}{x_n} = \frac{1}{1} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$,

folglich $\overset{3}{\underset{2}{F}} = \overset{3}{\underset{1}{F}} - \overset{2}{\underset{1}{F}} = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}$,

ganz allgemein folgt $\overset{x_2}{\underset{x_1}{F}} = \frac{1}{x_2} - \frac{1}{x_1}$,

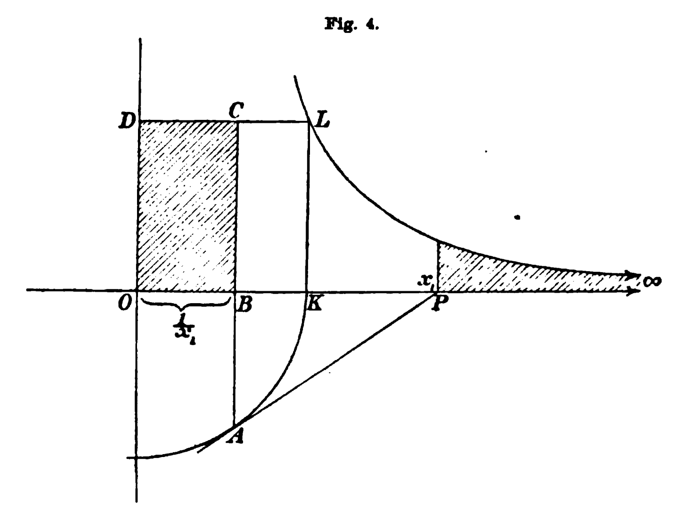
wo x_1 den Anfangs-, x_2 den Schlufsabstand bedeutet.

Multipliziert man aber die Basis $(x_2 - x_1)$ mit der mittleren Proportionale der Grenzhöhen $\frac{1}{x_1^2}$ und $\frac{1}{x_2^2}$, d. h. mit $\frac{1}{x_1 x_2}$, so erhält man $(x_2 - x_1)\frac{1}{x_1 x_2} = \frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}$ also ebenfalls den Inhalt des Rechtecks.

Damit ist der Satz allgemein bewiesen und zugleich gezeigt, dafs die Fläche auch gleich dem Unterschiede der reziproken Werte der Anfangs- und Endabscisse ist. (Hier ist nur von Mafszahlen die Rede.)

Nun bedeutet das Arbeitsdiagramm $B_1B_3A_3A_1$ die Potentialdifferenz für die Punkte B_1 und B_3, also stellt das Rechteck B_1B_3LK zugleich diese Potentialdifferenz dar.

Fig. 4.



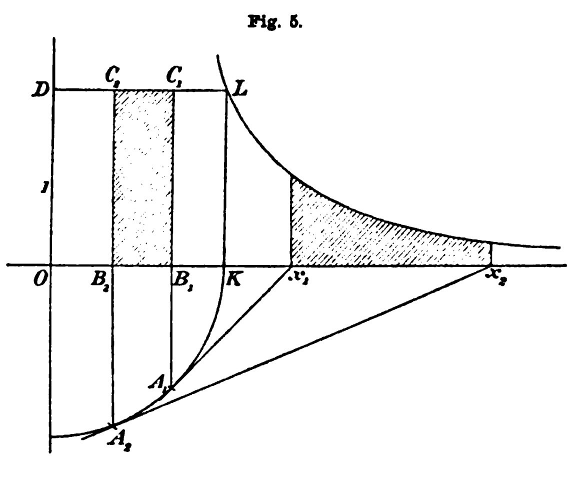
Reicht das Diagramm von $x = x_1$ bis $x = \infty$ so ist sein Flächeninhalt $\overset{\infty}{\underset{x_1}{F}} = \frac{1}{x_1} - \frac{1}{\infty} = \frac{1}{x_1}$, also gleich dem reciproken

Werte der Anfangsabscisse. Dieser Arbeitswert heifst das Potential für den Punkt x_1. (Vergl. Fig 4.)

Auch dieser Wert ist leicht darzustellen. Man hat nur von x_1 aus die Tangente PA an den Einheitskreis zu ziehen, den Berührungspunkt A auf die x-Achse zu projizieren, was B giebt, und das Rechteck $OBCD$ zu vollenden, dessen Inhalt gleich $\frac{1}{x_1}$ ist und demnach den Potentialwert für den Punkt x_1 darstellt.*)

Die Potentialdifferenz für die Strecke von x_1 bis x_2 kann also auch so dargestellt werden, dafs man Tangenten von x_1 und x_2 aus zieht, die Berührungspunkte auf die x-Achse projiziert, was B_1 und B_2 giebt, und über $B_2 B_1$ das Rechteck von der Höhe 1 errichtet. Die Fläche $B_2 B_1 C_1 C_2$ stellt dann die Potentialdifferenz dar.

Fig. 5.



Die Sätze über die Anziehung der homogenen Kugelschale und der Vollkugel sollen hier nicht berührt, sondern als bekannt vorausgesetzt werden. Alles Unklare und Geheimnisvolle des Potentialbegriffes schwindet, sobald man das Potential als Arbeit auffafst und diese Arbeit wie üblich durch eine Diagrammfläche darstellt. Ob man die eine oder die andere Richtung für die positive Arbeit nimmt, ist nebensächlich.

4. Die algebraische Addition der Potentialwerte.

In den Lehrbüchern der Mechanik vermisse ich folgenden wichtigen Satz.

Die Arbeit der Resultante ist gleich der **algebraischen** Summe der Arbeiten der Seitenkräfte.

Beweis. 1. Die Resultante von p_1 und p_2 sei p, $PQ = w$ der Weg des Angriffspunktes P, so dafs pw die Arbeit der Resultante ist. Projiziert man den Weg w auf die Richtungslinien der Seiten-

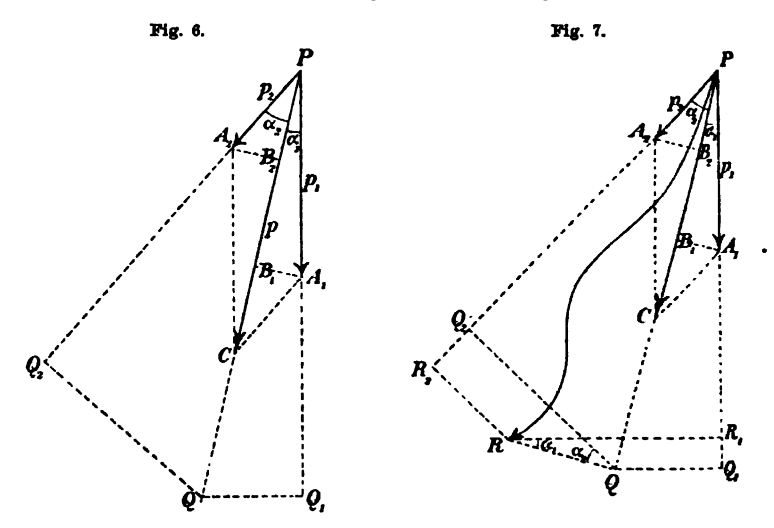
*) Ist die Einheit nicht gegeben, so halbiere man den Winkel BOD, was auf der Kurve den Schnittpunkt L giebt.

kräfte, so erhält man $PQ_1 = w_1$ und $PQ_2 = w_2$ als die (virtuellen) Wege in den Richtungen dieser Kräfte, so daſs die in diesen Richtungen vollführten Arbeiten $p_1 w_1$ und $p_2 w_2$ sind. Ihre algebraische Summe (die also unabhängig von den Richtungen und nicht an die Parallelogrammkonstruktion gebunden ist) wird

$$p_1 w_1 + p_2 w_2 = p_1 w \cos\alpha_1 + p_2 w \cos\alpha_2 = w(p_1 \cos\alpha_1 + p_2 \cos\alpha_2)$$
$$= w(PB_1 + PB_2) = w(PB_1 + B_1 C) = w_1 PC = pw,$$

sie ist also gleich der Arbeit der Resultante. (Fig. 6.)

2. Behalten die Kräfte p, p_1 und p_2 ihre Richtungen stets bei, so kann P einen beliebigen Weg PR zurücklegen, ohne daſs sich



etwas ändert. Geschieht die Bewegung z. B. in der Ebene der Kräfte, so ist der Weg auf die drei Kraftlinien zu projizieren, was PQ, PR_1 und PR_2 geben mag. RQ sei gleich e gesetzt. Projiziert man auch Q nach Q_1 und Q_2, so ist, da auch bei R und Q die Winkel α_1 und α_2 auftreten, $R_1 Q_1 = e \sin\alpha_1$, $R_2 Q_2 = e \sin\alpha_2$, also, da $A_1 B_1 = A_2 B_2$, oder $p_1 \sin\alpha_1 = p_2 \sin\alpha_2$ ist, $p_1 \cdot R_1 Q_1 = p_2 \cdot Q_2 R_2$. Vorher war $p_1 \cdot PQ_1 + p_2 \cdot PQ_2 = p \cdot PQ$, jetzt ist $(p_1 \cdot PQ_1 - p_1 \cdot R_1 Q_1) + (p_2 \cdot PQ_2 + p_2 \cdot Q_2 R_2) = p \cdot PQ$ oder $p_1 \cdot PR_1 + p_2 \cdot PR_2 = p \cdot PQ$. Der Satz bleibt also bestehen. (Fig. 7.)

Tritt der Angriffspunkt aus der Ebene der Kräfte heraus, so kann sich z. B. R senkrecht über der gezeichneten Lage im Raume befinden. Die Figur ist dann die Projektion der zugehörigen räumlichen Figur. Am Beweise ändert sich sonst nichts.

3. Ändern die Kräfte während der Bewegung des Angriffspunktes stetig ihre Richtungen, wie es z. B. bei der Anziehung durch mehrere feste Punkte geschieht, so gilt der obige Beweis

zunächst nur für eine unendlich kleine Bewegung, durch Summierung aber für die gesammte Bewegung. Das Beispiel der Anziehung durch zwei feste Punkte nach dem Newtonschen Gesetze wird dies erläutern. Die auf die Einheit wirkenden Kräfte sind dabei $\frac{m}{r^2}$ und $\frac{\mu}{\varrho^2}$. Die Einzelarbeiten bei der Bewegung des freien Punktes P von P_1 nach P_2 entsprechen den Potentialdifferenzen $\frac{m}{r_1} - \frac{m}{r_2}$ und $\frac{\mu}{\varrho_1} - \frac{\mu}{\varrho_2}$ die Arbeit der Resultante ist demnach

$$pw = m\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \mu\left(\frac{1}{\varrho_1} - \frac{1}{\varrho_2}\right).$$

Bedeuten nun P_1, P_2, $P_3 \cdots P_n$ verschiedene Lagen des Angriffspunktes, und erhalten die Radiivectores dieselben Indices, so sind die Einzelarbeiten zu addieren und die Gesamtarbeit wird

$$pw = m\left[\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) + \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{r_{n-1}} - \frac{1}{r_n}\right)\right]$$
$$+ \mu\left[\left(\frac{1}{\varrho_1} - \frac{1}{\varrho_2}\right) + \left(\frac{1}{\varrho_2} - \frac{1}{\varrho_3}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{\varrho_{n-1}} - \frac{1}{\varrho_n}\right)\right],$$

oder

$$pw = m\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_n}\right) + \mu\left(\frac{1}{\varrho_1} - \frac{1}{\varrho_n}\right).$$

Dies gilt für beliebig gestaltete Wege von beliebiger Länge.

Entfernt man p ins Unendliche, so ist der Arbeitsaufwand

$$pw = m\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{\infty}\right) + \mu\left(\frac{1}{\varrho_1} - \frac{1}{\infty}\right) = \frac{m}{r_1} + \frac{\mu}{\varrho_1},$$

d. h. gleich der algebraischen Summe der Einzelpotentiale.

Man bezeichnet die dazu nötige Arbeit als das Gesamtpotential, folglich gilt zunächst für zwei Punkte der Satz:

Das Gesamtpotential ist gleich der algebraischen Summe der Einzelpotentiale.

Die Ausdehnung auf mehrere Punkte, die beliebig im Raume lagern und anziehend wirken, sei dem Leser überlassen. Neues tritt dabei nicht auf.

In diesem einfachen Satze und in der Gleichgültigkeit der Form des Weges liegt die ganze Stärke des Potentialbegriffs, der uns endlose Rechnungen erspart.

Man nehme z. B. das Problem zweier gleich stark anziehender Massen 1, und denke sich, da man in der Ebene bleiben kann, das System der Niveaulinien konstruiert, welches man in jedem besseren Lehrbuche der Physik findet, und auf das wir noch zu sprechen kommen. Die Gleichungen sind bekanntlich von der Form

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = c,$$

wo jetzt r_1 und r_2 die Radii vectores sein sollen, die von den beiden Punkten ausgehen. Die Niveaulinien seien so gewählt, dafs, vom Unendlichen aus gerechnet, wo $c = 0$ ist, die c Werte annehmen, die einer arithmetischen Reihe folgen, z. B.:

$$0, \frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \ldots, \frac{n}{n} = 1, \frac{n+1}{n}, \frac{n+2}{n}, \ldots, \frac{n+n}{n} = 2, \frac{2n+1}{n}, \ldots$$

Wie sich dann auch P von P_1 aus nach aufsen hin bewege, stets ist von einer Niveaulinie zur andern derselbe Arbeitsaufwand $\frac{1}{n}$ nötig. Geht P nach innen, so ist natürlich der Arbeitsaufwand negativ.

Trägt man an jeder Stelle des Weges auf der Ebene ein Lot auf, welches gleich der Projektion der Anziehungsresultante p an dieser Stelle auf die Tangente der Bahn ist, so erhält man das Arbeitsdiagramm für den Verlauf der Bewegung von P. Wie nun auch von P_1 aus nach irgend welcher Niveaulinie gewandert werde, stets erhält man denselben Arbeitsaufwand und dieselbe Fläche des Diagramms, als ob man den Weg von der einen Niveaulinie zur andern auf der x-Achse oder y-Achse gemacht hätte. (Die x-Achse soll die Verbindungslinie der beiden festen, anziehenden Punkte sein, die y-Achse die Mittelsenkrechte dazu.) Geht das Diagramm von P_1 aus bis ins Unendliche auf beliebig gewundenen Wegen, stets ist sein Inhalt gleich $\frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2}$; nur mufs man, wenn die Windungen des Weges rückwärts führen, dort die Arbeit negativ einsetzen.

Nun gilt das Entsprechende von den Niveauflächen für beliebig viele im Raume verteilte anziehende Massen, die auch kontinuierlich sein können, und man wird die Tragweite dieser Rechnungsersparungen leicht überblicken.

Auf den Satz von der Erhaltung der Arbeit und auf die Umsetzung der potentiellen Energie in kinetische will ich jetzt nicht eingehen, da diese Dinge in den besseren Lehrbüchern zufriedenstellend behandelt sind.

Aber auch dabei wird für beliebige Wege sozusagen jede Rechnung erspart. Der Satz von der algebraischen Addition der Potentiale ist von derartiger Wichtigkeit, dafs sein Beweis nicht übergangen werden darf. Er ist das Fundament der ganzen Lehre.

5) Ein einfaches Hülfsmittel für die folgenden Konstruktionen.

Im folgenden Abschnitt tritt häufiger die Anforderung an den Leser heran, für eine anziehende Masse m die Werte $\frac{m}{1}, \frac{m}{2}, \frac{m}{3}, \frac{m}{4}, \frac{m}{5}, \ldots$

schnell zu zeichnen. Zu diesem Zwecke konstruiere man sich eine Schablone, ein Kurvenlineal, welches innen von den Schenkeln eines rechten Winkels und von der gleichseitigen Hyperbel $y = \frac{1}{x}$ begrenzt wird, wobei $OP = 1$ einfürallemal bestimmt angenommen ist.*) Ist nun z. B. $OC_1 = \frac{m}{1}$, so giebt die Horizontale C_1B_1 die Ordinate $A_1B_1 = \frac{m}{1}$. Trägt man C_1B_1 von O aus beliebig oft auf der X-Achse ab, was A_1, A_2, A_3, A_4, ... giebt, so hat man in den Ordinaten A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3, ... die gesuchten Strecken $\frac{m}{1}$, $\frac{m}{2}$, $\frac{m}{3}$, $\frac{m}{4}$, ... Dies sind z. B. die Potentialwerte der Masse m für die Entfernungen 1, 2, 3, 4, 5, ... Zugleich hat man aber in diesen Linien diejenigen Entfernungen, welche die Potentialwerte in einfacher arithmetischer Reihe aufeinander folgen lassen; denn der Wertfolge des Potentials

$$\frac{m}{r} = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ \ldots$$

entspricht für r die Wertfolge

$$r = \frac{m}{0},\ \frac{m}{1},\ \frac{m}{2},\ \frac{m}{3},\ \frac{m}{4},\ \ldots,$$

was der obigen Ordinatenreihe entspricht. Will man die Genauigkeit der Konstruktionen dadurch erhöhen, dafs

Fig. 8.

man das Intervall der Potentialwerte halb so grofs macht, d. h. will man die Reihe

$$\frac{m}{r} = 0,\ \frac{1}{2},\ \frac{2}{2},\ \frac{3}{2},\ \frac{4}{2},\ \frac{5}{2},\ \frac{6}{2},\ \ldots$$

*) Ein Lehrmittelverlag, wie der von Schröder in Darmstadt, würde solche Schablonen in Metall oder Kautschukmasse (Hartgummi) leicht einführen können. Sie sind nicht nur für die Potentialtheorie von Wichtigkeit, sondern überhaupt für die Physik (Mariottesches Gesetz) und vor allem für die Technik wegen der Arbeitsdiagramme der Expansionsmaschinen, ganz abgesehen von der Unentbehrlichkeit für den Mathematiker.

zu Grunde legen, so hat man hier als Entfernungen zu wählen

$$r = \frac{2m}{0}, \frac{2m}{1}, \frac{2m}{2}, \frac{2m}{3}, \frac{2m}{4}, \ldots$$

wobei $\frac{2m}{2} = \frac{m}{1} = A_1B_1$ ist.

Man erhält diese Radien, indem man die Lote in den Halbierungspunkten der Strecken OA_1, A_1A_2, A_2A_3, A_3A_4 u. s. w. einschaltet.

So erhält man einen einfachen Mechanismus für das Zeichnen der im Folgenden auftretenden Kurvennetze und der daraus abzuleitenden Niveaulinien. Es handelt sich dabei um Zweipunkts-Probleme bei gleichen oder ungleichen Massen, die beide anziehend wirken, oder von denen die eine anziehend, die andere abstofsend wirkt.

6) Die Niveaulinien für das symmetrische Zweipunkt-Problem.

Es handle sich zunächst um das Problem der Anziehung durch zwei gleichwertige festliegende Massenpunkte.

Aufgabe. Die Niveaulinien für dieses Problem zu konstruieren.

Auflösung. Man schlage um die festen Punkte M_1 und M_2 Kreise mit den in Fig. 8 zu A_1, A_2, A_3, A_4, ... gehörigen Ordinaten (und etwa auch mit den durch Halbierung der Grundlinien zu bestimmenden Ordinaten), so dafs man ein Netz krummliniger Vierecke erhält. Die Diagonalkurven dieses Netzes können mit beliebiger Genauigkeit eingezeichnet werden, indem man durch fortgesetzte Interpolation von Ordinaten die Zahl der Vierecke beliebig vermehrt. Im oberen Teile der Figur 9 sind die hierher gehörigen Diagonalkurven gezeichnet. Der untere Teil, der symmetrisch zum oberen ist, ist dort weggelassen. (Die unten gezeichnete Kurvengruppe kommt später zur Sprache.)

Beweis. Dafs diese Kurven solche konstanten Potentials, also Niveaulinien sind, ergiebt sich folgendermafsen.

Die zu M_1 gehörige Kreisgruppe giebt bei zunehmenden Radien nach vorigem Abschnitt Potentialwerte, die nach arithmetischer Reihe abnehmen. Von irgend einem der Eckpunkte aus möge es sich z. B. um die Reihe

$$a,\ a - b,\ a - 2b,\ a - 3b,\ a - 4b,\ \ldots$$

handeln. Dasselbe gilt von der anderen Kreisgruppe, bei abnehmenden Radien aber findet das entgegengesetzte statt, die Potentialwerte nehmen zu, z. B. nach der Reihe

$$a_1,\ a_1 + b,\ a_1 + 2b,\ a_1 + 3b,\ a_1 + 4b,\ \ldots,$$

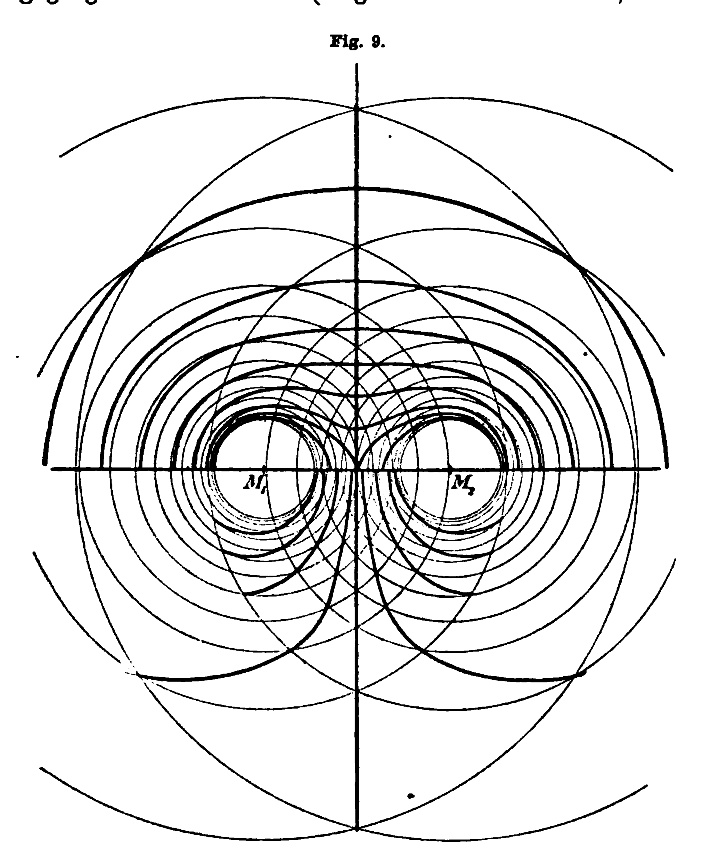
wobei die Differenz b dieselbe ist. Verfolgt man nun die betreffende Diagonalkurve, so ergiebt sich für die aufeinander folgenden Eckpunkte durch Addition der Potentialwerte die Reihe

$$a + a_1,\ a + a_1,\ a + a_1,\ a + a_1,\ \ldots,$$

d. h. eine Reihe konstanter Werte. Die Diagonalkurve ist also eine Niveaulinie.

Bemerkungen. Diese in verschiedene Lehrbücher der Physik übergegangene Konstruktion (vergl. z. B. Joh. Müller, Grundrifs

Fig. 9.

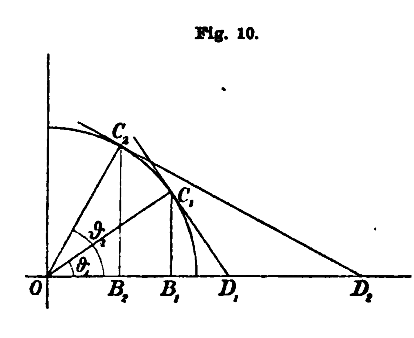


der Physik, Dressel, Lehrbuch der Physik, Börner u. s. w.) reicht für die Schule aus. Man kann aber auch in einer Weise verfahren, die an die gebräuchlichen Ellipsenkonstruktionen erinnert.

Ist $A_1A_2 = c$ und soll z. B. die Kurve $\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = c$ für gegebene Punkte M_1 und M_2 konstruiert werden, so nehme man auf

$A_1 A_2$ einen beliebigen Teilpunkt P an und setze $A_1 P = \frac{1}{r_1}$, $A_2 P = \frac{1}{r_2}$. Im Koordinatensystem denke man sich den Einheitskreis um O geschlagen und mache auf der XAchse $OB_1 = A_1 P$, $OP_2 = A_2 P$. Die in B_1 und B_2 auf der X-Achse errichteten Lote geben auf dem Kreise Punkte C_1 und C_2. Die Tangenten in diesen schneiden die X-Achse in D_1 und D_2. Jetzt ist $OD_1 = r_1$ und $OD_2 = r_2$. (Reciprozität.) Mit diesen Radien schlage man um M_1 und M_2 (z. B. um die Punkte ± 1) Kreisbogen, die, wenn sie sich schneiden, zwei und bei Vertauschung der Mittelpunkte nochmals zwei Punkte der Kurve geben, so dafs man nur einen Quadranten zu konstruieren nötig hat. Jeder Teilpunkt von $A_1 A_2$ giebt so im allgemeinen vier reelle Punkte, jedoch hat die Teilung, wie bei der Ellipsenkonstruktion, eine bestimmte Grenze.

Fig. 10.



Giebt man $A_1 A_2 = c$ verschiedene Werte, so erhält man die ganze Kurvengruppe. Für die YAchse sind (vgl. Figur 9) die Vektoren gleich und jeder folgt der obigen Reihe der Radien, die auf Abnahme der Potentialwerte in arithmetischer Reihe führt. Die Intervalle von Kurve zu Kurve sind also potentiell gleichwertig, d. h. den angezogenen Körper von einer Kurve zur anderen zu bringen, erfordert bei dem Gange nach aufsen überall dieselbe Arbeit, welcher Weg auch eingeschlagen werde. Bei dem umgekehrten Gange wird entsprechende Arbeit gewonnen, d. h. der frei bewegliche Körper gewinnt entsprechend an Geschwindigkeit und an Energie.

Sind P_1 und P_2 im letzteren Falle die beiden Potentialwerte, v_1 und v_2 die entsprechenden Geschwindigkeiten, so ist der Energie-Unterschied

$$P_2 - P_1 = \frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2},$$

oder wenn, wie in der Lehre vom Potential gebräuchlich, die Masse des angezogenen Körpers gleich der Einheit ist

$$P_2 - P_1 = \tfrac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2).$$

Betrachtet man die Schlufslage als veränderlich, läfst man also die Marke 2 weg, so hat man

$$P - P_1 = \frac{1}{2}(v^2 - v_1^2)$$

oder

$$P - \frac{v^2}{2} = P_1 - \frac{v_1^2}{2},$$

d. h. $P - \frac{v^2}{2}$ ist eine konstante Gröfse. Darin liegt der Satz von der Erhaltung der Energie für dieses Problem.

Der Abstand zwischen je zwei benachbarten Kurven ist veränderlich. Die Arbeit, die nötig ist, den beweglichen Körper von der einen zur anderen zu bringen, ist überall dieselbe. Sind also p_1 und p_2 die Mittelwerte der Kraftresultanten an zwei verschiedenen Stellen des Zwischenraumes, w_1 und w_2 die entsprechenden kürzesten Wege von Kurve zu Kurve, so ist

$$p_1 w_1 = p_2 w_2 \quad \text{oder} \quad \frac{p_1}{p_2} = \frac{w_2}{w_1},$$

d. h. die Kräfte sind umgekehrt proportional den als klein angenommenen Kurvenabständen.

Für die Schule dürfte es genügen, die Besprechung auf die beiden Koordinatenachsen zu beschränken, auf denen die Abstände die kleinsten bezw. gröfsten Werte haben, so dafs die anziehende Kraft auf der X-Achse stets den Maximalwert hat, auf der Y-Achse den Minimalwert.

Dabei ist zu betonen, dafs auf den Niveaulinien bezw. auf den durch Drehung um die X-Achse entstehenden Niveauflächen zwar das Potential konstant ist, aber nicht die Gröfse der Anziehungskraft. Für die Elektrizitätslehre z. B. folgt daraus, dafs die Kurven gleicher Intensität ganz andere Gestalt haben, als die Kurven gleichen Potentials.

Handelt es sich um zwei sehr nahe bei einander liegende Niveaulinien, und ist an irgend einer Stelle der kürzeste Abstand gleich w, die Arbeit aber, die nötig ist, von der einen zur anderen überzuführen, gleich A, so ist $pw = A$, also $p = \frac{A}{w}$. Auch auf diese Weise kann man den Mittelwert der Anziehungskraft zwischen den Nachbarkurven finden, wobei sich wiederum ergiebt, dafs die Kräfte umgekehrt proportional den Kurvenabständen sind.

Mit Hülfe einfacher mechanischer Anschauungen lassen sich diese Dinge bequem aufklären. Denkt man sich statt der Punkte M_1 und M_2 zwei homogene, kugelförmige Weltkörper gleicher Masse, deren gegenseitige Anziehung durch eine starre Verbindung unwirksam gemacht ist, und belegt man beide mit ozeanischen Wassermassen, so ordnet sich unter der Voraussetzung, dafs die Wasserteilchen aufeinander keine Anziehung ausüben, das Wasser nach den im oberen Teile der Figur 9 gezeichneten Niveauflächen an. Ist die Wassermenge gering, so hat man nur

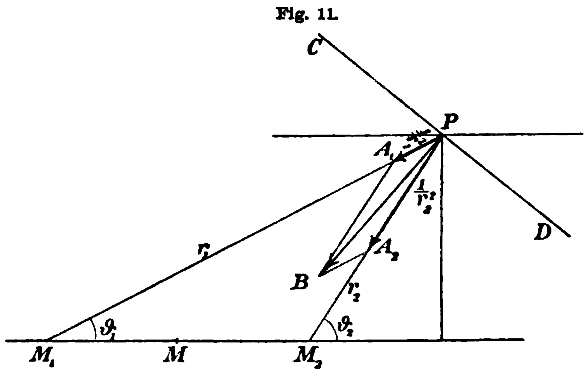
zwei Wasserberge auf den einander zugewendeten Teilen der Kugeloberflächen. In einem bestimmten Falle berühren sich die beiden Ozeane im Schnittpunkte der Achse. Ist noch mehr Wasser vorhanden, so umgiebt der Ozean nach Art der äufseren Kurven beide Kugeln einheitlich. Vergl. unten Fig. 13.

Man nehme z. B. den Zwischenfall, bei dem die Ozeane sich wie die beiden Teile eines Kegels in einer Spitze M berühren. Segelt ein Schiff von der Aufsenseite der einen Kugel aus nach dem Schnittpunkte der Koordinatenachsen hin, so nimmt sein Gewicht allmählich ab und wird in jenem Schnittpunkte gleich Null. Dabei ist die Tiefe des Ozeans allmählich bis zu einem Höchstwerte gewachsen. Ein mitgenommenes Pendel, welches anfangs z. B. Sekundenschwingungen machte, würde langsamere und langsamere Schwingungen erhalten haben und sich schliefslich ganz indifferent verhalten. Der Übergang zu den Schwingungen der Magnetnadel im magnetischen Felde und zu den Erscheinungen im entsprechenden elektrischen Felde macht jetzt keine Schwierigkeiten mehr, sobald der Begriff des Trägheitsmomentes geklärt ist.

Noch klarer wird die Darstellung, wenn man die Gröfse und Richtung der Kraftresultante für jede Stelle durch Konstruktion und Rechnung bestimmt, was zugleich die Normale und Tangente für jede Stelle jeder Niveaulinie giebt. Dabei möge $m = 1$ gesetzt werden.

Aufgabe. P sei ein Punkt der Kurve $\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = c$, die Normale und die Tangente der Kurve soll für P konstruiert werden.

Fig. 11.



Auflösung. Man konstruiere nach obigem Verfahren $PA_1 = \frac{1}{r_1^2}$ und $PA_2 = \frac{1}{r_2^2}$ und setze beides nach dem Parallelogramm der Kräfte zusammen. Dies giebt p nach Gröfse und Richtung und mit letzterer die Normale. Das Lot auf dieser giebt die Tangentenrichtung in P.

Dafs die Resultante auf der Niveaulinie senkrecht steht, wird in den Lehrbüchern der Physik befriedigend auseinandergesetzt, bedarf also hier keines Beweises.

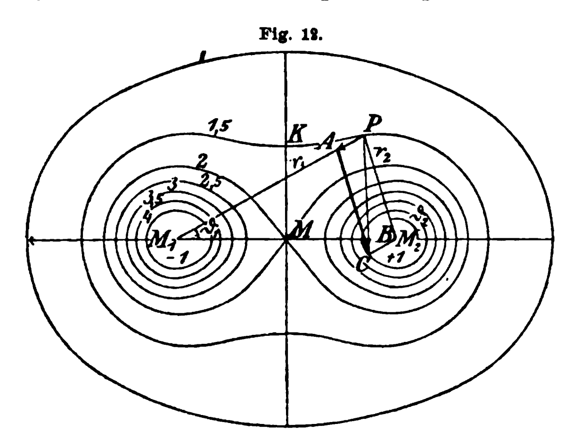
Will man p durch Rechnung finden, so ergiebt es sich aus

$$p^2 = \frac{1}{r_1^4} + \frac{1}{r_2^4} + \frac{2\cos(\vartheta_2 - \vartheta_1)}{r_1^2 r_2^2}.$$

Man kann auch mit Hülfe der wagerechten und senkrechten Seitenkräfte rechnen, was

$$-\xi = \frac{\cos\vartheta_1}{r_1^2} + \frac{\cos\vartheta_2}{r_2^2}, \quad -\eta = \frac{\sin\vartheta_1}{r_1^2} + \frac{\sin\vartheta_2}{r_2^2} \text{ und } p = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}$$

Fig. 12.

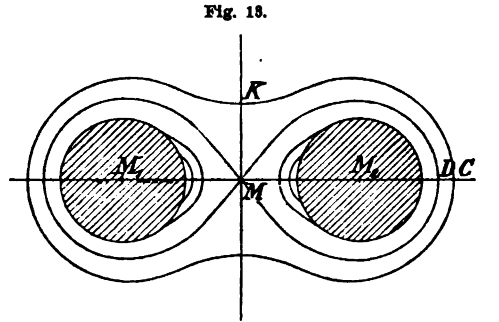


giebt. Dadurch findet man die Tangente des Neigungswinkels α gegen die positive Richtung der X-Achse als

$$\tan\alpha = \frac{\eta}{\xi} = \frac{\frac{\sin\vartheta_1}{r_1^2} + \frac{\sin\vartheta_2}{r_2^2}}{\frac{\cos\vartheta_1}{r_1^2} + \frac{\cos\vartheta_2}{r_2^2}} = \frac{r_2^2\sin\vartheta_1 + r_1^2\sin\vartheta_2}{r_2^2\cos\vartheta_1 + r_2^2\cos\vartheta_2}.$$

Sind M_1 und M_2 nach ± 1 verlegt, so hat man

Fig. 13.



$$\tan\alpha = \frac{\frac{y}{r_1^3} + \frac{y}{r_2^3}}{\frac{x+1}{r_1^3} + \frac{x-1}{r_2^3}}$$

$$= \frac{r_2^3 y + r_1^3 y}{r_2^3(x+1) + r_1^3(x-1}$$

$$= \frac{\sin^3\vartheta_1 + \sin^3\vartheta_2}{\sin^2\vartheta_1(\cos\vartheta_1 + \cos\vartheta_2)}.$$

Die Tangentenrichtung β der Niveaulinie folgt aus $\tan\beta = -\frac{1}{\tan\alpha}$.

[Dieselben Resultate erhält man durch implicites Differentiieren.]

Figur 12) stellt die Niveaulinien für das Zweipunktsystem dar, wobei die Massen M_1 und M_2 nach den Stellen $x = \pm 1$ gelegt sind. Eine der Normalen ist konstruiert worden. Figur 13) stellt das oben besprochene Problem der Anordnung ozeanischer Wassermassen für zwei starr verbundene Weltkörper dar. Nach dem Gesetz der kommunizierenden Röhren giebt z. B. die Wassersäule MK denselben Druck wie die Säule DC.

7) Konstruktion und Gleichung der Kraftlinien für das symmetrische Zweipunktsystem.

Analytisch ist es leicht, mit Hülfe einer Differentialgleichung durch Integration die Gleichung der Kraftlinien, d. h. der die Niveaulinien rechtwinklig durchsetzenden Kurven zu finden. Eine wirklich elementare Behandlung dieser Kurven ist mir nicht bekannt geworden. Wohl findet sich in den Lehrbüchern ihre Konstruktion, jedoch vermifst man die Gleichungen und den Nachweis dafür, dafs die so konstruierten Kurven die Orthogonalkurven sind. In einer für die Zeitschrift deutscher Ingenieure gelieferten Bearbeitung der Potentialtheorie habe ich einen elementaren Weg angegeben, der auch für Schulzwecke gangbar sein dürfte. Die Art, wie ich ihn fand, soll aus Raumgründen hier nicht erörtert werden. Ich gehe also hier von den betreffenden Kurven aus und beweise ihre Orthogonalität.

Ist in Figur 10) $A_1A_2 < 2$, und legt man den Teilpunkt P so, dafs jeder Teil < 1 ist, dann läfst sich nach der Eintragung von A_1P und A_2P in den Einheitskreis OB_1 bezw. OB_2 als Consinuslinie für den Winkel ϑ_1 bezw. ϑ_2 betrachten. An Stelle der Gleichung $OB_1 + OB_2 = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = c$ kann man dann die Gleichung $\frac{OB_1}{1} + \frac{OB_2}{1} = c$ oder

$$\cos\vartheta_1 + \cos\vartheta_2 = c$$

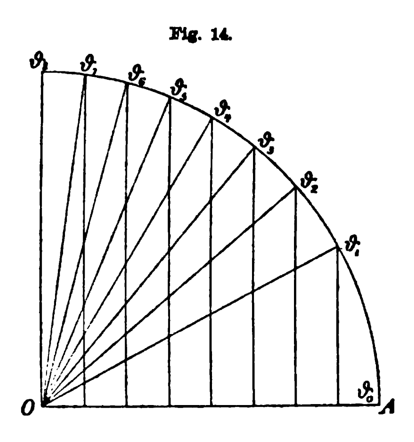
betrachten. Dies ist die Gleichung einer Kurvengruppe, die zur vorigen in naher Beziehung stehen mufs, und es soll unten bewiesen werden, dafs es sich um die Orthogonalkurven des vorigen Systems handelt.

Ihre Konstruktion beginnt genau so, wie die der vorigen Kurven. Ist $A_1A_2 = c$ angenommen und der willkürliche Teilpunkt P gewählt, so mache man wie in Figur 10) $OB_1 = A_1P$, $OB_2 = A_2P$, errichte die Lote B_1C_1 und B_2C_2 bis zur Peripherie, ziehe jetzt aber nicht die Tangenten, sondern die Radien OC_1 und OC_2, wodurch Winkel ϑ_1 und ϑ_2 bestimmt werden. Von den gegebenen Anziehungspunkten M_1 und M_2 aus ziehe man jetzt Vektoren, die mit diesen Radien gleichgerichtet sind. Ihr Schnittpunkt ist ein Punkt der gesuchten Kurven.

Man kann die Zeichnung aus Symmetriegründen auf einen Quadranten beschränken.

Ein einfacher Konstruktionsmechanismus ist in einige physikalische Lehrbücher übergegangen, nur ist dort der Beweis unterlassen.

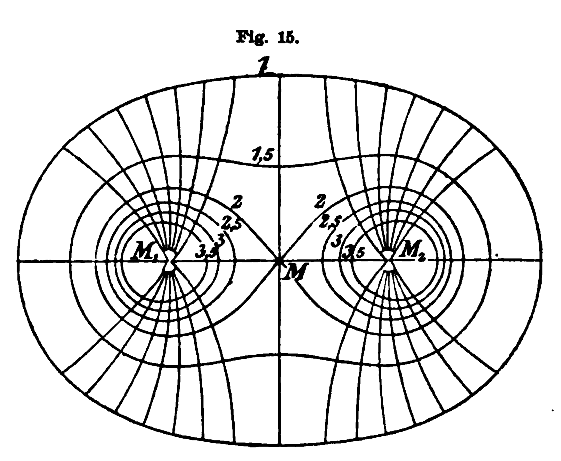
Fig. 14.



Man teile die Basis des Halbkreises in $2n$, z. B. in $2 \cdot 8 = 16$ gleiche Teile ein (in Figur 14 ist nur der Viertelkreis gezeichnet), errichte die besprochenen Lote und bilde die zugehörigen Winkel ϑ. Durch die anziehenden Punkte M_1 und M_2 lege man Strahlen von entsprechender Richtung. Diese teilen die Ebene in ein Netz von Vierecken ein. Die eine Gruppe von Diagonalkurven entspricht dem vorliegenden Problem, die andere dem Problem ungleichartiger Elektrizitäten, die Anziehung und Abstofsung geben. Dies ergiebt sich wieder durch einfaches Abzählen.

In Figur 15) ist die eine Gruppe von Diagonalkurven im Verein mit den Niveaulinien dargestellt.

Fig. 15.



Die Gleichung der neuen Kurvengruppe läfst sich auch in folgender Form schreiben:

$$\frac{y}{r_1} + \frac{y}{r_2} = c$$

oder

$$y = \frac{c r_1 r_2}{r_1 + r_2},$$

d. h.

$$y = c \cdot \frac{\sqrt{[(x+1)^2 + y^2] \cdot [(x-1)^2 + y^2]}}{\sqrt{(x+1)^2 + y^2} + \sqrt{(x-1)^2 + y^2}}$$

oder

$$\frac{y}{\sqrt{(x+1)^2 + y^2}} + \frac{y}{\sqrt{(x-1)^2 + y^2}} - c = 0.$$

Da y auch unter den Wurzeln vorkommt, ist das elementare Umgehen der Differentiation, die hier am besten implicite mit Hülfe

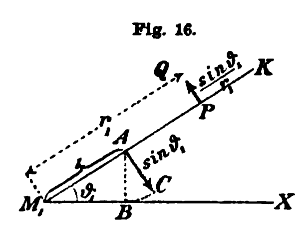
der letzten Gleichung erfolgt, mit grofsen Umständlichkeiten verbunden.

Um zum Ziele zu kommen, schlage ich vor, die folgenden mechanischen Hülfsaufgaben heranzuziehen, die auch aus anderen Gründen von Interesse sind.

Aufgabe. Der durch M_1 gehende Vektor M_1K soll aus der Lage der positiven X-Achse nach der Richtung der positiven Y-Achse hin gedreht werden, jedoch soll dabei ein Widerstand überwunden werden, dessen Moment für jede Lage ϑ des Vektors den Wert $\sin\vartheta_1$ hat. Die zum Drehen nötige Arbeit soll berechnet und graphisch dargestellt werden.

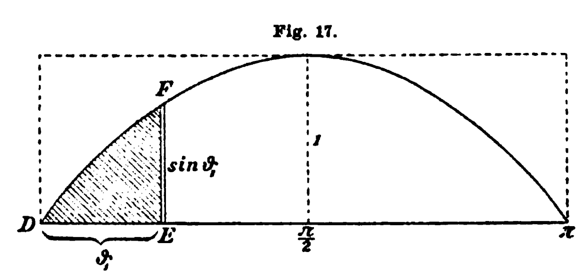
Auflösung. In Figur 16 sei M_1K der Vektor in der Lage ϑ_1 und $M_1A = 1$, so dafs $AB = \sin\vartheta_1 = AC$ ist. Die senkrecht gegen M_1K gerichtete Kraft $AC = \sin\vartheta_1$ hat in Bezug auf den Drehungspunkt M_1 das statische Moment $1 \cdot \sin\vartheta_1 = \sin\vartheta_1$. Unten wird die zur Überwindung desselben nötige Kraft $PQ = \frac{\sin\vartheta_1}{r_1}$ für die beliebige Entfernung $M_1P = r_1$ gebraucht. Ihre Konstruktion ergiebt sich aus dem Hebelgesetz $r_1 : 1 = AC : PQ$. Die Arbeit wird durch die Hebelumsetzung nicht geändert, ist also für jeden Radius r_1 dieselbe.

Fig. 16.



Man erhält ihre graphische Darstellung, indem man die Peripherie des Einheits-Halbkreises gestreckt als Gerade zeichnet und an jeder Stelle $DE = \vartheta_1$ das Lot $EF = \sin\vartheta_1$ errichtet. Die Trapezfläche zwischen zwei Nachbarloten stellt dann die für ihren Abstand nötige Arbeit dar. Die Arbeit, die zur Drehung um den Bogen $\vartheta_1 = DE$ nötig ist, wird also durch die Fläche DEF dargestellt. Die gezeichnete Kurve ist bekanntlich eine Sinuskurve. Sowohl stereometrisch (schräger Cylinderschnitt) als auch durch Reihenberechnung läfst sich elementar zeigen, dafs die Fläche $DEF = \cos 0 - \cos\vartheta_1 = 1 - \cos\vartheta_1$ ist. Denselben Wert hat also die zu berechnende Arbeit. Der Weg von P ist dabei vollständig gleichgültig. Um aus einer Lage ϑ_1' in eine

Fig. 17.



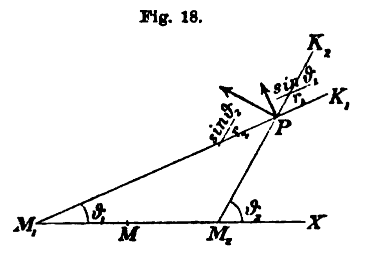
Lage ϑ_1 zu gelangen, ist die Arbeit $(1 - \cos\vartheta_1) - (1 - \cos\vartheta_1') = \cos\vartheta_1' - \cos\vartheta_1$ nötig. Ist $\vartheta_1' = 90^0$, so ist die nötige Arbeit gleich $\cos\vartheta_1$. Sie ist negativ oder positiv, je nachdem die Bewegung des Vektors eine links- oder rechtsdrehende ist. Dabei ist der Widerstand als aktive Kraft zu betrachten. Jeder Vektor ist als eine Niveaulinie des Problems anzusehen, denn die Bewegung auf ihm selbst erfordert die Arbeit Null. Die Kraftlinien sind senkrecht gegen den Radius gerichtet. Im Verhältnis zum Newtonschen Anziehungsprobleme sind also die Kraftlinien und die Niveaulinien vertauscht worden.

Bemerkung. In der Sprache der Analysis ist $-\sin\vartheta_1$ der Differentialquotient von $\cos\vartheta_1$, genau so, wie $-\frac{1}{r^2}$ der Differentialquotient von $\frac{1}{r}$ ist. Demnach steht $\cos\vartheta_1$ zu $\sin\vartheta_1$ in derselben Beziehung, wie $\frac{1}{r^2}$ zu $\frac{1}{r}$. Ist aber $\frac{1}{r^2}$ die Anziehungskraft, so ist $\frac{1}{r}$ der Potentialwert. Man kann also auch $\cos\vartheta_1$ als den Potentialwert für das Widerstandsmoment $\sin\vartheta_1$ betrachten. Man könnte diese Art von Potential als Drehungspotential bezeichnen.

Aufgabe. Der Bewegung eines Punktes P stellen sich zwei Widerstandsmomente $\sin\vartheta_1$ und $\sin\vartheta_2$ entgegen, die sich auf Vektoren r_1 und r_2 beziehen, die um die festen Punkte M_1 und M_2 der X-Achse drehbar sind. Die zur Bewegung nötige Arbeit soll für beliebige Wege von P bestimmt werden.

Auflösung. Ist $M_1P = r_1$, und $M_2P = r_2$, so sind die zu überwindenden Kräfte senkrecht gegen die Vektoren angebracht zu denken und ihre Gröfsen sind $\frac{\sin\vartheta_1}{r_1}$ und $\frac{\sin\vartheta_2}{r_2}$. Nach dem Satze über die algebraische Addition der Arbeiten ist, wenn P aus irgend welcher Lage in der X-Achse nach der augenblicklichen Lage gelangen soll, die Arbeit $(1 - \cos\vartheta_1) + (1 - \cos\vartheta_2) = 2 - (\cos\vartheta_1 + \cos\vartheta_2)$ nötig. Um aus einer Lage ϑ_1', ϑ_2' in eine Lage ϑ_1, ϑ_2 zu gelangen, bedarf es der Arbeit $(2 - \cos\vartheta_1 - \cos\vartheta_2) - (2 - \cos\vartheta_1' - \cos\vartheta_2') = (\cos\vartheta_1' + \cos\vartheta_2') - (\cos\vartheta_1 + \cos\vartheta_2)$. Für die Lage in der Mittelsenkrechten ist $\cos\vartheta_1' + \cos\vartheta_2' = 0$, um also von dort nach der Lage ϑ_1, ϑ_2 zu gelangen, ist die Arbeit $\cos\vartheta_1 + \cos\vartheta_2$ nötig.

Fig. 18.



Ist für zwei verschiedene Lagen die Summe der Cosinus dieselbe, so ist zur Bewegung von der einen zur andern die Arbeit Null nötig. Folglich: Die Kurven $\cos\vartheta_1 + \cos\vartheta_2 = c$ sind die Niveaulinien dieses Problems.

Damit haben die oben konstruierten Kurven eine bestimmte Deutung erhalten, die eigentlich beabsichtigte ergiebt sich aber aus folgender Aufgabe.

Aufgabe. Die Richtungen der Normalen und Tangenten der Kurven $\cos\vartheta_1 + \cos\vartheta_2 = c$ zu bestimmen.

Auflösung. Um die Normale zu bestimmen, setze man die in P angreifenden Kräfte $\frac{\sin\vartheta_1}{r_1}$ und $\frac{\sin\vartheta_2}{r_2}$ nach dem Parallelogramm zusammen. Da uns jetzt nur die Richtung interessiert, gehe man von ihren Komponenten

$$\xi_1 = -\frac{\sin\vartheta_1}{r_1}\sin\vartheta_1,\quad \eta_1 = \frac{\sin\vartheta_1}{r_1}\cos\vartheta_1$$

$$\xi_2 = -\frac{\sin\vartheta_2}{r_2}\sin\vartheta_2,\quad \eta_2 = \frac{\sin\vartheta_2}{r_2}\cos\vartheta_2$$

aus. (Dies giebt $p = \sqrt{(\xi_1 + \xi_2)^2 + (\eta_1 + \eta_2)^2}$.) Sind nun z. B. M_1 und M_2 die Punkte ± 1, so bestimmt sich die Richtung aus

$$\tan\gamma = \frac{\eta_1 + \eta_2}{\xi_1 + \xi_2} = \frac{\frac{1}{r_1}\sin\vartheta_1\cos\vartheta_1 + \frac{1}{r_2}\sin\vartheta_2\cos\vartheta_2}{-\frac{1}{r_1}\sin^2\vartheta_1 - \frac{1}{r_2}\sin^2\vartheta_2}$$

$$= -\frac{\frac{y(x+1)}{r_1^3} + \frac{y(x-1)}{r_2^3}}{\frac{y^2}{r_1^3} + \frac{y^2}{r_2^3}}$$

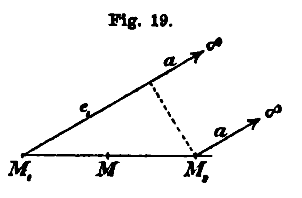
oder

$$\tan\gamma = -\frac{\frac{x+1}{r_1^3} + \frac{x-1}{r_2^3}}{\frac{y}{r_1^3} + \frac{y}{r_2^3}} = -\frac{1}{\tan\alpha} = \tan\beta.$$

Die Richtung der Normale fällt also zusammen mit der der Tangente der Kurven $\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = c$. Folglich: Die Kurven $\cos\vartheta_1 + \cos\vartheta_2 = c$ sind die Orthogonalkurven der Niveaulinien $\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = c$, d. h. sie sind die Kraftlinien des symmetrischen Zweipunktsystems. (Implicites Differentiieren hätte dasselbe ergeben.)

Bemerkung über die Asymptoten der Kraftlinien. Sind die Winkel ϑ_1 und ϑ_2 einander gleich, so fällt der Schnittpunkt der Vektoren in unendliche Entfernung. Da beide Vektoren gleichberechtigt sind, ist er auf der Mittellinie des Parallelstreifens zu suchen. Diese durch M gehende Gerade ist die Asymptote der betreffenden Kraftlinie. Dies stimmt damit überein, dafs die Niveaulinien für gröfser werdende Entfernung und kleiner werdenden Potentialwert allmählich Kreisgestalt annehmen. Da Symmetrie gegen die Koordinatenachsen stattfindet, mufs M Mittelpunkt der unendlich grofsen Kreise sein.

Fig. 19.



Für die Asymptote jeder Kraftlinie ist $\cos\vartheta + \cos\vartheta = c$, also $\cos\vartheta = \frac{c}{2}$. Läfst man c Werte annehmen, die einer arithmetischen Reihe folgen, so nimmt auch $\frac{c}{2}$ solche an. Läfst man nun das System der Niveau- und Kraftlinien um die X-Achse rotieren, so geben die Asymptoten, also auch die Kraftlinien auf der unendlich grofsen Kugelfläche flächengleiche Zonen. Führt man also durch die X-Achse Normalschnitte, die unter gleichen Winkeln auf einander folgen, so wird die unendliche Kugelfläche in flächengleiche Rechtecke eingeteilt.

Fig. 20*).

Von M_1 und M_2 gehen nach dort die von Faraday und Maxwell eingeführten Kraftröhren rechteckigen Querschnittes. (Vergl. Fig. 15.) Der ganze Raum ist in rechtwinkelige Zellen eingeteilt, die potentiell gleichwertig sind. In den neueren Lehrbüchern der Physik ist dies auf Grund

*) Fig. 20 gehört zur folgenden Seite.

experimenteller Anschauungen dargestellt. Das Obige aber giebt eine theoretische Ableitung dieser Dinge in rein elementarer Darstellung.

Bemerkung. Damit ist unsere Hauptaufgabe erledigt. Das zweite symmetrische Problem, Anziehung und Abstofsung betreffend, die beide gleich stark sein sollen, führt auf die Kurven

$$\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} = c, \quad \cos\vartheta_1 - \cos\vartheta_2 = c.$$

Ihre Behandlung und Konstruktion ist der vorigen ganz analog, so dafs sie dem Leser überlassen werden kann. Es handelt sich lediglich um die beiden anderen Gruppen, von Diagonalkurven der Vierecksnetze. Der Wortlaut der Darlegungen verlangt nur wenige Änderungen. Abgesehen von den Symmetrieachsen giebt es hier keine asymptotischen Kurven. In Fig. 20 ist das System skizziert. Der untere Teil von Fig. 9 enthält die Konstruktion der Niveaulinien.

Das unsymmetrische Zweipunkt-Problem und das Problem beliebig vieler Punkte.

Wirken in den festen Punkten M_1 und M_2 die anziehenden Massen m_1 und m_2 auf die Masseneinheit ein, so nehmen die Niveaulinien die Gestalt

$$\frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2} = c,$$

die Kraftlinien die Gestalt

$$m_1 \cos\vartheta_1 + m_2 \cos\vartheta_2 = c$$

an. Zieht die erste Masse an, während die zweite abstofsend wirkt, so tritt — an Stelle von +. Die Konstruktion des Kreisnetzes für die Niveaulinien geschieht ebenso wie früher, nur beginnt die Zeichnung bei der gröfseren Masse mit einem gröfseren Radius, so dafs die Kreise anders auf einander folgen, z. B. bei $m_1 : m_2 = 2 : 1$ nach der obigen Interpolationsmethode. Die Diagonalkurven können für beide Probleme mit beliebiger Genauigkeit eingezeichnet werden, jedoch giebt es auch hier noch eine zweite Konstruktionsmethode mit Hilfe beliebiger Teilpunkte der Strecke $A_1A_2 = c$.

Das Skizzieren bezw. Konstruieren der Kraftlinien geschieht auch hier mit Hilfe von Strahlenbüscheln durch M_1 und M_2, nur verhalten sich jetzt die Zahlen der Sektoren bei beiden Büscheln wie m_1 und m_2; denn in $m_1 \cos\vartheta_1 = c_1$ oder $\cos\vartheta_1 = \frac{c_1}{m_1}$ kann c_1 Werte in arithmetischer Reihe zwischen $-m_1$ und $+m_1$, in $m_2 \cos\vartheta_2 = c_2$ oder $\cos\vartheta_2 + \frac{c_2}{m_2}$ solche zwischen $-m_2$ und $+m_2$ annehmen, was bei gleichen Intervallen auf das obige Verhältnis

führt. So erklären sich die bekannten Sätze über die Anzahl der Kraftlinien.

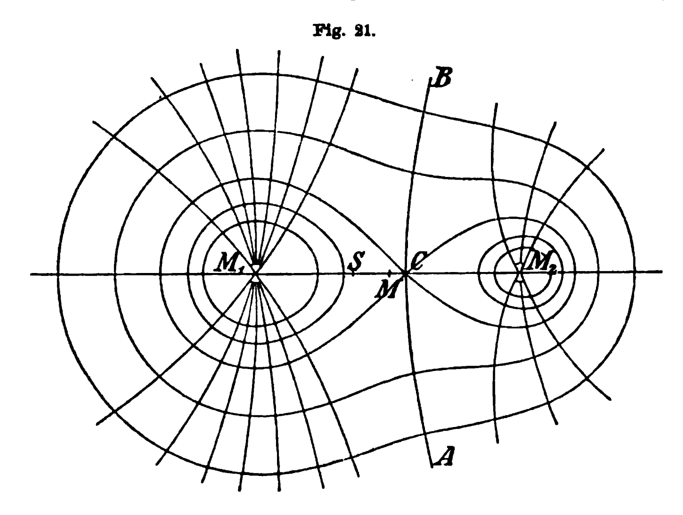
Sind beide Massen anziehende, so haben sämtliche Kraftlinien Asymptoten, die sämtlich durch den Schwerpunkt der Massen m_1 und m_2 gehen, so dafs der Parallelstreif zwischen den beiden Vektoren durch eine Parallele im umgekehrten Verhältnis der Massen geteilt wird. Liegt nämlich die angezogene Masse 1 in unendlicher Entfernung, so handelt es sich (Fig. 19) um parallele Kräfte, die sich wie die Massen verhalten, denn

$$\frac{m_1}{(e_1+a)^2} : \frac{m_2}{a^2} = \frac{m_1}{a^2\left(\frac{e_1}{a}+1\right)^2} : \frac{m_2}{a^2} = \frac{m_1}{a^2} : \frac{m_2}{a^2} = m_1 : m_2,$$

da $\frac{e_1}{a}$ bei sehr grofsem a gleich Null gesetzt werden kann. Die Resultante paralleler Kräfte teilt aber den Parallelstreifen im umgekehrten Verhältnis.

Für die Asymptoten sind ϑ_1 und ϑ_2 einander gleich (Paral-

Fig. 21.

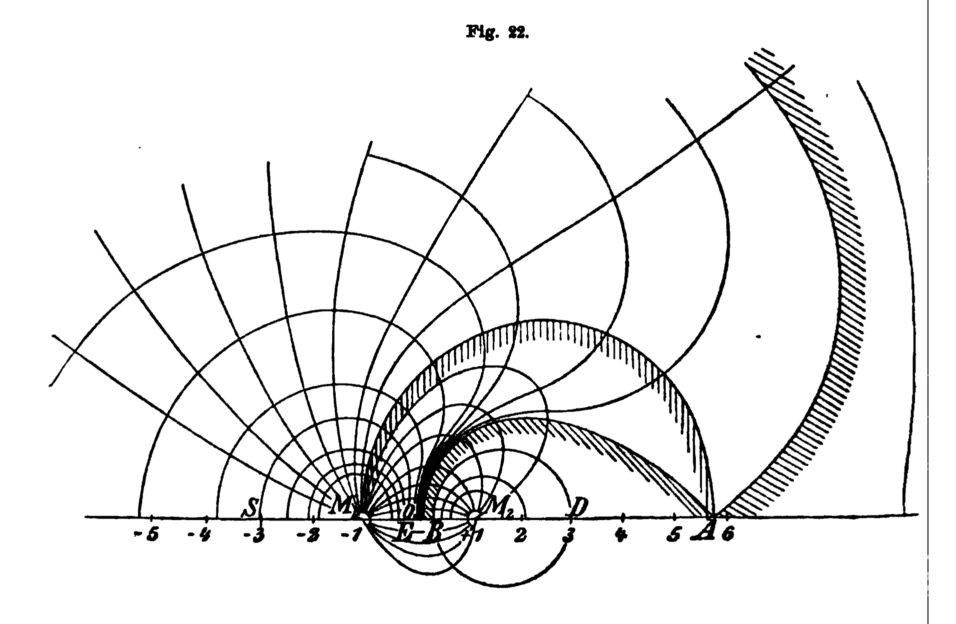


lelismus der Vektoren), so dafs die Gleichung $m_1 \cos\vartheta_1 + m_2 \cos\vartheta_2 = c$ übergeht in $(m_1 + m_2)\cos\vartheta = c$, oder $\cos\vartheta = \frac{c}{m_1 + m_2}$. Hier kann also c Werte zwischen $-(m_1 + m_2)$ und $+(m_1 + m_2)$ in arithmetischer Reihe annehmen. Zu den Niveauflächen gehört eine um den Schwerpunkt S geschlagene Kugel, deren Oberfläche durch die Asymptoten in flächengleiche Zonen eingeteilt ist. Die Anzahlen der durch m_1 bez. m_2 gehenden Kraftlinien verhalten sich ganz von selbst wie m_1 und m_2. Die beiden Gruppen angehörige Grenzlinie teilt die Fläche der unendlichen Kugel in demselben Verhältnis.

Über die Meridianschnitte und die „Kraftröhren“ gilt dasselbe wie vorher. Die Durchführung eines einfachen Beispiels, z. B. für $m_1 : m_2 = 2 : 1$, klärt alle diese Andeutungen in einfacher Weise auf. In Fig. 21 ist das System skizziert.

Ist die eine Masse anziehend, die andere abstofsend, so zeichnet man in die Vierecksnetze die anderen Diagonalkurven ein. Handelt es sich z. B. um $+ m_1$ und $- m_2$, und ist absolut genommen m_1 die gröfsere Masse, so kann man von M_1 aus m_1 Kraftlinien nach M_2 hingehen lassen, die übrigen $(m_1 - m_2)$ aber gehen in's Unendliche, haben Asymptoten, die zu einer Einteilung

Fig. 22.



der unendlichen Kugel in flächengleiche Zonen Veranlassung geben, und diese Asymptoten sind sämmtlich nach dem Schwerpunkt S gerichtet, der aber aufserhalb der Strecke $M_1 M_2$ liegt. Er wird auf der Verbindungslinie gefunden, indem man in beiden Punkten parallele aber entgegengesetzt gerichtete Kräfte von entsprechender Gröfse anbringt und den Angriffspunkt ihrer Resultante graphisch oder rechnend mit Hilfe des Hebelgesetzes bestimmt. In Fig. 22, sind einige der Kurven für $m_1 = +2$, $m_2 = -1$ gezeichnet. Die Berechnungen findet man in der Ingenieur-Zeitschrift, hier möge die oben angegebene Konstruktion genügen.

Liegen elektrische Massen $m_1, m_2, m_3, \ldots m_4$ auf einer Geraden, und sind sie sämmtlich gleichartig, so sind die Niveaulinien und die durch Drehung um die Gerade entstehenden Niveau-

flächen nebst den Kraftlinien ebenfalls elementarer Behandlung fähig. Maſsgebend sind die Gleichungen

$$\frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2} + \cdots + \frac{m_n}{r_n} = c,$$

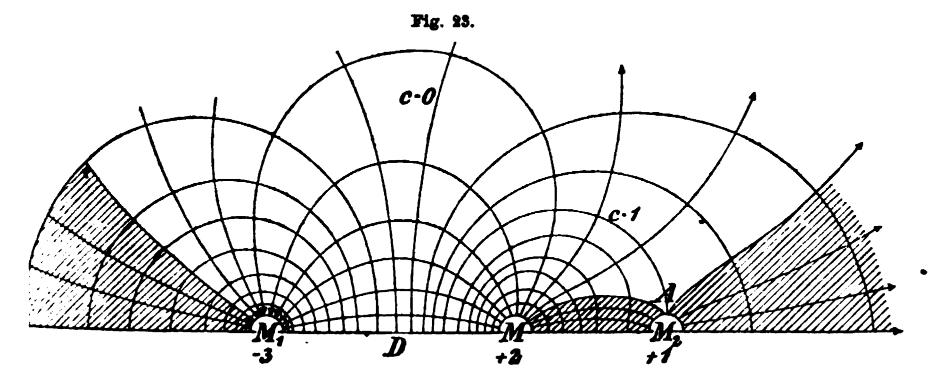
$$m_1 \cos \vartheta_1 + m_2 \cos \vartheta_2 + \cdots + m_n \cos \vartheta_n = c.$$

Sämmtliche Asymptoten der Kraftlinien gehen durch den Schwerpunkt S des Massensystems.

Sind die Punkte teils anziehend, teils abstoſsend, so hat nur der überschieſsende Teil der Kraftlinien Asymptoten und diese gehen durch den mit Hilfe gleichgerichteter und entgegengesetzt gerichteter Parallelkräfte zu bestimmenden Schwerpunkt S. In Fig. 23 ist der Fall $m_1 = -3$, $m_2 = +2$, $m_3 = +1$, der keine Asymptoten bietet, skizziert.

Liegen die Punkte nicht auf einer Geraden, sondern in einer

Fig. 23.



Ebene, so gelten die obigen Gleichungen für die Ebene der Punkte, die zweite aber nicht mehr für den Raum, da die Drehung um die Achse nicht mehr gestattet ist. Die Behandlung wird also schwieriger. Sie tritt ganz aus dem elementaren Bereiche heraus, wenn es sich um mehr als drei Punkte handelt, die nicht in einer Ebene liegen. Allerdings kann man jeden ebenen Schnitt durch die n Kugelsysteme dem Verfahren des Ziehens von Diagonalkurven unterwerfen, womit die Aufgabe grundsätzlich gelöst ist.

In der Zeitschrift deutscher Ingenieure dringe ich nach verschiedenen Richtungen hin noch weiter vor. Im übrigen kann auf das von Weinstein übersetzte Lehrbuch der Elektrizität von Maxwell (Berlin bei Springer) verwiesen werden, welches sehr genaue Konstruktionen bringt. Dieses arbeitet allerdings mit höheren Hilfsmitteln. Hier handelte es sich aber darum, elementare Entwickelungen zu geben.

Was die zweidimensionalen Probleme über stationäre Strömungen für Punktprobleme anbetrifft, die in das Gebiet des logarithmischen

Potentials fallen, so lassen auch diese elementare Betrachtungsweisen zu. Die obigen Gleichungen gehen dabei in folgende über:

$$m_1 \lg r_1 + m_2 \lg r_2 + \cdots + m_n \lg r_n = c_1$$
$$m_1 \vartheta_1 + m_2 \vartheta_2 + \cdots + m_n \vartheta_n = c,$$

so daſs zwischen den Punktproblemen für Newton'sches und logarithmisches Potential eine elementar nachzuweisende Analogie besteht. Die jetzt auftretenden Kurvensysteme habe ich für regelmäſsig liegende Punkte im 83. Bande des Crelle'schen Journals, für beliebig liegende im Programm 1880 der Hagener Gewerbeschule behandelt und sie als reguläre bezw. irreguläre Lemniskaten und Hyperbeln höherer Ordnung bezeichnet. In meiner Einführung in die Theorie der isogonalen Verwandtschaften (B. G. Teubner) ist ihre Theorie ebenfalls zu finden. Nachdem sich auch Hâton de la Goupillière, Lucas, Biermann und andere mit diesen für die Elektrizitäts- und Potentialtheorie wichtigen Kurven beschäftigt haben, haben sie an Bedeutung noch mehr gewonnen. Eine auf sie bezügliche Elementarabhandlung wird demnächst in der Zeitschrift für Mathematik und Physik erscheinen. Dort ziehe ich auch die zu derselben Gattung gehörigen Kurven für gleiche Intensität und konstante Stromrichtung in Betrachtung.

Der zweite Band meiner Ingenieur-Mathematik in elementarer Behandlung soll alles elementar Zugängliche im Zusammenhange bringen. Dabei gehe ich bis zu den elektromagnetischen Problemen und den Helmholtzschen Wirbelbewegungen und zu anderen Teilen der mathematischen Physik vor.

Nun zurück zu der im Eingang berührten Frage, ob die Einführung des Potentialbegriffs auf höheren Schulen möglich ist. Für das Gymnasium ist sie möglich, jedoch unter Einschränkung auf das Notwendigste. Das Realgymnasium kann schon weiter gehen. Die Ober-Realschule aber darf Betrachtungen nach Art der obigen unbedenklich zulassen. Notwendig aber ist der Potentialbegriff für jede Vollanstalt. Soll die neuere Physik nicht mit leeren Worten betrieben werden, so kann seine Definition, seine Veranschaulichung durch das Arbeitsdiagramm, dazu die Konstruktion der Niveau- und Kraftlinien nicht umgangen werden.

Zum Aufgaben-Repertorium.

Redigiert vom Gymnas.-Oberl. C. Müsebeck-Waren in Mecklenburg.

A. Auflösungen.

1508. (Gestellt von Kleiber XXVII_4, 266.) Zwei Strecken A_1B_1 bez. A_2B_2 in der Ebene sind gegeben. Man suche in der Ebene den Punkt O, von welchem aus dieselben als Basen ähnlicher Dreiecke mit der gemeinsamen Spitze O erscheinen. (Vergl. Baltzer).

1. Lösung. a) Die Verlängerungen von A_1B_1 und A_2B_2 schneiden einander in Q, dann ist der zweite Schnittpunkt O der Kreise QA_1A_2 und QB_1B_2 der gesuchte Punkt. Es sind nämlich die Dreiecke OA_1B_1 und OA_2B_2 gleichwendig ähnlich, denn $\sphericalangle\, A_1OA_2 = A_1QA_2 = B_1QB_2 = B_1OB_2$, woraus durch Subtraktion der Identität $\sphericalangle\, A_2OB_1 = A_2OB_1$ folgt $\sphericalangle\, A_1OB_1 = A_2OB_2$. Ferner ist $\sphericalangle\, QB_1O = QB_2O$, also $\sphericalangle\, A_1B_1O = A_2B_2O$. — Auch die Dreiecke OA_1A_2 und OB_1B_2 sind gleichwendig ähnlich, denn $\sphericalangle\, A_1OA_2 = B_1OB_2$ und $\sphericalangle\, OA_1A_2 = OQA_2 = OB_1B_2$. — Ist R der Schnittpunkt von A_1A_2 und B_1B_2, so schneiden sich die Kreise RA_1B_1 und RA_2B_2 in demselben Punkte O wie vorhin, woraus folgt, daſs auch die Dreiecke OA_1B_1 und OA_2B_2 gleichwendig ähnlich sind. —

b) Die Umkreise der Dreiecke QA_1B_1 und QA_2B_2 schneiden sich in einem Punkte w_1 von solcher Lage, daſs die Dreiecke $w_1A_1B_1$ und $w_1A_2B_2$ ungleichwendig ähnlich sind, dann ist $\sphericalangle\, A_1QB_2 = 180^0 - A_1w_1B_2$ und $\sphericalangle\, B_1QA_2 = 180^0 - A_2w_1B_1$; da aber $\sphericalangle\, A_1QB_2 = B_1QA_2$ ist, so muſs $\sphericalangle\, A_1w_1B_2 = A_2w_1B_1$ sein. Zieht man davon die Identität $\sphericalangle\, A_1w_1A_2 = A_1w_1A_2$ ab, so folgt $\sphericalangle\, A_2w_1B_2 = \sphericalangle\, A_1w_1B_1$. Ferner ist in dem centrischen Viereck $QA_2w_1B_1$ $\sphericalangle\, w_1B_1Q = 180^0 - w_1A_2Q$, also $\sphericalangle\, w_1B_1A_1 = w_1A_2B_2$. — Ebenso wird bewiesen, daſs die Kreise RA_1B_2 und RA_2B_1 sich in einem Punkte w_2 von solcher Lage schneiden, daſs die Dreiecke $w_2A_1A_2$ und $w_2B_1B_2$ ungleichwendig ähnlich sind.

Beseke. Hermes (Lingen a. d. Ems). Lachnit. Lökle. Leman. Pilgrim. Stoll.

2. Lösung. Ist $\triangle\, A_1B_1O \sim A_2B_2O$, so ist $\sphericalangle\, A_1OB_1 = A_2OB_2$, also auch $\sphericalangle\, A_1OA_2 = B_1OB_2$. Ferner verhält sich

$A_1O : A_2O = B_1O : B_2O$, es mufs also auch $\triangle A_1OA_2 \sim B_1OB_2$ sein d. h. $A_1A_2 : B_1B_2 = A_1O : B_1O = A_2O : B_2O$. O liegt also auf den beiden zu A_1B_1 und A_2B_2 gehörigen Apollonischen Kreisen, welche A_1B_1 und A_2B_2 im Verhältnis von $A_1A_2 : B_1B_2$ innerlich und äufserlich teilen. HELLMANN. LÖKLE. STECKELBERG. STEGEMANN.

Vergl. Hahn: Über Äquipollenzen und ihre Anwendung XIX_1, 6. Art. 8. LEMAN.

1509. (Gestellt von Kleiber XXVII_4, 266.) Drei Gerade im Raume G_1, G_2, G_3 sind gegeben. Man bestimme den Ort des Punktes P von der Bedingung, dafs die von P aus auf die drei Geraden gefällten Senkrechten in einer Ebene liegen.

1. Lösung. Durchläuft der beliebige Punkt P eine beliebige gerade Punktreihe L, so erzeugt der Schnitt, der durch die Lote von P auf G_1 und G_2 bestimmten Ebene mit der unendlich fernen Ebene in letzterer einen zu L projektivischen Strahlenbüschel zweiter Ordnung. Desgleichen beschreibt der Schnittpunkt des Lotes von P auf G_3 mit der unendlich fernen Ebene in dieser die ebenfalls zu L projektivische gerade Punktreihe G_3'. Der Strahlenbüschel ist dann zu G_3' gleichfalls projektivisch und es gehen nicht mehr als 3, jedenfalls aber ein Strahl des Büschels durch die entsprechenden Punkte von G_3'. (Reye: Geom. der Lage I, p. 108, 2. Aufl.). Es liegen somit auf L höchstens 3 Punkte des Ortes, der Ort ist also eine Fläche dritter Ordnung.

Man erkennt sofort, dafs G_1, G_2, G_3 der Fläche angehören, ebenso die drei Geraden L_1, L_2, L_3, die den kürzesten Abstand bez. von G_2 und G_3, G_1 und G_3, G_1 und G_2 enthalten. Wird die Ebene G_1L_2 von L_1 in B_1 und von G_2 in B' geschnitten, so ist B_1B' ebenfalls eine Gerade der Fläche. Analog erhält man durch die Ebenen G_1L_3; G_2L_1; G_2L_3; G_3L_1 und G_3L_2, welche bez. durch L_1 und G_3; L_2 und G_1; L_2 und G_3; L_3 und G_1; L_3 und G_2 geschnitten werden, 5 weitere Gerade. LEMAN.

2. Lösung. Die Gleichungen von G_1 und der zu G_1 senkrechten Ebene, die durch einen Punkt P geht, ergeben die Koordinaten des Fufspunktes F_1 des von P auf G_1 gefällten Lotes und in derselben Weise findet man die Koordinaten der Fufspunkte F_2 und F_3 der von P auf G_2 und G_3 gefällten Lote. Die Bedingungsgleichung dafür, dafs die 4 Punkte P, F_1, F_2, F_3 in einer Ebene liegen, giebt alsdann als Gleichung des verlangten geometrischen Ortes eine Fläche dritten Grades. PILGRIM.

1510. (Gestellt von Michnik XXVII_4, 266.) Die lineare Gröfse der Tagbogen der Gestirne auf einem Himmelsglobus vom Radius 1 ist für eine gegebene Polhöhe φ abhängig von der Deklination δ der Gestirne. Bei welcher Deklination ist der Tagbogen

ein Maximum und wann ein Minimum? Unter welcher Polhöhe fällt das Maximum mit dem Minimum zusammen?

Auflösung. Es ist klar, dafs zwei Minima eintreten für $\delta = \varphi - 90^0$ und für $\delta = 90^0$. Dazwischen mufs ein Maximum liegen, für welches die Deklination notwendig positiv und der Stundenwinkel des Gestirns gröfser als 90^0 sein mufs. Ist t_0 der Stundenwinkel beim Untergang, so ist $\cos t_0 = -\operatorname{tg}\varphi \operatorname{tg}\delta$; die Länge des Tagbogens ist $l = 2t_0 \cos\vartheta$. Nach bekannter Methode findet man, dafs ein Maximum eintritt, wenn $t_0 \sin t_0 = \frac{\operatorname{tg}\varphi}{\sin\vartheta \cos\vartheta}$ oder $\sin 2\vartheta = \frac{2\operatorname{tg}\varphi}{t_0 \sin t_0} = \frac{2\operatorname{tg}\vartheta}{1+\operatorname{tg}\vartheta^2} = -\frac{2\cos t_0 \operatorname{cotg}\varphi}{1+\cos t_0^2 \cot\varphi^2}$ ist. Hieraus folgt 1) $\cos t_0 (t_0 \sin t_0 + \cos t_0) + \operatorname{tg}\varphi^2 = 0$, sodafs also, falls $\varphi > 0$, stets $t_0 > \frac{\pi}{2}$, also $\delta > 0$ sein mufs und $\operatorname{tg}\left(t_0 - \frac{\pi}{2}\right) < t_0$ d. h. $t_0 < 160^0\, 20'\, 9''$. Diejenige Polhöhe Φ, für welche das Maximum mit dem Minimum zusammenfällt, ergiebt sich, wie in bekannter Weise abgeleitet wird, aus $\operatorname{tg} 2t_0 = 2t_0$, sodafs mit Berücksichtigung von 1) $\operatorname{tg}\Phi^2 = -\frac{\cos t_0^4}{\cos 2t_0}$ wird. Es ist $\Phi = 40^0\, 1'\, 15''$; unter dieser Polhöhe ist das Maximum oder Minimum von $l = 3{,}6026$, das zugehörige $t_0 = 128^0\, 43'\, 36''$ und die zugehörige Deklination $\delta = 36^0\, 41'\, 12''$.

Lökle. Michnik (Neisse). Pilgrim. Stoll.

1511. (Gestellt von Emmerich XXVII_4, 267.) Die vier Lösungspaare des Systems $x + y^2 = y + x^2 = a + a^2$ zu bestimmen. Beispiel $a = \frac{3}{4}$.

Auflösung. Aus 1) $x + y^2 = a + a^2$ und 2) $y + x^2 = a + a^2$ erhält man, wenn man 2) von 1) subtrahiert $x - y - (x^2 - y^2) = 0$, also 3) $x = y$ oder 4) $x + y = 1$. Durch 3) erhält man aus 1) die Wurzeln $x_1 = y_1 = a$; $x_2 = y_2 = -(1 + a)$ und durch 4) die Wurzeln $x_3 = y_4 = \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{4a^2 + 4a - 3}\right)$ und $x_4 = y_3 = \frac{1}{2}\left(1 - \sqrt{4a^2 + 4a - 3}\right)$. Für $a = \frac{3}{4}$ erhält man $x_1 = y_1 = \frac{3}{4}$; $x_2 = y_2 = -\frac{7}{4}$; $x_3 = y_4 = \frac{5}{4}$; $x_4 = y_3 = -\frac{1}{4}$.

Bernbach. Beseke. Emmerich. Franz. Haberland. Hellmann. Koch (Cottbus). Lökle. Pilgrim. Schwab (Crefeld). Steckelberg. Stegemann. Stoll. Trognitz. Eckhardt (Bad Ems). Heckhoff. Lachnit.

1512. (Gestellt von Emmerich XXVII_4, 267.) Die neun Lösungspaare des Systems $x + y^3 = y + x^3 = a + a^3$ zu bestimmen und für $a + a^3 = 1$ die reellen Lösungen ziffernmäfsig festzustellen.

Auflösung. Aus den Gleichungen 1) $x + y^3 = a + a^3$ und 2) $y + x^3 = a + a^3$ folgt sofort 3) $x = y$ und 4) $x^2 + xy + y^2 = 1$. Die Gleichungen 1) und 3) haben die Wurzeln $x_1 = y_1 = a$;

$x_{2,3} = y_{2,3} = -\frac{a}{2} \pm \frac{i}{2}\sqrt{3a^2+4}$. — Addiert man ferner die Gleichungen 1) und 2), so erhält man $(x+y)+(x^3+y^3) = 2(a+a^3)$ oder $(x+y)(1+(x^2-xy+y^2)) = 2(a+a^3)$ oder, da $x^2+y^2 = 1-xy$ ist, 5) $(x+y)(1-xy) = a+a^3$. Setzt man nun in 4) und 5) $x+y=z$ und $xy=u$ und eliminiert u, so gelangt man zu der Gleichung 6) $z^3-2z=-a-a^3$, aus der z zu bestimmen ist. Ist z bekannt, so lassen sich x und y leicht berechnen. — Für $a+a^3=1$ bleiben $x_2, y_2; x_3, y_3$ imaginär, während x_1 und y_1 sich aus der cardanischen Formel ergeben. Die Gleichuug 6) geht über in $z^3-2z+1=0$ oder $(z-1)(z^2+z-1)=0$, woraus für $z=1$ folgt $x_4=1, y_4=0$; $x_5=0$, $y_5=1$. Ferner ist $z=x+y=-\frac{1}{2}\pm\frac{1}{2}\sqrt{5}$ und $u=xy=\frac{1}{2}\mp\frac{1}{2}\sqrt{5}$, woraus $x_6=y_7=\frac{1}{4}\left(-1+\sqrt{5}+\sqrt{6\sqrt{5}-2}\right)$;

$$x_7=y_6=\frac{1}{4}\left(-1+\sqrt{5}-\sqrt{6\sqrt{5}-2}\right);$$

$$x_8=y_9=\frac{1}{4}\left(-1-\sqrt{5}+i\sqrt{6\sqrt{5}+2}\right);$$

$$x_9=y_8=\frac{1}{4}\left(-1-\sqrt{5}-i\sqrt{6\sqrt{5}+2}\right) \text{ folgt.}$$

BERMBACH. ECKHARDT. EMMERICH. FRANZ. KOCH. LACHNIT. PILGRIM. STOLL.

1513. (Gestellt von Emmerich XXVII$_4$, 267.) a) $(x+1)^7-1^7 = (x-1)^7+1^7$. b) $(1+x)^7+(1-x)^7 = 2^7$.

Auflösung. a) Da $(1+x)^7+(1-x^7) = 2(1+21x^2+35x^4+7x^6)$ ist, giebt die erste Gleichung $2(1+21x^2+35x^4+7x^6) = 2$ oder $x^2(x^4+5x^2+3)=0$, sodafs $x_{1,2}=0$ und x_3, x_4, x_5, x_6 bestimmt sind durch $x^2=\frac{1}{2}(-5\pm\sqrt{13})$.

b) Die zweite Gleichung geht über in $2(1+21x^2+35x^4+7x^6) = 2\cdot 64$ oder 1) $x^6+5x^4+3x^2-9=0$. Demnach ist $x_1=1$, $x_2=-1$; dividiert man 1) durch x^2-1, so folgt $x^4+6x^2+9 = (x^2+3)^2 = 0$, also $x_{3,4}=i\sqrt{3}$; $x_{5,6}=-i\sqrt{3}$.

BERMBACH. BESEKE. EMMERICH. FRANZ. KOCH. HELLMANN. PILGRIM. SCHWAB. STECKELBERG. STOLL. TROGNITZ. ECKHARDT. HABERLAND. LACHNIT.

Anmerkung. Die Systeme $x^7+y^7=2a^7$, $x+y=a$; $x^7+y^7=a^7$, $x+y=a$ lassen sich leicht auf obige Gleichungen zurückführen.

EMMERICH.

1514. (Gestellt von Emmerich XXVII$_4$, 267.) $x^7+a^7+b^7 = (x+a+b)^7$.

1. Auflösung. Setzt man $x=\xi-\alpha$, $a=\alpha-\beta$, $b=\alpha+\beta$, so wird $(\xi-\alpha)^7+(\alpha-\beta)^7+(\alpha+\beta)^7 = (\xi+\alpha)^7$ oder $(\alpha+\xi)^7+(\alpha-\xi)^7 = (\alpha+\beta)^7+(\alpha-\beta)^7$, woraus durch Auflösen der Klammern und Transponieren die Gleichung $\xi^2-\beta^2+5\alpha^2(\xi^4-\beta^4)+3\alpha^4(\xi^2-\beta^2)=0$ folgt. Aus dieser Gleichung ergiebt sich

$(\xi^2 - \beta^2)[\xi^4 + (5\alpha^2 + \beta^2)\xi^2 + 3\alpha^4 + 5\alpha^2\beta^2 + \beta^4] = 0$; also $\xi_1 = \beta$, $\xi_2 = -\beta$ oder $x_1 = -a$, $x_2 = -b$. Ferner wird $\xi^2 = \frac{1}{2}\left(-5\alpha^2 - \beta^2 \pm \sqrt{(\alpha^2 - \beta^2)(13\alpha^2 + 3\beta^2)}\right)$, wodurch x_3, x_4, x_5, x_6 bestimmt sind.

EMMERICH.

2. Auflösung. Die Gleichung ist vom sechsten Grade, ihr genügen die Wurzeln $x_1 = -a$ und $x_2 = -b$. Löst man die Klammern auf, ordnet und dividiert durch $x^2 + (a+b)x + ab$, so erhält man eine Gleichung vierten Grades, welche durch die Substitution $x = y - \frac{a+b}{2}$ in die reduzierte Form übergeht, deren Wurzel man, da auch die erste Potenz von y fortfällt, leicht bestimmen kann. Die Wurzeln x_3 bis x_6 sind enthalten in $-\frac{a+b}{2}$ $\pm \frac{1}{2}\sqrt{-(3a^2 + 4ab + 3b^2) \pm 2\sqrt{ab(4a^2 + 5ab + 4b^2)}}$.

BERMBACH. BESEKE. ECKHARDT. FRANZ. PILGRIM. STECKELBERG. STOLL.

Anmerkung. Das System $x^7 + y^7 + a^7 + b^7 = 0$, $x + y + a + b = 0$ kommt auf die obige Form hinaus.

EMMERICH.

1515. (Gestellt von Emmerich XXVII$_4$, 267.) Die Gleichung $(1 - x^2)^2 = (1 - x^3)^3$ aufzulösen, insbesondere ihre reellen Wurzeln ziffernmäfsig darzustellen.

Auflösung. Setzt man $1 - x^3 = y^2$, so wird $1 - x^2 = y^3$ und man hat das System $x^2 + y^3 = y^2 + x^3 = 1$, das die gesuchten 9 Werte für x ergiebt. Aus $x^3 - y^3 = x^2 - x^2$ folgt $(x - y)(x^2 + xy + y^2 - x - y) = 0$, also 1) $y = x$ und 2) $x^2 + xy + y^2 - x - y = 0$. Aus 1) ergiebt sich die Gleichung $x^3 + x^2 = 1$, welche eine reelle Wurzel $x_1 = 0{,}754877$ hat, x_2 und x_3 sind imaginär. Setzt man in 2) $x + y = u$, $xy = v$ ein, so erhält man die Gleichung $u^2 - v - u = 0$ oder 3) $v = u^2 - u$. Nimmt man hierzu die Gleichung $x^2 + y^2 + x^3 + y^3 = 2$ oder 4) $u^2 - 2v + u^3 - 3uv = 2$, so erhält man durch Elimination von v aus 3) und 4) $u^3 - u^2 - u + 1 = 0$ oder $(u+1)(u^2 - 2u + 1) = 0$, mithin wird $u_{4,5} = -1$, $u_{6,7,8,9} = 1$, $v_{4,5} = 2$, $v_{6,7,8,9} = 0$. Demnach wird $x_{4,5} = \frac{1}{2}(-1 \pm i\sqrt{7})$, $x_{6,7} = 1$; $x_{8,9} = 0$, sodafs $(1 - x^2)^2 - (1 - x^3)^3 \equiv x^2(x-1)^2(x^2 + x + 2)(x^3 + x^2 - 1)$ ist.

ECKHARDT. EMMERICH. FRANZ. LACHNIT. LÖKLE. PILGRIM. STECKELBERG. STOLL.

1516. (Gestellt von Mating-Sammler XXVII$_4$, 267.) Drückt man irgend eine Geldsumme kleiner als 11 £ in £, Schilling s und Pences d aus, wobei jedoch die Anzahl der Pences kleiner als die Anzahl der £ sein mufs, vertauscht man die Zahl der £ mit der Zahl der d, zieht die so erhaltene Summe von der ersten Summe ab, vertauscht in dem Rest wieder die Zahl der £ mit der Zahl der d und addiert die beiden letzten Beträge, so erhält man als Summe stets 12 £ 18 s 11 d.

Beweis. Von $x\pounds ysxd$ sollen $z\pounds ysxd$ abgezogen werden. Da $x > z$ ist, schreibe man $(x-1)\pounds(y+19)d(z+12)d - z\pounds ysxd$, was den Rest $(x-z-1)\pounds\,19s\,(z-x+12)d$ giebt. Addiert man hierzu $(z-x+12)\pounds\,19s\,(x-z-1)\,d$, so erhält man $12\pounds\,18\,s\,11\,d$.

Bernbach. Beseke. Emmerich. Frank. Haberland. Heckhoff. Hellmann. Kücker (Stettin). Lachnit. Lökle. Mating-Sammler (Werdau i. Sachsen). Pilgrim. Steckelberg. Stoll.

Verallgemeinerung. Die Aufgabe kann für irgend drei Münzsorten A, B, C ausgeführt werden. Es sei $A = kB$ und $B = pC$, dann ist die Geldsumme $aA + bB + cC$, wo $a > c$ sein mufs; hiervon ist zu subtrahieren $cA + bB + aC$, mithin bleibt als Rest $(a-1-c)A + (k-1)B + (p+c-a)C$. Wird nun $(p+c-a)A + (k-1)B + (a-1-c)C$ addiert, so erhält man die Summe $pA + (k-2)B + (p-1)C$, die von a, b, c unabhängig ist. Die einzige zu erfüllende Bedingung aufser $a > c$ ist $p + c > a$. In obiger Aufgabe braucht also die erste Geldsumme nicht kleiner als $11\pounds$ sein, sondern es ist nur erforderlich, dafs die Zahl der $\pounds$ gröfser ist als die Zahl der d, aber nicht gröfser als die um 12 vermehrte Zahl der d. Kücker.

1517. (Gestellt von Schwarz XXVII$_6$, 437.) Ein Dreieck zu konstruieren aus h_c, α, w_b.

1. Analysis: Durch h_c und α wird die Seite b bestimmt. Hält man nun die Winkelhalbierende DB fest, so ist ein Ort für A der Kreisbogen über DB, welcher den Winkel α fafst. Da AC die konstante Länge b hat, so ist ein Ort für C eine Kreiskonchoide und, da ferner die beiden Winkel bei B gleich sind, so ergiebt sich, dafs, wenn A den vorhin genannten Kreis durchläuft, die Geraden DC und BC kongruente Strahlenbüschel mit entgegengesetztem Drehungssinn beschreiben. Daher ist der zweite Ort für C eine gleichseitige Hyperbel, von welcher DB Durchmesser ist.

Bücking (Metz).

2. Analysis: Der Fufspunkt E der Höhe h_c sei Anfang eines rechtwinkligen Koordinatensystems. Verbindet man C mit einem beliebigen Punkte von AB und halbiert den entstandenen Winkel, so läfst sich leicht zeigen, dafs alle Winkelhalbierenden eine Parabel umhüllen, deren Achse die Höhe h_c, deren Brennpunkt C und deren Direktrix AB ist. Es ist also an eine Parabel eine Tangente so zu ziehen, dass dieselbe zwischen der Direktrix und einer gegebenen Geraden AC eine gegebene Länge w_b erhält. Man bestimme daher den geometrischen Ort der Punkte, welche dadurch entstehen, dafs man auf den Parabeltangenten von ihren Schnittpunkten mit der Direktrix eine gegebene Strecke abträgt (Kurve 6. Ord.); dann ist der Schnittpunkt dieser Kurve mit AC der Punkt D.

Lachnit (Ung. Hradisch-Mähren).

1518. (Gestellt von Adami XXVII$_6$, 437.) Ein Dreieck zu konstruieren aus h_a, t_b, w_c.

Analysis: Es sei B' die Mitte von AC und $CE = w_c$. Zieht man $B'D \perp BC$, so ist $B'D = \frac{1}{2} h_a$, also $\Delta BB'D$ und somit $BD = f$ bekannt. Denkt man sich nun den Punkt C auf CB festgelegt und das Dreieck BDB' längs CB verschoben, so beschreiben B' und A parallele Punktreihen, deren Träger bekannt sind; B und B' beschreiben kongruente Punktreihen und A durchläuft seine Punktreihe mit doppelter Geschwindigkeit als B' und B. Daher schneiden sich die verschiedenen AB in einem Punkte, welchen man erhält, indem man auf CB von C aus $2f$ abträgt und im Endpunkte nach unten eine Senkrechte gleich h_a errichtet. Der Endpunkt dieses Lotes ist der gesuchte Punkt R. Bringt man nun die verschiedenen Strahlen durch R mit den Geraden CB und der zu ihr durch A gezogenen Parallelen zum Durchschnitt, verbindet die so erhaltenen Punkte A und B mit C und halbiert den Winkel ACB, so beschreibt der Endpunkt E der Winkelhalbierenden eine Kurve, welche punktweise, also in ihrem Verlaufe konstruiert werden kann. Der Kreis um C mit w_c ist der zweite Ort für E.

Bücking. Lachnit ähnlich mit Hilfe von Koordinaten.

1519. (Gestellt von Adami XXVII$_6$, 437.) Ein Dreieck zu konstruieren aus dem Höhenschnittpunkt H, dem Schwerpunkt G und dem Mittelpunkt J des Inkreises.

Analysis. Verlängert man HG um seine Hälfte, so erhält man den Mittelpunkt O des Umkreises. Die Mitte F von OH ist der Mittelpunkt des Feuerbachschen Kreises. Sind r und ϱ die Radien des Umkreises und des Inkreises, so ist 1) $\frac{1}{2} r - \varrho = JF$, weil der Feuerbachsche Kreis den Inkreis von innen berührt; ferner ist 2) $r^2 - 2r\varrho = JO^2$. Aus 1) und 2) folgt $2r = JO^2 : JF$, $\varrho = \frac{1}{2} r - JF$. Ein Kreis, der JO in O berührt und durch F geht, und der JF in L schneidet, ergiebt also $JL = 2r$. Man kennt also vom Dreieck ABC den Um- und Inkreis der Lage nach, sowie den Höhenschnittpunkt H. Die Aufgabe, hieraus das Dreieck zu zeichnen, ist ihrer Natur nach eine kubische, übersteigt also die Grenzen der Elementargeometrie.

Die Gleichung, deren Wurzeln die Abstände des Punktes O von den Dreiecksseiten, also die Gröfsen $r\cos\alpha$, $r\cos\beta$, $r\cos\gamma$ sind, heifst $x^3 - rx^2 (\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma) + r^2 x (\cos\beta\cos\gamma + \cos\gamma\cos\alpha + \cos\alpha\cos\beta) - r^3 \cos\alpha\cos\beta\cos\gamma = 0$. Hier kann man die Koefficienten mittelst r, ϱ und der in der Konfiguration $FGHOI$ gegebenen Strecken darstellen. Es ist $r(\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma) = r + \varrho$; $r\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma = (r^2 - HO^2) : 8r = \sigma$; $2r^2(\cos\beta\cos\gamma + \cos\gamma\cos\alpha + \cos\alpha\cos\beta) = r^2(\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma)^2 - r^2(\cos\alpha^2$

$+ \cos\beta^2 + \cos\gamma^2) = (r+\varrho)^2 - (r^2 - 2r\sigma) = \varrho^2 + 2r\varrho + 2r\sigma$. Die Gleichung wird daher $x^3 - (r+\varrho)x^2 + \left(\frac{1}{2}\varrho^2 + r\varrho + r\sigma\right)x - r^2\sigma = 0$.

Bemerkung: 1) σ ist die Hälfte des Inkreisradius des Höhenfufspunktdreiecks. 2) Eine andere mechanische Lösung der Aufgabe: Ein Dreieck zu zeichnen, wenn der Umkreis (O, r), der Inkreis (J, ϱ) und der Höhendurchschnittspunkt H gegeben sind, giebt M. Biddle in den Mathematical Questions and Solutions from the Educational Times Bd. 50 p. 97. Nachdem man den Kreis um J durch O beschrieben und auf einem Papierstreifen zwei Punkte P, Q im Abstande r von einander markiert hat, verschiebe man den Streifen so, dafs er durch H geht und dafs P auf den Kreis (O, r) und Q auf den Kreis (J, JO) fällt. Dann liegt P auf einer Ecke des gesuchten Dreiecks. — Der Beweis stützt sich auf die Kongruenz der Dreiecke POJ, PQJ; trifft PJ den Umkreis in K, so ist $OK \parallel PQ$.

EMMERICH (Mühlheim-Ruhr).

1520. (Gestellt von Steckelberg XXVII_6, 437.) Von einem Dreieck kennt man c und t_c. Welches ist der Ort für den Höhenschnittpunkt H? Besonderer Fall, wenn $t_c = \frac{1}{2}c$ ist.

Auflösung: Im Dreieck ABC sei D die Mitte von AB, CE die Höhe auf AB und H' der Spiegelpunkt von H in Bezug auf AB. Dann liegt H' auf dem Kreise ABC; mithin ist $CE \cdot EH' = BE \cdot EA$. Setzt man $DE = x$, $EH = EH' = y$, so erhält man $\sqrt{t_c^2 - x^2}\cdot y = \left(\frac{1}{2}c + x\right)\left(\frac{1}{2}c - x\right)$ oder $y^2(t_c^2 - x^2) = \frac{1}{4}c^2 - x^2$ als Gleichung des gesuchten Ortes. Dieser ist also eine Kurve vierter Ordnung, welche für $t_c = \frac{1}{2}c$ in den Kreis ABC und die Tangenten $x = \pm\frac{c}{2}$ übergeht. Für alle anderen Werte von t_c hat die Kurve die Geraden $x = \pm t_c$ zu Asymptoten, und sie besteht aus zwei Zweigen, welche, falls $t_c > \frac{1}{2}c$ ist, einander in den Punkten A und B schneiden.

BOHM (Bremen). BÜCKING. HABERLAND (Neustrelitz). LACHNIT. MOSER (Breslau). LÖKLE (Stuttgart). STECKELBERG (Witten). STEGEMANN (Prenzlau). STOLL (Bensheim). TROGNITZ (Meiningen).

Anmerkung: Der Fall $t_c = \frac{1}{2}c\sqrt{3}$ ist behandelt in Aufgabe 736 b, δ (XIX, 421).

STEGEMANN.

1521. (Gestellt von Haberland XXVII_6, 437.) Wie lautet die Verallgemeinerung des Satzes von den „lunulae Hippocratis" für ein beliebiges Dreieck?

1. Auflösung: Werden die Seiten des Dreiecks mit a, b, c, der Radius des Umkreises mit r und die Fläche des Dreiecks mit Δ bezeichnet, so ist die Summe der drei Möndchen, welche dadurch entstehen, dafs man den Umkreis des Dreiecks zeichnet und über

den drei Seiten desselben nach aufsen Halbkreise beschreibt, gleich $\Delta + \frac{\pi}{8}(a^2 + b^2 + c^2) - r^2\pi = \Delta + \frac{r^2\pi}{2}(\sin\alpha^2 + \sin\beta^2 + \sin\gamma^2 - 2) = \Delta + r^2\pi\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma$. Die durch den Höhenschnittpunkt auf der Höhe h_c gebildeten Abschnitte sind $2r\cos\gamma$ und $2r\cos\alpha\cos\beta$ und analog sind die Ausdrücke für die Abschnitte auf h_a und h_b gebildet, so dafs für ein beliebiges Dreieck folgende Verallgemeinerung des Satzes von den „lunulae Hippocratis“ gilt: Der Überschufs der Summe der drei mondförmigen Flächen über den Inhalt des Dreiecks ist gleich einem Kreise, dessen Durchmesser die mittlere Proportionale zu den Abschnitten ist, in welche eine Höhe des Dreiecks durch den Höhenschnittpunkt geteilt wird.

Bücking; Haberland; Lachnit ähnlich.

Zusätze: 1) Der Inhalt der Ellipse, welche die Radien des Inkreises und des Umkreises des Höhenfufspunktdreiecks zu Halbachsen hat, ist $r^2\pi\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma$ und somit gleich dem Überschufs der drei mondförmigen Flächen über den Inhalt des Dreiecks.

2) Das Produkt der durch den Höhenschnittpunkt gebildeten Abschnitte einer Höhe eines Dreiecks ist gleich dem vierfachen Produkt der Radien des In- und Umkreises des Höhenfufspunktdreiecks.

(Vergl. Haberland: Verallgemeinerung des Satzes von den „lunulae Hippocratis“. Neustrelitz 1897.) Haberland.

2. Auflösung: „Wird die Figur, aus welcher sich der Satz von den „lunulae Hippocratis“ ergiebt, durch Parallelprojektion auf eine zur Ebene der Figur nicht parallele Ebene projiciert, so kann das bei C rechtwinklige Dreieck jede beliebige Gestalt annehmen. Der Halbkreis über AB wird zu einer Halbellipse, welche durch C geht, für welche AB ein Durchmesser ist und in welcher AC und BC zweien konjugierten Durchmessern parallel sind. Die Halbkreise über AC und BC werden ebenfalls zu Halbellipsen. Vervollständigt man diese Halbellipsen zu ganzen Ellipsen, so befinden sich diese drei in Ähnlichkeitslage und es ergiebt sich die folgende Verallgemeinerung: Errichtet man über eine Dreiecksseite eine Halbellipse, welche durch den gegenüberliegenden Eckpunkt geht, und über den beiden anderen Dreiecksseiten nach aufsen hin Halbellipsen derart, dafs die drei aus den Halbellipsen herzustellenden vollständigen Ellipsen ähnlich sind und sich in Ähnlichkeitslage befinden, so ist die Summe der beiden von Ellipsenbögen begrenzten Flächenstücke gleich dem Flächeninhalt des Dreiecks. Stegemann.

1522. (Gestellt von Haberland XXVII$_6$, 437.) Beschreibt man über den Höhen eines Dreiecks als Durchmesser Kreise, so schneiden sich die je zweien dieser Kreise gemeinschaftlichen Sehnen in dem Höhenschnittpunkt des Dreiecks.

1. Beweis: Im Dreieck ABC seien AA', BB', CC' die Höhen, H der Höhenschnittpunkt. Da $ABA'B'$ ein Sehnenviereck ist, so

ist $HA \cdot HA' = HB \cdot HB'$. Der Punkt H hat also gleiche Potenzen für die Kreise AA' und BB' und liegt daher auf der gemeinschaftlichen Sehne dieser Kreise. Ebenso liegt H auf den beiden anderen gemeinschaftlichen Sehnen. H ist das Potenzcentrum für die Kreise AA', BB', CC'.

BESEKE (Wolfenbüttel). BÜCKING. FUHRMANN (Königsberg i/Pr.). HABERLAND. KNIAT. (RÖSSEL). LACHNIT. LÖKLE. STEGEMANN. STOLL.

2. Beweis: Nimmt man BC als X-Achse, eine Senkrechte in B auf BC als Y-Achse eines rechtwinkligen Koordinatensystems, so ergiebt sich aus den Gleichungen der Kreise um AA' und BB' als Durchmesser leicht die Gleichung der gemeinschaftlichen Sehne, welche durch die Koordinaten von H befriedigt wird u. s. w.

TROGNITZ. v. JETTMAR benutzt baryoentrische Koordinaten.

Verallgemeinerung: Die gemeinschaftlichen Sehnen je zweier Kreise, welche um die in einem beliebigen Punkte sich schneidenden Ecktransversalen als Durchmesser beschrieben werden, gehen sämtlich durch den Höhenschnittpunkt des Dreiecks.

Zusatz: Ist der Punkt, in welchem sich die Ecktransversalen schneiden, der Schwerpunkt des Dreiecks, so fallen die gemeinschaftlichen Sehnen mit den Dreieckshöhen zusammen.

BÜCKING. v. JETTMAR. STEGEMANN.

1523. (Gestellt von Haberland XXVII_6, 437.) Beschreibt man um ein Dreieck ABC den Umkreis, fällt von dem Mittelpunkt Lote auf die Seiten und verlängert sie bis zur Peripherie nach A', B', C'; verbindet man dann A' mit A (resp. B' mit B, C' mit C) und trägt von A', B', C' aus auf diesen Linien, resp. ihren Verlängerungen BA' nach A zu, CB' nach B zu und AC' nach C zu ab, so erhält man den Mittelpunkt O des Inkreises; — trägt man BA' auf die Verlängerung von AA' ab, so erhält man den Mittelpunkt O_a, des Ankreises an BC.

Beweis: A', B', C' sind die Mitten der Bogen BC, AC und AB, also AA', BB', CC' die Winkelhalbierenden, welche sich im Mittelpunkte O des Inkreises schneiden. Ferner ist $BA' = A'O$, weil $\sphericalangle A'BO = A'OB = \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$ ist. — Da ferner $O_aA' = A'C$ ist, so folgt $\sphericalangle A'CO_a = \frac{\beta}{2}$, also $\sphericalangle BCO_a = \frac{1}{2}(\alpha + \beta)$; mithin ist CO_a die Halbierende des Aufsenwinkels von $\sphericalangle ACB$, d. h. O_a ist der Mittelpunkt des Ankreises.

BESEKE. BÜCKING. FUHRMANN. HABERLAND. v. JETTMAR (Wien). LACHNIT. LÖKLE. STEGEMANN. STOLL.

1524. (Gestellt von Bücking XXVII_6, 438.) Eine beliebige Tangente des Kreises $A_1A_2A_3$ schneide die Seiten des Dreiecks in den Punkten B_1, B_2, B_3. Die Winkelgegengeraden von A_1B_1, A_2B_2, A_3B_3 bestimmen ein neues Dreieck $C_1C_2C_3$, welches gleich $\frac{1}{2}A_1A_2A_3$ ist.

1. **Beweis**: Der Berührungspunkt der Tangente habe die Koordinaten $\mathfrak{x}_1, \mathfrak{x}_2, \mathfrak{x}_3$; wobei die Bedingungsgleichung $\mathfrak{x}_2\mathfrak{x}_3 \sin\alpha + \mathfrak{x}_3\mathfrak{x}_1 \sin\beta + \mathfrak{x}_1\mathfrak{x}_2 \sin\gamma = 0$ gilt. Dann ist die Gleichung der Tangente: $x_1(\mathfrak{x}_2 \sin\gamma + \mathfrak{x}_3 \sin\beta) + x_2(\mathfrak{x}_3 \sin\alpha + \mathfrak{x}_1 \sin\gamma) + x_3(\mathfrak{x}_1 \sin\beta + \mathfrak{x}_2 \sin\alpha) = 0$, also ist die Gleichung von A_1B_1: $x_2(\mathfrak{x}_3 \sin\alpha + \mathfrak{x}_1 \sin\gamma) + x_3(\mathfrak{x}_1 \sin\beta + \mathfrak{x}_2 \sin\alpha) = 0$ und die Gleichung ihrer Winkelgegengeraden, auf welcher C_2 und C_3 liegen: $x_2(\mathfrak{x}_1 \sin\beta + \mathfrak{x}_2 \sin\alpha) + x_3(\mathfrak{x}_3 \sin\alpha + \mathfrak{x}_1 \sin\gamma) = 0$. Ebenso sind die Gleichungen von $A_2C_3C_1$ und $A_3C_1C_2 : x_3(\mathfrak{x}_2 \sin\gamma + \mathfrak{x}_3 \sin\beta) + x_1(\mathfrak{x}_1 \sin\beta + \mathfrak{x}_2 \sin\alpha) = 0$ und $x_1(\mathfrak{x}_3 \sin\alpha + \mathfrak{x}_1 \sin\gamma) + x_2(\mathfrak{x}_2 \sin\gamma + \mathfrak{x}_3 \sin\beta) = 0$. Aus diesen Gleichungen erhält man als Koordinaten von $C_1 : x_1 = -(\mathfrak{x}_2 \sin\gamma + \mathfrak{x}_3 \sin\beta)$, $x_2 = (x_3 \sin\alpha + \mathfrak{x}_1 \sin\gamma)$, $x_3 = (\mathfrak{x}_1 \sin\beta + \mathfrak{x}_2 \sin\alpha)$ mit dem Modulus $\frac{r \sin\alpha}{\mathfrak{x}_1}$. Daher ist der doppelte Flächeninhalt des Dreiecks $C_1C_2C_3 : \frac{2r^2}{\mathfrak{x}_1\mathfrak{x}_2\mathfrak{x}_3}$ $(\mathfrak{x}_2 \sin\gamma + \mathfrak{x}_3 \sin\beta)(\mathfrak{x}_3 \sin\alpha + \mathfrak{x}_1 \sin\gamma)(\mathfrak{x}_1 \sin\beta + \mathfrak{x}_2 \sin\gamma) = \frac{2r^2}{\mathfrak{x}_1^2\mathfrak{x}_2^2\mathfrak{x}_3^2}$ $(\mathfrak{x}_1\mathfrak{x}_2 \sin\gamma + \mathfrak{x}_3\mathfrak{x}_1 \sin\beta)(\mathfrak{x}_2\mathfrak{x}_3 \sin\alpha + \mathfrak{x}_1\mathfrak{x}_2 \sin\gamma)(\mathfrak{x}_3\mathfrak{x}_1 \sin\beta + \mathfrak{x}_2\mathfrak{x}_3 \sin\alpha)$. Dieser Ausdruck geht vermöge der oben gegebenen Bedingungsgleichung über in $-\frac{2r^2}{\mathfrak{x}_1^2\mathfrak{x}_2^2\mathfrak{x}_3^2} \cdot \mathfrak{x}_2\mathfrak{x}_3 \sin\alpha \cdot \mathfrak{x}_3\mathfrak{x}_1 \sin\beta \cdot \mathfrak{x}_1\mathfrak{x}_2 \sin\gamma = -2r^2 \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma$. Da man nur den absoluten Wert des Flächeninhalts von $C_1C_2C_3$ wünscht, so ist derselbe $r^2 \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma = \frac{1}{2} A_1A_2A_3$. STOLL. FUHRMANN ähnlich durch trilineare Normal-Koordinaten.

2. **Beweis**: Da bei jeder Parabel das von drei Tangenten gebildete Dreieck die Hälfte des von ihren Berührungspunkten bestimmten Dreiecks ist, und da die betreffenden Linien eine durch $A_1A_2A_3$ gehende Parabel berühren, weil $B_1B_2B_3$ den Kreis berührt, so folgt sofort die Behauptung. BÜCKING.

NB. Die Abteilung B) (Neue Aufgaben) blieb diesmal fort, da noch eine hinreichende Anzahl der Lösung harret. D. Red.

Briefkasten zum Aufgaben-Repertorium.

Lösungen sind eingegangen von Bermbach 1545. 1548. 1549. 1567. 1568. 1569. Bücking 1563. 1570—1573. 1576—1579. Haberland 1551. 1553. 1563—1565. 1576—1580. Kniat 1576—1579. Lachnit 1526. 1527. 1555—1557. 1570—1573. Lökle 1576—1580. 1582. Mafsfeller 1548—1554. 1558. 1566. 1567. 1569—1573. Stegemann 1576—1580. 1582. Stoll 1576. 1580—1582. 1583—1594.

Neue Aufgaben haben eingesendet: a) mit Lösung: Bermbach (3). Bücking (1). Emmerich (4). Haberland (3). Herrmann (Leipzig) (2). Lachnit (3). b) Ohne Lösung: Bücking (6). Godt (14). Majcen (Esseg) (1). Sievers (1).

NB. Wir bitten wiederholt die Manuskripte nicht auf zu dickes Papier und unhandliches Format zu schreiben (Quartblätter!). Vergl. den Briefk. d. 4. Hfts. S. 267. D. Red. d. Ztschr.

Litterarische Berichte.

A. Rezensionen und Anzeigen.

HENKE, Prof. Dr. RICHARD (Oberlehrer am Annen-Realgymnasium zu Dresden). Über die Methode der kleinsten Quadrate. 2. Aufl. nebst Zusätzen. Leipzig, B. G. Teubner. 1894. 77 S. Preis 2 Mk.

Die Anzahl der Werke und Abhandlungen, die sich mit der Theorie der Beobachtungsfehler und der damit zusammenhängenden Methode der kleinsten Quadrate beschäftigen, ist eine sehr grofse, Dank der grofsen praktischen Bedeutung, welche diese Disziplin hat.

Der Ausdehnung der Theorie auf alle möglichen Gebiete folgte aber notwendig die Kritik auf dem Fufse, ob diese Ausdehnung auch eine berechtigte sei, und daneben fragte man sich auch, ob die Grundlagen der Ausgleichungsrechnung, wie sie seiner Zeit von Gaufs, Laplace, und anderen geschaffen wurden, auch heute noch als sicher gelten könnten. Gaufs selbst hat ja das von ihm 1809 veröffentlichte Gesetz der Fehlerwahrscheinlichkeiten später nicht mehr als streng richtig angesehen und darum die aus demselben abgeleiteten Resultate unabhängig von dem Fehlergesetz bewiesen. Auch in neuester Zeit ist von H. Bertrand, Faye, Seeliger darauf hingewiesen worden, dafs das Gaufsische Postulat, dafs der Mittelwert aus den Resultaten einer beliebigen Anzahl von Messungen der wahrscheinlichste sei, dann nicht mehr als richtig anerkannt werden könne, wenn die Wahrscheinlichkeit nicht blofs von der Gröfse des Fehlers, sondern auch von der gemessenen Gröfse selbst abhängt.

Auch der Herr Verfasser wendet sich in der vorliegenden Schrift gegen das Gaufsische Fehlergesetz; er will die Wahrscheinlichkeitstheorie zur Begründung der Methode der kleinsten Quadrate überhaupt nicht mehr in Anspruch nehmen und den „wahrscheinlichen Fehler" ganz aus der Ausgleichungstheorie eliminieren. Das Problem der Ausgleichungsrechnung ist ihm eine Aufgabe des „möglichst nahe Liegens", die gelöst werden kann durch das Prinzip, dafs die Quadratsumme der Abweichungen ein Minimum werde.

Das Werk ist der Wiederabdruck der 1868 erschienenen In-

auguraldissertation des Herrn Verfassers, vermehrt um zwei neue Zusätze.

Es giebt zunächst eine historisch-kritische Untersuchung über die verschiedenen Begründungsweisen der Methode der kleinsten Quadrate und leitet sodann, ohne sich auf Wahrscheinlichkeitsbetrachtungen einzulassen, die Bedingung, dafs als Mafs für die Genauigkeit die Summe der Fehlerquadrate ein Minimum werde, auf eine neue Weise ab.

In dem ersten der Zusätze formuliert Herr Henke seine Ansichten noch präziser als früher und stützt sich dabei auf eine Reihe inzwischen publizierter Schriften. In dem zweiten Zusatz bespricht er eine Anzahl der in neuester Zeit erschienenen Werke der besprochenen oder verwandten Richtung. Die zahlreichen Schriften fremdländischer Autoren finden sich, „als aus dem Rahmen der Schrift fallend“, nicht berücksichtigt; dagegen wird den Lehrbüchern besonderes Augenmerk zugewandt, und hier konstatiert der Herr Verfasser, dafs eine Anzahl derselben sich in der Darstellung der Fehlertheorie seinen Ausführungen angeschlossen hat.

Der geschichtliche Teil der Abhandlung wird in ihrer knappen und gut redigierten Form gewifs Anklang finden, nicht blofs bei solchen, die einen ersten Überblick über den Gegenstand gewinnen wollen, wozu ja die Schrift sich besonders eignet. Die neue Ableitung des Fundamentalsatzes ist auch heute noch als solche anzuerkennen, und dafs der Herr Verfasser mit seinen Ausführungen nach den verschiedensten Richtungen hin Anklang gefunden, ist ja das beste Zeichen, dafs er sich auf dem rechten Wege befunden.

Bei der Besprechung der Wahrscheinlichkeitsfunktion auf S. 66 hat sich ein kleiner Schreibfehler eingeschlichen, wo es heifst, sie solle bei einem wenig von 0 verschiedenen Werte von x den Wert 0 annehmen, während doch selbstverständlich wenn x gleich dem Maximalfehler ist, die Wahrscheinlichkeit gleich 0 zu setzen ist.

Chemnitz. P. Domsch.

Gundelfinger, Prof. Dr. S., **Tafeln zur Berechnung der reellen Wurzeln sämtlicher trinomischer Gleichungen.** Hinzugefügt sind vierstellige Additions-, Subtraktions- und Briggische Logarithmen sowie eine Interpolationstafel für alle Differenzen unter 100. Leipzig, B. G. Teubner. 15 S. Preis 1,40 Mk.

Wer nicht in der glücklichen Lage des Theoretikers ist, sich mit dem Aufgelöstdenken von Gleichungen begnügen zu können, sondern öfters genötigt ist, numerische Gleichungen wirklich auszurechnen, wird die Tafeln des Hrn. Gundelfinger mit Freude begrüfsen.

Die Theorie der Auflösung algebraischer Gleichungen mit 3 Gliedern, sogenannter trinomischer Gleichungen, rührt bekanntlich von Gaufs her (Abh. d. Gött. Gesellsch. d. Wissensch. 1850, Gaufs Werke III, S. 85). Er ermittelt die reellen Wurzeln einer solchen Gleichung mit Hilfe seiner Additionslogarithmen. Um die für eine spezielle Gleichung charakteristischen Werte von A und B zu ermitteln, beruht aber sein Verfahren, namentlich hinsichtlich der ersten Dezimalstelle von A auf einem blofsen Probieren. Um dieses zeitraubende Probieren zu ersparen, sind die Tafeln des Hrn. Gundelfinger entstanden, die die reellen Wurzelwerte einer trinomischen Gleichung bis auf 4 Dezimalen liefern.

Bei der Beanspruchung gröfserer Genauigkeit zeigt der Herr Verfasser daneben auch, wie man mit Hilfe der Wittsteinschen 7stelligen Additionslogarithmen die Wurzeln bis auf 7 Dezimalen auswerten kann.

Während Gaufs das Problem zunächst durch Einführen eines Hilfswinkels löste, identifiziert Hr. Gundelfinger die vorgelegte trinomische Gleichung mit der „Wittsteinschen Relation“

$$1 + 10^A = 10^B,$$

und erhält eine Gleichung $B - \mu A = c$ mit gegebenen μ und c.

Die Tafeln lassen nun für jedes μ und c die Werte von A und B und damit x finden.

Der Haupttafel sind noch Hilfstafeln beigegeben, zunächst 4stellige Additions- und Subtraktionslogarithmen, dann eine Interpolationstafel für alle Differenzen unter 100, welche die Auffindung der weiteren Stellen von A und B erleichtert. Hr. Gundelfinger zeigt auch, wie man mit Hilfe der Gaufsschen Logarithmen die Briggischen (richtiger würde man wohl schreiben Briggsischen) finden kann, doch dürfte man unseres Erachtens in jedem Falle schneller zum Ziele kommen, wenn man eine Logarithmentafel zur Stelle schafft.

Die beigefügten Erläuterungen sind klar und präzis; ihnen sind durchgerechnete Beispiele angefügt.

Der Druck der Tafeln ist bei dem geringen Umfang derselben teilweise recht eng; die Deutlichkeit und Lesbarkeit würde vielleicht gehoben worden sein, wenn statt der gewöhnlichen Ziffern sogenannte englische gebraucht worden wären.

Chemnitz. P. Domsch.

Israel-Holzwart, Prof. Dr. Karl, **Vorschlag zu einer Vervollständigung der intuitiven mathematischen Darstellungsmittel.** Frankfurt a. M. 1896. Druck und Verlag von Enz & Rudolph. 20 S.

Verfasser hat über den Gegenstand teilweise auf der Naturforscherversammlung (1896) referiert und macht den Vorschlag,

dafs die bereits von Cisa de Cresi eingeführten Zeichen Q und R für „Quotus und Rest" definitiv in Verwendung kommen möchten. Dem Nichteingeweihten wird durch das Beispiel

$$\tfrac{27}{4} = Q\,\tfrac{27}{4} + \tfrac{1}{4}\,R\,\tfrac{27}{4}, \qquad \left(= 6 + \tfrac{1}{4}\cdot 3\right)$$

oder allgemein

$$\frac{a}{b} = Q\,\frac{a}{b} + \frac{1}{b}\,R\,\frac{a}{b}, \text{ d. h. } a = b \cdot Q\,\frac{a}{b} + R\,\frac{a}{\mathrm{b}}$$

zunächst der Sinn jener Zeichen dargelegt; auch die diophantische Gleichung

$$7x + 19y = 83,$$

beziehentlich die Kongruenz

$$7x \equiv 83 \pmod{19},$$

umgesetzt in die Restgleichung

$$R\,\frac{7x}{19} = 83,$$

wird zur Orientierung herbeigezogen. Den Verfasser aber führt letztere Betrachtung später zu einem „Neuen Verfahren zur Auflösung diophantischer Gleichungen", auf Grund dessen er zwei simultane Wurzeln durch „reciproke Restreihen" darstellt, und welches sehr beachtenswert erscheint. Vorher geht eine „Erläuterung des Q- und R-Algorithmus durch die mathematische Darstellung 1. des julianischen Schalttags, 2. der mittleren Länge des aufsteigenden Mondknotens als Funktion der Zeit, 3. der Kettenreihen und Kettenbrüche, 4. der Reihe für $(2\cos x)^n$". Es folgt sodann noch „Allgemeine Reduktion des Arguments der trigonometrischen Funktionen und die hieraus sich ergebenden neuen Reihen sowie der Beweis des Fermatschen Satzes" und endlich „Allgemeine Bestimmung einer Zahl aus gegebenen Resten sowie einer Jahrzahl aus ihren Zeitcharakteren."

Wir können natürlich an dieser Stelle auf jene Einzelheiten nicht eingehen, müssen aber konstatieren, dafs die Zeichen Q und R in den vom Verfasser glücklich gewählten Beispielen thatsächlich am Platze zu sein scheinen. Zuweilen würden die hier auftretenden und in den erwähnten Symbolen geschriebenen Ausdrücke wohl nur durch weitschweifige Sätze vertreten werden können, und das zu vermeiden, ist gewifs zweckmäfsig. — Freilich finden neue Algorithmen meist schwer Eingang, und hier kann nur die Praxis entscheiden. Noch schwieriger ist zu übersehen, inwieweit der Wunsch des Verfassers in Erfüllung gehen dürfte, dafs die neue Symbolik im Lehrpensum der höheren Schulen Aufnahme finde, zumal zahlentheoretische Erörterungen trotz ihres Bildungswertes keineswegs allzusehr gepflegt werden.

Nach der ganzen Anlage der Abhandlung steht zu erwarten, dafs der Verfasser seine Untersuchungen zunächst wohl selbst noch weiter führen wird; aber auch den Fachkollegen möchte die Arbeit empfohlen sein. Sie ist anregend geschrieben, führt zur Vertiefung in den Gegenstand und kann möglicherweise bei der künftigen Bearbeitung eines umfangreicheren Lehrbuchs der Arithmetik von Einflufs werden.

Chemnitz. Dr. W. Heymann.

Goebel, Dr. Karl. **Die Zahl und das Unendlichkleine.** Leipzig, Gustav Fock. 47 S. Preis 1,20 Mk.

Lipschitz, Harnack u. A. haben in ihren einschlägigen Lehrbüchern eine solche präzise Darstellung des Zahlenbegriffs, der Funktion, des Differentials und Integrals gegeben, dafs es kein so leichtes Unternehmen ist, hier Neues oder Vollkommeneres einzufügen. Und mit einer blofsen Herbeiziehung von Beispielen, mögen sie nun der Geometrie oder der Mechanik entlehnt sein, ist wenig geleistet.

Nun wird ja niemand behaupten, dafs die Forschung über diese fundamentalen Begriffe völlig abgeschlossen sei. Aber, wer hier mitsprechen und Interesse erregen will, mufs — was Ausdruck und Bezeichnung anlangt — äufserst vorsichtig und subtil verfahren. In den so scharfsinnig gewählten Symbolen der Analysis liegt deren Stärke, und wir werden uns immer dagegen verwahren, wenn dieser Zeichensprache Gewalt angethan werden soll. Das ist aber in vorliegender Schrift geschehen. Wir verzichten darauf, Proben des unklaren Textes zu geben; es dürfte genügen, kurz den Formelapparat des Verfassers zu skizzieren.

Man findet auf S. 8 — „Die beiden Werte sind also =“. S. 12 — „Es hat also die Verbindung von $\sqrt{}$ und $-=\sqrt{-}$ einen Widerspruch in sich“. Am bedenklichsten erscheint indessen die Darstellung, soweit sie sich auf das Differential- und Integralzeichen bezieht.

Der Differentialquotient von $x = \sin z$ ergiebt sich beispielsweise auf S. 45 in der Form $\frac{dx}{dz} = \frac{\sin z}{kz}$, wobei der Faktor k noch besonders zu berechnen ist und sich erfreulicherweise auch richtig als $k = \frac{1}{\operatorname{ctg} z \cdot z}$ einstellt. Hier tritt also z explizite neben der Funktion auf, um dann wieder zu verschwinden.

Auf S. 46 findet sich buchstäblich folgende Auseinandersetzung:

„Für das Integralzeichen $\int$ kann ich die Faktoren n oder kn setzen.

$\int dx$ ist $= n dx = n \frac{x}{n} = x$. Ist $y = fx$, so ist $dy = \frac{y}{kn} = f'x \cdot dx$,

$$y = kf'x \cdot ndx = kf'x \cdot x;$$

$$\int dy \text{ also oder } ndy = \frac{y}{k} = \frac{fx}{k}. \text{ Ist } dy = x^p dx,$$

$$\text{so heifst das } \frac{y}{kn} = x^p \cdot \frac{x}{n},$$

$$y = kx^p \cdot x = \frac{x^{p+1}}{p+1}; \text{ habe ich } \frac{dy}{dx} = x^p,$$

$$\text{so ist } \frac{y}{kx} = x^p,\ y = \frac{x^{p+1}}{p+1}.\text{“}$$

Hier fügt Verfasser noch die Worte hinzu „Auf der Bestimmtheit des Faktors k beruht die Genauigkeit der Infinitesimalrechnung.“

Sodann wird das Differential der Potenz $y = x^p$ abgeleitet und dabei der binomische Satz benutzt, unbekümmert wie p beschaffen ist; die Entwickelung lautet:

$$dy = \frac{y}{kn} = (x + dx)^p - x^p = x^p + px^{p-1}\,dx$$
$$+ p(p-1)x^{p-2}\,dx^2 \cdots - x^p,$$

und sie bricht ab auf Grund der Bemerkung „Das Glied mit dx^2. ist $= 0$.“ Am Schlusse des Buches kommt Verfasser noch einmal ausführlich auf seine bereits oben erwähnte Darstellung des Differentials der Sinusfunktion zu sprechen, wobei er sich zweifellos behaglicher gefühlt hat als unterzeichneter Referent während der Durchsicht dieser verbesserten Infinitesimalrechnung.

Chemnitz. Dr. W. Heymann.

Müllers, Dr. Joh., Grundrifs der Physik mit besonderer Berücksichtigung von Molekularphysik, Elektrotechnik und Meteorologie für die oberen Klassen von Mittelschulen sowie für den elementaren Unterricht an Hochschulen und zum Selbstunterricht bearbeitet von O. Lehmann (Prof. u. Direktor des physikal. Instituts der technischen Hochschule in Karlsruhe). Vierzehnte völlig umgearbeitete Auflage. Mit 810 eindruckten Abbildungen und zwei Tafeln. XXIV u. 820 S. Braunschweig, Druck und Verlag von Friedrich Vieweg & Sohn. 1896. Preis geh. 7,50 Mk., geb. 8 Mk.

Seit dem erstmaligen Erscheinen dieses Grundrisses, der unter der Bezeichnung des „kleinen Müller“ eines der verbreitetsten Schulbücher ist, sind jetzt gerade 50 Jahre verflossen, gewifs eine lange Lebensdauer für ein Schulbuch. Der Hauptgrund dafür ist in erster Linie in der von grofsem pädagogischem Geschick zeugenden Darstellung zu suchen, die ihm sowohl in den von Reichert be-

arbeiteten Auflagen erhalten blieb als auch auf die neue Bearbeitung übergangen ist. In dieser 14. Auflage hat der Herausgeber fast auf allen Gebieten tiefgreifende Veränderungen vorgenommen; insbesondere sind die Elektricitätslehre und die Thermodynamik gänzlich neu bearbeitet. Während in früheren Auflagen die Meteorologie für sich abgehandelt wurde, sind die wichtigsten Kapitel aus derselben an geeigneten Stellen eingeschaltet worden. Bei der Schilderung der Windverhältnisse vermifste Ref. die Ableitung der Buys Ballotschen Windregel und die Erklärung des „barometrischen Gradienten". In der Mechanik fehlt die Beschreibung des Differentialflaschenzugs. Für die nächste Auflage erlaubt sich ferner Ref. eine Beschreibung des Bolometers und des von Czapski abgeänderten astronomischen Fernrohrs in Vorschlag zu bringen; dagegen könnte manches aus dem Gebiet über Molekularphysik in Wegfall kommen. Diese 14. Auflage ist durch eine Menge neuer Figuren geschmückt.

Leipzig. F. Traumüller.

Nachtrag. Es sei noch bemerkt, dafs die Übungsaufgaben, die früher als Anhang dem Buche beigefügt waren, der gröfseren Bequemlichkeit halber den einzelnen Paragraphen in kleinerer Schrift unter der Firma „Beispiele" nebst „Antworten" angefügt sind. Ferner sind durch (fettgedruckte) Stichworte am Ende der §§ diejenigen „Demonstrationen, die aufser den beschriebenen üblich sind," angeführt, über die man dann in ausführlicheren Werken oder durch Vorträge Aufschlufs suchen mufs. Vielleicht wäre es für den Studierenden vorteilhafter, wenn diesen Stichworten Hinweise (Zitate) auf gröfsere Werke (z. B. *Müller-Pouillet-Pfaundler*) beigefügt wären.

D. Red.

Poggendorff's biogr.-litter. Handwörterbuch zur Geschichte der exakten Wissenschaften. III. Bd. (die Jahre 1858 bis 1883 umfassend). Herausgegeben von Feddersen und v. Oettingen. Lieferung 7 u. 8/9. S. 577—846. Leipzig, Joh. Ambr. Barth 1896/97. Preis der Lief. 3 ℳ*)

Von diesem Werke liegen uns vor die Lieferung 7 (S. 577—672) Art. Hallier bis Husemann (Theodor) und die Doppellieferung 8/9 (S. 673—846) Art. Husemann (August) bis Lynn. Eine Notiz am Schlufs der letzten Lieferung enthält die Mitteilung, dafs dieser Band, weil zu umfangreich, in zwei Abteilungen getrennt werden müsse.

H.

*) Die Anzeigen von Lief. 1—2 s. in Jahrg. 1896 Heft 7, S. 516 und von Lief. 3—6 in Jahrg. 1897 Heft 2, S. 124.

B. Programmschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme der Rheinprovinz. Ostern 1894.

Referent: Oberlehrer Dr. J. Norrenberg, Düsseldorf.

1. **Barmen-Wupperfeld**, Oberrealschule. Progr. Nr. 492. Professor Dr. A. Reum: *Der mathematische Lehrstoff für den Quartaner der höheren Lehranstalten, in entwickelnder Lehrweise bearbeitet.* 35 S. 8° mit 31 Fig. im Text.

Der mathematische Unterricht läfst sich im allgemeinen bezüglich seines Umfanges und seiner Methode nicht in feste Formen schmieden, da die Behandlungsweise sich hier wie kaum in einem anderen Unterrichtsfache der Individualität der Schüler anpassen mufs, und der geschmeidige und duktile Stoff sich auf die verschiedenste Art behandeln und zu einem harmonischen Ganzen gestalten läfst. Trotzdem dürfte es sich empfehlen, für den planimetrischen Anfangsunterricht an einer und derselben Anstalt eine gewisse Einheitlichkeit des Lehrverfahrens zu erstreben, wie dies an der Barmer Oberrealschule durch die Fachkonferenz auf Vorschlag des Verfassers geschehen ist. Die Behandlungsweise des planimetrischen Lehrstoffes der Quarta der genannten Anstalt unterscheidet sich in manchen wesentlichen Punkten von derjenigen der meist gebräuchlichen Lehrbücher. Dieses zeigt sich zunächst in der Anordnung des Stoffes. Das eigentliche Lehrpensum wird eingeleitet durch einen vorbereitenden Anschauungs- und Zeichenunterricht, welcher an die Betrachtung einfacher Körper, so der geraden 3-, 4, 6-seitigen Säulen, der geraden Pyramiden, Cylinder und Kegel anknüpft und zur Vorstellung und Begriffsbildung der verschiedenen Raumgebilde überleitet. (Vergl. die Programmabh. dess. Verfassers Ostern 1890 bespr. in der. Ztschr. Bd. XXVI, S. 595). Die Sätze von den Neben- und Scheitelwinkeln führen sofort zum Satze von der Summe der Dreieckswinkel, welcher auf die bekannte Weise durch die Thatsache bewiesen wird, dafs die Summe der Aufsenwinkel einer ebenen Figur 4 R beträgt. Hieran schliefsen sich die Lehrsätze vom Aufsenwinkel, von den Seiten und Winkeln eines Dreiecks und die Kongruenzsätze nebst deren Anwendungen. Nunmehr folgt die Parallelentheorie und deren Ausnutzung für die Lehre vom Parallelogramm. Die Zweckmäfsigkeit dieser Stoffanordnung kann Referent aus eigener Erfahrung rückhaltlos anerkennen. Die Parallelentheorie, welche an ihrem gewöhnlichen Platze vor der Lehre von der Deckungsgleichheit durch die Gleichförmigkeit der zum Beweise notwendigen Schlufsfolgerungen und infolge der geringen Ausnutzung zur Ableitung neuer Wahrheiten das Interesse des Schülers abstumpft, findet vor der Lehre vom Parallelogramm die einzig naturgemäfse Stelle, da nur auf diese Weise ein logischer Zusammenhang und ein systematischer Aufbau erzielt wird.

Was die Darstellungsweise im einzelnen betrifft, so bedient sich der Verfasser durchweg der entwickelnden Lehrmethode, indem er den Lehrsatz dem Beweise folgen läfst. Auf die Bedenken, welche diesem Verfahren entgegenstehen, wurde schon von Leonhardt (siehe diese Ztschr. Bd. XXV [1894] S. 444) aufmerksam gemacht und kann daher auf die dort angeführten Gründe verwiesen werden. Allerdings wird ja der Lehrer im Unterrichte bei vielen Sätzen, bei denen die Schlufsfolgerungen sich leicht d. h. ohne Hilfslinien ergeben, zu dieser Behandlungsweise greifen, also aus den Eigenschaften der gezeichneten Figur die Konsequenzen ziehen und dann erst den Satz formulieren, jedoch ist dies bei anderen Lehrsätzen nur in ganz gezwungener Weise möglich. Jedenfalls aber ist die erwähnte Lehrweise, so sehr sie auch im Unterrichte selbst angebracht ist, für ein Lehrbuch nicht zu empfehlen. Ein etwas zu ausgiebiger Ge-

brauch scheint uns auch von der Anwendung der Axiome gemacht zu sein, da der allzu häufige Hinweis auf diesen oder jenen Grundsatz den Schüler leicht zu einem gedankenlosen Hersagen verleitet. Die in den Grundsätzen ausgesprochenen Wahrheiten sieht, wie der Verfasser selbst erklärt, jedermann von selbst ein, also brauchen diese Wahrheiten auch nicht immer wieder in derselben Formulierung ausgesprochen zu werden. Viel richtiger würde es sein, den Schüler zu veranlassen, die von ihm erkannte Wahrheit in seiner eigenen Sprechweise zu äufsern.

Nachahmenswert ist der Versuch des Verfassers, die am Durchschnittspunkte zweier Geraden sowie an den Schnittpunkten zweier geschnittener Parallelen entstehenden Winkel in einheitlicher Weise zu bezeichnen. Denken wir uns die eine von zwei sich schneidenden Graden um ihren Durchschnittspunkt drehbar, so entstehen die Scheitelwinkel durch eine Drehung im gleichen Sinne, die Nebenwinkel durch eine solche im entgegengesetzten Sinne(?). Die ersteren nennt der Verfasser daher *gleichdrehende* Winkel, die letzteren *gegendrehende* Winkel. Die beiden diesbezüglichen Sätze lassen sich daher aussprechen: Gleichdrehende Winkel sind einander gleich, gegendrehende Winkel ergänzen sich zu 2 *R.* Der Vorteil, welchen diese Fassung bietet, besteht darin, dafs der genannte Satz in vollem Umfange auch auf die Parallelentheorie Anwendung findet, sodafs also die umständliche Unterscheidung von Gegen-, Wechsel- und Ergänzungswinkeln entbehrt werden kann.

2. Wipperfürth, Progymnasium. Progr. Nr. 468. Direktor Peter Joseph Breuer: *Die gemeinen Logarithmen.* 19 S. 4°.

Diese Abhandlung, welche in dem Teubner'schen Verlage schon in erneuter Auflage und in handlicherem Format erschienen ist, behandelt die gemeinen Logarithmen für die Lehrstufe der Untersekunda, also unabhängig von der allgemeinen Logarithmenlehre. Die eingehende Entwicklung der Theorie läfst in Verbindung mit der korrekten Fassung der einzelnen Sätze erkennen, dafs die Arbeit aus der Praxis herausgewachsen ist und somit auch in der Praxis gute Dienste leisten wird. In seinem Bestreben vollständige Klarheit über die besprochenen Gegenstände zu erzielen hat der Verfasser es versucht, die Berechnung der logarithmischen Tafeln auch schon dem Untersekundaner durch ein elementares Verfahren zu ermöglichen. Diese Berechnung basiert auf dem Grundsatze, dafs

$$\Lambda\underline{a+z} > \Lambda\underline{a} + z \cdot \frac{0{,}8685889638065034}{2a+z}$$

$$\text{aber} < \Lambda\underline{a} + z \cdot \frac{0{,}8685889638065034}{2a+z} + w$$

ist, wo w eine Gröfse ist, welche um so kleiner wird, je mehr a den Wert von z übertrifft, z. B. für $a \geqq 1000 \cdot z$ und positives z den Wert $4 \cdot 10^{-11}$ besitzt. Allerdings wird auch diese Berechnungsmethode den wissensdurstigen und neugierigen Sekundaner nicht befriedigen, da der genannte Satz unbewiesen bleibt und somit in der Luft schwebt. Aufserdem erhebt sich die Frage, ob der überreiche Lehrstoff der Untersekunda noch einen solchen Zuwachs ertragen kann. Die Einführung der Logarithmenrechnung in dieses Pensum war wohl nach Ansicht der meisten Fachgenossen berechtigt und von unbestreitbarem Erfolg begleitet, jedoch ist dieser letztere nur gesichert, wenn weise Mafs gehalten wird. Sollte aber hier und da die Qualität des Schülermaterials ein Hinausgehen über die Grenze des absolut Notwendigen gestatten, so dürfte das Breuer'sche Verfahren als das empfehlenswerteste erscheinen, zumal da der Beweis des oben genannten Grundsatzes sich in den oberen Klassen leicht nachholen läfst. (Vergl. über letzteren Punkt die Programmabhandlung dess. Verf. Ostern 1890).

3. **Elberfeld,** Realgymnasium. Progr. Nr. 478. Zeichenlehrer Ed. Zeppenfeld: *Planimetrische Konstruktion von Kugelschatten, Kugelperspektiven und orthographischen Ansichten des Erdgradnetzes.* 14 S. 4° und 4 Figurentafeln.

Der stereometrische Satz, dafs die Brennpunkte eines Kegelschnittes diejenigen Punkte sind, in welchen die den Kegelmantel ein- und der Schnittebene anbeschriebenen Kugeln letztere berühren, führt bekanntlich zu einer einfachen stereometrischen Konstruktion dieser Brennpunkte. Legt man nämlich in den Kegel eine ganz beliebige Kugel und zieht in derselben einen zur Schnittebene senkrechten Durchmesser, so treffen die Verbindungslinien der Kegelspitze mit den Endpunkten dieses Durchmessers die Schnittebene in den gesuchten Brennpunkten. Von dieser Konstruktion macht der Verfasser Anwendung auf die projektivische Darstellung der Kegelschnitte, indem er der Projektionslehre die Aufgabe zuweist, die Brennpunkte und einen Scheitelpunkt zu suchen, während er die Konstruktion des Kegelschnittes selbst der Planimetrie überläfst. Diese Arbeitsteilung unter zwei sich sonst ausschliefsende Disziplinen bietet den Vorteil, dafs die Darstellung einerseits eine gröfsere Genauigkeit, andererseits eine nicht zu unterschätzende Abkürzung bewirkt. Besonders deutlich treten die Vorzüge der planimetrischen Konstruktion bei der vom Verfasser angegebenen Methode zum Entwerfen des Erdgradnetzes hervor. Liegen Nord- und Südpol nicht auf dem Umfange des die Erde darstellenden Kreises, so werden bei der orthographischen Projektion sowohl die Längen- wie auch die Breitenkreise Ellipsen. Von letzteren sucht der Verfasser mit Hilfe je zweier geometrischer Örter die Brennpunkte auf und zeichnet dann die Kurven selbst nach dem gewöhnlichen planimetrischen Verfahren.

4. **Kreuznach,** Gymnasium. Progr. Nr. 448. Prof. Aug. Much: *Über die Bewegung zweier Massenpunkte, die sich auf zwei Geraden so bewegen, dafs ihre Entfernung stets dieselbe bleibt.* Erste Hälfte. 17 S. 4°.

Das in dem Titel angeführte Problem behandelt die Bewegung zweier Massenpunkte m_1 und m_2 auf zwei beliebigen windschiefen Geraden und zwar für den Fall, dafs als bewegende Kraft nur die Schwerkraft in Betracht gezogen wird. Zunächst beleuchtet der Verfasser die Aufgabe von der geometrischen Seite, indem er die möglichen Lagen der beiden Punkte betrachtet und die analytischen Bedingungen für die Grenzlagen derselben feststellt. Zu diesem Zwecke projiziert er das System auf eine Ebene, welche auf der kürzesten Entfernung der beiden Geraden senkrecht steht, und in der sich der Schwerpunkt des Systems bewegt. Die Anwendung des Prinzips der lebendigen Kräfte ergiebt für deren Summe V die Beziehung $V = g(m_1 + m_2)x + A$, wo g die Beschleunigung durch die Schwerkraft, x die vertikale Koordinate des Schwerpunkts und A die Integrationskonstante bedeutet. Bezeichnen wir die Koordinaten des Schwerpunkts in seiner höchsten und tiefsten Lage mit x_1 und x_2, das Maximum und Minimum der Kräftesumme mit V_1 und V_2, so ergiebt die Betrachtung und Differentiation des obigen Ausdruckes für V die Bestimmung

$$V_1 - V_2 = g(m_1 + m_2)(x_1 - x_2),$$

woraus für die Art der Bewegung eine dreifache Möglichkeit resultiert. Je nachdem

$$V_1 \gtreqless g(m_1 + m_2)(x_1 - x_2)$$

ist, wird das Massensystem vollständige Umläufe machen (also alle möglichen Lagen einnehmen), oder in labiler Gleichgewichtslage zu dauernder Ruhe gelangen, oder aber in zwei bestimmten Lagen zu

momentaner Ruhe gelangen um sofort wieder in umgekehrter Richtung die Bewegung zu beginnen. Die zweite Integration der Bewegungsgleichung führt zu einem Integral, welches sich nicht allgemein lösen läfst, sondern nur in vier Fällen auf elliptische Integrale zurückführbar ist.

5. **Essen**, Realschule. Progr. Nr. 500. Oberlehrer Prof. Dr. G. Looser: *Ein neues Thermoskop*. 19 S. 4° m. 5 Abbild. im Text. Vergl. dse. Ztschr. Bd. XXVI S. 625.

6. **Cleve**, Kgl. Gymnasium. Progr. Nr. 429. Oberlehrer Joseph Cremer: *Ein Beitrag zur elementaren Theorie des Potentialbegriffes in der Elektrizitätslehre. Teil I: Elektrostatik*. 17 S. 4°.

Infolge der grofsen Bedeutung, welche die Elektrotechnik in dem gewerblichen Leben der Jetztzeit gewonnen, hat sich immermehr die Ansicht Bahn gebrochen, dafs die Begriffe des elektrischen Potentials und der elektrischen Energie auch in dem Gymnasialunterrichte — wenigstens der oberen Klassen — nicht mehr entbehrt werden könnten.
Der Verfasser giebt deshalb eine kurze Übersicht über die Theorie des elektrischen Potentials, um zu zeigen, in welcher Weise die genannten Begriffe dem Verständnis nahe gebracht werden können. Er geht hierbei aus von der in den meisten Lehrbüchern bisher üblichen Definition des Potentials als derjenigen Arbeit, welche notwendig ist, um die positive elektrostatische Einheit aus unendlicher Entfernung bis zu einem bestimmten Punkte im elektrischen Felde zu bewegen — eine Auffassung, welche allerdings in theoretischer und methodischer Hinsicht nicht unangefochten geblieben ist. Die Ableitung der Beziehungen zwischen Potential, Spannung, Dichte, Kapazität, die Entwicklung des Begriffs der Niveauflächen und Kraftlinien erfolgt in der bekannten Weise. Den Schlufs bildet eine Übersicht über die absoluten Mafse. Auf einige Unklarheiten und Versehen ist schon an anderer Stelle (vergl. Poske's Zeitschrift für phys. Unterr. Bd. VIII, S. 110) hingewiesen worden.

7. **Köln**, Kgl. Gymnasium an Aposteln. Progr. Nr. 431. Professor Dr. Kaspar Velten: *Der naturwissenschaftliche Unterricht am Gymnasium*. 19 S. 4°.

Von dem Standpunkte aus, dafs das Gymnasium vor allen anderen Unterrichtsanstalten dazu berufen sei, die ihm anvertrauten Schüler zu religiös-sittlichen Menschen und zu brauchbaren und nützlichen Gliedern der menschlichen Gesellschaft zu erziehen, behandelt der Verfasser das im Titel angegebene Thema. Indem er im wesentlichen dieselben Gesichtspunkte geltend macht, welche auch in ähnlichen Programmschriften, zuletzt noch in den Referaten zur rheinischen Direktoren-Versammlung 1893 zum Ausdrucke gelangten, erörtert er die Berechtigung des naturwissenschaftlichen Unterrichts im Lehrgebäude der humanistischen Anstalten und weist auf dessen hohe Bedeutung für die formale und materiale Ausbildung hin. Hierbei legt der Verfasser auch seine Ansicht über die Stellung des naturwissenschaftlichen Unterrichts zur Religionslehre dar. Wie er den ersteren für wohlgeeignet hält, den Aberglauben zu bekämpfen, so glaubt er andererseits nicht, dafs die genannten Disziplinen jemals in einen ernsten Gegensatz treten können, da sie vielmehr beide demselben Zwecke dienen sollen, nämlich vertiefend auf den religiös-sittlichen Sinn einzuwirken. Wenn auch dieses dem Unterrichte in den Naturwissenschaften vorgestellte Ziel etwas zu weit gesteckt ist, so mufs man dem Verfasser doch zustimmen, wenn er mit grofser Wärme und Liebe den ethischen Wert dieses Unterrichtsgegenstandes erörtert. Gerade in der Naturbeschreibung liegt die Gefahr nahe, sich im einzelnen zu verlieren und das gemeinsame Ganze darüber zu vergessen. Da ist vor allem die über allen Einzelerscheinungen waltende Gesetzmäfsigkeit, die in den

Naturgesetzen ausgesprochene Klarheit und Wahrheit, welche ein einigendes Band um das Ganze knüpft, Gesichtspunkte, deren gelegentliche Besprechung notgedrungen bestimmend und festigend auf die Charakterbildung einwirken muſs.

Im weiteren Verlaufe seiner Arbeit bespricht der Verfasser an der Hand der neuen Lehrpläne, denen er zustimmt, die Lehrpensen der einzelnen Klassen bis II inf., begrenzt deren Umfang und knüpft daran einige methodische Bemerkungen, ohne von dem bisher Bekannten wesentlich abzuweichen.

8. **Essen,** Realgymnasium. Progr. Nr. 479. Oberlehrer Dr. Karl Knops: *Die wichtigeren Pflanzenkrankheiten. Für den Unterricht bearbeitet.* 22 S. 4°.

Ohne Anspruch darauf erheben zu wollen, die botanische Wissenschaft oder die Methodik des naturbeschreibenden Unterrichts wesentlich zu bereichern, stellt die vorliegende Abhandlung an der Hand der einschlägigen Litteratur, insbesondere des Handbuchs der Botanik von Schenk, dasjenige Material über Pflanzenkrankheiten zusammen, welches sich zur Besprechung in der Real-Untersekunda bezw. der Gymnasial-Untertertia eignet — eine Arbeit, die den Fachgenossen um so willkommener sein wird, als keines der eingeführten Lehrbücher diesen durch die Lehrpläne zu einem Spezialpunkt des botanischen Unterrichts erhobenen Gegenstand in übersichtlicher Darstellung bringt. Seinen Stoff, dessen Reichhaltigkeit im umgekehrten Verhältnisse zu der seiner Verarbeitung eingeräumten Zeit steht, faſst der Verfasser in vier Kapiteln zusammen, welchen die durch mechanische, durch anorganische Einflüsse, durch Pflanzen und durch Tiere veranlaſsten Krankheiten eingeordnet sind. Leider wird man auf dem Gymnasium gezwungen sein, diesen höchst interessanten Lehrstoff mehr als wünschenswert zu sichten bezw. auf andere Klassenpensen zu verteilen. Die im letzten Kapitel behandelten durch tierische Parasiten hervorgerufenen Krankheiten lassen sich wohl am besten dem zoologischen Pensum der Quarta zuweisen; die übrigen Kapitel wird man zum gröſsten Teile in das Pflanzenstudium der unteren Lehrgänge einreihen müssen, sodaſs sich die Durchnahme des fraglichen Gegenstandes in Untertertia auf eine zusammenfassende Repetition beschränken wird. Gerade bei einer solchen wiederholenden Behandlung der Pflanzenkrankheiten wird die wohl disponierte Knopssche Arbeit gute Dienste leisten.

9. **Köln,** Realschule. Progr. Nr. 495. Prof. Dr. August Blind: *Einleitung in die Handelsgeographie.* 44 S. 4°.

Für die speziellen Zwecke des geographischen Unterrichts in der mit der Realschule verbundenen Handelsklasse der Stadt Köln hat der Verfasser die Grundlehren der Handelsgeographie in ihren Hauptzügen zusammengestellt, wobei naturgemäſs nur ein flüchtiger Einblick in den weitverzweigten und verwickelten Kreislauf der Güter und in die der Handelsgeographie zur Grundlage dienenden Hilfswissenschaften erstrebt werden konnte. Nach einer kurzen Auseinandersetzung über die Bedeutung des zu behandelnden Gegenstandes, bei welcher die übrigen geographischen Disziplinen erklärlicherweise schlecht wegkommen, giebt der Verfasser eine gedrängte Übersicht über die Ozeanographie, Klimatologie und Geologie, deren Lehren an zahlreichen charakteristischen Beispielen aus der Heimat und aus fremden Erdteilen recht treffend veranschaulicht werden. Im folgenden Abschnitte, welcher der Handelsphysiologie gewidmet ist, werden die Produktion und Konsumtion der wichtigsten Handelsprodukte in den Hauptkulturländern im einzelnen besprochen, die ihr Fallen und Steigen bedingenden Gründe erörtert und gleichzeitig interessantere historische Momente kurz gestreift. Leider ist die Gold- und Silberproduktion, welche für den gesamten Warenumsatz

vielfach von entscheidender Bedeutung ist, hierbei ganz übergangen. Den Beschlufs der Arbeit bildet die Behandlung der volkswirtschaftlichen Gesetze, insofern sie in der Entwicklung von Handelsländern, Handelszentren, und Handelswegen zum Ausdrucke kommen, sowie ein Hinweis auf die staatlichen wirtschaftlichen Einrichtungen, welche zur Förderung des Güterumlaufs getroffen werden.

C. Zeitschriftenschau.

Eine neue Zeitschrift, betitelt:

Die Umschau, Übersicht über die Fortschritte und Bewegungen auf dem Gesamtgebiet der Wissenschaft, Technik, Litteratur und Kunst. Herausgegeben von Dr. J. H. Bechold in Frankfurt a. M. Verlag von H. Bechold, ebenda. Erscheint wöchentlich. Abonn.-Preis vierteljährlich 2 M. 50 Pf.

Von dieser neuen und — wie der Titel sagt — viel versprechenden Wochen-Zeitschrift sind bis jetzt (die neueste Nr. datiert vom 4. Septbr.) 36 Nummern erschienen.*) Sie enthalten zwar keine mathematischen Aufsätze, wohl aber eine ziemliche Anzahl naturwissenschaftliche und geographische oder solche, welche diese Gebiete berühren (Völkerkunde). Gleich das 1. Heft bringt: Die Physik der Himmelskörper (Astrophysik) und ihre Methoden. Von William Huggins (Übersetzung). Die übrigen Artikel wollen wir nach Disziplinen ordnen:

Physik. Hier ist besonders die Elektrotechnik vertreten. Die Elektrotechnik im Jahre 1896 (Sachs 10**)). Stromsammler und Akkumulatoren (Rufsner 20). Herstellung von Glühlampen für elektr. Licht (19). Der neuen Entdeckung der Röntgen-Strahlen wird viel Aufmerksamkeit zugewandt, z. B. Verwertbarkeit derselben in der Medizin (Mehler 11) und in d. chem.-analyt. Praxis (Thilo 30). Eine X-Strahlen-Lorgnette (31). Neue Einrichtung in R.-Röhren (18). Telegraphie ohne Draht (Defsau 33). Die Nutzbarmachung der Wasserkräfte für die Elektrotechnik (Voller 21). Der zukünftige elektrische Betrieb der Eisenbahnen (25). Die elektrische Untergrundbahn in Budapest (Wiliczek 34).

Aus den übrigen Gebieten der Physik sei noch bemerkt:

Messung hoher und niedriger Temperaturen (Rufsner 15). Beeinflussung des Wetters durch die Menschenhand (Trabert 20). Elektrizität des Luftmeeres (Wölfing 18). Neues aus der Flugtechnik (Rufsner 20).

Naturgeschichte (mit Geographie).

Botanik. Die Botanik im Jahre 1896 (Nestler 23). Giftige Eigenschaften des Oleanders (derselbe 19). Pflanzenphysiolog. Beobachtungen (derselbe 33). — Stickstoff und Pflanzen (derselbe 13).

Zoologie. Insekten als Verbreiter ansteckender Krankheiten (Schenkling 14). Lästige Gäste aus der Insektenwelt (Reh 29). Zoologisch-biologische Beobachtungen (derselbe 34).

Am wenigsten ist bedacht die Mineralogie (das Reich der Gesteine). Wir finden nur „Der Goldbergbau in Transvaal" (26).

Geographie und Völkerkunde. Die Geographie in den letzten Jahren (Flert 16). Die Polargebiete (derselbe 24). Die Seen Ungarns

*) Die Hefte 2—9 gingen uns nicht rechtzeitig zu. Unsere Inhaltsangabe erstreckt sich also nur auf Heft 1 und Heft 10—34.

**) Die Zahl hinter dem Verf. bedeutet die Heftnummer.

(Halbfaſs 16). Gestalt der europäischen Seen (derselbe 24). Mond- und Erdkunde in ihren gegenseitigen Beziehungen (Günther 17). Hawai und Japan und die europäische Auswanderung (v. Brandt 27). Die deutschen Kolonien in Ostafrika (Neubaur 20 u. 22). Der Nicaragua-Kanal (Polakowsky 11). Der Lebensraum, geogr. Skizze von Ratzel (21).

Aber auch über andere scheinbar fernliegende Gebiete erstreckt sich der Inhalt dieser Zeitung, z. B. auf Musik und Biographisches (Brahms, Bayreuth 1897 in Nr. 29, Stephan †). Ferner auf Medizin, z. B. Schulmedizinisches und Naturheilmethode (P. Müller 26—28). Anpassung bei pathologischen Vorgängen (Walch 34). Physiologische Notwendigkeit des Todes (25). Auf Kunst und Sprache, z. B.: Die Kunst auf der Straſse; Neue Methode des Sprachunterrichts (23). Ferner auf Agrikultur und Verkehrswesen: Die Eisenbahnunfälle und deren Verhütung (Wilczek 30). Auch das Militärische ist nicht weggelassen: Änderungen und Fortschritte im Militärwesen (31), z. B. im Artilleriewesen (24). Neues Infanteriegewehr (28). Schnellfeuergeschütz (21). Ein weites Feld ist der Geschichte und den Künsten (den redenden und den plastischen) eingeräumt.

Oftmals reizen verblüffende Überschriften oder Titel der Aufsätze den Leser zum Haltmachen: z. B. Die vierte Dimension (16). Die Psychologie des Dilettanten (27).

Auch in den „Kleinen Mitteilungen“ und im „Sprechsaal“ ist manches Interessante zu finden. Kurz, diese neue Zeitschrift zeigt eine groſse Mannigfaltigkeit. Herausgeber und Mitarbeiter scheinen dem Grundsatze zu huldigen: „Wer vieles bringt, wird manchem etwas bringen.“ Doch sind die Artikel von verschiedener Güte und zugeschnitten auf den „gebildeten Laien“.

D. Bibliographie.

Juli 1897.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Grimmich, Prof., Lehrbuch der allg. Erziehungslehre. (165 S.) Wien, Kirsch. 2,00.

Kallas, Pastor, System der Gedächtnislehre. Ein Beitrag zur Pädagogik. (631 S.) Dorpat. 8,00.

Kornhuber, Prof. Hofr. Dr., Zur Erinnerung an Jos. Kolbe. (11. Mai 1825—27. Febr. 1897.) (28 S. m. Bild.) Wien, Hölder. 0,60.

Malfertheiner, Prof., Statistische Tabellen als Ergänzung der vergleich. Statistik des Unterrichtserfolges der österr. Gymnasien. (20 S.) Wien, Pichler. 0,60.

Baumann, Prof. Geh. Reg.-R., Über Willens- und Charakterbildung auf physiologisch-psychologischer Grundlage. (86 S.) Berlin, Reuther. 1,80.

Mandel, Dr., Das klassische Gymnasium. Eine Studie für Gebildete unter seinen Gegnern. (28 S.) Braunschweig, Salle. 1,00.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Meisel, Dir. Privatdoc. Dr., Leitfaden f. d. geometr. Unterricht an gewerbl. Lehranstalten. (28 S.) Darmstadt, Bergsträſser. 0,40.

Braunmühl, v., Beiträge zur Geschichte der Trigonometrie. (30 S.) Leipzig, Engelmann. 1,50.

2. Arithmetik.

Schmidt, Zahlenbuch. Produkte aller Zahlen bis 1000×1000. Entworfen v. C. Cario. (279 S.) Aschersleben, Bennewitz. Geb. 10,00.

Sturm, Lehrbuch der Analysis. Übers. v. Doc. Dr. Grofs. (360 S.) Berlin, Fischer. 7,50.

Hermes, Prof. Dr., Mathematische Schrift. Eine Stenographie mit unverbundenen Elementarzeichen. (14 S.) Berlin, Schuhr. 0,60.

Lefler, Oberl. Dr., Methodisches aus dem Unterrichte in der Arithmetik. (25 S.) Gotha, Thienemann. 0,60.

Goldschmidt, Dr., Die Wahrscheinlichkeitsrechnung. Versuch einer Kritik. (279 S.) Hamburg, Vofs. 7,00.

Becker, Prof. Dir. Dr., Logar.-trig. Handbuch auf 5 Dezimalen. (104 S.) Leipzig, Tauchnitz. 1,20.

Servus, Oberl. Privatdoc. Dr., Regeln der Arithm. zum Gebrauche an höheren Lehranstalten u. zum Selbstunterr. 2. Tl.: O II u. I. (235 S.) Berlin, Salle. 2,40.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Zehnder, Prof. Dr., Die Mechanik des Weltalls. (176 S.) Freiburg, Mohr. 3,00.

Mach, Prof. Dr., Die Mechanik in ihrer Entwicklung, histor.-kritisch dargestellt. 3. Aufl. (505 S.) Leipzig, Brockhaus. 8,00.

Scheiner, Prof. Dr., Die Photographie der Gestirne. (382 S. m. Atlas.) Leipzig, Engelmann. 21,00.

Müller, Prof. Dr., Die Photometrie der Gestirne. (556 S.) Ebda. 20,00.

Physik.

Danmar, Die Schwere, ihr Wesen u. Gesetz. J. Newton's Irrtum. (128 S.) Zürich, Verlagsmagazin. 3,00.

Hellmann, Die Anfänge der magnetischen Beobachtungen. (27 S.) Berlin, Kühl. 1,50.

Bucherer, Dr., Eine Kritik der Nernst'schen thermodynamischen Anschauungen. (31 S.) Freiberg, Craz. 0,60.

Cohn, Prof., Elektrische Ströme. 10 Vorträge üb. d. phys. Grundlagen der Starkstromtechnik. (182 S.) Lpz., Hirzel. 3,60.

Röntgen, W., Weitere Beobachtungen über die Eigenschaften der X-Strahlen. (17 S.) Berlin, Reimer. 1,00.

Wagner, Dr. Ad., Grundpropleme der Naturwissenschaft. — Briefe eines unmodernen Naturforschers. (255 S.) Berlin, Bornträger. Geb. 5,00.

Chemie.

Ponaotovič, Dr., Calciumcarbid u. Acetylen in Vergangenheit, Gegenwart u. Zukunft. (125 S.) Lpz., Barth. 3,60.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Marshall, Prof. Dr., Die deutschen Meere u. ihre Bewohner. Kleine Ausg., zugleich als naturhist. Vademecum f. Besucher deutscher Seebäder. (394 S. mit Abb.) Lpz., Twietmeyer. 5,00.

2. Botanik.

Raschke, Ob.-Lehrer, Dr., Tafel giftiger und verdächtiger Pilze. $46\frac{1}{2}:75\frac{1}{2}$ cm. Annaberg, Grafser. 2,50 (aufgez.)

Zippel, Ausländische Kulturpflanzen in farbigen Wandtafeln. (12 Taf. u. 99 S. Text.) Wohlfeile Ausgabe. Braunschweig, Vieweg. 10,00.
Söhns, Oberl. Dr., Unsere Pflanzen hinsichtlich ihrer Namenserklärung u. ihrer Stellung in Mythologie u. Volksaberglauben. Lpz., Teubner. (92 S.) Geb. 1,60.

3. Mineralogie.

Meyer, Dir. Dr., Die Entstehung der Erde u. des Irdischen. (427 S.) Berlin, Allg. Verein für deutsche Litteratur. 6,00.
Droop, Die Gesteinslehre. Gemeinverständliche Geologie. (59 S.) Plauen, Focken. Geb. 1,00.
Berwerth, Prof. Dr., Mikroskopische Strukturbilder der Massengesteine in farbigen Lithographien. 32 lith. Taf. Stuttgart, Schweizerbart. 20,00.
Moesch, Dr., Geologischer Führer durch die Alpen, Pässe u. Thäler der Centralschweiz. (120 S.) Zürich, Raustein. 2,00.

Geographie.

Volkens, Privatdoc. Prof. Dr., Der Kilimandscharo. Darstellung der allg. Ergebnisse eines 15monatl. Aufenthalts im Dschaggalande. (388 S. mit Abb.. Taf. u. Karte.) Berlin, Reimer. 8,00.
Wohltmann, Prof. Dr., Die Ziele u. Erfolge der deutschen Kolonialpolitik. (23 S.) Bonn, Cohen. 0,60.
Rohmeder u. Wentz, Methodischer Atlas für bayerische Schulen. 15 Karten. München, Oldenbourg. Geb. 1,35.
Heiderich, Prof. Dr., Länderkunde von Europa. (182 S.) Lpz., Göschen. 0,80.
Wisotzki, Dr., Die Zeitströmungen in der Geographie. (467 S.) Lpz., Duncker u. Humblot. 10,00.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Falcke, Leitfaden der Geometrie. 18. Aufl. (102 S.) Berlin, Rentel. 0,80.
Matthießen, Prof. Dr., Übungsbuch für den Unterr. in d. Arithm. u. Algebra. 4. Aufl. (253 S.) Köln, Du Mont. 2,00.
Spieker, Prof. Dr., Lehrbuch der Stereometrie mit Übungsaufgaben. 2. Aufl. (108 S.) Potsdam, Stein. 1,60.
Fenkner, Oberl. Dr., Lehrbuch der ebenen Geometrie. 3. Aufl. (208 S.) Braunschweig, Salle. 2,00.
Ganter u. Rudio, Prof. Prof., Die analytische Geometrie der Ebene. 3. Aufl. (176 S.) Lpz., Teubner. 2,40.
Schwering, Gymn.-Dir. u. Oberl. Krimphoff, Anfangsgründe der ebenen Geometrie. 2. Aufl. (133 S.) Freiburg, Herder. 1,80.

2. Naturwissenschaften.

Wiedemann u. Ebert, Physikalisches Praktikum mit besonderer Berücksichtigung der phys.-chem. Methoden. 3. Aufl. (490 S.) Braunschweig, Vieweg. 9,00.
Noll, Prof. Oberl. Dr., Die Naturgeschichte des Menschen. 3. Aufl. (109 S.) Breslau, Hirt. Geb. 1,50.
Credner, Prof. Geh. Bergr. Dr., Elemente der Geologie. 8. Aufl. (797 S.) Lpz., Engelmann. 15,00.
Vogel, Oberl., Chemie für Volks- u. Töchterschulen bearb. 3. Aufl. (80 S.) Lpz., Peter. 0,50.
Krass u. Landois, Lehrbuch für den Unterr. in der Botanik. 4. Aufl. (310 S.) Freiburg, Herder. 3,00.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Schulgesetzgebung und Schulstatistik, Auszüge und Abdrücke aus Zeitschriften u. dergl.)

Bericht über den Verlauf der sechsten Hauptversammlung des Vereins zur Förderung des Unterrichts in der Mathematik und den Naturwissenschaften in Danzig während der Tage vom 7.—10. Juni 1897.

Von Oberlehrer Dr. LAKOWITZ-Danzig.

II.*)

Hierauf trug Herr Oberlehrer Dr. Schülke-Osterode i. O.-Pr. seine „Beiträge zur Reform des Unterrichts in der Arithmetik" vor, welche hier in gekürzter Form wiedergegeben werden. Der Vortragende führte etwa Folgendes aus:

In erster Linie scheint mir der Funktionsbegriff und der damit in engster Beziehung stehende Koordinatenbegriff, welcher die Möglichkeit gewährt, den Verlauf einer beliebigen Funktion anschaulich darzustellen, eine viel eingehendere Berücksichtigung zu verdienen als bisher. Der Funktionsbegriff kennzeichnet recht eigentlich die neue Mathematik im Gegensatz zu der alten Euklidischen Starrheit, und niemand wird leugnen, dass er von grundlegender Bedeutung und überaus grosser Fruchtbarkeit ist. Wohl aber wird er vielfach, aber mit Unrecht für zu schwer und deshalb für ungeeignet gehalten.

Vortr. wünscht die ausdrückliche Einführung des Koordinatenbegriffs in II B. Man berechne $y = 2x + 3$ für verschiedene ganzzahlige und gebrochene x, trage die zusammengehörigen Wertpaare in ein Axenkreuz ein und wiederhole dasselbe für andere Beispiele, zunächst von der Form $y = ax + b$ und $y = ax + b + c$.**) Die Berechnungen einfacher Funktionen bilden nach des Vortragenden Ansicht einen zweckmäſsigen Ersatz für schwierigere, sonst wenig wertvolle Gleichungen. Sobald die Schüler mit dieser Darstellungsart einigermaſsen vertraut sind, ergiebt sich deren Verwendung bei anderen Gelegenheiten von selbst. Die Bedeutung der umgekehrten Rechnungsoperationen wird tiefer erfasst, wenn der Schüler sieht, daſs $y = 3x$ und $y = x : 3$, $y = x^2$ und $y = \pm\sqrt{x}$, $y = 10^x$ und $y = \log x$ dieselben Kurven liefern, nur durch die Lage unterschieden.

---

*) Den 1. Teil s. in Heft 5, S. 385—392. D. Red.

**) Dafür hat schon Bardey gesorgt. Man sehe seine Arithm. Aufgaben nebst Lehrbuch der Arithmetik, 2. Aufl. 1882. S. 264. Abschn. XXXIII.

Die Erweiterung des Potenzbegriffes von ganzzahligen auf gebrochene und negative Exponenten ergiebt sich hier durch die Anschauung. Die Definition der trigonometrischen Funktionen für die Winkel aller Quadranten bleibt $\sin\alpha = y : r$, $\cos\alpha = x : r$, und damit fallen alle Schwierigkeiten in der Bestimmung der Vorzeichen fort. Die geometrische Darstellung der trigonometrischen Funktionen schliefst sich daran und ebenso die Summe von 2 oder mehreren Sinuslinien, welche für stehende Wellen, Obertöne, Drehstrom wichtig sind. Weitere geeignete Beispiele für die graphische Darstellung liefert die Interpolation, die angenäherte Lösung von Gleichungen dritten Grades, physikalische Formeln, wie z. B. das Mariotte'sche Gesetz, die Diagramme in der Technik, Temperaturverhältnisse, graphische Fahrpläne u. s. w. Selbstverständlich ist Redner nicht der Ansicht, dafs man in jedem Jahre alle diese Dinge besprechen müsse, aber nichts von dem Genannten bereitet Schwierigkeit, wenn man an diese Betrachtungen gewöhnt ist; es kommt also nur darauf an, die Schüler frühzeitig damit vertraut zu machen.

Alsdann unterbreitet Redner der Versammlung eine Gruppe von Vorschlägen, durch welche der Unterricht vereinfacht wird und die charakterisiert werden durch den allgemeinen Gesichtspunkt: Gröfsere Annäherung an die wirklichen Verhältnisse.*) Hierzu gehört vor allem die Berücksichtigung der Beobachtungsfehler. Man mufs sich bewufst bleiben, dass alle Zahl- und Mafsangaben nur bis zu einer bestimmten Grenze hin Gültigkeit haben. Eine Angabe von 6,78 m bedeutet doch nur, dafs der wahre Wert zwischen 6,775 und 6,785 liegt. Man frage daher so oft als möglich: Wie ändert sich das Ergebnis, wenn beim Messen der gegebenen Stücke, in einer oder mehreren Grössen ein Fehler von 0,5 mm, der von 0,01° vorgekommen ist? Solche Aufgaben wurden bisher im Unterricht so gut wie garnicht gestellt und doch tragen sie zur Vertiefung der Auffassung wesentlich bei.

Man könnte einwenden, dafs dem Schüler der Begriff des Messens fern liegt und dafs deshalb die alte Methode mit den absolut genauen Angaben seinem Gedankenkreise besser entspricht; aber das Messen ist eine Thätigkeit von so fundamentaler Bedeutung, dafs man alle Bestrebungen unterstützen mufs, welche darauf hinzielen, den Schüler damit vertraut zu machen. Dies kann z. B. schon in der Geometrie auf IV geschehen, wenn man ein Dreieck nicht aus a, b, γ zeichnen läfst, sondern aus $a = 3$ cm, $b = 4$ cm [an der Tafel 30 cm und 40 cm] $\gamma = 65°$. Läfst man dann die gesuchten Stücke öfters nachmessen, so zeigt sich sehr bald, dafs auch bei richtiger und sorgfältiger Zeichnung Abweichungen garnicht zu vermeiden sind.

Von diesem Gesichtspunkte aus ist also eine Verringerung der geltenden Ziffern notwendig. Hierher gehört auch der Ersatz der fünfstelligen Logarithmen durch vierstellige.

Ferner bieten die Winkel-Sekunden fast in allen Fällen eine überflüssige und für den Unterricht wertlose Genauigkeit und daneben erschwert die 60-teilung unnötig die Rechnung. Schon in der Schreibweise 22,58° für 22° 34′ 46″ zeigt sich die Erleichterung noch mehr als bei allen Additionen u. s. w. von Winkeln und bei der Bestimmung der Proportionalteile, welche ebenso wie bei den Logarithmen der Zahlen erfolgt.

Redner schlägt ferner noch eine häufigere Verwendung des einfachen Rechnens auch in den oberen Klassen und eine Behandlung zusammenhängender Abschnitte aus der Physik, Astronomie, Nautik, Feldmessung u. s. w. vor.

Alsdann geht der Vortragende zu einem Gegenstande über, der nach seiner Meinung dem Unterrichtswesen vielleicht am meisten notthut. Reformvorschläge zur Besserung des Unterrichts sind schon viele gemacht, so

*) Auch bereits von anderer Seite vielfach gefordert. D. Red.

viele, dafs man über die grofse Zahl gespöttelt hat. Bei der oft verwirrenden Mannigfaltigkeit dieser Vorschläge drängt sich von selbst die Frage auf: Woran kann man erkennen, ob ein Vorschlag wirklich einen Fortschritt bedeutet? und da die Antwort hierauf von entscheidender Bedeutung ist, so wirft Vortr. zunächst einen kurzen Blick auf die einschlägigen Verhältnisse in anderen Berufen, z. B. beim Militär und bei der Justiz.

Uns stehen Einrichtungen, welche einen sicheren und stetigen Fortschritt im Unterrichtsbetrieb verbürgen, nur in sehr beschränktem Mafse zur Verfügung. Wer die Errungenschaften des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts nach den Veröffentlichungen im Centralblatt f. d. ges. Unterricht beurteilen wollte, der wird nur ein sehr lückenhaftes Bild erhalten. Die Direktoren-Versammlungen geben keinen Ersatz, da sie sich vielfach widersprechen und z. B. die Zweistufigkeit des Unterrichts vor 1892 fast überall verurteilt wurde. Die Universitäts-Professoren leben hauptsächlich der Erweiterung der Wissenschaft sowie ihrer Lehrthätigkeit und sie lehnen es zum gröfsten Teile grundsätzlich ab, sich um spezielle Fragen des Gymnasial-Unterrichts zu kümmern. Die Verbesserungen der Lehrmethode gehen also wesentlich von den Lehrern aus, und die ungemein zahlreiche pädagogische Litteratur giebt Kunde von der eifrigen Thätigkeit. Aber wieviel davon wird wirklich ausgeführt und wieviel wird stillschweigend abgelehnt? Die vielen Arbeiten auf allen möglichen Gebieten und häufig in entgegengesetzter Richtung ergeben physikalisch ausgedrückt keine Resultante. Durch Zusammenfassen und Unterstützen der wichtigsten Bestrebungen könnte in viel kürzerer Zeit erheblich mehr geleistet werden.

Was Redner also durchaus zu fehlen scheint, das ist ein Kollegium von Männern, welches in beständigem Gedankenaustausch steht und welches dadurch einerseits mit den vorhandenen Thatsachen gründlich vertraut ist und darüber Auskunft erteilen kann, und welches andererseits die wichtigsten Neuerungen hervorhebt und dieselben durch Beseitigung der möglicherweise anhaftenden Unvollkommenheiten zur Einführung geeignet macht. Dieses Kollegium kann nur dann seine Aufgabe für den Gymnasial-Unterricht vollständig erfüllen, wenn auch Vertreter der Wissenschaft, Hochschul-Professoren, dazu gehören, und namentlich, soweit Fragen des Rechenunterrichts erörtert werden, sind auch Kenner des Volksschulwesens unentbehrlich. Solch ein Kollegium, das den Vorschlägen der Einzelnen gegenüber gewissermafsen eine höhere Instanz darstellt, dürfte auch den Behörden angenehm sein.

Übrigens ist solch eine höhere Instanz, die von den Lehrern selbst gewählt wird, nicht etwa eine unmögliche Utopie, sondern diese Idee ist in grossem Mafsstabe in Amerika seit 30 Jahren durchgeführt. Das *Bureau of Education*, das man etwa mit „Erziehungsrat“ oder „Unterrichtsrat“ übersetzen könnte, hat den Zweck, über die besten Erziehungssysteme Erkundigungen einzusammeln, und die erzielten Erfolge den Staaten, Städten und Individuen zugänglich zu machen. Antworten auf Tausende von Anfragen geben Kunde von der beratenden Thätigkeit, und die kritischen Jahresberichte üben ohne jede äufsere Machtbefugnis einen bedeutenden Einfluss auf die Gestaltung der amerikanischen Schulen aus.

Solch eine Organisation, deren Nutzen unverkennbar wäre, liefse sich aus dem Vereine zur Förderung des Unterrichts in der Mathematik und den Naturwissenschaften gestalten, wenn der Wunsch ein allgemeiner wäre. Redner bittet daher die Versammlung über diesen Plan, sowie über die vorhin gemachten Vorschläge ihre Ansichten zu äufsern und durch eine lebhafte Diskussion zur Klärung der Sachlage beizutragen. (Beifall der Versammlung, Dank des Vorsitzenden.)

Es entspann sich über das mit grofsem Interesse Vernommene eine lebhafte Debatte, an der sich die Herren Direktor Hamdorff-Guben,

Prof. Pietzker-Nordhausen, Prof. Sauer-Stettin, Prof. Zerbst-Schneidemühl, Oberlehrer Dobriner-Frankfurt a. M. beteiligten. Schließlich einigte man sich dahin, daß in Rücksicht auf die Tragweite der etwas überraschend kommenden Vorschläge, die eine gründliche hier nicht zu erzielende Durchberatung erheischen, in dieser Versammlung von einer Beschlussfassung über dieselben abzusehen sei. Es wird beschlossen, die Besprechung der Schülke'schen Vorschläge auf die Tagesordnung der nächsten Hauptversammlung zu setzen und außer dem Vortragenden als Referenten darüber eventuell noch einen Correferenten aus dem Vorstande zu ernennen.

Herr Oberlehrer Rösler-Osnabrück, angeregt durch den Vortrag über die oben dargelegten, den Unterricht in der Arithmetik betreffenden Reformvorschläge, brachte noch einige beachtenswerte Mißstände bei der Behandlung und Anwendung der (geometrischen) Verhältnisse und Proportionen zur Sprache, um das Interesse der Versammlung für die Beseitigung dieser Mißstände rege zu machen.

1. Daß der Doppelpunkt als Verhältniszeichen mit dem entsprechenden Divisionszeichen völlig identisch ist, geht aus der Entwickelung und dem Begriff des geometrischen Verhältnisses klar hervor und dürfte wohl von keinem bestritten werden. Trotzdem beruhen einige Mißstände gerade darauf, daß späterhin doch ein nicht unerheblicher Unterschied zwischen dem Doppelpunkt als Verhältniszeichen und dem Doppelpunkt als Divisionszeichen gemacht werden soll.

Zunächst herrscht noch nicht einmal volle Einigkeit darüber, ob das Verhältnis $a : b$ mit dem Quotient $\frac{a}{b}$ oder dem Quotient $\frac{b}{a}$ identisch sein soll. In der noch nicht umgearbeiteten Arithmetik von Kambly z. B. bedeutet $a : b$ den Quotient $\frac{b}{a}$ und wird das Resultat dort noch als Exponent bezeichnet.*) Der Begriff „Exponent eines Verhältnisses" ist wohl heut so gut wie ganz verschwunden, nur in dem Begriffe „Brechungsexponent" (in der Optik) ist er noch erhalten geblieben. Wir sprechen heute nur noch vom Wert eines Verhältnisses und verstehen darunter den Wert des entsprechenden Quotienten. (Die von Bardey in seiner bekannten Aufgabensammlung für „Exponent" eingesetzte Bezeichnung „Quotient des Verhältnisses" ist doch offenbar unbrauchbar.) Daß aber das Verhältnis $a : b$ nur mit dem Quotient $\frac{a}{b}$ identisch sein kann, sollte doch allmählig ganz allgemein anerkannt werden.

2. Weit verbreiteter als der oben erwähnte Mißstand ist die höchst bedenkliche Gewohnheit, wenn Summen und Differenzen als Glieder eines Verhältnisses auftreten, die die Summen und Differenzen umschließenden Klammern wegzulassen.

Hiernach soll $a - b : c + d$ gleichbedeutend sein mit $\frac{a+b}{c+d}$, was unmöglich ist, wenn der Doppelpunkt als Divisionszeichen angesehen wird; denn dann ist $a + b : c + d$ gleichbedeutend mit $a + \frac{b}{c} + d$ und nur $(a + b) : (c + d)$ gleichbedeutend mit $\frac{a+b}{c+d}$. In dem verbreiteten Übungsbuch von Bardey sind im Abschnitt X die Summen und Differenzen an-

*) S. Teil I S. 20. (11. Aufl.) Das mag wohl daher kommen, daß man früher den Divisor vor den Dividend stellte (Enthaltensein).
D. Red.

fangs eingeklammert, beim Übergang zum Satz von der korrespondierenden Addition und Subtraktion verschwinden aber, — wie es heifst, der Kürze halber — plötzlich die Klammern. Das Verhältniszeichen mufs mit dem Divisionszeichen identisch sein und daher kann $a + b : c + d$ niemals mit dem Quotienten $\frac{a+b}{c+d}$ gleichbedeutend sein.

Wenn wir, wie es doch zweifellos im Interesse des Verständnisses, der Klarheit und Sicherheit wünschenswert ist, die Identität des Doppelpunkts als Verhältniszeichen mit dem Doppelpunkt als Divisionszeichen aufrecht erhalten wollen, so müssen die fortlaufenden Proportionen in der vielgebrauchten Form $a : b : c = x : y : z$ ganz beseitigt werden; sie können höchstens in der Form $a : x = b : y = c : z$, d. i. in der Form der fortlaufenden Gleichungen beibehalten werden.

Nehmen wir die fortlaufende Proportion $3 : 4 : 5 = 6 : 8 : 10$ und betrachten jetzt die Doppelpunkte als Divisionszeichen, so hat die linke Seite den Wert $\frac{3}{20}$, die rechte Seite den Wert $\frac{6}{80}$ oder $\frac{3}{40}$; die Gleichung ist also in diesem Falle falsch. Die Beseitigung dieser Art von fortlaufenden Proportionen ist auch noch aus anderen Gründen wünschenswert, man denke z. B. an den Fall der sogenannten umgekehrten Proportionalität. Sätze wie „die 3 Höhen eines Dreiecks verhalten sich umgekehrt wie die Seiten, auf welche sie gefällt sind" sind doch im hohen Grade bedenklich und für den Schüler kaum verständlich. Gewohnheit und Bequemlichkeit dürfen uns nicht bestimmen, an Mifsständen festzuhalten, die wir als nicht unbedenklich erkannt haben. Die Mathematik soll und mufs dem Schüler als ein Muster der Konsequenz logischer Strenge und Klarheit erhalten bleiben.

Von einer Beschlufsfassung über diese mit Interesse verfolgten Abänderungsvorschläge wurde gleichfalls vorläufig abgesehen.

Nach einer kurzen Frühstückspause konstituierte sich im physikalischen Lehrzimmer des Gymnasiums die Fachabteilung für Physik unter der Leitung des Herrn Direktor Schotten-Halle a. S. Den ersten Vortrag hielt Herr Oberlehrer Dr. Lakowitz-Danzig über „Schülerhandarbeiten im Anschlufs an den physikalischen Unterricht": Nach einigen einleitenden Worten demonstrierte der Vortragende eine Anzahl physikalischer Apparate, welche Schüler der Tertia und Sekunda des hiesigen Königl. Gymnasiums infolge der im Unterricht gegebenen Anregung zu Hause völlig selbständig angefertigt hatten. Aus dem Pensum der Ober-Tertia sind beliebte Objekte die festen und beweglichen Rollen, der Flaschenzug, das Segner'sche Wasserrad, das Barometer, die Pumpe, die Dampfmaschine und zwar als Hochdruckmaschine; in der Sekunda kommen vorzüglich elektrische Apparate hinzu. Galvanische konstante Ketten, Tauchbatterien oft origineller Konstruktion, Accumulatoren, elektrische Hausklingeln in Menge, Elektromotoren verschiedener Art, ein Schaltbrett zur Stromversorgung einer elektrischen Klingel, einer Glühlampe und einer Weckglocke in Verbindung mit einer Uhr aus derselben Batterie; aufserdem zahlreiche Photographien (auch Diapositive) und ein aus einer grofsen Cacaobüchse mit Zuhilfenahme einer Sammellinse (aus einer zerstörten Laterna magica) gefertigter photographischer Apparat von vorzüglicher Leistungsfähigkeit (wie wohlgelungene Bilder bewiesen) konnten gleichfalls in sauberer Ausführung vom Vortragenden vorgeführt werden. Soweit thunlich, wurden die Apparate auch in tadellosen Betrieb gesetzt.

Redner hebt hervor, dafs diese und andere hier nicht demonstrierte Sachen nicht etwa für den Lehrer, auch nicht für die Versammlung gefertigt, vielmehr aus eigenem Antriebe der Schüler und aus einer diesen innewohnenden, durch den Unterricht weiter angeregten Neigung, sich manuell zu bethätigen, im Laufe der Zeit hervorgegangen sind. Ferner wird betont, dafs die in Rede kommenden Schüler durchweg ihren

Schulpflichten genügen, keineswegs diesen Arbeiten zu Liebe die Schularbeiten vernachlässigen.

Dass sich diese Arbeiten über das Niveau müfsiger Spielereien erheben, ist ohne weiteres zuzugeben, dafs sie auch nach verschiedenen Richtungen hin von hohem Nutzen sein dürften, wurde von dem Vortragenden näher ausgeführt. Wenn auch selbstredend nicht alle Schüler für solche manuellen und zugleich wissenschaftlichen Beschäftigungen zu haben sind, so existiert die Neigung zu praktischer Bethätigung des im Physikunterricht Gelernten unstreitig bei recht vielen hier, wie auch an anderen Anstalten und Orten. Der Zweck obiger Vorführung ist daher in erster Linie der, auf diese Erscheinung im Schülerleben hinzuweisen. Letztere beansprucht die Aufmerksamkeit aller Herren Kollegen an allen Anstalten, da Schülerhandarbeiten obigen Stils, wie Redner zum Schlusse darlegt, von allgemein erziehlicher Bedeutung sind.

Im Anschlufs an diesen von der Versammlung beifällig aufgenommenen Vortrag stellte Herr Direktor Schwalbe-Berlin im Einvernehmen mit Herrn Prof. Poske-Berlin eine Anzahl Thesen über die wünschenswerte Einrichtung wahlfreier physikalischer Übungen an den höheren Lehranstalten zur Diskussion, unter Hinweis auch auf die hübschen Leistungen der Schüler Charlottenburgs, welche an dem dortigen Handfertigkeitskursus teilnehmen. Es werden daselbst besonders sogenannte Schichtmodelle angefertigt, welche sich schichtweise zerlegen lassen, sodass dadurch ein Einblick in das Innere der Apparate, iu das Funktionieren der einzelnen Teile ermöglicht wird. Diese Art von Modellen soll auch auf biologische Verhältnisse Anwendung finden.

Unter Berücksichtigung einiger aus der Versammlung gestellter Abänderungsanträge gelangten die Thesen in folgender Fassung zur Annahme.

1. Es ist wünschenswert, für die wahlfreien physikalischen Übungen der Schüler auf allen Anstalten vom Beginn des physikalischen Unterrichts an zwei wöchentliche Stunden anzusetzen.

2. Dem Lehrer, der die Stunden erteilt, sind sie auf seine Pflichtstundenzahl anzurechnen.

3. Es ist notwendig, dafs bei Beschaffung von Lehrmitteln für den physikalischen Unterricht darauf Bedacht genommen wird, dafs auch für den oben erwähnten Zweck geeignete Hilfsmittel angeschafft werden.

4. Bei Verwendung der im preufsischen Etat ausgeworfenen M. 50000 ist dieses Bedürfnis zu berücksichtigen.

5. In den aufser-preufsischen deutschen Staaten sind ähnliche Einrichtungen zu erstreben und zu unterstützen.

Hierauf wies Herr Prof. Momber-Danzig zunächst auf die Einrichtungen des physikalischen Kabinetts des Königlichen Gymnasiums, den Weinhold'schen Experimentiertisch etc. hin. Dann zeigte er unter Beihilfe des Herrn Oberlehrer Suhr-Danzig einige von den gröfseren Apparaten, welche das Kabinett in den letzten Jahren Dank den besonderen vom Prov. Schulkollegium bewilligten Mitteln anschaffen konnte. An einem sehr grofsen Kohl'schen Elektromagneten mit aufrecht stehenden 43 cm langen Magnetkernen wurden die magnetischen Kraftlinien gezeigt, welche man auch in ihrem räumlichen Verlaufe verfolgen kann. In erstarrender Glyceringelatinelösung sind die räumlichen Linien zu fixieren. — Im Anschlufs hieran wurde auf das Lichtpausverfahren hingewiesen, die Kraftlinien in der Ebene zu fixieren, welches von einem früheren Schüler des Königlichen Gymnasiums, Namens Sausse, selbständig erfunden und dem Vortragenden übermittelt worden, inzwischen aber in dem bekannten Ebert'schen Werke „Magnetische Kraftlinien“ 1896, Seite 8 veröffentlicht ist. Alsdann wurde das Thomson'sche Quadranten-Elektrometer (mit zwölfwöchentlicher Ladung) und der Weinhold'sche Drehfeldapparat gezeigt, namentlich der Versuch der Wanderung (Überschlagen) grober Eisen-

feilspäne, zu welchem der nötige Strom einer ebenfalls dem Kabinett gehörigen Akkumulatorenbatterie mit 24 Elementen entnommen wurde.

Ferner wurden die Vettin'schen Rauchfiguren in einem nach Czermak's Angaben hergestellten Kasten und ein Modell des Feaucellier'schen Rhombus (Gelenkgeradeführung) gezeigt.

Schliefslich machte der Vortragende auf neue Herstellungen von Skioptikonbildern aufmerksam. Zunächst zeigte er einige Diapositive, welche aus den Negativen mit Hilfe des neuen Noack'schen Abziehverfahrens hergestellt; ferner physikalische Zeichnungen, welche auf dünnen Gelatineplatten durch Ritzen mit Stahlgriffeln gewonnen waren. Das letztere Verfahren hat Vortr. vor kurzem in Frankfurt a. M. durch die Herren Prof. Reichenbach und Prof. König kennen gelernt. Diese Figuren lassen sich in kürzester Zeit mit geringer Mühe für den physikalischen und naturgeschichtlichen Unterricht herstellen, sowohl mit Stahlgriffeln, als auch mit Tinte oder Tusche, während die bisher üblichen Tuschzeichnungen auf Glastafeln viel mehr Mühe und Zeit erfordern. Hervorzuheben ist noch die leichte Aufbewahrung solcher Gelatinezeichnungen in einfachen Briefumschlägen. Die Zuhörer waren der Demonstration mit lebhaftem Interesse gefolgt.

Nach der Erledigung des überreichen Arbeitspensums des ersten Sitzungstages wurde der Nachmittag der Erholung gewidmet. Um 3 Uhr erfolgte der in zuvorkommender Weise vom Oberwerftdirektor, Herrn Kapitän z. S. v. Wietersheim freigegebene Besuch der namentlich die Binnenländer hoch interessierenden Kaiserlichen Werft, woselbst auf das Liebenswürdigste Herr Marinebaumeister Tessnow den unermüdlichen Führer machte und in allen Abteilungen des ausgedehnten Etablissements sachkundige Unterweisungen erteilte. Auch wurde ein im Bau begriffenes Kriegsschiff besichtigt.

Um 5½ Uhr wurde alsdann von dem nahegelegenen Hauptbahnhofe aus die Fahrt nach dem herrlichen Oliva angetreten. Im dortigen berühmten Königlichen Garten übernahm freundlichst Herr Garteninspektor Radike die Führung, worauf der rührige Vorsitzende des Lokalkomités, Herr Professor Momber die Herren auf den benachbarten Karlsberg geleitete, von dessen Gipfel aus sich infolge der Durchsichtigkeit der Luft und der an jenem Tage besonders günstigen Beleuchtung ein Panorama von unvergleichlicher Schönheit darbot. Nur schwer konnten sich die Herren von dem fesselnden Bilde losreifsen. Abends safs man im „Karlshof“ zu Oliva und alle trunkfesten Männer versammelten sich danach noch im „Englischen Hause“ zu Danzig zu einem fröhlichen Schlummerschoppen.

(Fortsetzung folgt.)

Zahlen-Riesen.*)

Von Dr. Elias Fink in Frankfurt.

Wie alles Aufserordentliche das allgemeinste Interesse zu erregen pflegt, so lenkt der Zeitungsleser seine Aufmerksamkeit mit besonderer Lebhaftigkeit allen jenen Ereignissen zu, die durch besonders grofse Zahlen anschaulich gemacht werden. Ich möchte in dieser Beziehung nur an zwei solche durch grofse Zahlen belegte Vorkommnisse aus jüngster Zeit erinnern, an den letzten so wasserreichen Sommer und an die Indrucklegung des neuen Bürgerlichen Gesetzbuches. An der Meldung von einem aufserordentlich regenreichen Verlauf einiger Sommertage wäre gewifs mancher Leser gleichgiltig vorübergegangen. Dagegen veranschaulicht durch die Zahlenangabe, dafs die 1942 Bierbrauereien Österreich-

*) Aus d. Frankfurter Zeitung Nr. 173 (24/VI. 1897.) Feuilleton. D. Red.

Ungarns die schier unermessliche Zeit von 418461 Jahre brauen müſsten, um eine Biermenge zu erzeugen, die der am 7. August vorigen Jahres gefallenen Regenmasse gleichkommt, oder daſs ein Würfel die beträchtliche Kantenlänge von 80 Kilometern haben müſste, um diese respektable Wassermenge zu fassen, konnte diese Thatsache das lebhafteste Interesse erwecken; in solchen Angaben trat das Überwältigende des Ereignisses erst klar zu Tage und fesselte den Leser in hervorragendem Maſse. Ähnlich verhielt es sich mit den Bemerkungen über jene Nummer des Reichs-Gesetzblattes, die das neue Bürgerliche Gesetzbuch enthält: ihre Bogen, einzeln neben einander gelegt, könnten Madrid mit Moskau verbinden, oder, aufeinander geschichtet, würden sie eine Papiersäule von 631 Meter Höhe bilden. Auch diese Zahlen haben, wenn sie auch nicht wie bei der erwähnten Regenmenge in die Billionen hineinreichen, doch etwas Grandioses an sich. Und eben dieses Grandiose an den Zahlen und die Probleme, die auf solche hinführen, sollen im Folgenden des Näheren betrachtet werden.

Daſs die Reihe der Zahlen an sich ohne Ende ist, leuchtet ohne weiteres ein, aber nicht, wie wirklich groſse Zahlen in das enge Formelwesen unserer Zifferzeichen gezwängt werden, sodaſs sie mit deren Hilfe ohne jede Grenze geschrieben werden können. Noch gröſseren Schwierigkeiten begegnet die Aussprache solcher Zahlenriesen, für die uns eigentlich nur sehr wenige Namen zur Verfügung stehen.*)

Die Herren Philologen mögen diese Lücke in unserer Sprache ausfüllen und gleichzeitig nach dem Grunde forschen, weshalb zur Bildung der Namen: Million, Billion, Trillion, Quadrillion, Quintillion, Sextillion, Septillion, Oktillion, Nonillion, Dezillion, Undezillion, Duodezillion u. s. w. teils die *adverbia numeralia,* teils die Ordnungszahlen der lateinischen Sprache gebraucht worden sind. Die alten Griechen, die nach Myriaden (= 10000) gerechnet haben, wuſsten sich hier in einer recht bemerkenswerten Weise zu helfen, die uns weiter unten noch näher beschäftigen wird. Wir aber lesen bekanntlich jede beliebig groſse Zahl, indem wir sie von rechts her in Klassen zu je sechs Gliedern einteilen und den einzelnen Klassen, von der zweiten an, die eben erwähnten Namen Million, Billion u. s. w. geben. Die erste Klasse selbst bekommt hierbei keinen besonderen Namen, weil ihre Bestandteile, die Ordnungen Zehner, Hunderter, Tausender benannt werden müssen. Die Bedeutung einer Billion z. B. kann am einfachsten erkannt werden an dem Zeitmaſse, das erforderlich wäre, um sie abzuzählen. Wer 200 Zahlen in der Minute ausspricht, könnte damit erst nach 9512 Jahren 340 Tagen, 7,44 Stunden fertig werden. Eine Trillion Nähnadeln kann eine Fabrik, die täglich, auch Sonntags, 12 Stunden arbeitet und in jeder Stunde 100 Nähnadeln anfertigt, erst in 38051750380 Jahren liefern.

Die meisten Menschen sind sich über die in diesen Namen ausgedrückten Mengen gar nicht recht klar, weil ihr Berufsleben sich in verhältnismäſsig engen Grenzen abspielt, wo jede Menge durch kleine Zahlen auszudrücken ist. Selbst die reichsten Geldfürsten würden bei der Abzählung ihres Vermögens nicht die erste Billion erreichen, und wählten sie sogar den Pfennig zum Maſse. Denn sogar ein Vermögen von 1000 Millionen Mark ergäbe doch nur 100000 Millionen Pfennig. Die Riesen unter den Zahlen leben vielmehr in den lichten Höhen jener Probleme, die von

*) Ein bekannter Leipziger Gelehrter, an den ich mich mit der Frage wandte, ob Namen wie Vigesillion, Centillion, Millesillion gebräuchlich seien, schrieb mir: „Was Ihre Frage betrifft, so meine ich, diese Namen sind gegenstandslos, seit man nach — Milliarden (= 1000 Millionen) rechnet. Ich glaube, das langt schon, wenigstens bis auf Weiteres. Im Jahre 4000 rechnet man am Ende nach 1000 Milliarden=Milleliarden. In der Geldstadt Frankfurt hat man davon schon eher eine Vorstellung."

menschlicher Phantasie wohl zur Kurzweil erdacht werden mögen, die aber keinen praktischen Wert haben. Und das ist auch gut so, denn wie Viele müfsten im Kampfe mit diesen Ungetümen erliegen!

Am bekanntesten unter ihnen dürfte wohl jene Riesenzahl sein, die der Erfinder des Schachspiels, Sessa Eba Daher ausrechnen mufste, um die Menge der Weizenkörner zu finden, die sein Lohn für jene geistreiche Erfindung sein sollte. König Shehran von Indien versprach ihm, wie man weifs, für das erste Feld des Schachbretts ein Korn und für jedes folgende die doppelte Anzahl des vorhergehenden, also der Reihe nach 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 u. s. w. Körner. So ergab sich, dafs die 64 Schachbrettfelder einen Ertrag von 18 Trillionen, 446744 Billionen, 073709 Millionen, 551615 Körnern geliefert hätten, womit das gesamte Festland der Erde in einer Schicht von etwa einem Centimeter gleichförmig hätte bedeckt werden können. Eben so häufig wird jener berühmte Pfennig erwähnt, der zum Beginn der christlichen Zeitrechnung auf Zinseszinsen angelegt worden wäre. Unter Zugrundelegung eines Zinsfufses von 5 Prozent verdoppelt sich ein Vermögen auf diese Weise nach 14,21 Jahren; runden wir diese Zahl auf 15 Jahre ab, so hätte bis zum Jahre 1890 dieses Verdoppeln 126 mal stattgefunden und dann wäre jener Pfennig angewachsen auf das respektable Sümmchen, das gewifs kein Sterblicher sein eigen nennt, nämlich auf 85 Sextillionen, 070590 Quintillionen, 730324 Quadrillionen, 615865 Trillionen, 834651 Billionen, 857942 Millionen, 052864 Pfennige. Rechnet man das Pfund Silber zu 50 Mark oder 5000 Pfennig, so ergäbe dies etwa 17000 Quintillionen Pfund oder 170 Quintillionen Zentner Silber. Nimmt man ferner das Gewicht der Erdkugel zu 123191 Trillionen Zentner, so ergiebt sich, dafs jene Silbermasse 1300 Millionen silberne Kugeln von dem Gewichte der Erde darstellt. Die Gesamtbevölkerung der Erde wird auf etwa 1300—1500 Millionen Menschen geschätzt. Wäre also jener Pfennig nur rechtzeitig auf Zinseszinsen gelegt worden, so besäfse heute jedes Menschenkind sein überreichliches Auskommen, und die soziale Frage wäre spielend gelöst. —

Noch viel höher hinauf in die Zahlenreihe gelangte Anfang des vorigen Jahrhunderts der englische Rechenkünstler Jedidiah Buxton, der eine aus 39 Ziffern bestehende Zahl im Kopfe mit sich selbst multiplizierte; nach $2\frac{1}{2}$ Monaten fand er die 78stellige Zahl dieses Produktes, das also bis in die Duodezillionen hineinreicht.*)

Zu den Riesen unter den Zahlen gehören natürlich auch die Darstellungen aller Irrationalzahlen, d. h. solcher Zahlen, die aus einer niemals aufgehenden Division sich ergeben. Führt man eine solche Division thatsächlich aus und setzt sie mehr oder weniger weit fort, so erhält man gröfsere oder kleinere Riesen. Am bekanntesten ist hier jene Irrationalzahl, die das Verhältnis der Länge des Kreisumfanges zu seinem Durchmesser angiebt, also die bekannte Zahl π. Während Ludolf von Ceulen im Anfang des siebzehnten Jahrhunderts mit dem Werte $\pi = 3{,}14159265358979323846264338327950288$ also mit 35 Stellen sich begnügte, setzte ein Deutscher, Professor Richter in Elbing, die Berechnung bis auf 500 Stellen fort, was wiederum ein Engländer Namens William Shank übertrumpft hat durch Ausdehnung dieser Berechnung bis auf 707 Stellen. Um die Natur dieses Riesen näher kennen zu lernen, hat Professor J. C. V. Hoffmann in Leipzig, der verdienstvolle Herausgeber der Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, sich der Mühe unterzogen, die Häufigkeit des Vorkommens jeder der zehn Ziffern innerhalb dieses Ungeheuers in einer Tabelle zusammenzustellen und dabei folgendes gefunden: Am häufigsten erscheint die 9, nämlich 79 mal; die 1

*) Interessenten mögen nachrechnen, ob 725958238096074007868531656998638851106 mit sich selbst multipliziert, ergiebt: 5270153634595573856737335426388591721213298966079807524904381389499251637423286.



kommt nur einmal weniger vor. Dann folgen 0 und 2 mit je 74 mal, 3 und 8 je 72 mal, die 4 noch 71 mal, die 6 nur 1 mal weniger, die 5 nur 64 mal und am wenigsten vertreten ist die 7 mit nur 53 mal. Wenn man von einem Charakter der Ziffern reden darf, so zeigen 5 und 7 die gröfste Zurückhaltung, sind vornehmer und schweigsamer als die übrigen, während die Randziffern 9 und 1 am geschwätzigsten sind. Es liefsen sich wohl noch andere „artige“ Bemerkungen an eine derartige Betrachtung der Zahlen knüpfen; vielleicht hat auch schon mancher Andere, der in seinem Berufe häufig mit Zahlen umzugehen hat, wie etwa die Herren von der Finanz, ähnliche Beobachtungen gemacht und stellt sie uns zur Verfügung. Man denke nicht zu gering von solchen Zahlenspielereien, denen sich selbst bedeutende Gelehrte zur Erholung hinzugeben pflegen. So erzählt beispielsweise der französische Mathematiker Eduard Lucas, dafs ein berühmter Gelehrter während einer Sitzung der Akademie zwei beliebige überaus grofse Zahlen mit einander multipliziert habe. Auf die Frage nach dem Grunde dieser Beschäftigung habe der Gelehrte ihm geantwortet: „Aber denken sie doch, welches Vergnügen mir die Probe durch die Division machen wird?“

Alle bisher betrachteten Zahlenriesen erscheinen aber nur als winzige Zwerge gegenüber einem Ungetüme, das wir bei einem der berühmtesten Mathematiker des Altertums finden. Archimedes hat sich in seiner (uns nicht erhaltenen) Schrift ἀρχαί „Grundzüge“, die er dem Zeuxippus zugeeignet hatte, mit der Rechenkunst befafst und gezeigt, wie man das dekadische Zahlensystem in übersichtlicher Gliederung weit über die Grenzen derjenigen Zahlen ausdehnen kann, mit welchen man es gewöhnlich zu thun hat. Er fafste nämlich die ersten acht Rangordnungen: Zehner, Hunderter, Tausender, Zehntausender (Myriaden), Hunderttausender, Millioner, Zehnmillioner, Hundertmillioner zu einer Klasse zusammen und nannte sie als Einheit eine Oktade. Die erste Oktade umfafst also alle Zahlen von 1 bis zur Myriade der Myriaden, d. h. bis 100000000. Die zweite Oktade zählt wiederum von 1 bis zur Myriade der Myriaden, wobei jedoch als Einheit die erste Oktade gilt, sie reicht also von 100000001 bis 10000000000000000 d. h. eine 1 mit 2 × 8 Nullen. Und so bilden je 8 weiter hinzukommende Stellen eine neue Oktade. Jene 707 Stellen in der Zahl π würden demnach nur bis zur 89. Oktade reichen, während erst ihrer 100000000 die nächste höhere Gruppe der Oktaden bilden, die Periode. Eine bis an die erste Periode heranreichende Zahl erfordert nämlich 100000000 × 8 Stellen, also achthundertmillionen Stellen. Es darf uns aber angesichts dieses Riesen noch lange nicht schwindelig werden, denn noch ist die Zahlenreihe, die Archimedes bei seinem Probleme braucht, nicht abgeschlossen, und er mufs sie nach dem gleichen Bildungsgesetze noch beträchtlich weiter fortsetzen. Diese mit 1 und achthundertmillionen anschliefsenden Stellen geschriebene Zahl ist nur die Einheit für die Aufstellung einer zweiten Periode, innerhalb deren wiederum 100000000 Einheiten eine Oktade ausmachen; und 100000000 solcher Oktaden ergeben die Endzahl dieser Periode, die ihrerseits der nächsten Periode als Einheit dient und hinter der 1 achtzigtausend Billionen Nullen hat. So geht es weiter, jede folgende Periode hat das achthundertmillionenfache an Stellen wie die vorhergehende nach folgender Tabelle:

Periode	I	II	III	VI
Anzahl der Stellen	800 Millionen	80000 Billionen	8 Quatrillionen	800 Quintillionen
Periode	V	VI	VII	VIII
Anzahl der Stellen	80000 Sextillionen	8 Oktillionen	800 Nonillionen	80000 Dezillionen

Innerhalb jeder Periode wird natürlich nach Oktaden gezählt, wie innerhalb jeder Oktade alle Zahlen von 1 bis 100000000 durchlaufen werden. Wen bisher ein mathematisches Gruseln nicht ergriffen hat, der wird es auch weiterhin nicht mehr bekommen, wenn wir uns jetzt dem Gebiete der Aufgabe zuwenden, das von diesen Ungeheuern beherrscht wird.

In seiner ψαμμίτης „Sandrechnung" betitelten Schrift unternimmt nämlich Archimedes nichts Geringeres als eine Zahl zu finden für die Menge der in einem beliebig grossen Sandhaufen vorhandenen Körnchen, ja eines Sandhaufens, der dem bis zur Fixsternsphäre gerechneten Weltalle gleich ist. Dieser Psammithes beginnt mit folgenden Sätzen. „Manche glauben, o König Gelon, der Sand sei von unendlicher Menge. Ich aber behaupte, dafs nicht nur der um Syrakus und im übrigen Sizilien, sondern auch jener, der in der ganzen bewohnten und unbewohnten Welt enthalten ist, durch eine bestimmte Zahl umfafst wird. Andere wiederum glauben zwar keineswegs, dafs er unendlich sei, meinen aber, dafs keine so grofse Zahl gedacht werden könne, die dessen Menge übertrifft. Wenn nun die, welche dieser Meinung huldigen, sich einen solchen Sandhaufen vorstellten, wie er entstände, wenn der ganze Erdball nach Ausfüllung des Meeres und allen Vertiefungen bis zum Gipfel des höchsten Berges mit Sand voll wäre, oder gar ein vielfach so grofser gedacht würde, so werden sie gewifs denken, dafs die Menge eines solchen Haufens überhaupt nicht in einer Zahl begriffen werden könne. Ich aber will dieses zu erläutern versuchen durch geometrische Beweise, denen Du gewifs beipflichten wirst, weil von jenen Zahlen, welche von uns ausgedrückt und in der Schrift an Zeuxippus auseinandergesetzt sind, manche die Menge des Sandes übertreffen nicht nur eines der Erde gleichen Sandhaufens, wie oben angegeben, sondern eines Haufens, der dem ganzen Weltalle gleich ist. Es ist Dir aber wohl bekannt, dafs die Welt von vielen Astronomen „Sphäre" genannt wird; ihr Mittelpunkt ist der der Erde und ihr Radius gleich der Geraden, die vom Mittelpunkte der Sonne zum Mittelpunkte der Erde gezogen wird." Er erörtert dann die in Betracht kommenden Gröfsen, setzt den Umfang der Erde gleich 3000000 Stadien, also ihren Durchmesser gleich 1 Million Stadien und den Durchmesser seiner Sphäre gleich 10000 Erddurchmesser oder 10000000000 Stadien. Den Übergang von Stadion zum Sandkorn bilden die beiden Annahmen, dafs die Anzahl Sandkörner, die den Raum eines Mohnkorns erfüllen, höchstens 10000 sei und der Durchmesser eines Mohnkorns nicht kleiner als $^1/_{40}$ Finger. „Dies setze ich aber nach folgender Betrachtung fest: auf einem reinen und glatten Lineale waren in gerader Linie genau neben einander Mohnkörner gelegt und 35 Mohnkörner nahmen mehr Raum ein, als die Breite eines Fingers. Indem ich nun den Durchmesser eines Mohnkorns kleiner setze, bestimme ich, dafs er $^1/_{40}$ des Fingers sei und nicht kleiner; denn ich will damit unzweideutig und unzweifelhaft meine Behauptung beweisen." Aus dieser „experimentell" gefundenen Gröfse des Mohnkorns folgt sofort die Anzahl der Sandkörner in einer Kugel vom Durchmesser einer Fingerbreite; sie ist nämlich 40.40.40=64000 mal gröfser als ein Mohnkorn, enthält also 64000 × 10000 Sandkörnchen. In dieser Weise ergeben sich die „Sandzahlen" der Kugeln vom Durchmesser 100 Fingerbreiten und 10000 Fingerbreiten; und da letztere weniger als 1 Stadion betragen, so ist hiermit gleichzeitig eine obere Grenze für die Sandzahl der Kugel vom Durchmesser 1 Stadion und weiterhin für Kugeln vom Durchmesser 100 Stadien, 10000 Stadien, 1000000 Stadien u. s. w. gefunden. Es ergiebt sich schliefslich, dafs die Sandzahl der Weltkugel, deren Durchmesser 1000000000 Stadien beträgt, kleiner sein mufs als 1000 Einheiten der ersten Oktade der siebenten Periode, und die Sandzahl der von Aristarch aus Samos bis zu den Fixsternen ausgedehnten Weltkugel, die noch 10000000000000 mal so grofs ist, beläuft sich auf 1000 Myriaden der achten Periode. Wir sind nicht so glücklich, wie die alten Griechen, diesen Riesen noch in Worte fassen zu

können. Um jedoch eine schwache Vorstellung von seiner Riesenhaftigkeit zu geben, sei zum Schlusse nur noch dies eine erwähnt. Nimmt man an, dafs acht Ziffern auf einem Centimeter gedruckt werden, so müfste ein Streifen, auf dem dieses Ungetüm Platz finden sollte, nicht weniger als eine Undezillion Kilometer lang sein, d. h. jede uns bekannte Länge vielfach übertreffen.

Diese Sandrechnung ist aber mehr als ein blofses Zahlenspiel. Abgesehen davon, dafs sie an einem schönen Beispiele zeigt, wie man die Aussprache der Zahlen von einer gewissen Höhe an bedeutend vereinfachen und dabei eine Einsicht in die Art ihres Wachstums gewähren kann, bildet sie das arithmetische Gegenstück zur geometrischen Exhaustionsmethode. Das unendlich Kleine und das unendlich Grofse sind die beiden Pole des den Inhalt der ganzen Infinitesimalrechnung bildenden Unendlichkeitsbegriffes. Während man das unendlich Kleine durch geometrische Betrachtung nahezu zusammenfallender Raumgebilde versinnbildlichen kann, ist das unendlich Grofse an Figuren, welche dem Auge innerhalb des Raumes begrenzt erscheinen, nicht zu begreifen. Nur durch die Zahl wird es dem Verständnisse zugänglich gemacht.

Einladung zur 69. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte in Braunschweig vom 20. bis 25. September d. J. nebst Programm.

(Auszug aus der offiziellen Einladung = o. E.)

Von den 33 Abteilungen, in welche sich diesmal der Ntf.-V. zerlegt, (s. S. 12—14 der o. E.) ist für unsere Leser selbstverständlich die wichtigste die 14. in der Reihe, nämlich die für

Mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht.

Sie soll daher hier an erster Stelle Platz finden. Der Vorsitzende derselben ist der Ober-Realschuldirektor Dr. Wernicke, die Schriftführer sind die Oberlehrer Dr. Dr. Fenkner und Levin.*) Das Sitzungszimmer ist im Polytechnikum Z. Nr. 72.

Die für unsere Sektion angemeldeten Vorträge sind folgende (S. 26 der o. E. alphabet. geordnet.).

Baumann, Julius (Göttingen): Inwiefern eignen sich die realen Wissenschaften immer mehr dazu, die Grundlage der Bildung der Zukunft zu werden?

Ebert, Herm. (Kiel): Über die Bedeutung des Kraftlinienbegriffs im physikalischen Unterricht.

Hildebrandt, Carl (Braunschweig): Thema vorbehalten.

Schwalbe, Bernhard (Berlin): Universitäts- und Schulunterricht in ihrer gegenseitigen Beziehung.

Derselbe. Über Berücksichtigung der Elektrotechnik im Schulunterricht.

Wernicke, Alex. (Braunschweig): Allgemeinbildung und Berufsbildung.

Eine gemeinsame Sitzung mit den Abteilungen für Mathematik und Astronomie, sowie für Physik und Meteorologie ist in Aussicht genommen für die angekündigten Vorträge der Herren Baumann, Ebert

*) Für diejenigen, die sich wegen Vorträgen oder dgl. etwa an sie wenden wollen, seien die Wohnungen in obiger Reihenfolge angeführt: Hintern Brüdern 30 I, Blütenweg 74 I, Cellestr. 67 I.

und Hildebrandt, für den ersten Vortrag des Herrn Schwalbe und für ein bei der Mathematik erwähntes Referat des Herrn Bohlmann (Dienstag. 21. September, $3^1/_2$ Uhr Nachmittags im Polytechnikum, Zimmer Nr. 12).

Die übrigen unsere Leser interessierenden Abteilungen sind:

1. Mathematik und Astronomie, 2. Geodäsie und Kartographie, 3. Physik und Meteorologie, 4. Chemie, 5. Agrikultur-Chemie, Landwirtschaftliches Versuchswesen und Nahrungsmittel-Untersuchung, 6. Instrumentenkunde 7. wissenschaftliche Photographie, 8. Botanik, 9. Zoologie, 10. Entomologie, 11. Mineralogie und Geologie, 12. Geographie, 13. Anthropologie und Ethnologie.

Die Abteilungen von 15 bis 33 sind medizinische und werden wir natürlich, wie früher immer, von ihrer Mitteilung absehen. Für Abteilung 1 sind Vorträge angemeldet der Zahl nach 15, für Abteilung 2, die mit Abteilung 12 (Geogr.) gemeinsam tagen wird, sind 2, für Abteilung 3 sind 10; für 3, 15; für 5, 8; für 6, 11; für 7, 10; für 8, 10 und 12 je 3; für 9, 14; für 11, 7; für 13, 4. Der uns zugemessene Raum erlaubt nicht, das ganze Programm dieser 13 Sektionen mitzuteilen. Wir werden uns beschränken auf die Abteilungen 1 und 3, weil sie einerseits unsere Leser am meisten interessieren und weil unsere Sektion mit denselben einige Male gemeinsam tagen wird.

1. Abteilung: Mathematik und Astronomie.

Sitzungszimmer: Polytechnikum: Zimmer Nr. 76.

Angemeldete Vorträge:

Bohlmann, G. (Göttingen): Referat über die seit 1800 erschienenen Lehrbücher der Differential- und Integralrechnung.

Boltzmann, Ludwig (Wien): Über die Gastheorie.

Cranz, C. (Stuttgart): Über die nichtzufälligen Geschofsabweichungen und die conische Pendelung der Geschofsaxe.

Finsterwalder, Sebastian (München): Über mechanische Beziehungen bei der Flächenbiegung.

Finsterwalder, Sebastian (München): Referat über Photogrammetrie.

Föppl, August (München): Ziele und Methoden der technischen Mechanik.

Fricke, Robert (Braunschweig): Über die Beziehungen zwischen der Zahlentheorie und den automorphen Funktionen.

Hensel, Kurt (Berlin): Über die Invarianten der algebraischen Körper.

Hilbert, David (Göttingen): Vortrag aus dem Gebiete der Zahlentheorie.

Kneser, Adolf (Dorpat): Über das Prinzip der kleinsten Aktion.

Lampe, Otto Emil (Berlin): Über Körper gröfster Anziehung.

Mehmke, Rudolf (Stuttgart): Thema vorbehalten.

Müller, Reinhold (Braunrchweig): Über angenäherte Geradführung.

Sommerfeld, A. (Göttingen): Über das Dupin'sche Theorem.

Stäckel, Paul (Kiel): Über die Transformationen in der Dynamik.

Gemeinsam mit dieser Abteilung tagt die Jahresversammlung der „Deutschen Mathematiker-Vereinigung“.

Gemeinsame Sitzungen sind in Aussicht genommen mit:

1. der Abteilung für Physik und Meteorologie, in welcher voraussichtlich Herr Paul Drude (Leipzig) ein Referat über Fernewirkungen erstatten wird (Dienstag, 21. September, 3 Uhr Nachmittags im Polytechnikum, Zimmer Nr. 12);
2. den Abteilungen für Mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht und für Physik und Meteorologie, für welche

die in erstgenannter Abteilung verzeichneten Vorträge der Herren Baumann, Ebert, Hildebrandt und Schwalbe und obiges Referat des Herrn G. Bohlmann angekündigt sind (Dienstag, 21. September, 3½ Uhr Nachmittags im Polytechnikum, Zimmer Nr. 12).

Im Polytechnikum (Zimmer Nr. 75 a) wird eine kleine Ausstellung mathematischer Modelle veranstaltet werden.

3. Abteilung: Physik und Meteorologie.

Sitzungszimmer: Polytechnikum, Zimmer Nr. 12.

Angemeldete Vorträge:

Doležal, Eduard (Wien): Über photogrammetrische Wolkenmessungen aus einem Standpunkte.

Drude, Paul (Leipzig): Referat über Fernewirkungen (s. oben).

Drude, Paul (Leipzig); Über einen neuen physikalischen Beitrag zur Konstitutionsbestimmung (mit Demonstrationen vermittelst Projektionsapparates).

Meyer, Stefan (Wien): Über Atommagnetismus.

Müller-Erzbach, W. (Bremen): Die Genauigkeit der Druckmessung bei der Zerlegung wasserhaltiger Salze.

Derselbe. Über den Absorptionsvorgang.

Neesen, F. (Berlin): Thema vorbehalten.

Schubert, Johannes (Eberswalde); Demonstration eines Schleuderpsychrometers mit Strahlungsschutz.

Vogel, H. W. (Berlin-Charlottenburg): Beobachtungen über Farbenwahrnehmungen (mit Experimenten und Demonstrationen vermittelst Projektionsapparates).

Weber, Heinrich (Braunschweig): Thema vorbehalten.

Gemeinsame Sitzungen sind in Aussicht genommen mit:

1. der Abteilung für Mathematik und Astronomie, in welcher voraussichtlich das oben angekündigte Referat des Herrn Drude über Fernewirkungen zum Vortrage gelangt (Dienstag, 21. September, Nachmittags 3 Uhr im Polytechnikum. Zimmer Nr. 12):
2. den Abteilungen für Mathematik nnd Astronomie und Mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht, für welche ein bei der ersteren erwähntes Referat des Herrn G. Bohlmann und die in der letztgenannten Abteilung verzeichneten Vorträge der Herren Baumann, Ebert, Hildebrandt und Schwalbe angekündigt sind (Dienstag, 21. September, 3½ Uhr Nachmittags im Polytechnikum, Zimmer Nr, 12);
3. der Abteilung für Chemie, in welcher der oben angekündigte zweite Vortrag des Herrn Drude nnd der erste des Herrn Müller-Erzbach, sowie drei in der Abteilung für Chemie an zweiter Stelle angekündigte Vorträge der Herren Victor Meyer und Rich. Meyer, sowie ein chemischer Vortrag des Herrn Traube zur Mitteilung gelangen sollen (Dienstag, 9 Uhr Morgens in Brünings Saalbau);
4. den Abteilungen für Geodäsie und Kartographie, Zoologie, Mineralogie und Geologie und Geographie, in welcher u. A. Herr W. Halbfass (Neuhaldensleben) einen Vortrag über die „Erforschung der norddeutschen Seen" zu halten beabsichtigt (Donnerstag, 9 Uhr Morgens im Polytechnikum, Zimmer Nr. 12); für diese Sitzung sind event. auch der obige Vortrag des Herrn Ed. Doležal und die geographischen Vorträge der Herren Lehmann und Hans Meyer bestimmt;
5. der Abteilung für Instrumentenkunde, für welche der obige Vortrag des Herrn Schubert und eine bei der Instrumentenkunde an-

gekündigte Demonstration des Herrn C. Linde, betr. Verflüssigung der Luft ins Auge gefasst ist (Donnerstag, 11 Uhr Morgens im Polytechnikum. Zimmer Nr. 12).

Außerdem wird eine Besichtigung der physikalischen Sammlung der Herzogl. technischen Hochschule und ein Ausflug nach Wolfenbüttel zur Besichtigung des physikalischen Laboratoriums der Herren J. Elster und H. Geitel geplant (letzterer am Donnerstag, 23. September, Nachmittags).

Zu einer Besichtigung der meteorologischen Station des Brockens bietet sich Sonntag, 26. September, Gelegenheit (vergl. allgemeines Programm S. 17).

Eine besondere Berücksichtigung soll diesmal die wissenschaftliche Photographie (Abt. 7) erfahren. Hierzu sind 10 Vorträge angemeldet und werden noch weitere erwartet. In der allgem. Sitzung am Mittwoch, den 22. September wird sie das Hauptthema bilden. Das Thema heißt:

„Die wissenschaftliche Photographie und ihre Anwendung auf den verschiedenen Gebieten der Naturwissenschaften und Medizin.“

Hierzu haben außer den oben bezeichneten Vorträgen solche noch angemeldet Vogel, Du Bois Reymond, M. Levy, Lassar, sämmtlich aus Berlin und E. Selenka aus München (Anwendung der Ph. bei Forschungsreisen).

Die allgemeinen Vorträge in den Hauptversammlungen.*)

Sonntag, 19. September. Abends 8 Uhr: Begrüßungsabend in der Egydienhalle (mit Damen).

Montag, 20. September. Morgens 9 Uhr: I. Allgemeine Sitzung in Brüning's Saalbau (Großer Saal). 1. Eröffnung durch den ersten Geschäftsführer der Versammlung, Herrn Geh. Hofrat Prof. Dr. Wilh. Blasius. 2. Begrüßungsansprachen. 3. Mitteilungen des ersten Vorsitzenden der Gesellschaft Deutscher Naturforscher und Ärzte, Herrn Hofrat Prof. Dr. Victor Edler von Lang (Wien). 4. Vortrag des Herrn Prof. Dr. Rich. Meyer (Braunschweig): Chemische Forschung und chemische Technik in ihrer Wechselwirkung. 5. Vortrag des Herrn Geh. Medizinalrat Prof. Dr. Wilh. Waldeyer (Berlin): Befruchtung und Vererbung.

Nachmittags 3 Uhr: Bildung und Eröffnung der Abteilungen.

Abends 7 Uhr: Fest-Vorstellung im Herzoglichen Hoftheater: Der wilde Jäger. Große romantische Oper in 4 Akten frei nach Julius Wolff's gleichnamiger Dichtung von G. Wagner und G. Langenbeck. Musik von A. Schulz. Nach dem Theater zwanglose gesellige Vereinigung.

Dienstag, 21. September. Morgens 9 Uhr und Nachmittags 3 Uhr: Sitzungen der Abteilungen. Abends 6 Uhr: Allgemeines Festessen in der Egydienhalle.

Mittwoch, 22. September. Vormittags 10 Uhr: Gemeinsame Sitzung der Abteilungen der naturwissenschaftlichen Hauptgruppe unter Beteiligung aller interessierter medizinischen Abteilungen in Brüning's Saalbau. Vorsitzender: Geh. Hofrat Prof. Dr. Wislicenus (Leipzig). Hier kommt der oben angezeigte Vortrag über Photographie zur Ausführung. Den einleitenden Vortrag hält Prof. Vogel (Berlin).

Donnerstag, 23. September. Sitzungen (bezw. Ausflüge) der Abteilungen. Abends 8 Uhr: Festball im Wilhelmsgarten.

---

*) Die Sitzungen des Vorstandes der Gesellschaft (D. N. u. Ärzte) und des wissenschaftlichen Ausschusses, als unsere Leser nicht berührend, lassen wir hier fort.



Freitag, 24. September. Morgens 9 Uhr: 1. Vortrag des Geh. Med.-R. Prof. Dr. Joh. Orth (Göttingen): Medizinischer Unterricht und ärztliche Praxis. 2. Vortrag des Herrn Dr. H. Meyer (Leipzig): Im Quellgebiet des Schingu. Landschafts- und Volksbilder aus Centralasien.

Nachmittags: Ausflüge (mit Damen).

1. nach Wolfenbüttel (Bibliothek, Marienkirche, Feuerwerk).
2. nach Königslutter (Stiftskirche, Heilanstalt, „Spring", Elm).

Abends 9 Uhr: Abschiedszusammenkunft im Altstadt-Stadthause unter Beleuchtung desselben und des Brunnens.

Sonnabend, 25. September. Tagesausflug mit Damen nach Bad Harzburg. Die Gesellschaft teilt sich in Gruppen, um nach den verschiedenen interessanten Punkten zu gehen (s. o. E. S. 16).

Sonntag, 26. September. Dieser Tag ist ebenfalls noch, aber ferneren, Ausflügen gewidmet:

1. nach Wernigerode und Rübeland (Einladung des naturw. Vereins des Harzes in Wernigerode).
2. nach Goslar (ebenfalls Einladung).
3. nach dem Brocken (Meteorolog. Station, Besteigung des Gipfels).
4. nach Pyrmont, auf Einladung des Bürgermeisters, zur Erinnerung an die 17. Vers. d. Ntf. u. s. w. 1839.

Das Vorstehende dürfte wohl das Wesentliche und Wichtigste enthalten, was etwa unsere Leser interessieren kann. Diejenigen, welche die Versammlung besuchen wollen — und es sind ja immer nur Einzelne auch auſserhalb Deutschlands, denen die Ferien den Besuch erlauben — werden gut thun, sich zeitig genug von den Geschäftsführern Prof. Dr. Wilh. Blasius, Geh. Hofrat und Prof. Dr. Rich. Schulz, Oberarzt am Herzogl. Krankenhaus, die Einladung nebst Programm senden zu lassen.

Bemerkt sei noch, daſs die Besucher sich zeitig genug und zwar bis spätestens 8. September, wegen einer Wohnung an den Vorsitzenden des Wohnungs-Ausschusses, Herrn Com.-R. Rob. Rittmeyer (Fallersleberthor-Promenade 14 pt.) melden möchten, da in den besten Gasthäusern B.'s nur für ungefähr 400 bis 500 Gäste Wohnungen beschafft werden können. Deshalb haben zahlreiche Einwohner B.'s Wohnungen zur Verfügung gestellt und den lebhaften Wunsch geäuſsert, Naturforscher und Ärzte (hoffentlich auch Lehrer. D. H.) in ihre Häuser gastlich aufzunehmen. Sie bitten (heiſst es in der o. E.) unter den dargelegten Verhältnissen von dieser Einladung recht reichlich Gebrauch machen zu wollen. Es ist daher auch der o. E. eine bereits an den Wohnungsausschuſs adressierte gedruckte Postkarte beigegeben, auf welcher der Angemeldete anzugeben hat, ob und welcher Art er Wohnung wünscht, ob im Gasthause, ob Privatwohnung mit Zahlung oder ob er von der Gastfreundschaft Gebrauch machen will.

Wer der Gesellschaft der Naturforscher und Ärzte nicht angehört und nur Teilnehmer an der Versammlung ist, — und das werden wohl die meisten, wenn nicht alle, unter den Lehrern sein — zahlt für die Karte 18 Mark.

Auch hat sich, wie bei früheren Versammlungen, ein „Damen-Ausschuſs" zur Führung und Unterhaltung der teilnehmenden Damen gebildet, und kostet die Damenkarte 6 Mark.

Möge auch diese Versammlung von möglichst vielen Lehrern besucht werden und möchten sie auch von ihr freundliche und nachhaltige Erinnerungen mitbringen. H.

44. Versammlung deutscher Philologen und Schulmänner zu Dresden am 29. September bis 2. Oktober dieses Jahres.

(Mathematische und naturw. Sektion.)

In der uns (leider erst auf unser Ansuchen) vom Präsidium zu Dresden zugesandten „Einladung" ist unter den XII Sektionen die unsrige die VII. Die für dieselbe angemeldeten Vorträge sind:

Rektor Prof. Dr. Böttcher-Leipzig: Über bewegliche Schülermodelle zur Geometrie. — Prof. Dr. Helm aus Dresden: Über das Rechnen mit Maſseinheiten beim mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht. — Konrektor Prof. Dr. Henke aus Dresden: Besichtigung des Neubaues für den physikalischen und chemischen Unterricht am Annenrealgymnasium. — Prof. Dr. Kalkowsky aus Dresden: Über den Unterricht in Krystallographie mit Demonstrationen im mineralogischen Institut der technischen Hochschule. — Geheimer Hofrat Prof. Dr. Krause: Bemerkungen zum mathematischen Unterricht in der Oberprima der Realgymnasien. — Prof. Dr. Looser aus Essen: Thema vorbehalten. — Prof. Pockels und Dr. Töpler aus Dresden: Demonstrationen im physikalischen Institut der technischen Hochschule. — Prof. Dr. Rohn aus Dresden: Anwendung räumlicher Beziehungen zur Ableitung planimetrischer Sätze.

Von den angemeldeten Vorträgen der pädagogischen Sektion (der III.) sind für unsere Fachgenossen etwa die folgenden bemerkenswert:

Dr. Volkelt, Prof. an der Universität Leipzig: Die Stellung der Pädagogik zur Psychologie. — Weinberg, Prof. an der Oberrealschule zu Trautenau: Die Hygiene beim Mittelschulunterricht. — Rektor Prof. Dr. Richter-Leipzig: Die Bedeutung der Geldfrage in der Gymnasialpädagogik.

Die Vorträge der allgemeinen oder Plenarsitzungen behandeln nur Sprachliches oder Archäologisches. Was sonst noch für Teilnehmer beachtenswert ist, stellen wir im Folgenden zusammen:

Nach der Begrüſsung (Dienstag, 28. September, Abends 7 Uhr) folgt Mittwoch, d. 28. (9—11 Uhr) die erste allgemeine Sitzung mit Begrüſsungen und Konstituierung der Sektionen im Vereinshause (Zinzendorfstr. 17), wo auch das Empfangsbureau ist. Am selben Tage ist das Festessen ebenda, Nachm. 3 Uhr (Gedeck 5 M., incl. $^1/_2$ Fl. Wein). Die Anmeldungen hierzu sind bis Montag, d. 27. an Herrn Prof. Rachel, Vitzthum'sches Gymnasium zu richten, der auch die Mitgliedskarte (à 10 M.) besorgt.

Am Donnerstag, d. 30. ist Festvorstellung im k. Hoftheater (Stück noch unbekannt).

Am Freitag, d. 1. Okt., Abends, giebt die Stadt Dresden der Versammlung eine „Festlichkeit". Überall sind auch Damen zugelassen, bezw. eingeladen.

Am Sonnabend, d. 2. Okt., Nachmittags 2 Uhr, ist eine Fahrt auf besonderen Schiffen nach der Bastei und nach Meiſsen.

Am Schluſs der „Einladung" sind nicht weniger als 35 Gasthäuser (Hotels) nebst Wohnungs-Preisen verzeichnet zur Auswahl. Freiwohnungen, wie bei der Naturf.-Vers. giebt es nicht. Ob man als Teilnehmer einen Orientierungsplan von Dresden erhält, ist nicht angegeben.

Deutsche Mathematiker-Vereinigung.*)

Hervorgegangen aus dem seit Jahren empfundenen Bedürfnisse nach einem engeren wissenschaftlichen und persönlichen Zusammenschluſs der

*) Aus Teubners Mitteilungen 1897, Nr. 3, S. 78.

Fachgenossen, hat sich vor nunmehr sechs Jahren die Deutsche Mathematiker-Vereinigung gebildet mit der Aufgabe:

„in gemeinsamer Arbeit die Wissenschaft nach allen Richtungen zu fördern und auszubauen, ihre verschiedenen Teile und zerstreuten Organe in lebensvolle Verbindung und Wechselwirkung zu setzen, ihre Stellung im geistigen Leben der Nation nach Gebühr zu heben, ihren Vertretern und Jüngern Gelegenheit zu ungezwungenem kollegialischen Verkehr und zum Austausch von Ideen, Erfahrungen und Wünschen zu bieten".

Die Thätigkeit, welche die Deutsche Mathematiker-Vereinigung bisher entfaltet, die Unterstützung, welche sie von den verschiedensten Seiten erfahren hat, bezeugen, dafs es sich bei ihrer Gründung um ein zeitgemäfses Unternehmen handelte. Die Vereinigung sucht ihre Ziele zu erreichen durch die Jahresversammlungen, welche in der Regel gemeinsam mit den Sitzungen der Abteilung für Mathematik und Astronomie der Gesellschaft deutscher Naturforscher und Ärzte abgehalten werden, sowie durch die Herausgabe von Jahresberichten.

Auf der Jahresversammlung handelt es sich in erster Linie um Vorträge der Mitglieder. Dabei ist mehr und mehr der Wunsch hervorgetreten, dafs neben den Einzelvorträgen, welche diese oder jene Spezialfrage behandeln, zusammenfassende Berichte oder auch zusammengehörige Vorträge zur Geltung kommen möchten. So wird insbesondere auf der diesjährigen Versammlung in Braunschweig ein Tag für Vorträge aus dem Gebiete der Mechanik und erforderlichen Falles der Zahlentheorie vorbehalten bleiben. Daneben sollen die Beziehungen zu den Nachbargebieten gepflegt werden, wie denn für Braunschweig eine gemeinsame Sitzung mit der Abteilung für Physik und Meteorologie ins Auge gefafst ist.

Die Jahresberichte, welche von Band V*) ab im Verlage von B. G. Teubner in Leipzig erscheinen und an die Mitglieder der Vereinigung bei direktem Bezuge zu einem ermäfsigten Preise (Buchhändler-Nettopreis) geliefert werden, bringen über die geschäftlichen Angelegenheiten und über die gehaltenen Vorträge Berichte und enthalten aufserdem gröfsere Referate über einzelne Zweige der gesamten mathematischen Wissenschaften. Diese Referate, welche den gegenwärtigen Stand unserer bez. Kenntnisse in historisch-kritischer Darstellung zusammenfassen, dürften von besonderem wissenschaftlichen Werte sein; sie bieten jedem die Möglichkeit, einen Einblick in die geistigen Bestrebungen der Gegenwart zu gewinnen, wie ihn auch derjenige besitzen sollte, der durch seinen Beruf mehr oder weniger an der selbstthätigen Fortbildung der Wissenschaft gehindert ist. Die Vereinigung hofft, dafs sie auf diesem Gebiete auch künftig seitens ihrer Mitglieder nach Kräften unterstützt werden wird. Bisher sind folgende Referate zur Veröffentlichung gelangt:

Franz Meyer: Bericht über den gegenwärtigen Stand der Invariantentheorie. (214 Seiten.)

Fritz Kötter: Die Entwickelung der Lehre vom Erddruck. (80 Seiten.)

A. Brill und M. Noether: Die Entwickelung der Theorie der algebraischen Funktionen in älterer und neuerer Zeit. (458 Seiten.)

L. Henneberg: Über die Entwickelung und die Hauptaufgaben der Theorie der einfachen Fachwerke. (33 Seiten.)

---

*) Enthaltend die Chronik der Vereinigung für das Jahr 1896, kurze Berichte über die auf der Versammlung in Frankfurt a. M. gehalten Vorträge, sowie einen ausführlichen Bericht über die Entwickelung der synthetischen Geometrie von Prof. Dr. E Kötter-Aachen.

David Hilbert: Die Theorie der algebraischen Zahlkörper. (370 Seiten.)
Ernst Kötter: Die Entwickelung der synthetischen Geometrie. (Erscheint in Band V.)

Weisen wir noch hin auf die ungemein lehrreiche mathematische Ausstellung in München (1893), über welche in dem ausführlichen, von Herrn Prof. W. Dyck in München herausgegebenen „Katalog mathematischer und mathematisch-physikalischer Modelle, Apparate und Instrumente" berichtet wird; auf den im Schofse der Vereinigung entstandenen Plan einer Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften, welcher unter der Redaktion der Herren Prof. H. Burkhardt in Zürich und Prof. Franz Meyer in Clausthal und mit Unterstützung der Akademien Göttingen—München—Wien zur Ausführung gelangt; weisen wir ferner hin auf die Anregung und Förderung internationaler Mathematiker-Kongresse, deren erster am 9., 10. und 11. August d. J. in Zürich getagt hat, endlich auf die Berücksichtigung der Frage des mathematischen Unterrichts und der Vorbildung der Lehrer: so darf die Deutsche Mathematiker-Vereinigung wohl mit Befriedigung auf ihre bisherige Wirksamkeit zurückblicken.

Ist auch die Zahl der Mitglieder der Vereinigung bereits eine nicht unerhebliche (zur Zeit rund 300), so ist doch, wenn die Vereinigung ihre Ziele in immer vollerem Mafse erreichen soll, eine möglichst allgemeine Beteiligung der Fachgenossen erforderlich. Wir richten daher an alle Mathematiker von neuem die Aufforderung zum Beitritt. Ausländische Mathematiker werden uns nicht minder willkommen sein als inländische, insofern wissenschaftliche Bestrebungen durch internationale Beziehungen die beste Anregung erfahren. Die inländischen Mathematiker aber sollten nach Möglichkeit alle der Vereinigung angehören, auch diejenigen, welche sich nicht wissenschaftlich produktiv bethätigen. Gilt es doch, in unserem Vaterlande die allgemeinen Interessen der mathematischen Wissenschaften nach allen Seiten zu vertreten und zur Geltung zu bringen!

Die Leitung der Vereinigung liegt in den Händen eines aus sechs Mitgliedern bestehenden Vorstandes, deren Wahl auf je drei Jahre geschieht; jährlich scheiden zwei Vorstandsmitglieder aus und werden durch Neuwahl ersetzt. Das Ausscheiden geschieht in der Reihenfolge des Eintritts, und die ausgeschiedenen Mitglieder sind erst nach zwei Jahren wieder wählbar, mit Ausnahme des Schriftführers, welcher sofort wieder gewählt werden kann.

Beitrittserklärungen sowie den Jahresbeitrag von 2 M., welcher auch durch einmalige Zahlung von 30 M. abgelöst werden kann, bitten wir an den Schriftführer Dr. A. Gutzmer, Privatdozent an der Universität, Halle a. S., Gartenstrafse 5 zu richten.

F. Klein-Göttingen, dz. Vorsitzender.
A. Brill-Tübingen. G. Hauck-Berlin. A. Voss-Würzburg.
A. Wangerin-Halle a. S.
A. Gutzmer-Halle a. S., dz. Schriftführer.

Zwei wichtige neue Werke.

Den Teubnerschen Mitteilungen 1897 Nr. 3 entnehmen wir die folgende Voranzeige zweier wichtiger, demnächst erscheinenden Werke:

1.

Urkunden zur Geschichte der nichteuklidischen Geometrie herausgegeben von Friedrich Engel und Paul Stäckel. Mit vielen Figuren im Texte. In 2 Bänden. gr. 8. geh.

I. **Nikolaj Iwanowitsch Lobatschefskij** geometrische Abhandlungen, herausgegeben von Friedrich Engel, mit einem Bilde Lobatschefskijs.

II. **Wolfgang und Johann Bolyai** geometrische Untersuchungen, herausgegeben von Paul Stäckel, mit einem Bilde Wolfgang Bolyais.

Als wir im Jahre 1894 unser Buch: „Die Theorie der Parallellinien von Euklid bis auf Gaufs, eine Urkundensammlung zur Vorgeschichte der nichteuklidischen Geometrie" ankündigten, behielten wir uns vor, eine Fortsetzung dieses Unternehmens zu geben. Für eine solche Fortsetzung kommen in erster Linie die Schriften Lobatschefskijs und der beiden Bolyai in Betracht, in denen die nichteuklidische Geometrie ihre erste Begründung und Darstellung gefunden hat. Wir haben uns daher entschlossen, diese Schriften herauszugeben, und zwar in zwei getrennten Bänden.

Der erste Band ist Lobatschefskij gewidmet. Die deutsch oder französisch geschriebenen Abhandlungen, die überdies leicht zugänglich sind, lassen wir unberücksichtigt, da sie durch die russisch geschriebenen Abhandlungen, die wir in der Übersetzung mitteilen, entbehrlich werden. Diese russisch geschriebenen Abhandlungen, die bisher für die grofse Mehrzahl der Mathematiker gar nicht vorhanden waren, geben erst einen Einblick in das, was Lobatschefskij wirklich gewollt und geleistet hat. Insbesondere gilt das von der grofsen Abhandlung: „Neue Anfangsgründe der Geometrie mit einer vollständigen Theorie der Parallelen". Diese Arbeit ist geradezu ein Lehrbuch der Geometrie von den ersten Anfängen an; wir teilen sie daher in ihrer ganzen Ausdehnung mit, bis auf die beiden letzten Kapitel, da diese nur die Auflösung der ebenen Dreiecke in der gewöhnlichen Geometrie und der Auflösung der sphärischen Dreiecke zum Gegenstande haben. Die „Neuen Anfangsgründe" sind 1835—38 erschienen; bei dem historischen Charakter unseres Buches durfte jedoch die erste Veröffentlichung Lobatschefskijs über den Gegenstand nicht fehlen. Es ist das die 1829—30 erschienene Abhandlung: „Über die Anfangsgründe der Geometrie", die zu den „Neuen Anfangsgründen" insofern eine erwünschte Ergänzung bildet, als sie noch ausführlicher auf die Berechnung der geometrischen Figuren eingeht. Dagegen haben wir nicht für nötig gehalten, die drei andern russisch geschriebenen Abhandlungen aufzunehmen; denn die eine: „Anwendung der imaginären Geometrie auf einige Integrale" fällt ganz in das Gebiet der Analysis, und die beiden anderen: „Imaginäre Geometrie" und „Pangeometrie" hat Lobatschefskij selbst in französischer Bearbeitung erscheinen lassen. Den beiden vorhin genannten Abhandlungen wird eine Lebensbeschreibung Lobatschefskijs folgen.

Der zweite Band beschäftigt sich mit Wolfgang und Johann Bolyai. Bei den Schriften dieser beiden, soweit sie hier in Betracht kommen, bildet zwar die Sprache kein Hindernis, sie sind aber trotzdem wenig verbreitet und überdies schon seit langer Zeit im Buchhandel nicht mehr zu haben; nur von dem Appendix Johann Bolyais giebt es eine italienische, eine französische, eine englische und eine magyarische Übersetzung, merkwürdigerweise jedoch noch keine deutsche, denn die Bearbeitung Frischaufs vermag die Urschrift nicht zu ersetzen.

Wir beginnen mit einer ausführlichen Lebensbeschreibung der beiden Bolyai, bei der wir eine Reihe wichtiger Mitteilungen des Baumeisters Franz Schmidt in Budapest verwerten können. Es folgt die bis vor kurzem unbekannt gebliebene „Theoria parallelarum" Wolfgang Bolyais, die dieser 1804 an Gaufs gesandt hat. Da wir die einzelnen Schriften nach der Zeitfolge ihrer Abfassung ordnen wollen, so bringen wir nunmehr den „Appendix" Johann Bolyais, und zwar in der Urschrift und in deutscher Übersetzung. Hieran schliefst sich, aus dem ersten Bande

des Tentamen entnommen, der „Generalis conspectus geometriae" Wolfgang Bolyais, sowie einige Stellen aus dem zweiten Bande des Tentamen, alles ebenfalls in deutscher Übersetzung. Den Schlufs bildet der geometrische Teil des 1851 erschienenen „Kurzen Grundrisses" von Wolfgang Bolyai. Die in magyarischer Sprache geschriebenen Werke Wolfgang Bolyais haben wir nicht berücksichtigt, da alles Wesentliche bereits in den von uns mitgeteilten Schriften enthalten ist. Engel. Stäckel.

II.

Vorlesungen über die Theorie des Kreisels. Von F. Klein und A. Sommerfeld. gr. 8. geh.

Das Werk verdankt seinen Ursprung einer während des Winter-Semesters 1895/96 an der Göttinger Universität gehaltenen Vorlesung von Prof. Klein. Die Ausführung der hierbei vorgetragenen Ideen sowie die Abrundung des Stoffes hat seitdem in der Hauptsache Dr. Sommerfeld obgelegen.

Der erste Abschnitt, welcher bereits erschienen ist (s. d. Schrifteneinlauf), bringt nach einem vorbereitenden Kapitel kinematischen Inhalts die grundlegenden Betrachtungen über die Prinzipien der Mechanik, soweit sie für den vorliegenden Fall in Frage kommen. Einen eigenartigen Charakter dürfte dieser Teil dadurch erhalten haben, dafs die Verf. im Sinne der älteren Autoren vielfach auf Stofskräfte zurückgehen und überall den Begriff des „Impulses" (nach W. Thomsons Ausdrucksweise, Poinsots couple d'impulsion), d. h. derjenigen stofsartigen Drehkraft in den Vordergrund rücken, welche imstande ist, die jeweilige Bewegung von der Ruhe aus momentan zu erzeugen. Hierdurch scheint die Theorie des Kreisels sowie die Mechanik starrer Körper überhaupt einen höheren Grad von Anschaulichkeit und Einfachheit zu gewinnen wie bei ausschliefslicher Benutzung kontinuierlich wirkender Kräfte.

Der zweite Abschnitt behandelt eingehend die mathematische Seite der Theorie, die explicite Darstellung der Bewegung des schweren symmetrischen Kreisels durch elliptische Funktionen. Es wird hier gezeigt, dafs nicht die gewöhnlich benutzten sog. Eulerschen unsymmetrischen Winkel, bez. die Eulerschen symmetrischen Parameter (Quaternionengröfsen), sondern gewisse aus der Riemannschen Funktionentheorie hervorwachsende Parameter in analytischer Hinsicht die einfachsten Bausteine sind, aus denen sich die allgemeinen Formeln der Kreiselbewegung zusammensetzen.

Der dritte Abschnitt bringt neben mancherlei Ergänzungen des früheren (Berücksichtigung der Reibung im Unterstützungspunkte, Kritik der populären Kreisellitteratur etc.) die mannigfachen Anwendungen der Theorie auf astronomische und physikalische Fragen. Hier galt es vornehmlich, die in der englischen Litteratur insbesondere in der Natural Philosophy von Thomson und Tait aufgehäuften Schätze, die Untersuchungen über cyklische Systeme, über Gyrostaten etc., dem deutschen Publikum in bequem lesbarer Form vorzuführen.

Ursprünglich als eine Widmung für den Verein zur Förderung des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichtes gedacht, sollte das Buch auch für die der Forschung ferner stehenden Mathematiker und Physiker ohne Schwierigkeit verständlich sein. Spezifische Vorkenntnisse aus der analytischen Mechanik oder der Funktionentheorie sind daher nicht vorausgesetzt worden. Es ist aber zu hoffen, dafs auch die engeren mathematischen Kreise eine gewisse hieraus resultierende Breite und Behaglichkeit der Darstellung nicht unangenehm empfinden werden.

Die Tendenz des Buches möge schliefslich durch einige der Einleitung entnommene Sätze charakterisiert werden:

„Die Entwickelung der Mechanik hat, namentlich in Deutschland,

eine zu ausschliefsliche Richtung auf das Abstrakte und Formale genommen, welche dem unmittelbaren Verständnis vielfach hinderlich entgegenwirkt. Der Studierende, welcher wohl die allgemeinen mechanischen Prinzipien analytisch herzuleiten lernt, fafst darum ihre eigentliche mechanische Bedeutung nicht immer lebendig genug auf und zeigt sich, vor ein spezielles Problem gestellt, zu dessen Lösung häufig ungeschickt.

„Diesem neuerdings auch von anderer Seite hervorgehobenen Übelstande wünschen wir durch die eingehende Behandlung unseres Problemes entgegenzutreten. Wir möchten nicht nur eine Kenntnis der Mechanik, sondern sozusagen ein Gefühl dafür begründen. Natürlich ist hierzu volle Klarheit über die geometrischen Verhältnisse der Bewegung eine erste Vorbedingung. . . . Noch wichtiger aber ist für uns volle Klarheit über die mechanischen Ursachen der Bewegung, über die ins Spiel kommenden Kräfte. Wir werden uns diese möglichst konkret im Raume durch Vektoren versinnlichen; besonderen Wert legen wir auf die Ausbildung und konsequente Benutzung des Impulsbegriffes etc. . . . Dabei gedenken wir die analytische Seite unseres Problems keineswegs zu verkürzen. Die Formel liefert schliefslich doch die einfachste und prägnanteste Beschreibung des Bewegungsvorganges; aufserdem ist sie als Grundlage der wirklichen numerischen Ausrechnung unentbehrlich. Wir werden nur verlangen, dafs unsere Kenntnis der Mechanik nicht auf die Formel basiert ist, sondern dafs umgekehrt die analytische Formulierung als letzte Konsequenz aus einem gründlichen Verständnis der mechanischen Verhältnisse von selbst zum Vorschein kommt."

Verlagswechsel.

Wir werden ersucht, darauf hinzuweisen, dafs das Verlagsrecht und die Vorräte der

Zeitschrift für Psychologie und Physiologie der Sinnesorgane, herausgegeben von H. Ebbinghaus und Arthur König. Band 1—14 (à M. 15.—),

sowie der

Vorlesungen über theoretische Physik von H. von Helmholtz, herausgegeben von A. König, O. Krigar-Menzel und C. Runge, Band 1—6 (bis jetzt erschienen Band V. Elektromagnet. Theorie des Lichtes M. 14.—)

und der

Abhandlungen zur Physiologie der Gesichtsempfindungen herausgegeben von J. von Kries, Heft 1 (M. 5.—)

aus dem Verlage des Herrn Leopold Vofs in Hamburg in den von Johann Ambrosius Barth in Leipzig übergegangen sind.

In der Erscheinungsweise wird keine Unterbrechung eintreten. Heft 1/2 des 15. Bandes der Zeitschrift (Preis 15 M.) soll demnächst ausgegeben werden, auch ist zu hoffen, dafs von Helmholtz' Vorlesungen in diesem Jahre noch 2 Bände werden erscheinen können.

Fragekasten.

92) H. i. L. 1) Bekanntlich ist, wenn eine Gerade AB in den Punkten C und D harmonisch geteilt ist, so dafs die Punkte (von rechts nach links) in der Reihe A, C, D, B aufeinander folgen

$$AC : CD = AB : DB$$

oder, wenn man die aufeinanderfolgenden Abschnitte a, b, c nennt und die ganze Gerade mit g bezeichnet

$$a : b = g : c,$$

wo $g = a + b + c$; d. h. der erste Abschnitt verhält sich zum zweiten, wie die ganze Gerade zum dritten. (Vergl. Steiner, die geometr. Konstruktionen etc. Berlin 1833. § 3, S. 6 oder: Gesammelte Werke Bd. I, S. 466.)*)

Ich wollte nun für die Abschnitte a, b, c recht geeignete ganzzahlige Werte haben ohne die Länge der Geraden willkürlich zu bestimmen. Doch erhält man, wenn man für a, b, c bezw. x, y, z setzt, die Proportion: $x : y = g : z$ oder

$$x : y = (x + y + z) : z$$

eine diophantische Gleichung mit drei Unbekannten. Nimmt man für g einen bestimmten ganzzahligen Wert (etwa $g = 100$ mm) willkürlich an, so erhält man immer noch eine diophantische Gleichung mit zwei Unbekannten

$$x : y = g : [(g - (x + y)].$$

Aber dann bekommt man Brüche! Wer kann mir nun eine Lösung dieser Gleichung angeben, durch die man geeignete ganzzahlige Werte für x, y, z erhält? In meiner präcisen Zeichnung zu dem oben zit. Steinerschen Satze war nach einer genauen Messung $AC = 54$ mm, $CD = 19$ mm, $DB = 39$ mm. Das giebt die Proportion

$$54 : 19 = 112 : 39$$

eine Proportion die nicht stimmt. Hieße das zweite Glied 18, das dritte 111 und das vierte 37, so erhielte man

$$54 : 18 = 111 : 37$$

eine richtige Proportion. Ist etwa unter den Aufgaben des A.-R. eine solche Gleichung gelöst?

2) Der Satz von der harmonischen Proportion zwischen Zahlen wird gewöhnlich in folgender Form gegeben (s. Schüller, Ar. u. Alg. S. 225): Drei Zahlen a, b, c, von denen $a > b > c$ ist, stehen in harmonischer Proportion, wenn

$$a - b : b - c = a : c;$$

ausgesprochen: wenn die Differenz der ersten und zweiten zur Differenz der zweiten und dritten sich verhält wie die erste zur dritten. Beispiel $a = 15$, $b = 12$, $c = 10$

$$15 - 12 : 12 - 10 = 15 : 10 = 3 : 2$$

---

*) In dem berühmten Werke *Sectiones conicae* von De la Hire (1685) lib. I S. 1 ist der Satz so ausgedrückt:

Recta linea AD (AB)*) dicitur *harmonicè divisa,* si ita secetur in tres partes AB (AC), BC (CD), CD (DB) ut tota AD (AB) se habeat ad quamlibet extremam AB (AC, BD), ut altera extrema CD (BD, AC) ad mediam BC (CD).

Vel quod idem est, si rectangulum sub tota AD (AB) et parte media BC (CD) sit aequale rectangulo, quod fit ab extremis AB, CD (AC, DB).

---

*) Die eingeklammerten Strecken beziehen sich auf unsere Figur.

Steht dieser Satz mit dem vorigen in einem Zusammenhang oder läfst sich einer aus dem andern ableiten? Ich konnte keinen Zusammenhang finden.

3) Das letztere Beispiel illustriert zugleich die Entstehung des Namens **harmonische** Proportion. Denn bekanntlich verhalten sich die Schwingungszahlen eines (Dur-) Dreiklanges, z. B. *c*, *e*, *g* wie $1 : \frac{5}{4} : \frac{3}{2}$, also die Seitenlängen wie

$$1 : \frac{4}{5} : \frac{2}{3},$$

d. i. in ganzen Zahlen

$$15 : 12 : 10;$$

das sind die obigen Werte (s. Schüller a. a. O. S. 227). Von wem rührt nun die Benennung „harmonische Proportion" her? (Geschichtlichen Nachweis!) (Mitteilung aus Cantor, Gesch. d. M. später.)

Bei der Redaktion eingelaufene Druckschriften.

(Juli — August 1897.)

Mathematik.

Schwering u. Krimphoff, Anfangsgründe der ebenen Geometrie. 2. Aufl. Freiburg i. B., Herder. 1897.

Goldschmidt, Die Wahrscheinlichkeitsrechnung. Hamburg-Leipzig, Vofs. 1897.

Sturm, Das Delische Problem III (Schlufs). Linz, Verl. d. k. k. Gymn. Seitenstetten. 1897.

Krause, Theorie der doppeltperiodischen Funktionen einer veränderlichen Gröfse. 2. Bd. Leipzig, B. G. Teubner. 1897.

Klein u. Sommerfeld, Über die Theorie des Kreisels, Heft 1: Die kinematischen und kinetischen Grundlagen der Theorie. Ebda.

Leopold Kronecker's Werke ed. Hensel (a. Veranl. d. k. Pr. Ak.) 2. Bd. Ebda. 1897.

Hartenstein, 3stellige log. u. trigonom. Tafeln f. d. Schulgebrauch. Ebda. 1897.

Schülke, 4stellige log. Tafeln u. s. w. 2. verb. Aufl. Ebda. 1897.

Naturwissenschaften.

Physik und Chemie.

Mach, Die Mechanik in ihrer Entwickelung, histor.-krit. dargest. 3. Aufl. (intern. wissensch. Bibl. Bd. 59.) Lpz., Brockhaus. 1897.

Kämpfer, Das Wesen d. Naturkräfte i. neuer Auffassung (Gestalten d. Atome). Barmen, Selbstverlag. 1897.

Januschke, Das Prinzip der Erhaltung der Energie u. seine Anwendung in d. Naturlehre. Leipzig, B. G. Teubner. 1897.

Wiedemann u. Ebert, Physikalisches Praktikum. 3. Aufl. Braunschweig, Vieweg u. S. 1897.

Müller-Pouillet-Pfaundler, Lehrbuch d. Physik u. Meteorologie (unter Mitw. von Lummer) 2. Bd. 1. Abt. 3. Lief. (Schlufs d. 1. Abt.)

Zehnder, Mechanik des Weltalls u. s. w. Freiburg i. B. (Lpz. u. Tüb.) Mohr. 1897.

Günther, Handbuch d. Geophysik. 2. Aufl. 1. Bd. Lief. 2—3. Stuttgart, Enke. 1897.

Wachter, Vollständiger Abrifs der anorg. Chemie. Hamburg-Leipzig, Vofs. 1897.

Arendt, Leitfaden f. d. Unterr. i. d. Chemie u. Physik. 6. Aufl. Ebda.

Naturgeschichte mit Geographie.

Krass-Landois, Lehrbuch f. d. Unterr. i. d. Botanik. 4. Aufl. Freiburg, Herder. 1897.

Plüſs, Unsere Getreidearten und Feldblumen. 2. Aufl. Ebda. 1897.

Lensch, Der Bau des menschlichen Körpers. 2. Aufl. Berlin, Wiegand u. Grieben. 1897.

Schlitzberger, Die Kulturgewächse der Heimat mit ihren Feinden und Freunden. V. Serie (Taf. 9—10. Die Getreidepflanzen). Leipzig, Amthor'sche Verlagsbuchh. 1897.

Rothe, Naturgeschichte in 3 conz. Kursen für Bürgerschulen. (3 Bdchen.) Leipzig, Pichler's W. u. S. 96—98.

Pütz-Behr, Lehrbuch d. vergleichenden Erdbeschreibung. 16. Aufl. Freiburg i. B., Herder. 1897.

Pädagogik.

Tetzner, Geschichte d. deutschen Bildung und Jugenderziehung. Gütersloh, Bertelsmann. 1897.

Zeitschriften, Programme, Abdrücke u. dergl.

a) rein wissenschaftliche. Mathem. Annalen. 49. Bd. Heft 2. — Zeitschr. f. Math. u. Physik (Mehmke u. Cantor). Bd. 42. Heft 3. — *Nouv. Ann. d. Mathem.* 1897. Juni—Aug. — *Periodico di Mathematica.* XII, fasc. 4. — *Bolletino della Associacione „Mathesis“ etc.* I. no. 4. — Geogr. Ztschr. (Hettner) III, 7—8. — Himmel u. Erde (Urania) IX, 10—11. — Naturw. Rundschau (Sklareck) XII, 24—34. — Ztschr. f. d. phys. und chem. Unt. X, 4.

b) pädagogische. Unterrichtsblätter f. Math. u. Naturw. III, 4. — Zeitschr. f. R.-W. (österr.) XXII, 7—8. — Zeitschr. f. Schulgeogr. XVIII, 8. — Pädagog. Archiv Jahrg. 39 Heft 7/8. — Zeitschr. f. lateinlose h. Schulen (Holzmüller). VIII, 9—10. — Zeitschr. f. weibl. Bildung XXV, 13—16. — Die Umschau (Bechhold) I, Nr. 26—33. — Allgem. d. Lehrerzeitung. 1897. Nr. 24—34.

c. Programme (Jahresber.) Abdrücke u. s. w. Wiener-Neustadt 1896/97. — Mähr.-Ostrau 1896/97. — Braunschweig (H. R.-G.) 1897.

d. Abdr. Saalschütz (Königsberg), math. Abh. — Pfeiffer, goldn. Schnitt. — Fink, Zahlenriesen. — Kewitsch, R.-G. u. Medizin. — Antiq.-Katalog v. Simmel u. Co., Lpz. (Exakte W.)

Die Redaktion übernimmt bei der Masse der Einläufe keine Verpflichtung alle bei ihr einlaufenden Druckschriften zu besprechen oder auch nur anzuzeigen. Sie mufs es den betr. Verlagsbuchhandlungen überlassen, die nicht besprochenen Schriften durch ihren hiesigen Vertreter von uns zurückholen zu lassen.

Briefkasten.

1) Wir suchen einen tüchtigen Referenten für Mineralogie besonders aber für Geognosie, da der frühere Referent verstorben ist. Es liegen mehrere geognostische Schriften zur Besprechung vor.

2) Man wolle unser Gesuch bezügl. des A.-R. S. 439 und Heft 4, S. 267 gef. berücksichtigen.

3) Wir glauben vielen unserer Leser eine freudige Nachricht zu bringen durch die Mitteilung, dafs die von uns projektierte Herausgabe der „Sammlung d. Aufg. des A.-R. der ersten 25 Bde. d. Z.“ durch die freundliche Unterstützung zweier hervorragender Mitarbeiter nun so weit gediehen ist, dafs das Manuskript, systematisch geordnet, druckfertig vorliegt. Wenn das Ganze erscheinen wird, soll später bekannt gegeben werden.

Der binomische Lehrsatz am Gymnasium.

Von Dr. A. Emmerich in Mülheim a. d. Ruhr.

Die preufsischen Lehrpläne stellen als arithmetische Lehraufgabe für die Oberprima des Gymnasiums den binomischen Lehrsatz mit ganzen positiven Exponenten hin, wobei die Methode des Beweises dem Ermessen des Lehrers überlassen bleibt. In den gebräuchlichen Schulbüchern sind drei verschiedenartige Beweismethoden für jenen Satz, der als die Krönung der Elementararithmetik angesehen zu werden pflegt, anzutreffen: 1) die Methode der vollständigen Induktion, 2) die Methode vermittelst der höheren arithmetischen Reihen und 3) der auf kombinatorische Betrachtungen gegründete Beweis. Die erste Methode steht mit ihrer kurzen und abstrakten Beweisart im scharfen Gegensatz zur heuristisch-genetischen Lehrweise; die Kunst, durch geschickte Behandlung des Stoffes das Interesse für den Gegenstand zu wecken, findet hier schwerlich Gelegenheit zur Bethätigung. Frei von diesem Mangel können die zweite und dritte Methode überliefert werden. Die zweite, die verhältnismäfsig viel Rechnung erfordert, dürfte für realistische Vollanstalten geeignet sein, wiewohl mir auch an diesen die völlige Aufserachtlassung der Kombinatorik bedenklich erscheint. Denn die Begriffe „Permutation“ und „Kombination“ gehören zur allgemeinen Bildung, die Ermittelung ihrer Anzahlen bildet eine gute logische Übung, die Kenntnis dieser Anzahlen ist in manchen Fällen des praktischen Lebens nützlich; die sich anschliefsenden Aufgaben dienen teilweise, indem sie früher Gelerntes neu beleuchten, zur Konzentration des Unterrichts und begegnen, bei geeigneter Auswahl — namentlich bei Einbeziehung der Wahrscheinlichkeitsrechnung —, einem regen Interesse bei den Schülern. Sonach ergiebt sich mir die kombinatorische Beweismethode als die für unsere Gymnasien geeignetste.

Bei der oftmaligen Behandlung des Gegenstandes habe ich danach getrachtet, den Stoff einfacher und kürzer zu gestalten als in den mir bekannten Büchern. Ich glaube daher etwas nützliches zu thun, wenn ich meine Darstellung, durchwirkt mit den nötigen Aufgaben, den Herren Fachgenossen hiermit zur Beurteilung vorlege.

§ 1. Erkl. Permutationen sind Verbindungen gegebener Elemente in verschiedener Reihenfolge.

Aufg. 1. Alle Permutationen α) der 2 Elemente a, b, β) der 3 Elemente a, b, c, γ) der 4 Elemente a, b, c, d zu bilden (und zwar in lexikographischer Anordnung).

§ 2. Satz. Die Anzahl P_r der Permutationen von r Elementen ist $= 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (r-1) r = r!$ (gelesen r Fakultät).

Beweis. Die Anzahl der Permutationen von 2 Elementen ist $= 2 = 2 \cdot 1$. Kommt nun zu einer Verbindung von 2 Elementen ein drittes hinzu, so kann dieses 3 verschiedene Stellungen einnehmen; es kann nämlich vor das 1., vor das 2. und hinter das 2. gestellt werden. Deshalb ist $P_3 = 3 P_2 = 3 \cdot 2 \cdot 1$. Ebenso ist $P_4 = 4 P_3 = 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$, u. s. w., also allgemein $P_r = r(r-1) \cdots 3 \cdot 2 \cdot 1 = r!$

Aufg. 2. Wie heifsen die 7 Permutationen des Wortes roma, die im Lateinischen einen Sinn geben?

Aufg. 3.*) Wievielmal lassen sich die Wörter des Hexameters:

Tot tibi sunt dotes, virgo, quot sidera coelo

versetzen? Man bilde 5 neue Hexameter mit denselben Wörtern.

Aufg. 4.*) Wieviel zehnzifferige Zahlen giebt es, die mit allen 10 Ziffern geschrieben werden? $(9 \cdot 9!)$

---

§ 3. Erkl. Variationen sind alle möglichen Verbindungen gegebener Elemente, entweder einzeln oder zu je zweien, je dreien u. s. w. Hiernach unterscheidet man Variationen von n Elementen zur 1. Klasse oder Unionen, zur 2. Klasse oder Amben, zur 3. Klasse oder Ternen u. s. w.

Aufg. 5. Man bilde die Variationen von a, b, c zur 1., 2., 3. Klasse.

Aufg. 6. Die Variationen von a, b, c, d zur 1. bis 3. Klasse zu bilden.

§ 4. Satz. Die Anzahl V_r^n der Variationen von n Elementen zur r^{ten} Klasse ist $= n(n-1)(n-2) \cdots (n-r+1)$.

Beweis. Die Anzahl der Unionen, V_1^n, ist $= n$. Man bildet die Amben, indem man an jede Union die $n - 1$ davon verschiedenen Elemente der Reihe nach anhängt, mithin ist $V_2^n = n(n-1)$. Die Ternen gewinnt man, indem man an jede Ambe die $n - 2$ darin nicht enthaltenen Elemente der Reihe nach anhängt; es ist also $V_3^n = n(n-1)(n-2)$. Allgemein ist daher $V_r^n = n(n-1)(n-2) \cdots (n-r+1)$.

---

*) Aus Heis, Sammlung.

Aufg. 7. Wieviel zweizifferige Zahlen giebt es, die aus verschiedenen Ziffern bestehen? (81)

Aufg. 8. Wieviel dreizifferige Zahlen, die aus verschiedenen Ziffern bestehen, sind möglich? $(10 \cdot 9 \cdot 8 - 9 \cdot 8 = 648.)$

---

§ 5. **Erkl.** Kombinationen sind Variationen mit Ausschlufs der Permutationen.

Aufg. 9. Die Kombinationen von a, b, c, d zur 1. bis 4. Klasse zu bilden.

Aufg. 10. Man bilde die Variationen von p, q, r, s zur 3. Klasse und streiche diejenigen Verbindungen aus, die sich nur durch Permutation von einer vorhergehenden unterscheiden.

§ 6. **Satz.** Die Anzahl C^n_r der Kombinationen von n Elementen zur r^{ten} Klasse ist $= \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots r} = \binom{n}{r}$ (gelesen n über r).

Beweis. Hat man die Variationen von n Elementen zur r^{ten} Klasse gebildet, so kann man jedesmal $r!$ Variationen zu einer Gruppe von Permutationen zusammenfassen. Die Anzahl der Kombinationen ist daher $r!$mal kleiner als die Zahl der Variationen. Da nun $V^n_r = n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)$ ist, so ist

$$C^n_r = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-r+1)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots r}.$$

Aufg. 11. Wieviel gerade Linien sind zwischen n Punkten möglich?

Aufg. 12. Wieviel Diagonalen hat ein n-Eck?

Aufg. 13. In wieviel Punkten können sich n gerade Linien schneiden?

Aufg. 14. In wieviel Punkten schneiden sich n Gerade, von denen k parallel sind?

Aufg. 15. In einer Urne sind a schwarze und b weifse Kugeln. Auf wieviel Arten kann man α) zwei ungleichfarbige, β) zwei gleichfarbige Kugeln greifen?

Aufg. 16. Wieviel Ebenen sind durch n Punkte im Raume bestimmt?

Aufg. 17. Man schreibe die Kombinationen von a, b, c, d, e zur 2. Klasse untereinander. Wie erhält man daraus einfach die Kombinationen derselben Elemente zur 3. Klasse?

Aufg. 18. Zu beweisen, dafs $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$ ist.

Beweis. $\binom{n}{r}$ ist die Anzahl der Kombinationen von n Elementen zur r^{ten} Klasse, $\binom{n}{n-r}$ ist . . . Nun erhält man aber alle

Kombinationen der 2. Art, indem man jedesmal diejenigen Elemente, die in den Kombinationen der 1. Art fehlen, zusammenstellt. Daher ist die Anzahl in beiden Fällen die gleiche, oder $\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r}$.

Aufg. 19. $\binom{10}{8}$, $\binom{10}{9}$, $\binom{10}{10}$, $\binom{10}{11}$, $\binom{10}{12}$ zu berechnen.

Aufg. 20. Wieviel ist $(a_1 + a_2)(b_1 + b_2)(c_1 + c_2)$?

Aufl.
$$\begin{aligned}&(a_1 + a_2)(b_1 + b_2)(c_1 + c_2)\\ &= (a_1 b_1 + a_1 b_2 + a_2 b_1 + a_2 b_2)(c_1 + c_2)\\ &= a_1 b_1 c_1 + a_1 b_2 c_1 + a_2 b_1 c_1 + a_2 b_2 c_1\\ &+ a_1 b_1 c_2 + a_1 b_2 c_2 + a_2 b_1 c_2 + a_2 b_2 c_2.\end{aligned}$$

Zusatz. Das Produkt beliebig vieler Binomien ist gleich der Summe aller möglichen Produkte, deren jedes aus jeder Klammer einen der beiden Summanden als Faktor enthält.

Aufg. 21. $(1 + a)(1 + b)(1 + c)(1 + d)$.

Aufg. 22. $(a + 3)(b + 3)(c + 3)(d + 3)$.

Aufg. 23. $(a + b_1)(a + b_2)(a + b_3)$.

Aufl. $(a + b_1)(a + b_2) = a^2 + a\left|\begin{array}{r} b_1 \\ + b_2 \end{array}\right| + b_1 b_2,$

daher

$$\begin{aligned}&(a + b_1)(a + b_2)(a + b_3)\\ &= a^3 + a^2\left|\begin{array}{r} b_1 \\ + b_2 \\ + b_3 \end{array}\right| + a\left|\begin{array}{r} b_1 b_2 \\ + b_1 b_3 \\ + b_2 b_3 \end{array}\right| + b_1 b_2 b_3.\end{aligned}$$

Zusatz. In den Klammern stehen die Summen der Kombinationen der Elemente b zur 1. und 2. Klasse.

Aufg. 24. $(a + b_1)(a + b_2)(a + b_3)(a + b_4)$.

Aufg. 25. $(x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5)$

Aufl.
$$x^4 + x^3\left|\begin{array}{r} 2 \\ + 3 \\ + 4 \\ + 5 \end{array}\right| + x^2\left|\begin{array}{r} 2 \cdot 3 \\ + 2 \cdot 4 \\ + 2 \cdot 5 \\ + 3 \cdot 4 \\ + 3 \cdot 5 \\ + 4 \cdot 5 \end{array}\right| + x\left|\begin{array}{r} 2 \cdot 3 \cdot 4 \\ + 2 \cdot 3 \cdot 5 \\ + 2 \cdot 4 \cdot 5 \\ + 3 \cdot 4 \cdot 5 \end{array}\right| + 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$$
$$= x^4 + 14 x^3 + 71 x^2 + 154 x + 120.$$

---

§ 7. Der binomische Lehrsatz.

$$(a + b)^n = a^n + \binom{n}{1} a^{n-1} b + \binom{n}{2} a^{n-2} b^2 + \cdots + \binom{n}{r} a^{n-r} b^r + \cdots + b^n.$$

Beweis. $(a+b)^n = (a+b)(a+b)\cdots(a+b)$ ($n$mal) kann berechnet werden als eine Summe von Produkten, deren jedes aus jeder Klammer einen der beiden Summanden als Faktor enthält. Nimmt man aus jeder Klammer den Summanden a, so erhält man a^n. Nimmt man aus je einer Klammer den Summanden b und aus den $n-1$ übrigen den Summanden a, so erhält man $a^{n-1}b$ und zwar $n$mal, also $\binom{n}{1}a^{n-1}b$. Nimmt man aus je 2 Klammern den Summanden b und aus den $n-2$ übrigen den Summanden a, so erhält man $a^{n-2}b^2$ und zwar so oft, als es Kombinationen der n Elemente b zur 2. Klasse giebt, also $\binom{n}{2}$ mal, daher im ganzen $\binom{n}{2}a^{n-2}b^2$. Durch Wiederholung dieser Schlufsweise erhält man als allgemeines Glied der Entwicklung $\binom{n}{r}a^{n-r}b^r$, und als Endglied, indem man aus jeder Klammer den Summanden b entnimmt, b^n.

Aufg. 26. $(a+b)^5$, $(a+b)^8$, $(1+x)^n$.

Aufg. 27. Zu wieviel wächst 1 $\mathcal{M}$ bei 4 (5,3)% Zinseszinsen in 5 Jahren an?

Aufl. $\left(1+\frac{4}{100}\right)^5 =$

$1+$	$=1+$	$=1,$
$\binom{5}{1}\cdot\frac{4}{100}+$	$\frac{20}{100}+$	20
$\binom{5}{2}\cdot\frac{16}{100^2}+$	$\frac{160}{100^2}+$	160
$\binom{5}{3}\cdot\frac{64}{100^3}+$	$\frac{640}{100^3}+$	640
$\binom{5}{4}\cdot\frac{256}{100^4}+$	$\frac{1280}{100^4}+$	1280
$\frac{1024}{100^5}$	$\frac{1024}{100^5}$	1024
		1,2166529024 $\mathcal{M}$

Aufg. 28. Wie heifst das allgemeine Glied, wie das Endglied in der Entwicklung von $(a-b)^n$?

Antw. $(-1)^r\binom{n}{r}a^{n-r}b^r$, $(-1)^n b^n$.

Aufg. 29. $(a-b)^6$, $(a-b)^9$, $(1-x)^n$.

Aufg. 30. Folgende Gleichungen zu lösen:

a) $(2+x)^5+(2-x)^5=2^6$;
$\left(0,\ 0,\ 2i\sqrt{2},\ -2i\sqrt{2}\right)$

b) $(x+1)^7-1^7=(x-1)^7+1^7$;

c) $(1+x)^7+(1-x)^7=2^7$.

Aufg. 31. Zu beweisen, dafs für ganze positive n stets $2^{2n}-1$ durch 3, $2^{3n}-1$ durch 7, $2^{4n}-1$ durch 3 und 5 ohne Rest teilbar ist.

Anl. $2^{2n}-1=4^n-1=(3+1)^n-1$.

Aufg. 32. Unter welcher Bedingung ist $2^{2n}+1$ durch 5, $2^{3n}+1$ durch 9 teilbar?

Aufg. 33. $(1+1)^n$.

Zus. $\binom{n}{1}+\binom{n}{2}+\binom{n}{3}+\cdots+\binom{n}{n}=2^n-1$.

Aufg. 34. $(1-1)^n$.

Zus. $\binom{n}{1}+\binom{n}{3}+\binom{n}{5}+\cdots=1+\binom{n}{2}+\binom{n}{4}+\binom{n}{6}+\cdots$

Links steht die Anzahl aller ungeradstelligen Kombinationen von n Elementen, rechts die Zahl 1 nebst der Anzahl aller geradstelligen Kombinationen. — Greift man blindlings in einen Haufen Weizenkörner, so ist es wahrscheinlicher, daſs man eine ungerade als eine gerade Zahl erhält.

Es ist $\binom{n}{1}+\binom{n}{3}+\binom{n}{5}+\cdots=2^{n-1}$. Weshalb? Wieviel ist

$$\binom{n}{2}+\binom{n}{4}+\binom{n}{6}+\cdots?$$

Aufg. 35. Analogon zum binomischen Satze.

$$\binom{a+b}{n}=\binom{a}{n}+\binom{a}{n-1}\binom{b}{1}+\binom{a}{n-2}\binom{b}{2}+\cdots+\binom{a}{1}\binom{b}{n-1}+\binom{b}{n}.$$

Bew. Man entwickle $(1+x)^{a+b}$ und bestimme den Koeffizienten des allgemeinen Gliedes (x^n). Dann entwickle man $(1+x)^a$ und $(1+x)^b$ und ermittle in dem Produkte $(1+x)^a\,(1+x)^b$ ebenfalls den Koeffizienten von x^n.

Wie beweist man den Satz ohne Rechnung durch Kombinatorik?

Aufg. 36. $\binom{n}{1}^2+\binom{n}{2}^2+\binom{n}{3}^2+\cdots+\binom{n}{n}^2=\binom{2n}{n}-1$.

Aufg. 37. Ersetzt man in Nr. 35 b durch 1 und n durch $n+1$, so erhält man die Formel

$$\binom{a+1}{n+1}=\binom{a}{n+1}+\binom{a}{n},$$

die auch direkt zu beweisen ist. Durch Erniedrigung der Basis $a+1$ um 1, 2, 3 ... $a-n$ gewinnt man Formeln, aus denen durch Addition zur vorstehenden Gleichung die Formel

$$\binom{a}{n}+\binom{a-1}{n}+\binom{a-2}{n}+\cdots+\binom{n}{n}=\binom{a+1}{n+1}$$

gefolgert wird. Diese zeigt im Gegensatz zu Nr. 33, Zus., wie Binomialkoeffizienten mit gleichen Zeigern addiert werden.



Über den ethischen Wert des mathematischen Unterrichts.

Von Prof. emer. Dr. Stammer in Düsseldorf.

Der Aufsatz von Prof. Hermes im diesjährigen 2. Heft ds. Z. hat mich sehr angenehm berührt, weil er der abweisenden Behauptung Holzmüllers entgegentritt und dem Unterrichte in der Mathematik den Einfluſs zuerkennt, den er auf das Ethische im Menschen, unabhängig von der Verbindung mit den Naturwissenschaften, ausübt. Es möge einem alten Lehrer, der während seiner vierzigjährigen Lehrthätigkeit seine Aufgabe mehr in der Entwickelung des geistigen Lebens des Schülers, als in dem Beibringen von Kenntnissen erblickt hat, gestattet sein, einen kleinen Beitrag zu der angeregten Frage zu bringen.

Daſs die Mathematik mit der Ethik im engern Sinne, d. h. mit der Erziehung zur Sittlichkeit in der gewöhnlichen Bedeutung dieses Wortes, nichts zu thun hat, versteht sich von selbst. Nimmt man aber das Wort Ethik, wie auch Prof. Hermes es thut, in seiner vollen allgemeinen Bedeutung, so muſs der Mathematik ein hoher Wert für die ethische Erziehung zugeschrieben werden. Der Grund liegt sowohl in der Mathematik an und für sich als auch im mathematischen Unterrichte:

1) Das Verlangen nach Erkenntnis der Wahrheit ist eine der edelsten Regungen der menschlichen Seele; dieses Verlangen zu pflegen ist also eine der wichtigsten Aufgaben der Erziehung. Die mathematischen Wahrheiten haben gleich den philosophischen vor andern Wahrheiten den Vorzug, daſs sie mit innerer, zwingender Notwendigkeit begabt sind und nicht als einmal bestehende Thatsachen nur durch Beobachtung und Versuche zu unserer Kenntnis gebracht werden. In der Mathematik heiſst es nicht: „Es ist so, wie es ist; es könnte aber auch anders sein"; sondern: „Es ist so, weil es so sein muſs und nicht anders sein kann". Daher ist die Mathematik als Wissenschaft ohne Mitwirkung der Empirie ganz allein durch die Thätigkeit des menschlichen Geistes aufgebaut worden und erweckt in dem, der sich damit beschäftigt, die Ahnung von der gewaltigen geistigen Kraft, die dem Menschen verliehen ist. Diese Beschäftigung vermittelt also einen Einblick in das Leben der Seele und die Achtung vor ihrer Thätigkeit. Sie führt uns auf ein neues für sich bestehendes Gebiet, macht uns mit den Eigen-

schaften der Zahlen und geometrischen Gebilde und den Beziehungen der Gröfsen zu einander bekannt und erschliefst uns die Geheimnisse, die auf diesem Gebiete schlummern. Die offenbarten Geheimnisse, die mathematischen Wahrheiten sind an und für sich so eigenartig, so anziehend und fesselnd, dafs das Bekanntwerden mit denselben einen ganz besonderen Reiz ausübt und zu immer weiterem Forschen antreibt. Die Freude über eine erkannte Wahrheit ist um so reiner und edler, je weniger dabei von ihrer Anwendung die Rede ist. Diese Andeutungen dürften genügen, um die Behauptung zu rechtfertigen, dafs die Beschäftigung mit der Mathematik einen gewissen ethischen Wert hat und sogar, allerdings in beschränktem Mafse, veredelnd wirken kann, wie es jede rein geistige Thätigkeit thut.

2) Was ich hier von der Beschäftigung mit der Mathematik gesagt habe, gilt ganz besonders von der Mathematik als Unterrichtsgegenstand. Der Schüler lernt die Freude kennen, welche ihm auf dem geistigen Gebiete winkt; er erfährt, dafs er ohne Verstandesthätigkeit nichts erreicht, und gewöhnt sich darum an den Gebrauch seiner geistigen Kräfte und übt sie; er ist gezwungen, seine Denkthätigkeit auf einen bestimmten Punkt zu richten und alle Seitenwege zu vermeiden. Wie hierdurch die Fähigkeit des folgerichtigen streng logischen Denkens entwickelt wird, so übt die Ausarbeitung mathematischer Sätze einen wohlthätigen Einflufs auf die sprachliche Darstellung im allgemeinen aus. Der Schüler wird daran gewöhnt, sich klar, bestimmt und kurz auszudrücken, alle Weitschweifigkeit und alle nichtssagenden Ausdrücke und Wendungen zu vermeiden. Diese Ausarbeitung bildet geradezu eine notwendige Ergänzung zum deutschen Aufsatz, in welchem erfahrungsgemäfs oft genug unverdaute Weisheit, unklare Vorstellungen, schwülstige Phrasen vorkommen. Was aber die Mathematik als Erziehungsmittel vor allen anderen Unterrichtsgegenständen auszeichnet, ist, dafs sie allein die Gelegenheit zu selbständiger, schaffender Thätigkeit bietet. In der Religion, der Geschichte, den Sprachen, der Naturgeschichte werden dem Schüler die Lehren, die Thatsachen, die Regeln, die Ergebnisse der Beobachtungen als fertige, gegebene Wahrheiten mitgeteilt, die er zu lernen und im Gedächtnisse zu behalten hat. Die Mathematik dagegen gleicht einem Bau, den er nicht blos vor seinen Augen allmählich erstehen sieht, sondern an dem er sogar selbst mitarbeitet. Im mathematischen Unterricht ist daher das Hauptgewicht weniger darauf zu legen, dafs der Schüler das ganze Gebäude und seine Einteilung übersehe, als dafs er erkenne, wie jeder Stein sich genau auf die schon vorhandenen fügt. Dazu ist notwendig, dafs er selbst Hand anlege, d. h. dafs er nicht blos die Gedanken des Lehrers oder des Schulbuches sich zu eigen mache, sondern durch eigenes Nachdenken die Schlüsse finde, die zur Erkenntnis der Wahrheit führen. Diese Selbstthätigkeit des Schülers

allein ist imstande, ihm das volle klare Verständnis zu verschaffen und läfst ihn zugleich ahnen, welches Mittel er in seiner eigenen Verstandesthätigkeit besitzt. Die Erkenntnis der eigenen geistigen Kraft, das Bewufstsein nicht blos des Wissens, sondern auch des Könnens und die daraus hervorgehende Freude an selbstschaffender oder schöpferischer Thätigkeit gehören zu den wertvollsten Erfolgen der Erziehung. Wer beim Lösen mathematischer Aufgaben im weitern Sinne (einschliefslich des Aufsuchens der Beweise von Lehrsätzen) erfahren hat, dafs er imstande ist, mit eigener Kraft die sich ihm entgegenstellenden Schwierigkeiten zu überwinden und dafs ausdauernde geistige Anstrengung zum Ziele führt, wer die Freude, die das Bewufstsein des errungenen Sieges gewährt, gekostet hat: der wird nicht nur die Mathematik lieb gewinnen und mit Lust weitere Aufgaben lösen, sondern auch später vor den Aufgaben nicht zurückschrecken, die ihm das Leben auf andern Gebieten stellt; er wird den Mut haben, den Kampf mit scheinbar unüberwindlichen Hindernissen aufzunehmen, und die Kraft besitzen, sie zu besiegen, und nicht ruhen, bis ihm das gelungen ist.

Hieraus folgt, dafs der mathematische Unterricht die Möglichkeit, den Schüler selbstthätig arbeiten zu lassen, ausnutzen soll. Soviel möglich, sollen die Beweise der Sätze u. s. w. dem Schüler nicht als Gegenstände des Wissens fertig vorgelegt, der Schüler soll vielmehr angehalten werden, sich an der Entwickelung der Sätze zu beteiligen. Ich weifs sehr wohl, dafs sich das nicht ohne weiteres durchführen läfst. Da einerseits die Einrichtung der öffentlichen Schulen von jeder Klasse die Bewältigung eines bestimmten Pensums verlangt und jeder Schüler eine gewisse Menge mathematischer Kenntnisse besitzen mufs; da anderseits, wie auch Hermes mit Recht betont, auf die Ungleichmäfsigkeit der Begabung der Schüler Rücksicht zu nehmen ist, so erwachsen der strengen Durchführung der geforderten Unterrichtsmethode erhebliche Schwierigkeiten, die aber den Lehrer nicht abhalten dürfen, das Ziel und den Zweck des Unterrichts im Auge zu behalten und nach ihrer Erreichung und Erfüllung zu streben. Wie das geschehen soll, mufs im Einzelfalle dem Nachdenken, dem Geschick und der Erfahrung des Lehrers überlassen werden; ich begnüge mich mit einigen allgemeinen Andeutungen.

Das eigentliche Pensum der Klasse, d. h. die Zusammenstellung der unbedingt notwendigen Sätze, ist thunlichst zu beschränken. Alle übrigen Sätze und Aufgaben dienen als Übungen zur Entfaltung der selbständigen Thätigkeit, wobei der Lehrer in der Lage ist, die Verschiedenartigkeit der Begabung der Schüler zu berücksichtigen, indem er den tüchtigeren Schülern schwierigere, den schwächeren Schülern leichtere Aufgaben stellt. Die gefundenen Lösungen und Beweise brauchen nicht ausgearbeitet, sondern nur angedeutet zu werden. Die Einteilung in: Lehrsatz, Voraussetzung, Behauptung,

Beweis, braucht nicht pedantisch beibehalten zu werden; es dürfte sich sogar empfehlen, anstatt dem Schüler die Lehrsätze als Thatsachen vorzulegen, ihn lieber aufzufordern, er solle untersuchen, wie die Sache sich verhält; dann hat der Schüler nicht blos den Beweis gefunden, sondern auch den Lehrsatz entdeckt, was seine Freudigkeit erhöht. Die regelrechten, angesagten Repetitionen sind vom Übel schon darum, weil sie den Schüler zum Auswendiglernen verleiten. Der fortlaufende Unterricht und die Übungen, in denen das Gelernte fortwährend Anwendung findet, bieten Gelegenheit genug zu Wiederholungen und bringen dem Schüler zum Bewufstsein, dafs er das Gelernte stets gegenwärtig haben mufs, das nur auf diese Weise zu seinem geistigen Eigentume wird.

Die Behauptung, die geforderte selbständige Denkthätigkeit könne nur den begabtern Schülern zugemutet werden, ist ein Vorurteil, dem die Erfahrung widerspricht. Gerade der schwächere Schüler gelangt nur dadurch zum Verständnisse einer mathematischen Entwickelung und zu einem Einblick in das Wesen der Mathematik, dafs der Lehrer ihm jede nicht unbedingt notwendige Hilfe verweigert und ihn so zwingt, durch ernstes Nachdenken die Hilfe zu ersetzen und in sich selbst die Mittel zur Überwindung der Schwierigkeit zu suchen. Ebenso verkehrt ist es, auf die allgemein beobachtete und beklagte Abneigung der heutigen Jugend gegen die geistige Anstrengung, die ernstes Nachdenken ihr auferlegt, hinzuweisen und daraus den Schlufs zu ziehen, die gestellten Anforderungen an die geistige Thätigkeit seien nicht mehr zu erfüllen. Ich dächte doch, es sei die Aufgabe der Schule, durch ihre Thätigkeit die Mängel, die sie erkannt hat, zu bekämpfen, um die Schüler dem ihnen gesteckten Ziele zuzuführen. Hierzu bietet gerade der mathematische Unterricht das vorzüglichste Mittel, weil er den Schüler zu der Einsicht zwingt, dafs er ohne geistige Arbeit nichts erreicht. Dafs dieser Unterricht im allgemeinen nicht gröfsere Erfolge erzielt, als die Erfahrung lehrt, liegt hauptsächlich daran, dafs er an unsern Schulen zu isoliert dasteht und von Lehrern und Schülern als ein unvermeidliches Übel betrachtet wird. Der mathematische Lehrer steht ganz allein seinen vielen Kollegen gegenüber, die ihn mit Leichtigkeit überstimmen und mit ihrem Unmute nicht zurückhalten, wenn ein von ihnen empfohlener Schüler nicht versetzt werden soll, weil der Mathematiker sich mit seinen Leistungen nicht zufrieden erklären will und darum gegen seine Versetzung Einspruch erhebt. Das merken sich natürlich die Schüler; sie gewöhnen sich daran, die mathematischen Stunden für eine überflüssige Quälerei zu halten und ihre Denkfaulheit mit der Behauptung zu beschönigen, die Mathematik sei nur für besonders dazu begabte Geister vorhanden. Eine Wendung zum Bessern kann erst dann eintreten, wenn die Schule mehr, als bis jetzt geschieht, als ein einheitliches organisches Ganzes behandelt wird, von welchem die einzelnen Unterrichtsgegen-

stände nur Teile sind, von denen keiner vernachlässigt werden kann, ohne das Ganze zu schädigen; wenn jeder Lehrer seine Aufgabe weniger darin erblickt, seine Schüler mit einer möglichst grofsen Menge von Kenntnissen auszustatten, die sie bei der Prüfung zum Ruhme des Lehrers kundgeben, als darauf, den Geist und den Charakter der Schüler zu bilden, indem er mit den Mitteln, die ihm sein besonderes Unterrichtsfach in die Hand giebt, in seinen Schülern geistiges Leben erweckt und pflegt und die Lust an geistiger Thätigkeit entfacht.

Wenn das geschieht, dann verliert die Mathematik die Einseitigkeit, die man ihr so gerne vorwirft; denn dann erscheint der Unterricht in dieser Wissenschaft als vollberechtigte Ergänzung des übrigen Unterrichts. Diejenigen, die den Vorwurf erheben, bedenken nicht, dafs jeder einzelne Unterricht mehr oder weniger einseitig ist und die Vielseitigkeit erst durch das Zusammenwirken aller unterrichtenden Lehrer zu stande kommt; sie bedenken nicht, dafs die menschliche Seele ein unteilbares Ganzes ist, dafs man daher nicht von verschiedenen Gebieten, sondern nur von verschiedenen Richtungen oder Thätigkeiten der Seele sprechen darf, dafs darum jede Pflege, die man auf eine besondere Thätigkeit verwendet, der ganzen Seele zu gute kommt und ihre Wirkung sich auch in andern Richtungen äufsert. So hat mir ein ehemaliger Schüler versichert, er habe bei seinen juristischen Studien die Früchte des mathematischen Unterrichts kennen gelernt. Die Unterscheidung zwischen den Gebieten des Quantitativen und Qualitativen in dem angezogenen Aufsatze erscheint mir zu gelehrt. Man vermeide doch solche Schlagwörter, die nichts beweisen und nicht einmal richtig angewandt sind. Wo bleibt denn die Quantität bei dem Ausdrucke $\sqrt{-1}$? Ebensowenig haben die projektivischen Eigenschaften, z. B. die Sätze über drei Punkte auf einer Geraden, etwas mit der Quantität zu thun; denn wenn man auch mit Hilfe der analytischen Geometrie Strecken und Winkelgröfsen in die Beweise einführen kann, so sind das nur Hilfsmittel, die mit dem Wesen der Sache nichts zu thun haben und darum entbehrt werden können. Anderseits vermag ich nicht der auch von dem Herausgeber ds. Z. vertretenen Ansicht zuzustimmen, erst die Verbindung mit den Naturwissenschaften verschaffe der Mathematik einen Einflufs auf dem ethischen Gebiete. Im Gegenteil, die Bedeutung und der Wert des mathematischen Unterrichts liegt gerade darin, dafs die Mathematik nur um ihrer selbst, nicht um ihrer Anwendung willen in der Schule getrieben wird. Den Gymnasien wird nachgerühmt, dafs sie durch die Pflege der klassischen Sprachen darum die humane Bildung fördern, weil bei toten Sprachen von einer unmittelbaren praktischen Verwendung nicht die Rede sei. Ähnliches gilt von der Mathematik. Ich habe gewifs nichts dagegen, dafs man von Zeit zu Zeit die Schüler auf eine nahe liegende Anwendung eines Satzes aufmerksam

mache, um den Unterricht zu beleben und den Schülern zu zeigen, dafs es auch Anwendungen giebt. Ein zu häufiger Hinweis erweckt aber in den Schülern die Vorstellung, die Mathematik sei nur Mittel zu andern Zwecken, und verstärkt so die Unlust an diesem Unterrichtsgegenstande bei der grofsen Zahl jener Schüler, die jede geistige Anstrengung scheut, welche ihr keinen praktischen Nutzen zu bieten verspricht, weil sie sich ausrechnet, dafs zu dem von ihr in Aussicht genommenen Berufe die Mathematik nicht erforderlich sei.

Dafs der mathematische Unterricht allein schon imstande sei, den Menschen zur Sittlichkeit zu erziehen, kann nicht behauptet werden, hat auch noch niemand behauptet. Dafs er aber die Freude an der Erkenntnis der Wahrheit und am geistig Schönen anregt, den Schüler die ihm verliehene geistige Kraft kennen lehrt, in ihm die Lust zur Bethätigung dieser Kraft, zum Selbstschaffen erweckt, den Mut zum Kampfe mit Schwierigkeiten aller Art stählt und so der Erziehung des jungen Menschenkindes auch in ethischer Hinsicht wesentliche Dienste leistet; das glaube ich im Vorstehenden nachgewiesen zu haben. Diese Bedeutung des mathematischen Unterrichts haben Pestalozzi und seine Schüler wohl erkannt; darum haben sie ihm in ihren Erziehungsanstalten eine hervorragende Stellung angewiesen. Als Beispiele der von ihnen erzielten Erfolge führe ich einige Thatsachen an, die nicht allgemein bekannt sind, die ich aber verbürgen kann: In einem grofsen Privatinstitute in Paris wurde einst eine feierliche öffentliche Prüfung abgehalten, die anfangs sehr eintönig, matt und schläfrig verlief, bis ein von Pestalozzi ausgebildeter Lehrer — wahrscheinlich der als Verfasser von Unterrichtsbüchern bekannte Schmid — im Rechnen zu prüfen begann. Da waren die Schüler mit einem Schlage wie umgewandelt; da kam plötzlich Leben und Eifer in sie, Freude erglänzte in ihren Augen, und laut und bestimmt erklangen die selbst gefundenen Antworten. De Laspé, nach dem Ausspruche seines Meisters der beste Schüler Pestalozzis, hatte in seiner Erziehungsanstalt in Wiesbaden einen Zögling, mit dem kein Lehrer etwas anzufangen wufste, weil er statt zu lernen den Unterricht störte. Nach eingehender Beobachtung erklärte de Laspé, dem ungewöhnlich regen Geiste des Knaben fehle die Beschäftigung; er liefs ihn die Beweise zu den ihm vorgelegten geometrischen Lehrsätzen suchen, und in kurzer Zeit wurde aus dem ungefügigen Knaben ein tüchtiger lenksamer Schüler. An derselben Erziehungsanstalt safs im mathematischen Unterrichte der Lehrer unter seinen Schülern und suchte zugleich mit ihnen die Beweise der Lehrsätze und die Lösung der Aufgaben. Ein reger Wetteifer herrschte, wer den Beweis oder die Lösung zuerst finden werde. Da geschah es einmal, dafs die Stunde geschlossen werden mufste, bevor ein Ergebnis erzielt worden. In der Nacht darauf klopfte ein Zögling an der Thüre des Schlafzimmers de Laspés mit der Erklärung, er habe

den aufgegebenen und vergebens gesuchten Beweis gefunden. Sofort stand de Laspé auf, liefs sich den Beweis mitteilen und trommelte, als er ihn für richtig erkannt hatte, die sämtlichen Zöglinge zusammen, und vor versammeltem Kriegsvolke führte der glückliche Finder seinen Beweis vor. Beneidenswerte Zustände, beneidenswerter de Laspé!

Wenn wir auch nicht glauben, dafs der geehrte Herr Verfasser im vorliegenden Aufsatze den Kollegen — vielleicht mit Ausnahme der am Schlusse angeführten Thatsachen — viel Neues sage, wir vielmehr annehmen müssen, dafs jeder tüchtige Lehrer mehr oder weniger von ähnlichen Gedanken bewegt worden ist, so haben wir doch den Aufsatz gerne aufgenommen, da hier einmal von einem alten erfahrenen Lehrer, das, was etwa über dieses Thema zu sagen ist, zusammengefafst, den Lesern vorgeführt wird. Es wäre zu wünschen, dafs nun einmal jemand auch über den ästhetischen Wert des mathematischen Unterrichts eingehend sich ausspräche. Wir wollen hierzu Anregung gegeben haben.

Diejenigen, welche dieses Thema besonders interessiert, seien noch auf folgendes verwiesen: In einer kleinen Schrift vom Realschul-Oberl. Haberland-Neustrelitz, „Die Stellung der Mathematik im erziehenden Unterricht“ (1891), sagt der Verf. (S. 14): „Herbart giebt an manchen Stellen Andeutungen darüber, wie die Mathematik zur Regelmäfsigkeit, Gesetzmäfsigkeit führt, ja, wie sie den Geist empfänglich macht für den Grundgedanken der Religion: das Abhängigkeitsgefühl von einer höheren Macht. Es sind dies Gedanken, in denen auch Kant die grofse pädagogische Bedeutung der Mathematik fand, und die Goethe in falscher Übertreibung zu dem Ausspruche verleiteten, dafs die Mathematik die Geister einem gewissen Fatalismus unterwerfe.“ Die Ideen Herbarts findet man in der Schrift „Pestalozzis Idee eines ABC der Anschauung etc.“ besonders in Cap. IV und V „pädagog. Gebrauch der M.“ und „Darstellung der M. zum Behufe der Erziehung“. Eine Fülle ähnlicher Gedanken findet sich in der (auch heute noch lesenswerten) Schrift „Drobisch, Philologie und Mathematik als Gegenstände des Gymn.-Unterrichts“ (Leipzig 1832). Durch Hinweis auf die Aussprüche dieser bedeutenden Männer hätte u. E. der Verfasser seinem Aufsatze höheren Wert verliehen. D. Red.

Kleinere Mitteilungen.

Berechnung der Entfernung gewisser merkwürdiger Punkte des Dreiecks vom Schwerpunkt mit Hilfe des Trägheitsmomentes.

Von R. HENKE in Dresden.

In einem Dreieck sei S der Schwerpunkt; seine Abstände von den Ecken $\xi\eta\zeta$. P sei ein beliebiger Punkt in der Entfernung p vom Schwerpunkt; seine Abstände von den Ecken seien xyz, von den Seitenmitten $x'y'z'$. Die übrigen Bezeichnungen mögen die üblichen schematischen sein.

Das Trägheitsmoment der homogenen Dreiecksfläche mit der Masse m bezogen auf die durch S senkrecht zur Fläche gehende Achse ist

$$I_s = \frac{1}{3} m \left(\frac{1}{4}\xi^2 + \frac{1}{4}\eta^2 + \frac{1}{4}\zeta^2\right) = \frac{1}{12} m (\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2),$$

wobei
$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = \frac{1}{3}(a^2 + b^2 + c^2).$$

Das Trägheitsmoment der Dreiecksfläche bezogen auf die durch P senkrecht zur Fläche gehende Achse ist

$$I_p = \frac{1}{3} m (x'^2 + y'^2 + z'^2).$$

Da nun nach der Beziehung der Mittellinie zu den Seiten eines Dreiecks

$$2x'^2 = y^2 + z^2 - \frac{1}{2}a^2,$$

$$2y'^2 = z^2 + x^2 - \frac{1}{2}b^2,$$

$$2z'^2 = x^2 + y^2 - \frac{1}{2}c^2$$

ist, so erhält man

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = x^2 + y^2 + z^2 - \frac{1}{4}(a^2 + b^2 + c^2),$$

also
$$I_p = \frac{1}{3} m (x^2 + y^2 + z^2) - \frac{1}{12} m (a^2 + b^2 + c^2).$$

Zwischen den beiden Trägheitsmomenten I_s und I_p gilt die Beziehung

$$I_p = I_s + mp^2;$$

also ergiebt sich

$$x^2 + y^2 + z^2 = \frac{1}{3}(a^2 + b^2 + c^2) + 3p^2.$$

Daraus ersieht man, dafs die Quadratsumme der Abstände eines Punktes von den Ecken eines Dreiecks ein Minimum wird für den Schwerpunkt. Sie erhält den gleichen Wert für Punkte, die gleiche Entfernung vom Schwerpunkt haben.

Aus der Gleichung läfst sich die Entfernung eines Punktes vom Schwerpunkt berechnen, wenn man die Quadratsumme seiner Abstände von den Ecken kennt. Es ist

$$p^2 = \frac{1}{3}(x^2 + y^2 + z^2) - \frac{1}{9}(a^2 + b^2 + c^2).$$

Dabei ist zu bemerken, dafs

$$a^2 + b^2 + c^2 = 8r^2(1 + \varepsilon)$$

gesetzt werden kann, wenn

$$\varepsilon = \cos\alpha \cos\beta \cos\gamma = \frac{s^2 - (2r + \varrho)^2}{4r^2},$$

oder auch $\qquad a^2 + b^2 + c^2 = 4F \cot\omega,$

wenn ω der Brocard'sche Winkel des Dreiecks, also

$$\cot\omega = \cot\alpha + \cot\beta + \cot\gamma$$

ist.

Beispiele: 1) P sei der Mittelpunkt O des Umkreises. Dann ist

$$x = y = z = r,$$

also $\qquad SO^2 = r^2 - \frac{1}{9}(a^2 + b^2 + c^2) = \frac{1}{9}r^2(1 - 8\varepsilon).$

2) P sei der Höhenschnittpunkt H. Da

$$x^2 = 4r^2 - a^2, \quad y^2 = 4r^2 - b^2, \quad z^2 = 4r^2 - c^2,$$

so erhält man

$$x^2 + y^2 + z^2 = 12r^2 - (a^2 + b^2 + c^2),$$

also

$$SH^2 = 4r^2 - \frac{4}{9}(a^2 + b^2 + c^2) = \frac{4}{9}r^2(1 - 8\varepsilon) = 4SO^2.$$

3) P sei der Mittelpunkt M des Feuerbach'schen Kreises. Hier ist

$$x' = y' = z' = \frac{1}{2}r,$$

also $\qquad x^2 + y^2 + z^2 = \frac{3}{4}r^2 + \frac{1}{4}(a^2 + b^2 + c^2),$

mithin

$$SM^2 = \frac{1}{4}r^2 - \frac{1}{36}(a^2 + b^2 + c^2) = \frac{1}{36}r^2(1 - 8\varepsilon) = \frac{1}{4}SO^2.$$

4) P sei der Mittelpunkt Q des Inkreises. Für diesen ist

$$x^2 = \varrho^2 + (s-a)^2, \quad y^2 = \varrho^2 + (s-b)^2, \quad z^2 = \varrho^2 + (s-c)^2,$$

mithin

$$x^2 + y^2 + z^2 = 3\varrho^2 + (s-a)^2 + (s-b)^2 + (s-c)^2$$
$$= 3\varrho^2 - s^2 + a^2 + b^2 + c^2,$$

also $SQ^2 = \varrho^2 - \frac{1}{3}s^2 + \frac{2}{9}(a^2 + b^2 + c^2) = \frac{1}{9}(5\varrho^2 + s^2 - 16r\varrho)$.

5) P sei der Schnittpunkt L der Symmedianen (Punkt von Lemoine). Dann hat man

$$x = \frac{3bc\xi}{a^2 + b^2 + c^2}, \quad y = \frac{3ca\eta}{a^2 + b^2 + c^2}, \quad z = \frac{3ab\zeta}{a^2 + b^2 + c^2},$$

also $$x^2 + y^2 + z^2 = 9\,\frac{b^2c^2\xi^2 + c^2a^2\eta^2 + a^2b^2\zeta^2}{(a^2 + b^2 + c^2)^2}.$$

Führt man die Werte von $\xi^2\eta^2\zeta^2$ ausgedrückt durch die Seiten ein, so ergiebt sich

$$x^2 + y^2 + z^2 = 2\,\frac{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}{a^2 + b^2 + c^2} - \frac{9a^2b^2c^2}{(a^2 + b^2 + c^2)^2},$$

also

$$SL^2 = \frac{2}{3}\,\frac{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}{a^2 + b^2 + c^2} - \frac{3a^2b^2c^2}{(a^2 + b^2 + c^2)^2} - \frac{1}{9}(a^2 + b^2 + c^2)$$
$$= \frac{4}{3}\cdot\frac{F}{\sin 2\omega} - 3r^2\tan\omega - \frac{4}{9}F\cot\omega.$$

6) P sei a) der erste Brocard'sche Punkt L', b) der zweite L''. Dann ist im Falle a)

$$x = 2r\,\frac{b}{a}\sin\omega, \quad y = 2r\,\frac{c}{b}\sin\omega, \quad z = 2r\,\frac{a}{c}\sin\omega,$$

also

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4r^2\left(\frac{b^2}{a^2} + \frac{c^2}{b^2} + \frac{a^2}{c^2}\right)\sin^2\omega = \frac{a^4b^2 + b^4c^2 + c^4a^2}{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2},$$

und somit

$$SL'^2 = \frac{1}{3}\,\frac{a^4b^2 + b^4c^2 + c^4a^2}{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2} - \frac{1}{9}(a^2 + b^2 + c^2).$$

Im Falle b) hat man

$$x = 2r\,\frac{c}{a}\sin\omega, \quad y = 2r\,\frac{a}{b}\sin\omega, \quad z = 2r\,\frac{b}{c}\sin\omega,$$

also

$$x^2 + y^2 + z^2 = 4r^2\left(\frac{c^2}{a^2} + \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2}\right)\sin^2\omega = \frac{a^2b^4 + b^2c^4 + c^2a^4}{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2},$$

und daher

$$SL''^2 = \frac{1}{3}\,\frac{a^2b^4 + b^2c^4 + c^2a^4}{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2} - \frac{1}{9}(a^2 + b^2 + c^2).$$

Zum Aufgaben-Repertorium.

Redigiert vom Gymnasial-Oberlehrer C. Müsebeck-Waren in Mecklenburg.

A. Auflösungen.

1525. (Gestellt von Bücking XXVII_6, 438). Welcher Satz von den Kegelschnitten liegt folgendem Satz vom Dreieck zu Grunde? Eine Gerade g gehe durch den Höhenschnittpunkt H des Dreiecks $A_1A_2A_3$ und schneide die Seiten in B_1, B_2 und B_3. Man ziehe durch B_1 die zu g in Bezug auf A_2A_3 symmetrisch gelegene Gerade, ebenso durch B_2 und B_3; die drei neuen Geraden werden sich in einem Punkte F des Kreises $A_1A_2A_3$ schneiden. Die Winkelgegengeraden von A_1F, A_2F und A_3F stehen senkrecht auf g.

Auflösung: Die Direktrix einer einem Dreieck eingeschriebenen Parabel geht durch den Höhenschnittpunkt, und ihr Brennpunkt liegt auf dem Umkreis. Betrachtet man deshalb die Seiten des Dreiecks $A_1A_2A_3$ als Tangenten einer Parabel und die Gerade g als ihre Direktrix, so mufs der Brennpunkt F auf dem Umkreise liegen. Die Punkte B_1, B_2, B_3 sind Punkte der Direktrix; die von irgend einem Punkte P derselben ausgehenden Tangenten aber stehen aufeinander senkrecht und halbieren den Winkel zwischen PF und der Direktrix g und seinen Nebenwinkel. Errichtet man deshalb in B_1 auf A_2A_3, in B_2 auf A_3A_1, in B_3 auf A_1A_2 Senkrechte, so sind auch diese Tangenten der Parabel, und die in B_1, B_2, B_3 zu g in Bezug auf A_2A_3, A_3A_1, A_1A_2 symmetrisch gezogenen Geraden gehen durch den Brennpunkt F, der auf dem Umkreis liegt. Der im Endlichen und der im Unendlichen liegende Brennpunkt einer eingeschriebenen Parabel sind Winkelgegenpunkte. Der letztere Brennpunkt liegt aber wie der erstere auf der Achse, welche senkrecht steht auf der Direktrix; daher stehen die Winkelgegengeraden von FA_1, FA_2, FA_3 ebenfalls auf der Direktrix senkrecht. (Vergl. Salmon-Fiedler: Anal. Geom. d. Kegelschnitte 4. Aufl. Art. 235 Aufg. 3 und Art. 197.) Bücking. Lökle. Stegemann. Stoll.

1526. (Gestellt von Stoll XXVII_7, 505). In einem sphärischen Dreieck ABC ist $b = c$ gegeben; a ist so zu bestimmen,

dafs die Radien des Um- und Inkreises des Dreiecks ABC und seines Polardreiecks bezüglich gleich werden.

1. Auflösung: Sind r und r', ϱ und ϱ' die Radien der Umkreise, resp. Inkreise des Dreiecks ABC und seines Polardreiecks $A'B'C'$, so ist $\operatorname{tg} r = \frac{2 \sin \frac{1}{2} a \sin \frac{1}{2} b \sin \frac{1}{2} c}{P}$ und $\operatorname{tg} r' = -\frac{\cos \sigma'}{\Pi'}$, wo

$$P = \sqrt{\sin s \sin (s-a) \sin (s-b) \sin (s-c)} \text{ und}$$

$\Pi' = \sqrt{-\cos \sigma' \cos (\sigma' - \alpha') \cos (\sigma' - \beta') \cos (\sigma' - \gamma')}$ bedeuten. Weil nun $\sigma' = \frac{1}{2}(\alpha' + \beta' + \gamma') = \frac{1}{2}(3 \cdot 180^0 - a - b - c)$ ist, so wird $\cos \sigma' = \cos (270^0 - s) = -\sin s$; ferner geht Π' in P über. Man erhält also, wenn $r = r'$ sein soll, die Bedingungsgleichung $2 \sin \frac{1}{2} a \sin \frac{1}{2} b \sin \frac{1}{2} c = \sin s$. Dieselbe Bedingungsgleichung erhält man auch, wenn man die Radien der Inkreise von ABC und $A'B'C'$ gleichsetzt. Es ist nämlich $\cot \varrho = \frac{\sin s}{P}$ und $\cot \varrho' = \frac{2 \cos \frac{1}{2} \alpha' \cos \frac{1}{2} \beta' \cos \frac{1}{2} \gamma'}{\Pi'} = \frac{2 \sin \frac{1}{2} a \sin \frac{1}{2} b \sin \frac{1}{2} c}{P}$ u. s. w. Setzt man in der gefundenen Bedingungsgleichung $b = c$, so erhält man nach einigen einfachen Umformungen $\operatorname{tg} \frac{1}{2} a = \frac{\sin b}{1 - 2 \cos b}$. — Weil $\operatorname{tg} \frac{1}{2} a$ nicht negativ sein darf, so mufs $1 > 2 \cos b$ oder $b > 60^0$ sein, damit die Aufgabe möglich ist. Für $b = 90^0$ wird $\operatorname{tg} \frac{1}{2} a = 1$ oder $a = 90^0$; für $b = 135^0$ erhält man $a = 32^0\, 39'$.

Fuhrmann. Lachnit. Stoll.

2. Auflösung: AD halbiere $\sphericalangle BAC$ und werde von der Halbierenden des Winkels ABC in M getroffen, dann ergiebt sich aus den beiden rechtwinkligen Dreiecken ABD und MBD leicht $\cos \beta = \operatorname{tg} \frac{1}{2} a : \operatorname{tg} b$ und $\operatorname{tg} \frac{1}{2} \beta = \operatorname{tg} \frac{1}{2} \varrho : \sin \frac{1}{2} a$, mithin $\operatorname{tg} \varrho^2 = \sin \frac{1}{2} a^2 \cdot \frac{\sin \left(b - \frac{a}{2}\right)}{\sin \left(b + \frac{a}{2}\right)}$; analog erhält man aus dem Polardreieck unter Berücksichtigung der bekannten Beziehungen zwischen dem Dreieck und seinem Polardreieck $\operatorname{tg} \varrho'^2 = \frac{\sin \left(b + \frac{a}{2}\right) \sin \left(b - \frac{a}{2}\right)}{4 \sin \frac{b^4}{2}}$.

Setzt man die für $\operatorname{tg} \varrho^2$ und $\operatorname{tg} \varrho'^2$ erhaltenen Werte gleich, so ergiebt sich die obige Bedingungsgleichung. — Da ferner $r + \varrho' = r' + \varrho = 90^0$ ist, so folgt $r = r'$, wenn $\varrho = \varrho'$ ist.

Pilgrim.

Anmerkung: Wird der Radius des Umkreises des Dreiecks gleich dem Radius des Inkreises des Polardreiecks gesetzt, so ergiebt sich die Relation $\sin\frac{1}{2}a = 2\sin\frac{1}{2}b\sqrt{\cos b}$. Lökle.

1527. (Gestellt von Stoll XXVII$_7$, 505). In einem sphärischen Dreieck ABC ist $b = c$ gegeben; a so zu bestimmen, dafs die Flächeninhalte des Dreiecks ABC und seines Polardreiecks gleich werden.

Auflösung: Der sphärische Excefs ε des Dreiecks ABC ist bestimmt durch die Formel $\cos\frac{1}{2}\varepsilon = \frac{1+\cos a+\cos b+\cos c}{4\cos\frac{1}{2}a\cos\frac{1}{2}b\cos\frac{1}{2}c}$; der sphärische Excefs ε' des Polardreiecks aber ist $\varepsilon' = \alpha'+\beta'+\gamma'-180^0 = 180^0 - a + 180^0 - b + 180^0 - c - 180^0 = 360^0 - (a+b+c)$, also $\frac{1}{2}\varepsilon' = 180^0 - s$. Sollen ε und ε' gleich sein, so gilt die Bedingungsgleichung $-\cos s = \frac{1+\cos a+\cos b+\cos c}{4\cos\frac{1}{2}a\cos\frac{1}{2}b\cos\frac{1}{2}c}$ oder, da $b = c$ sein soll, $-\cos\left(\frac{1}{2}a+b\right) = \frac{1+\cos a+2\cos b}{4\cos\frac{1}{2}a\cos\frac{1}{2}b^2}$ oder $2\cos\frac{1}{2}a\cos\frac{1}{2}b^2\left(\sin\frac{1}{2}a\sin b - \cos\frac{1}{2}a\cos b\right) = \cos\frac{1}{2}a^2 + \cos b$. Dividiert man diese Gleichung durch $\cos\frac{1}{2}a^2$ und ordnet die Glieder, so erhält man $\cos b\,\mathrm{tg}\,\frac{1}{2}a^2 - 2\sin b\cos\frac{1}{2}b^2\,\mathrm{tg}\,a + 4\cos\frac{1}{2}b^4 = 0$.

oder $\mathrm{tg}\,\frac{1}{2}a = \frac{\cos\frac{1}{2}b^2}{\cos b}\left(\sin b \pm \sqrt{\sin b^2 - 4\cos b}\right)$.

Fuhrmann. Lachnit. Lökle. Stoll. Pilgrim ähnlich.

Determination: Soll die Aufgabe überhaupt möglich sein, so mufs $\sin b^2 > 4\cos b$ oder $\cos b^2 + 4\cos b - 1 < 0$ sein, d. h. $\cos b < -2 + \sqrt{5}$, wo das Zeichen von $\sqrt{5}$ nicht negativ genommen werden darf, weil sonst der absolute Wert von $\cos b > 1$ werden würde. Daraus folgt $b > 76^0\,20'\,43''$. Ist diese Bedingung erfüllt, so mufs man noch zwei Fälle unterscheiden. Ist nämlich $b < 90^0$, so gelten in der Gleichung für $\mathrm{tg}\,\frac{1}{2}a$ beide Zeichen der Wurzel, und man hat zwei Lösungen der Aufgabe; ist aber $b > 90^0$, also $\cos b$ negativ, so kann nur das negative Zeichen gelten, weil sonst $a > 180^0$ werden würde. Ist $b = 90^0$, so wird $\mathrm{tg}\,\frac{1}{2}a$ entweder gleich ∞, also $a = 180^0$, oder es wird unbestimmt. Der Wert $a = 180^0$ ist unbrauchbar, denn wenn $a = 180^0$, $b = c = 90^0$ sind, so sind die Winkel $\alpha = 180^0$, $\beta = \gamma = 90^0$, also $\varepsilon = 180^0$, in dem Polardreieck aber ist dann $\alpha' = 0$, $\beta' = \gamma' = 90^0$, also $\varepsilon' = 0$; was den Anforderungen der Aufgabe widerspricht. Wird dagegen $\mathrm{tg}\,\frac{1}{2}a$ unbestimmt, so kann man wegen der erfüllten Vorbedingung

$\sin b^2 - 4\cos b > 0$ die Wurzel $\sqrt{\sin b^2 - 4\cos b}$ nach dem binomischen Lehrsatze entwickeln in $\sin b\left(1 - \frac{2\cos b}{\sin b^2} - \frac{2\cos b^2}{\sin b^2} - \cdots\right)$, also ist $\sin b - \sqrt{\sin b^2 - 4\cos b} = 2\cos b\left(\frac{1}{\sin b} + \frac{\cos b}{\sin b^3} + \cdots\right)$, so daſs $\operatorname{tg}\frac{1}{2}a = 2\cos\frac{1}{2}b^2\left(\frac{1}{\sin b} + \frac{\cos b}{\sin b^3} + \cdots\right)$ wird. Für $b = 90^0$ wird also $\frac{1}{2}a = 45^0$ und $a = 90^0$. In diesem Falle ist das Dreieck ABC dem Polardreieck kongruent, und zwar ist dies der einzige Fall, wo es möglich ist. Stoll.

1528. (Gestellt von Stoll XXVII$_7$, 505.) Bei welchen Werten φ erreicht das Produkt von unendlich vielen Faktoren:

$$P = \left(1 - 4\sin\frac{1}{4}\varphi^2\right)\left(1 - 4\sin\frac{1}{8}\varphi^2\right)\left(1 - 4\sin\frac{1}{16}\varphi^2\right)$$
$$\left(1 - 4\sin\frac{1}{32}\varphi^2\right)\cdots \text{ ein Maximum oder Minimum?}$$

Auflösung: Es ist allgemein $1 - 4\sin x^2 = 4\left(\frac{1}{4} - \sin x^2\right)$ $= 4\left(\sin 30^{0\,2} - x^2\right) = 4\sin(30^0 + x)\sin(30^0 - x)$

$$= \frac{\sin(60^0 + 2x)\sin(60^0 - 2x)}{\cos(30^0 + x)\cos(30^0 - x)} = \frac{\sin(60^0 + 2x)\sin(60^0 - 2x)}{\sin(60^0 + x)\sin(60^0 - x)}.$$

Man hat daher, wenn man zuerst nur n-Faktoren nimmt,

$$P_n = \frac{\sin\left(60^0 + \frac{1}{2}\varphi\right)\sin\left(60^0 - \frac{1}{2}\varphi\right)}{\sin\left(60^0 + \frac{1}{4}\varphi\right)\sin\left(60^0 - \frac{1}{4}\varphi\right)} \cdot \frac{\sin\left(60^0 + \frac{1}{4}\varphi\right)\sin\left(60^0 - \frac{1}{4}\varphi\right)}{\sin\left(60^0 + \frac{1}{8}\varphi\right)\sin\left(60^0 - \frac{1}{8}\varphi\right)}$$
$$\times \cdots \frac{\sin\left(60^0 + \frac{\varphi}{2^n}\right)\sin\left(60^0 - \frac{\varphi}{2^n}\right)}{\sin\left(60^0 + \frac{\varphi}{2^{n+1}}\right)\sin\left(60^0 - \frac{\varphi}{2^{n+1}}\right)}.$$
$$= \frac{\sin\left(60^0 + \frac{1}{2}\varphi\right)\sin\left(60^0 - \frac{1}{2}\varphi\right)}{\sin\left(60^0 + \frac{\varphi}{2^{n+1}}\right)\sin\left(60^0 - \frac{\varphi}{2^{n+1}}\right)} = \frac{\sin 60^{0\,2} - \sin\frac{1}{2}\varphi^2}{\sin 60^{0\,2} - \sin\frac{\varphi}{2^{n+1}}}.$$

Läſst man nun n ins Unendliche wachsen, so erhält man den Grenzwert $P_\infty = \frac{\sin 60^{0\,2} - \sin\frac{1}{2}\varphi^2}{\sin 60^{0\,2}} = 1 - \frac{4}{3}\sin\frac{1}{2}\varphi^2$. Derselbe wird ein Maximum für $\varphi = 2\varkappa\pi$, wo $\varkappa$ auſser Null eine beliebige positive oder negative Zahl bedeuten kann, und zwar ist dann $P = 1$. Der Ausdruck wird ein Minimum für $\varphi = (2\varkappa + 1)\pi$ und zwar ist dann $P = -\frac{1}{3}$. Zwischen jedem Maximum und dem folgenden Minimum von P liegt ein Nullwert von P, der erreicht wird für $\varphi = \frac{2}{3}(\varkappa + 1)\pi$. Stoll. Pilgrim mit Hilfe von Differentialrechnung.

1529. (Gestellt von Kleiber XXVII₇, 505.) Zwei Dreiecke ABO und $\mathfrak{A}\mathfrak{B}O$ mit gemeinsamer Spitze O sind so zu orientieren, dafs $A\mathfrak{A} \parallel B\mathfrak{B}$ wird. (Als bekannt sind die Seiten der Dreiecke anzunehmen.)

1. Analysis: Sind ABO und $\mathfrak{A}\mathfrak{B}O$ die gesuchten Lagen der Dreiecke, so drehe man $\triangle \mathfrak{A}OA$ um O bis $O\mathfrak{A}$ auf $O\mathfrak{B}$ fällt und verkürze zugleich im Verhältnis $\frac{n}{m}$, wenn $\mathfrak{A}O = m$ und $\mathfrak{B}O = n$ gesetzt wird. Dann entsteht ein neues Dreieck $\mathfrak{B}OA'$, worin $OA' = OA \cdot \frac{n}{m}$, $\sphericalangle A'O\mathfrak{B} = AO\mathfrak{A}$, also $\sphericalangle AOA' = \mathfrak{A}O\mathfrak{B}$ ist. Demnach ist A' konstruierbar, Ferner ist $\sphericalangle B\mathfrak{B}A'$ gleich dem Winkel der Drehung $\mathfrak{A}O\mathfrak{B}$, weil die verschobene und zugleich verkürzte $A\mathfrak{A}$, nämlich die Linie $\mathfrak{B}A'$ mit der ursprünglichen $A\mathfrak{A}$, also auch mit der zu $A\mathfrak{A}$ parallelen $B\mathfrak{B}$ diesen Winkel bilden mufs.

Konstruktion: Man zeichne A' so, dafs $OA' : OA = O\mathfrak{B} : O\mathfrak{A}$ und $\sphericalangle AOA' = \mathfrak{A}O\mathfrak{B}$ ist; dann schlage man über BA' den Kreisbogen, der den Peripheriewinkel $\mathfrak{A}O\mathfrak{B}$ fafst, und mit $O\mathfrak{B}$ um O einen Kreis. Beide Kreise treffen sich in $\mathfrak{B}$ und nun ist die Figur nur zu ergänzen. Böcking.

2. Analysis: Die Aufgabe sei gelöst, und BA und $\mathfrak{B}\mathfrak{A}$ schneiden sich in F; dann verhält sich $FA : F\mathfrak{A} = AB : \mathfrak{A}\mathfrak{B}$. Man drehe nun, während $\triangle OAB$ fest bleibt, $\triangle O\mathfrak{A}\mathfrak{B}$ um O in drei verschiedene Lagen; dann wird $\mathfrak{B}\mathfrak{A}$ oder seine Verlängerung BA oder seine Verlängerung in den Punkten f_1, f_2, f_3 treffen. Hierauf trage man auf der Verlängerung von BA von A aus bei jeder der drei Lagen des Dreiecks $O\mathfrak{A}\mathfrak{B}$ die Strecken $f_1\mathfrak{A} \cdot \frac{AB}{\mathfrak{A}\mathfrak{B}}$, $f_2\mathfrak{A} \cdot \frac{AB}{\mathfrak{A}\mathfrak{B}}$, $f_3\mathfrak{A} \cdot \frac{AB}{\mathfrak{A}\mathfrak{B}}$ auf, deren Endpunkte g_1, g_2, g_3 seien. Die Punkte f_1, f_2, f_3, und g_1, g_2, g_3, bilden Glieder von zwei projektivischen Punktreihen, deren Doppelpunkte F und F' nach bekannter Methode gefunden werden. Beginnen wir mit dem Punkte F, so kommt es darauf an, die Seite $\mathfrak{B}\mathfrak{A}$ mit F in eine gerade Linie zu bringen, was auf zweierlei Weise geschehen kann. Beschreibt man nämlich um O mit dem Radius $O\mathfrak{A}$ einen Kreis und um F mit dem Radius $FA \cdot \frac{\mathfrak{A}\mathfrak{B}}{AB}$ ebenfalls einen Kreis, so schneiden sich diese zwei Kreise in zwei Punkten $\mathfrak{A}_1$ und $\mathfrak{A}_2$. Auf der Verlängerung von $F\mathfrak{A}_1$ trage man von $\mathfrak{A}_1$ aus die Strecke $\mathfrak{A}\mathfrak{B}$ auf; dann erhält man eine mit OAB gleichwendige Lage des Dreiecks $O\mathfrak{A}\mathfrak{B}$, welche den Bedingungen der Aufgabe entspricht. Trägt man aber auf der Verlängerung von $F\mathfrak{A}_2$ die Strecke $\mathfrak{A}\mathfrak{B}$ auf, so erhält man eine mit OAB ungleichwendige Lage des Dreiecks $O\mathfrak{A}\mathfrak{B}$. Verfährt man ebenso mit

F', so erhält man wiederum eine gleichwendige und eine ungleichwendige Lage des Dreiecks $O\mathfrak{A}\mathfrak{B}$, also im ganzen vier Lösungen.

Stoll.

3, Analysis: (Vergl. Hack: Beiträge zur Anwendung der Gruppentheorie auf kubische und biquadratische Gleichungen. Dissertation 1895). Es sollen zwei affine ebene Systeme, welche durch die nicht ähnlichen Dreiecke ABO und $\mathfrak{A}\mathfrak{B}O$ gegeben sind, in perspektivische Lage gebracht werden. Dreht man $\triangle\, \mathfrak{A}\mathfrak{B}O$ so, dafs $\mathfrak{A}\mathfrak{B} \parallel AB$ wird, so hat man auf AB und $\mathfrak{A}\mathfrak{B}$ zwei entsprechende Punkte U, $\mathfrak{U}$ zu finden, so dafs $OU = O\mathfrak{U}$ wird. Ist S der Schnittpunkt von $A\mathfrak{A}$ und $B\mathfrak{B}$, so erhält man, wenn man um OS als Durchmesser einen Kreis K beschreibt und die Mittelparallele l zu AB und $\mathfrak{A}\mathfrak{B}$ zieht, als Durchschnittspunkte von K und l zwei Punkte X_1 und X_2, so dafs durch SX_1 (und SX_2) auf AB und $\mathfrak{A}\mathfrak{B}$ die Punkte U, $\mathfrak{U}$ bestimmt werden. Man hat nun $O\mathfrak{A}\mathfrak{B}$ so auf OAB zu legen, dafs OU und $O\mathfrak{U}$ sich decke.

Hack (Schwäbisch-Hall.)

4. Analysis: Die Seiten der Dreiecke ABO und $\mathfrak{A}\mathfrak{B}O$ seien a, b, c und $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$, $\mathfrak{c}$; AB und $\mathfrak{A}\mathfrak{B}$ mögen sich, wenn $A\mathfrak{A} \parallel B\mathfrak{B}$ ist, in P schneiden. Bezeichnet man OP mit x, BP mit m, $\mathfrak{B}P$ mit n, $\sphericalangle\, OPB$ mit w und $\sphericalangle\, OP\mathfrak{B}$ mit w', so ist $\sin w = \frac{b}{x} \sin A$; $\sin w' = \frac{\mathfrak{b} \sin \mathfrak{A}}{x}$; $\cos w = \frac{x^2 + m^2 - a^2}{2mx}$; $\cos w' = \frac{x^2 + n^2 - \mathfrak{a}^2}{2nx}$; ferner verhält sich $m : x = \sin(B - w) : \sin(180^0 - B)$ oder $m \sin B = x \sin B \cos w - x \cos B \sin w$, woraus mit Berücksichtigung der vorhin für $\sin w$ und $\cos w$ gefundenen Werte $m \sin B = \sin B \frac{x^2 + m^2 - a^2}{2m} - b \cdot \cos B \cdot \sin A$ folgt. Setzt man nun $\frac{b \cos B \sin A}{\sin B} = r$, wo r konstruierbar ist, so folgt $x^2 = m^2 + 2mr + a^2$. Analog erhält man $x^2 = n^2 + 2ns + \mathfrak{a}^2$, wo $s = \frac{\mathfrak{b} \cdot \cos \mathfrak{B} \cdot \sin \mathfrak{A}}{\sin \mathfrak{B}}$ ist. Durch Gleichsetzung dieser beiden Ausdrücke für x^2 kann man, da $m : n = c : \mathfrak{c}$ sich verhält, m und n leicht berechnen und konstruieren.

Lachnit.

5. Analysis: Man ziehe, wenn $A\mathfrak{A} \parallel B\mathfrak{B}$ ist, $OX \perp A\mathfrak{A}$ und OX treffe $B\mathfrak{B}$ in Y; ferner sei $OX = x$, $OY = y$, also $YX = y - x$; dann ist, wenn die Seiten der Dreiecke wie in der vorigen Analysis bezeichnet werden, $c^2 = (AX - BY)^2 + (y - x)^2$, woraus, da $AX = \sqrt{b^2 - x^2}$, $BY = \sqrt{a^2 - y^2}$ ist, nach einigen Umformungen 1) $a^2x^2 - xy\,(a^2 + b^2 - c^2) + b^2y^2 = 4F^2$ folgt, wo F der Inhalt von OAB ist. Analog erhält man 2) $\mathfrak{a}^2x^2 - xy\,(\mathfrak{a}^2 + \mathfrak{b}^2 - \mathfrak{c}^2) + \mathfrak{b}^2y^2 = 4F'^2$, wo F' der Inhalt von $O\mathfrak{A}\mathfrak{B}$ ist. Aus 1) und 2) erhält man durch die Substitution $y = tx$ zunächst

t und darauf x und y. Man erhält also $A\mathfrak{A}$ als Tangente von A an einen Kreis von x um O. Pilgrim.

1530. (Gestellt von Kleiber XXVII$_7$, 505.) Gegeben sind die Geraden G_1, G_2, G_3 im Raume. Man untersuche ob es eine Gerade Γ giebt, gegen welche die genannten gleiche Neigung und von welcher sie gleichzeitig gleiche Entfernung haben.

Auflösung: Der Fall, wo die Geraden durch einen Punkt gehen, bedarf keiner besonderen Erörterung. Wenn die drei Geraden nicht durch einen Punkt gehen, so sind sie die Erzeugenden eines einfachen Hyperboloids; falls dasselbe ein Rotationshyperboloid ist, ist seine Drehungsachse die gesuchte Gerade Γ. Da die Entstehung dieser Fläche als bekannt vorausgesetzt werden kann, so ist nur zu erörtern, ob die drei Geraden auf einem Rotationshyperboloid liegen können. Zieht man durch einen beliebigen Punkt drei Gerade, die zu G_1, G_2, G_3 parallel sind, so ist durch dieselben der Richtungskegel und somit die Achse des Rotationshyperboloids bestimmt. Fällt man auf diese Achse zwei beliebige senkrechte Ebenen, bestimmt ihre Schnittpunkte P_1, P_2, P_3 und Q_1, Q_2, Q_3 mit den drei gegebenen Geraden und ferner die Mittelpunkte O_1 und O_2 der Umkreise der beiden Dreiecke $P_1P_2P_3$ und $Q_1Q_2Q_3$, so müfste die Gerade O_1O_2 als Achse der Fläche zu der Achse des Richtungskegels parallel sein, was im allgemeinen nicht der Fall ist.

Lachnit. Lökle. Pilgrim ähnlich.

Mit Hilfe analytischer Geometrie des Raumes abgeleitet von Geuer (Karlsruhe).

1531. (Gestellt von Kleiber XXVII$_7$, 505.) Man untersuche den Wert einer Determinante von n^2 Posten, in welcher die Posten der Hauptdiagonale den Wert Null, alle übrigen den Wert $+1$ haben.

1. Auflösung: Eine Determinante bleibt ungeändert, wenn man zu den Elementen einer Reihe gleiche Vielfache der entsprechenden Elemente einer anderen Reihe addiert; ziehen wir nun in der Determinante

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & . & . & . & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & . & . & . & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & . & . & . & 1 \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ 1 & 1 & 1 & 1 & . & . & . & 0 \end{vmatrix}$$

von den Elementen jeder Horizontalreihe die erste ab, so erhalten wir

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & . & . & . & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & . & . & . & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 & . & . & . & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . & . \\ 1 & 0 & 0 & 0 & . & . & . & -1 \end{vmatrix}.$$

Addiert man nun zur ersten Reihe alle übrigen, so wird

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} (n-1) & 0 & 0\,0 & \ldots & 0 \\ 1 & -1 & 0\,0 & \ldots & 0 \\ 1 & 0 & -1\,0 & \ldots & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot\;\cdot & \ldots & \cdot \\ 1 & 0 & 0\,0 & \ldots & -1 \end{vmatrix} = (-1)^{n-1}(n-1).$$

BERMBACH. GEUER. FUHRMANN. PILGRIM.

2. **Auflösung**: Bezeichnet man die Determinante von n^2 Posten mit Δ_n, so kann man zeigen, daſs $\Delta_n + \Delta_{n-1} = \pm 1$, wo das positive Zeichen gilt, wenn n eine ungerade, das negative, wenn n eine gerade Zahl ist; indem man $\Delta_4 + \Delta_3 = -1$ und $\Delta_5 + \Delta_4 = +1$ ableitet, sieht man sofort, wie man weiter zu gehen hat. Nun ist $\Delta_2 = -1$, also $\Delta_3 + \Delta_2 = +1$ oder $\Delta_3 = 2$; $\Delta_4 = -3$; $\Delta_5 = +4$ u. s. w. Allgemein hat man $\Delta_{2n} = -(2n-1)$; $\Delta_{2n+1} = 2n$. STOLL.

1532. (Gestellt von Kleiber XXVII$_7$, 505.) $A_0A_1A_2A_3$ stellt einen räumlichen Linienzug vor, der von A_0 ausgeht und in A_3 endigt. Die drei Strecken dieses Linienzuges werden sämtlich im Verhältnis $m:n$ (cyklisch) geteilt in den Punkten B_0, B_1, B_2. Ergänzt man die in A_1 zusammenlaufenden Seiten A_1B_0 und A_1B_1 zum Parallelogramm $A_1B_0B_1x$, analog die in A_2 zusammenlaufenden Seiten A_2B_1 und A_2B_2 zum Parallelogramm $A_2B_1B_2y$ und schlieſslich die in B_1 zusammentreffenden Seiten B_1x und B_1y zum Parallelogramm B_1xyz, so liegt z auf der Verbindungslinie A_0A_3 und teilt sie auch im Verhältnis $m:n$.

Beweis: Der Linienzug $A_0A_1A_2A_3$ bestimmt eine dreiseitige Pyramide mit der Grundfläche $A_0A_1A_2$ und der Spitze A_3. B_0x ist parallel A_1A_2 und teilt A_0A_1, also auch A_0A_2 nach dem Verhältnis $m:n$; ebenso teilt B_1x die Strecke A_0A_2 nach dem Verhältnis $m:n$, Es muſs also x auf A_0A_2 liegen. Analog findet man, daſs y auf A_1A_3 liegen muſs. Ferner ist $xz \parallel B_1y \parallel A_2A_3$, also liegt xz in der Ebene $A_0A_2A_3$ und ebenso yz in der Ebene $A_0A_1A_3$, folglich muſs der Schnittpunkt z von xz und yz in der gemeinsamen Kante A_0A_3 liegen und diese nach dem Verhältnis $m:n$ teilen.

BESSER. BÜCKING. LÖKLE. PILGRIM. STOLL ähnlich mit Hilfe eines rechtwinkligen Koordinatensystems in A_0.

Lachnit und Vollhering (Bautzen) projicieren B_2, A_3, y, z auf $A_0A_1A_2$, die Projektionen seien $\mathfrak{B}_2$, $\mathfrak{A}_3$, y_1, z_1, und zeigen, daſs $\measuredangle A_0z_1\mathfrak{A}_3 = 180^0$, und $\triangle A_0z_1z \sim A_0\mathfrak{A}_3A_3$ ist, woraus die Behauptung folgt, da beide Dreiecke normal zur Ebene $A_0A_1A_2$ sind.

B. Neue Aufgaben.

1615. Der geometrische Ort aller Punkte, für welche die Tangenten an zwei gegebene Kreise ein konstantes Verhältnis $m:n$ haben, ist ein Kreis, der mit dem zu der Centrale und eben jenem Verhältnis $m:n$ gehörigen Apollonischen Kreise konzentrisch ist.

Gemoll (Charlottenburg).

1616. Es ist zu beweisen, daſs, wenn einer Kugel ein gerader Kegelstumpf umschrieben ist, die Volumina beider Körper dasselbe Verhältnis haben wie ihre Gesamtoberflächen.

Pietzker (Nordhausen).

1617. Zu beweisen ist, daſs die Volumina einer Kugel und eines ihr umbeschriebenen geraden Vollkegels in demselben Verhältnis stehen wie die Gesamtoberflächen beider Körper.

Pietzker (Nordhausen).

1618.
$$(y-z)^2 = x^2 + px + a$$
$$(z-x)^2 = y^2 + py + b$$
$$(x-y)^2 = z^2 + pz + c.$$

Emmerich (Mühlheim-Ruhr).

1619. a)
$$\begin{aligned} u + v &= a \\ ux + vy &= b \\ ux^2 + vy^2 &= c \\ ux^3 + vy^3 &= d \end{aligned}$$
b)
$$\begin{aligned} ux + vy &= a \\ ux^3 + vy^3 &= b \\ ux^5 + vy^5 &= c \\ ux^7 + vy^7 &= d. \end{aligned}$$

Fuhrmann (Königsberg i. Pr.).

1620. Bezeichnet man mit L_h die h^{te} Lamé'sche Zahl (1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21 u. s. w.), so ist die Anzahl der Glieder einer Determinante h^{ter} Ordnung, in welcher nur die Elemente der Hauptdiagonale und der beiden Parallelreihen Werte haben, während die übrigen 0 sind, gleich L_h. Fuhrmann (Königsberg i. Pr.).

1621—1623. Bezeichnungen wie in Nr. 1583—1594.

1621. Die Dreiecke $A_0B_0E_c$ und ABE_c sind gleichwendig ähnlich.

1622. Den Punkten der Centrale der Apollonischen Kreise entsprechen als Winkelgegenpunkte die Punkte der Kiepert'schen Hyperbel, den Schnittpunkten der Centrale mit dem Umkreis insbesondere die unendlich fernen Punkte der Hyperbel. Der von den Asymptoten aus dem Feuerbach'schen Kreise ausgeschnittene Durchmesser ist der Euler'schen Geraden parallel.

1623. Die Eckstrahlen, die man nach den Schnittpunkten einer Seite des Dreiecks ABC mit der Apollonischen Centralen einerseits, der Geraden G andererseits ziehen kann, sind Winkelgegenlinien. Godt (Lübeck).

1624. Durch einen beliebigen Punkt P in der Ebene des Dreiecks ABC ziehe man eine Parallele zu BC, welche CA in β_1

und AB in γ_1 schneidet, dann eine Parallele zu CA, welche AB in γ_2 und BC in α_2 schneidet, endlich die Parallelen zu AB, welche BC in α_3 und CA in β_3 schneidet. Dann bestehen die Relationen:

a) $\frac{\beta_1\gamma_1}{a} + \frac{\gamma_2\alpha_2}{b} + \frac{\alpha_3\beta_3}{c} = 2$; b) $\frac{\alpha_2\alpha_3}{a} + \frac{\beta_3\beta_1}{b} + \frac{\gamma_1\gamma_2}{c} = 1$.

Stoll (Bensheim).

1625. Wenn die Transversalen AA', BB', CC' eines sphärischen Dreiecks sich in einem Punkte P schneiden, so gilt immer die Relation $\frac{\sin BA' + \sin CA'}{\sin a} \cdot \frac{\sin AP}{\sin PA'} = \frac{\sin AB'}{\sin B'C} + \frac{\sin AC'}{\sin C'B}$. Nach dieser Formel ist $\frac{\sin AP}{\sin PA'}$ zu bestimmen: a) wenn AA' die Winkelhalbierende, b) wenn AA' die Flächenhalbierende ist.

Stoll (Bensheim).

1626. Gegeben seien ein Kreis K von Radius 1 und auf einem Radius zwei Punkte P' und P'' im Abstande a und $\frac{1}{a}$ vom Mittelpunkte M. Q sei ein beliebiger Punkt der Kreislinie. Gesucht wird die Lagebeziehung der zwei Punkte Q' und Q'', welche durch QP' und QP'' auf K erzeugt werden.

v. Dalwigk (Marburg a. L.)

1627. (Schüleraufgabe). Wenn man durch je zwei Eckpunkte eines Dreiecks und durch einen beliebigen Punkt P im Innern der Dreiecksfläche Kreise legt, in diesen Kreisen von P aus Durchmesser zieht, so bestimmen die P gegenüberliegenden Endpunkte dieser Durchmesser ein neues Dreieck, deren Seiten beziehungsweise durch die Eckpunkte des gegebenen Dreiecks hindurchgehen. Die Seiten dieses neuen Dreiecks sind aus den Seiten des gegebenen Dreiecks zu berechnen, wenn P einer der vier merkwürdigen Punkte (Schwerpunkt, Höhenschnittpunkt, Mittelpunkt des Umkreises und des Inkreises) des Dreiecks ist. v. Jettmar (Wien).

C. Aufgaben aus nichtdeutschen Fachzeitschriften.

Die von dem Redakteur des A.-R. gegebenen Lösungen sind mit einem † bezeichnet.

762. $\frac{a-b}{c} = \frac{\varrho_a - \varrho_b}{\varrho_a + \varrho_b}$.

Beweis. † $\frac{a-b}{c} = \frac{4r\sin\frac{\gamma}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}}{4r\sin\frac{\gamma}{2}\cos\frac{\gamma}{2}} = \frac{\sin\frac{\alpha-\beta}{2}}{\cos\frac{\gamma}{2}} = \frac{\varrho_a - \varrho_b}{\varrho_a + \varrho_b}$.

763. $c = \frac{\varrho_c(\varrho_a + \varrho_b)}{s}$.

Beweis. † $\frac{\varrho_c(\varrho_a + \varrho_b)}{s} = \frac{4r\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2}\cdot 4r\cos\frac{\gamma}{2}^2}{4r\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2}}$
$= 4r\sin\frac{\gamma}{2}\cos\frac{\gamma}{2} = 2r\sin\gamma = c.$

764. $c(s-c) = \varrho(\varrho_a + \varrho_b) = \varrho(d - \varrho_a)$.

Beweis. † $c(s-c) = 4r\sin\frac{\gamma}{2}\cos\frac{\gamma}{2}\cdot 4r\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2}$
$= 4r\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2}\cdot 4r\cot\frac{\gamma}{2}^2 = \varrho(\varrho_a + \varrho_b).$

765. $\sum a(s-a) = 2\varrho d$.

Beweis. † $\sum a(s-a) = \varrho(\varrho_b + \varrho_c) + \varrho(\varrho_c + \varrho_a) + \varrho(\varrho_a + \varrho_b)$
$= 2\varrho(\varrho_a + \varrho_b + \varrho_c) = 2\varrho d.$

766. $\sum a^2(s-a) = 4\Delta(r+\varrho)$.

Beweis. † $a(s-a) = \varrho(d-\varrho_a)$, also $\sum a^2(s-a)$
$= a\varrho(d-\varrho_a) + b\varrho(d-\varrho_b) + c\varrho(d-\varrho_c) = d\varrho(a+b+c)$
$- \varrho(a\varrho_a + b\varrho_b + c\varrho_c) = 2\Delta(4r+\varrho) - 16\varrho r^2\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2}$
$\left(\sin\frac{\alpha}{2}^2 + \sin\frac{\beta}{2}^2 + \sin\frac{\gamma}{2}^2\right) = 8\Delta r + 2\Delta\varrho - 4r\varrho s\left(1 - 2\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2}\right)$
$= 8\Delta r + 2\Delta\varrho - 2\Delta(2r-\varrho) = 4\Delta r + 4\Delta\varrho = 4\Delta(r+\varrho).$

767. $\sum a^2(s-a)^2 = 2\varrho^2(d^2 - s^2)$.

Beweis. † $a^2(s-a)^2 = \varrho^2(d-\varrho_a)^2 = \varrho^2(d^2 - 2d\varrho_a + \varrho_a^2)$,
also $\sum a^2(s-a)^2 = \varrho^2(3d^2 - 2d(\varrho_a + \varrho_b + \varrho_c) + \varrho_a^2 + \varrho_b^2 + \varrho_c^2)$
$= \varrho^2(d^2 + d^2 - 2(\varrho_a\varrho_b + \varrho_a\varrho_c + \varrho_b\varrho_c))$. Nun ist $\sum \varrho_a\varrho_b$
$= 16r^2\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2}\left(\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2} + \sin\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2}\right.$
$\left.+ \cos\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2}\right) = 4rs\left(\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2} + \sin\frac{\gamma}{2}\cos\frac{\gamma}{2}\right)$
$= 4rs\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2} = s^2$. Mithin wird $\sum a^2(s-a)^2$
$= \varrho^2(2d^2 - 2s^2) = 2\varrho(d^2 - s^2).$

768. $\sum \frac{a}{\varrho_a} = \frac{2d}{s}$.

Beweis. † $\sum\frac{a}{\varrho_a}=\frac{\cos\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2}}+\frac{\cos\frac{\beta}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\gamma}{2}}+\frac{\cos\frac{\gamma}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}}$

$$=\frac{4r\left(\cos\frac{\alpha^2}{2}+\cos\frac{\beta^2}{2}+\cos\frac{\gamma^2}{2}\right)}{s}=\frac{2r(3+\cos\alpha+\cos\beta+\cos\gamma)}{s}$$

$$=\frac{2r\left(4+4\sin\frac{\alpha}{2}\sin\frac{\beta}{2}\sin\frac{\gamma}{2}\right)}{s}=\frac{2(4r+\varrho)}{s}=\frac{2d}{s}.$$

769. $\sum\frac{a^2}{\varrho_a^2}=\frac{2(d^2-s^2)}{s^2}.$

Beweis. † $\sum\frac{a^2}{\varrho_a^2}=\frac{16r^2\left(\cos\frac{\alpha^4}{2}+\cos\frac{\beta^4}{2}+\cos\frac{\gamma^4}{2}\right)}{s^2}$

$$=\frac{16r^2\left(\cos\frac{\alpha^2}{2}+\cos\frac{\beta^2}{2}+\cos\frac{\gamma^2}{2}\right)-16r^2\sum\sin\frac{\alpha^2}{2}\cos\frac{\alpha^2}{2}}{s^2}$$

$$=\frac{8r(4r+\varrho)-(a^2+b^2+c^2)}{s^2}=\frac{8rd-2s^2+2\varrho d}{s^2}=\frac{2d(4r+\varrho)-2s^2}{s^2}$$

$$=\frac{2(d^2-s^2)}{s^2}.$$

770. $\sum a^2\varrho_a=4s^2(r-\varrho).$

Beweis. † $a^2\varrho_a=32r^3\sin\alpha\sin\frac{\alpha^2}{2}\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2}$; also

$$\sum a^2\varrho_a=4r^2s\left[\sin\alpha+\sin\beta+\sin\gamma-\tfrac{1}{2}(\sin 2\alpha+\sin 2\beta+\sin 2\gamma)\right]$$

$$=4r^2s\left(4\cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\beta}{2}\cos\frac{\gamma}{2}-2\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma\right)=4s(rs-\varrho s)$$

$$=4s^2(r-\varrho).$$

Briefkasten zum Aufgaben-Repertorium.

Lösungen sind eingegangen: von Fuhrmann 1577. 1580. 1581. 1596—1598. 1602. 1605. 1608. 1612. 1613. Lachnit 1522 (zu spät). 1543. 1596—1600. 1602. 1604. 1608. 1609. 1611—1613. Otte (Halberstadt) 1596. 1597. 1600. 1608. 1612. 1613.

Neue Aufgaben mit Lösung: von Lachnit (2).

NB. Die übrigen Eingänge werden im nächsten Hefte mitgeteilt werden. Die Red. d. Z.

Litterarische Berichte.

A. Rezensionen und Anzeigen.

WIRTINGER, Wilh., **Untersuchungen über Thetafunktionen.** VII u. 125 S. gr. 4°. Verlag von B. G. Teubner, Leipzig, 1895. Preis 9 Mk.

Die wichtigen Untersuchungen, welche der Verfasser in der vorliegenden, von der philosophischen Fakultät der Universität Göttingen mit dem Benecke-Preise gekrönten Arbeit veröffentlicht, stellen einen wesentlichen Fortschritt in der Theorie der allgemeinen Thetafunktionen dar. Von den beiden Teilen, in welche die Schrift sich gliedert, enthält der erste allgemeine Untersuchungen, während der zweite einer speziellen Klasse von Thetafunktionen gewidmet ist. Der erste Teil behandelt die allgemeinen, von $\frac{p(p+1)}{2}$ Parametern abhängigen Thetafunktionen und läfst sich kurz derart kennzeichnen, dafs er eine Verallgemeinerung der Borchardtschen Darstellung der Kummerschen Fläche ($p = 2$) auf ein beliebiges p darstellt; es handelt sich also um die Untersuchung einer der Kummerschen Fläche analogen p-fach ausgedehnten Mannigfaltigkeit in einem Raume von $2^p - 1$ Dimensionen. Es gelingt dem Verfasser, für diese Mannigfaltigkeit ein System definierender Gleichungen zu gewinnen, durch welche sie algebraisch festgelegt ist. Nunmehr wendet sich die Untersuchung dem Verhalten der Thetafunktionen längs algebraischer Kurven dieser Mannigfaltigkeit zu, und als wichtiges Resultat ergiebt sich dabei ein interessanter Zusammenhang der allgemeinen Theta der Mannigfaltigkeit mit den Riemannschen Theta der auf ihr gelegenen Kurven.

Der zweite Teil der Arbeit dient der weiteren Durchführung der Untersuchung für spezielle Fälle. Insbesondere werden algebraische Gebilde konstruiert, deren Riemannsche Theta nach einer Transformation zerfallen. Zum Schlufs wird der Nachweis erbracht, dafs die betrachteten Theta für vier und fünf Veränderliche die allgemeinsten liefern; für $p > 5$ hängen sie von $3p$ Parametern ab, sind also „um drei Parameter allgemeiner als die von Riemann betrachteten, welche sie als Grenzfall einschliefsen".

G.

Binder, Wilh., Theorie der unikursalen Plankurven vierter bis dritter Ordnung in synthetischer Behandlung. Mit 65 Figuren im Text und auf zwei Tafeln. XI u. 397 S. gr. 8^0. Verlag von B. G. Teubner, Leipzig, 1896. Preis 12 Mk.

In rein synthetischer Behandlung werden in dem vorliegenden Werke die ebenen Unikursalkurven dritter und vierter Ordnung eingehend untersucht, und zwar gemäfs dem auf dem Titelblatt angegebenen Motto „vom Allgemeinen auf das Einzelne" zunächst die ebenen Kurven vierter Ordnung vom Geschlechte Null und darauf diejenigen der dritten Ordnung, die gewissermafsen als Spezialisierungen jener betrachtet werden. Die Kurven werden dem projektivischen Standpunkte zufolge durchgehends durch mehrdeutige Strahlbüschel und Punktreihen erzeugt. Interessant ist dabei die Art und Weise, wie sich die bekannten speziellen Kurven (Lemniskaten, Cycloiden, Cardioiden, Cissoiden) in den systematischen Zusammenhang einordnen. Von methodischem Gesichtspunkte beachtenswert ist das Äquivalent, welches für die in der analytischen Behandlung der in Rede stehenden Kurven wichtige Hessesche und Cayleysche Kurve eintritt. Eine ausführliche Behandlung erfahren insbesondere die zirkularen Kurven.

Vorausgesetzt wird die Theorie der Kegelschnitte; indessen ist der eigentlichen Behandlung des Gegenstandes eine Einleitung vorangeschickt, in welcher die hauptsächlichsten Eigenschaften allgemeiner Kurven und die notwendigsten Sätze über Kegelschnitts-Büschel, -Netze und -Scharen, sowie die Beziehungen von mehrdeutigen Grundgebilden und die quadratischen Transformationen auseinandergesetzt werden.

Auf den Inhalt der umfangreichen Schrift im Einzelnen einzugehen, würde zu weit führen; erwähnt sei noch, dafs der Verf. einen Teil seiner Untersuchungen bereits früher in Schlömilchs Zeitschrift niedergelegt hat. Die Figuren sind nach den Originalzeichnungen angefertigt, mufsten aber — wenigstens die des Textes — verkleinert werden; leider hat die Deutlichkeit der Bezeichnungen dabei z. T. eine Einbufse erlitten. Im übrigen ist die Ausstattung in Papier und Druck eine sehr gute. G.

Weber, Heinrich, Lehrbuch der Algebra. Zweiter (Schlufs-) Band. Braunschweig, Friedrich Vieweg und Sohn. 1896. (XIV u. 796 S.) Preis 20 *M*.

Der Wunsch, mit dem ich meine Anzeige des ersten Bandes im XXVII. Jahrgang p. 48 dieser Zeitschrift schlofs, dafs der zweite Band des trefflichen Werkes nicht lange auf sich warten lassen möge, ist schnell in Erfüllung gegangen, und wir besitzen jetzt eine dem gegenwärtigen Stande der Wissenschaft entsprechende Darstellung der Algebra, welche der Absicht des Verfassers gemäfs sowohl ein

Lehrbuch als ein Handbuch ist, d. h. einerseits den Studierenden durch das ganze Gebiet hindurchführen, andererseits aber auch einen Überblick über den Gegenstand gewähren und den Zusammenhang unter den mannigfachen Einzelforschungen darlegen soll.

Das erste Buch des zweiten Bandes behandelt die Gruppentheorie, die für die neueste Entwickelung der Algebra von der höchsten Bedeutung ist. Das zweite Buch ist speziell den linearen Gruppen gewidmet, das dritte giebt Anwendungen der Gruppentheorie; u. a. werden darin die Wendepunkte einer Kurve dritter Ordnung, die Doppeltangenten einer Kurve vierter Ordnung und die Gleichung fünften Grades behandelt. Das vierte Buch endlich beschäftigt sich mit den algebraischen Zahlen und in seinem letzten Abschnitte mit den transcendenten Zahlen; hier wird auch die Transcendenz der Zahlen e und π bewiesen. In zwei Nachträgen werden dann noch zwei verschiedene Beweise für die Irreducibilität der Kreisteilungsgleichung gegeben, von denen der zweite besonders deshalb bemerkenswert ist, weil die Betrachtungen, auf die er sich aufbaut, auch zu einem Beweise des berühmten Satzes führen, dafs die Linearform $mx + a$, in der m und a teilerfremde ganze Zahlen sind, für unendlich viele ganzzahllige Werte von x eine Primzahl darstellt.

Der Band schliefst mit einem auf das ganze Werk bezüglichen ausführlichen Register, das bei der Fülle des Inhalts und der Menge der zum Teil neuen Begriffe und Ausdrücke ganz unentbehrlich gewesen sein würde.

Frankfurt a/M. G. Wertheim.

Euclidis Data, cum commentario Marini et scholiis antiquis edidit Henricus Menge. Leipzig, B. G. Teubner, 1896. Preis 5 *M*.

Bekanntlich hat Euklid aufser seinen Elementen noch verschiedene kleinere Werke verfafst, die leider nicht sämtlich erhalten sind (Vergl. Cantor, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. Bd, I, S. 263 u. s. w.). Das wichtigste derselben ist wohl die Schrift *Δεδομένα*, von der jetzt eine neue, von H. Menge besorgte Ausgabe vorliegt, die den 6. Band der im Teubnerschen Verlage erscheinenden Gesamtausgabe der Werke Euklids bildet.

Dem Charakter dieser Zeitschrift dürfte es angemessen sein, den Bemerkungen über die neue Ausgabe einiges über den Inhalt der Schrift selbst vorauszuschicken.

Dieselbe beginnt mit 15 Definitionen, die erklären, was unter einem *δεδομένον* zu verstehen sei. Der Gröfse nach gegeben heifsen Räume, Linien und Winkel, wenn man denselben gleiche bilden kann (Def. I). Ein Verhältnis heifst gegeben, wenn man ein ihm gleiches bilden kann (Def. II). Geradlinige Figuren heifsen

der Art nach gegeben, wenn ihre einzelnen Winkel und ebenso die Verhältnisse ihrer Seiten gegeben sind (Def. III). Der Lage nach gegeben heifsen Punkte, Linien und Winkel, die immer denselben Ort einnehmen (Def. IV).

An diese Definitionen schliefsen sich 94 Sätze, die ausdrücken, dafs, wenn gewisse Dinge gegeben sind, dadurch zugleich auch andere Dinge gegeben sein werden, so lautet z. B. Satz 47: Geradlinige Figuren, welche der Art nach gegeben sind, lassen sich (durch Diagonalen) in Dreiecke zerteilen, die ebenfalls der Art nach gegeben sind. Satz 92: Wenn innerhalb eines gegebenen Kreises ein Punkt gegeben ist und man durch denselben eine Sehne in den Kreis legt, so ist das aus den beiden Abschnitten dieser Sehne gebildete Rechteck ebenfalls gegeben.

Diese beiden Beispiele dürften genügen, dem Leser den Zweck, den Euklid bei Abfassung seiner *Δεδομένα* gehabt, sowie das Verhältnis, in welchem diese Schrift zu den Elementen steht, darzulegen, ohne dafs es dazu noch längerer Ausführungen bedürfte.

Was nun die vorliegende vorzügliche Ausgabe betrifft, so legt Menge in der Vorrede (S. V bis X) dar, welche Mängel den drei früheren Ausgaben (Hardy, Paris 1625; Gregory, Oxford 1703; Peyrard, Paris 1818) anhaften, und welche Handschriften er vornehmlich zu Rate gezogen hat. In dem Prolegomena (S. XIII—LXII) macht er sodann ausführliche Mitteilungen über die Handschriften und die Geschichte der *Δεδομένα*. Dann giebt er S. 2—187 den Text mit danebenstehender lateinischer Übersetzung. Eine ganze Anzahl von Sätzen sind in den Handschriften mit zwei verschiedenen Beweisen versehen. Menge glaubt, vorzugsweise aus sprachlichen Gründen, dafs die zweiten Beweise nicht von Euklid selbst herrühren, sondern spätere Zusätze sind. Deshalb hat er, abweichend von den früheren Ausgaben, diese Beweise von dem Werke getrennt. Er giebt sie, ebenfalls mit lateinischer Übersetzung, als Anhang auf den Seiten 191—231. An diesen Anhang schliefsen sich (S. 234—257) Text und Übersetzung des Kommentars, besser der Vorrede, welche Marinus von Neapolis (das heutige Nabulus in Palaestina), der Schüler und Nachfolger des Proklus in der Leitung der Philosophenschule zu Athen zu den *Δεδομένα* geschrieben hat. Den Schlufs bilden (S. 261—336) die Scholien.

Frankfurt a/M. G. Wertheim.

Sereni Antinoensis Opuscula. Edidit et latine interpretatus est J. L. Heiberg. Leipzig, B. G. Teubner. 1896. (XIX u. 302 S. Preis 5 Mk.)

Von den beiden uns erhaltenen Abhandlungen des griechischen Mathematikers Serenus, von denen die bedeutendere den Schnitt

des Cylinders, die andere den Schnitt des Kegels zum Gegenstande hat, gab es bis jetzt nur eine Ausgabe, diejenige welche Halley als Anhang zu seiner 1710 in Oxford gedruckten grofsen Ausgabe der Kegelschnitte des Apollonius von Pergae veröffentlicht hat. Da die erste der genannten Abhandlungen in der allein mafsgebenden Handschrift am Schlufs „Σερήνου Ἀντινσέως φιλοσόφου περὶ κυλίνδρου τομῆς“ hat und Ἀντινσέως von Halley als spätgriechisch für Ἀντισσέως erklärt wurde, so nahm man allgemein als Heimat des Serenus die auf der Westseite der Insel Lesbos liegende Stadt Antissa an und nannte unseren Autor Serenus von Antissa (vergl. Cantor, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. 2. Auflage, Bd. I, S. 383 u. s. w.).

In neuerer Zeit hat jedoch Heiberg bei seinen Vorarbeiten für die jetzt vorliegende neue Ausgabe der beiden Abhandlungen auch die Frage nach dem Geburtsort des Serenus in ebenso einfacher wie überzeugender Weise gelöst. (Bibliotheca mathematica, 1894, S. 97). Er macht darauf aufmerksam, dafs das Ethnikon zu Antissa nicht Ἀντισσεύς, sondern Ἀντισσαῖος ist, dafs also durch die Verwandlung von Ἀντινσέως in Ἀντισσέως nichts gewonnen werde; dagegen gehe Ἀντινσέσως durch die leichte Änderung des σ in ο über in Ἀντινοέως, und liefere als Heimat des Serenus die von Kaiser Hadrian im Jahre 122 n. Chr. dem Antinous zu Ehren gegründete Stadt Antinoeia oder Antinoupolis in Ägypten, bringe daher den Serenus auch räumlich in die Nähe der alexandrinischen Mathematiker, zu denen er sicherlich gehöre.

Über die Trefflichkeit der neuen Ausgabe ist wohl kein Wort zu verlieren: Für die Korrektheit des Textes und der lateinischen Übersetzung bürgt der Name des Herausgebers, für die Güte der Ausstattung der der Verlagsbuchhandlung. Ich bemerke noch, dafs die Numerierung der Sätze bei Heiberg ein wenig von der Halleyschen abweicht, dafs also die Citate in den historisch-mathematischen Werken zu ändern sind. So ist der bei Cantor hervorgehobene Satz, der die Grundlage der Lehre von den Harmonikalen bildet:

Wenn man von einem aufserhalb eines Dreiecks ABC liegenden Punkte D eine Sekante DEF durch das Dreieck legt und von A aus diejenige Transversale AGH nach BC zieht, für welche $DF:DE = FG:GE$ ist, so wird auch jede andere von D aus gelegte Sekante $DIKL$ durch AH so geteilt, dafs die Proportion

$$DL:DI = LK:KL$$

besteht; bei Halley der 33., bei Heiberg der 31. der Schrift über den Schnitt des Cylinders.

Frankfurt a. M. G. Wertheim.

Knilling, Rudolf, die naturgemäfse Methode des Rechenunterrrichts in der deutschen Volksschule. Ein neues theoretisch-praktisches Handbuch. I. Teil. Die psychologischen Grundlagen der naturgemäfsen Rechenmethode. — München und Leipzig, Druck und Verlag von R. Oldenbourg 1897. 8°. 372 S. Preis broschiert 6 *M*.

Dieses neue Werk des bekannten rechenmethodischen Schriftstellers hat mit seinem etwa 10 Jahre früher erschienenen Erstlingswerke „Zur Reform des Rechenunterrichts in den Volksschulen" fast nichts gemein, obgleich es in der Tendenz ihm ähnelt. Der Verfasser steht nicht an, zu bekennen, dafs in dieser Zeit sich seine Ansichten geklärt haben, dafs manche frühere Behauptung „tollkühn" und die Idee, die Methode ausschliefslich auf die Psychologie der Zahlen zu gründen, „verfehlt" gewesen sei. Als notwendige Ergänzung nimmt er jetzt die Geschichte der Rechenkunst hinzu. Um gleich hier die wichtigste Abweichung von seiner früheren Anschauung anzugeben, sei gesagt, dafs er seinen früheren Gegnern weit entgegengekommen ist, dafs man ihn jetzt nicht mehr als reinen „Zähler" bezeichnen darf, dafs er auf die Anschauung wie auf das Zahlenbild nicht länger Verzicht leistet.

Der Inhalt der Schrift umfafst den grundlegenden Teil der Methode, während der aufbauende Teil erst ein halbes Jahr später folgen soll. Die Einleitung stellt dar wie das neue Werk entstanden ist und welche der früheren Prinzipien unwiderlegt geblieben sind und vom Verf. weiter aufrecht erhalten werden. Dann folgen Andeutungen über Inhalt, Aufgabe und Tendenz der Schrift, mit ausführlicher Angabe der benutzten Litteratur (philosophische Werke, pädagogische Aufsätze, rechenmethodische Broschüren u. a. m.), sowie darüber, wie der Verf. seine Aufgabe zu lösen versuchen will. Von den fünf Abschnitten, die wieder in 6, 4, 3, 4 und 5 Kapitel zerfallen, handelt der erste von der wahren Natur der Zahlen, der zweite von den wichtigsten Klassen, Gattungen und Arten der Zahlen, der dritte von der Zahlanschauung, Zahlvorstellung und dem Zahlbegriff, der vierte vom Zählen, Messen und Wägen und von unserem dekadischen Zahlen- und dezimalen Teilsysteme, und der letzte von den wichtigsten Zahlen- und Gröfsenveränderungen und vom Rechnen.

Unsere Besprechung soll in zwei Teile zerfallen: der erste referiert über die Ergebnisse, zu denen Hr. Kn. kommt, der zweite soll eine Kritik des Buches versuchen. Es ist da vielleicht die Angabe nicht uninteressant, dafs die Schrift an so vielen Stellen zur Kritik herausfordert, dafs wir uns nicht weniger als zehn Quartseiten Notizen gemacht haben, auf deren Einzelheiten wir hier selbstverständlich nicht eingehen können.

Die wichtigsten Ergebnisse der Schrift sind folgende: Nur in ihrer Vereinigung können sich Psychologie und Geschichte als

Grundlagen des Rechenunterrichts bewähren. Nach vier alten Antworten auf die Frage: „was ist die Zahl?“ findet der Verf.: die Zahlen bezeichnen sowohl Dinge wie auch eine eigentümliche Art von Verhältnissen und Beziehungen; sie sind also Objektsbegriffe und Beziehungsbegriffe zugleich. Dem subjektiven Zahlenbeziehen entspricht in der Regel ein objektives Verbundensein, ein realer Zusammenhang in den Dingen. Diese realen Zahlen unterscheiden sich von den arithmetischen Zahlen dadurch, daſs bei letzteren an Stelle des sachlichen Zusammenhanges das beziehende Denken tritt. Die Klassifizierung der Zahlen unterscheidet Hauptzahlen, welche für sich einen deutlichen Menge- und Gröſsenbegriff geben, von Nebenzahlen, welche überhaupt keinen solchen zum Rechnen tauglichen Begriff bezeichnen, oder erst in Verbindung mit den eigentlichen Zahlen zu einem solchen führen. Die Hauptzahlen zerfallen in 1) Zahlen natürlicher Einheiten, d. i. in Zahlen von Dingen, 2) Zahlen gemessener Einheiten, wie z. B. m, cm, kg, ℳ und 3) Zahlen mathematischer Einheiten. Nebenzahlen sind 1) die Ordnungszahlen, 2) Zahlen für logische Mannigfaltigkeiten, für qualitativ und quantitativ verschiedene Dinge, z. B. dreierlei Geräte, zehn Gebote, und 3) Operationszahlen, z. B. der Multiplikator, der Potenzexponent. Während die Besprechung der Zahlen mathematischer Einheiten als nicht in die Volksschule passend, ausfällt, werden die anderen Zahlenarten weiter untersucht. Dabei kommt der Verf. auf drei Arten der gemessenen Zahlen: Raummaſse, Zeitmaſse, Kraftmaſse; und auf drei Arten Zahlen für verschiedene Dinge: Zahlen aus echten, aber verschiedenartigen Einheiten, die eigentlichen Art- und Gattungszahlen, die Einteilungszahlen. Die Operationszahlen werden als „Zahlen von Hauptzahlen“ erkannt. Sie verführen den Verf. zu einer „neuen rationellen“ Schreibweise, nämlich analog der Potenzbezeichnung zu ${}^{3}\!\times 12$ und ${}_{4}|12$ statt $3 \cdot 12$ und 4 in 12. Dies führt auch zu anderer Schreibweise der gemeinen Brüche, nämlich analog den Dezimalen, z. B. statt $112 \frac{254}{365}$ zu 112, 254/365 und statt 23 Dtzd. 6 St. zu $23{,}06|_{12}$ Dtzd., wobei die Nenner 365 und 12 kleiner geschrieben werden als die Zähler.

Die Lehre von der Zahlanschauung u. s. w. beginnt mit dem Satze: „Die Zahlanschauung ist eine Anschauung von Dingen“. Als solche aber kommt sie auf dieselbe Weise zustande wie jede andere sinnliche Wahrnehmung. Sie bedarf weder einer zeitlichen Succession noch der besonderen Thätigkeit des Zählens. Sie tritt vielmehr plötzlich und ohne unser beabsichtigtes und gewolltes Zuthun ins Bewuſstsein. Daraus entsteht dem methodischen Rechenunterricht die doppelte Aufgabe, dafür zu sorgen, daſs der Schüler sowohl eine Anschauung von der die Zahl konstituierenden bestimmten Vielheit von Objekten, als auch eine Vorstellung von den besonderen realen Beziehungen und Verbindungen derselben erhalte. Es folgen: natürliche und künstliche Zahlenvorstellungen, die Zahlen-

bilder, die Art wie wir zu den Zahlbegriffen kommen, deren Wesen, deren Unterscheidung in konkrete und abstrakte.

Das Zählen wird erklärt als die Erfindung, durch welche wir die real gegebenen Mengen der Dinge erfahren, und diese Erklärung verbessert (?) in: Messen der realen Zahlen mittels einer bestimmten, objektiv gegebenen Reihe von Dingen oder von Namen, z. B. Fingerzählen und Zählen in Worten. Die Maſsstäbe müssen etwas Wirkliches, Reales sein, sich durch Bestimmtheit auszeichnen und Allgemeingiltigkeit besitzen. Das Messen bedarf eines Gegenstandes, der in der Auſsenwelt, also objektiv, wirklich, real gegeben ist. Es kann sich nur in einem sinnlichen Akte, in einem physischen Vorgange vollziehen; das Messen ist also ein Thun, Handeln mit und an den Dingen. Das Zählen erfolgt auf der ersten Stufe nach dem Augenmaſse, dann als Fingerzählen und zuletzt als Zählen in Worten. Das Ergebnis des Zählens ist immer nur ein Name, ein Wort, nichts weiter. Es folgt das Messen und Wägen, darunter die Vermutung, daſs die zwei wichtigsten künstlichen Zeitmaſse (Std. u. Min.) Nachahmungen der natürlichen Maſse (Mon. und Tag) seien, da die Stunden in zwei Abteilungen zu 12 zerfallen und der Monat 30 Tage und 30 Nächte also 60 Zeiten habe. Diese Vermutung hat offenbar sehr viel für sich! Hieran schlieſsen sich die Maſssysteme der Zahlen, also das Dekadische und Dezimale, welche als zwei „grundverschiedene“ Dinge hingestellt werden. Aus der Thatsache, daſs im praktischen Leben fast nur mit Dezimalbrüchen gerechnet wird, zieht Hr. Kn. die richtige Konsequenz, daſs in der Schule von Dezimalbrüchen früher und eingehender gehandelt werden müsse als von gemeinen Brüchen und daſs deren Lehre auf wenige Übungen zu beschränken sei. (? D. Red.)

Der fünfte Abschnitt betrachtet zuerst die Aufgabe des Rechnens. Dieses hat aus bereits gegebenen Zahlen neue zu bilden und so einen Einblick in das Resultat realer oder wenigstens möglicher Vorgänge (Add. Sub. Mult. Div.) zu ermöglichen. Die Stufen sind: Lösen der Aufgabe durch bloſses Zählen, durch bloſses Besinnen auf frühere Zählergebnisse, durch eigentliches Rechnen. Dann wird Zählen und Rechnen unterschieden und hierauf werden diejenigen Wahrheiten angegeben, die durch bloſses Zählen gewonnen werden können. Was wir von den Zahlen wissen, wurde allein mittels der Zählerfahrung gefunden. Das Rechnen ist kein bloſses Auf- und Absteigen an der Zahlenreihe. Die Ausführung von Rechenoperationen erfordert nicht ein kombiniertes Zählen. Bei den elementaren Rechenarten giebt es bei Dividieren nicht nur zwei, sondern viel mehr Gattungen. Das Teilen ist das Zerstücken einer Gröſse ohne Beziehung auf eine andere. Es kann dabei ein Ganzes geteilt werden in gleiche oder ungleiche Teile, ein Geteiltes ebenfalls in gleiche oder ungleiche Teile. Jede Möglichkeit führt auf Unterfälle, zu denen dann z. B. das Radizieren, die Mischungsrech-

nung u. a. gehören. Ähnlich ist es beim Enthaltensein, welches z. B. die Prozentrechnung u. a. in sich schliefst. Die sog. Multiplikation und Division durch Brüche wird als solche verworfen. Weder Multiplikator noch Divisor kann ein eigentlicher „veritabler“ Bruch sein. Der scheinbare Multiplikator oder Divisor ist nur in Form eines Bruches dargestellt. Mit der ausführlichen Erörterung dieser Auffassung des Rechnens mit Brüchen schliefst eigentlich die Schrift, denn das letzte Kapitel über Verhältnisrechnung gehört u. E. schon zum zweiten aufbauenden Teil.

Wir haben im Vorstehenden einfach referiert; wie schon in diesem gedrängten Überblicke manches zum Widerspruche herausfordert, besonders wenn es sich selbst mit den bisher bestehenden Ansichten in Widerspruch setzt, so können wir doch versichern, dafs dies noch weit mehr in vielen Einzelheiten der Fall ist, auf die wir hier unmöglich eingehen können. Wir dürfen deshalb den kritisierenden Teil unserer Besprechung kurz fassen. Was Äufserlichkeiten betrifft, so entspringen dem unverkennbaren Bestreben, einen geistreichen Stil zu schreiben, gelegentlich ungewöhnliche Wortbildungen, Gallicismen, eine oft ermüdende Breite des Ausdrucks sowohl wie der Entwickelung eines Gedankenganges. Neben stark entwickeltem Selbstgefallen tritt vielfach ein ebenso kräftiges Absprechen, welches weder Philosophen von Aristoteles bis Wundt, noch Rechenmethodiker verschont. Was den Inhalt anbelangt, so können wir eine philosophische von der methodischen Seite scheiden. Die erstere sucht das Streben nach wissenschaftlicher Behandlung in den Vordergrund zu rücken, die letztere möchte den Verf. gern als den Retter aus allen Nöten hinstellen. Aber die erstere leidet an dem Grundübel, dafs wiederholt mit Begriffen gearbeitet wird, die nicht definiert wurden; dies führt zu Verwechselungen, Wechselungen des Begriffsinhaltes, künstlichen Auslegungen und Hineinlegungen, sogar zu Erschleichungen (von denen wir allerdings glauben, dafs sie bona fide begangen wurden). Die methodische Behandlung liefert viel Selbstverständliches, längst Bekanntes, Überflüssiges und Unnötiges. Manchmal gerät der Verf. in Widerspruch gegen sich selbst, dann und wann läuft auch nach unserer Ansicht direkt Falsches unter, und wenn es nicht pafst, werden häufig die Konsequenzen nicht gezogen. Die Beweise für diese Behauptungen müssen wir aus Raummangel zurückhalten; wir müfsten sonst immer vier bis fünf Stellen citieren und unsere Bemerkungen anschliefsen; auch wird bei Besprechung des zweiten Teiles s. Z. vielleicht Gelegenheit dazu werden.

Trotz und vielfach gerade wegen der Gefahr, dafs der Leser captioniert werde, bietet das Werk Interessantes genug, um nicht blofs denen zur Durcharbeitung empfohlen werden zu können, welche die „Reform“ kennen, sondern allen, die die Bestrebungen des Volksschulrechenunterrichts verfolgen. Lobenswert bleibt immer

das Streben nach Wahrheit und das Ringen nach neuen Formen und Methoden!

Die Ausstattung des Buches ist gut; der Druck sehr — fast verschwenderisch — übersichtlich; Druckfehler fanden sich S. 49. 81. 106. 346.

Plauen-Dresden. H. Dressler.

Zoologie.

Hertwig, Dr. Richard, Lehrbuch der Zoologie. Mit 568 Abbildungen. Jena, Gustav Fischer. 1892. Preis 11 Mk.

Die Hertwigsche Zoologie ist ein Lehrbuch im wahrsten Sinne des Wortes; in knapper Fassung bietet es die Grundzüge der Tierkunde dar, um einesteils den Anfänger in das Studium der wissenschaftlichen Zoologie einzuführen, andernteils demjenigen, welcher die Zoologie als Hilfswissenschaft betreibt, das Nötigste zu seinem Weiterstudium an die Hand zu geben. Gewifs aber wird es auch allen denen, welche den Lebenserscheinungen der Tiere ihr Interesse entgegenbringen und die Beobachtung der Entwicklung der Tiere gelegentlich ihre Aufmerksamkeit schenken, sagen wir also dem gebildeten Laien, recht willkommen sein. In trefflicher Weise versteht es der Herr Verfasser, sich bei der Auswahl des Stoffes, besonders bei der Behandlung der anatomischen und entwicklungsgeschichtlichen Merkmale gröfserer Abteilungen des Tierreiches, ebenso auch in den systematischen Abschnitten, Beschränkung aufzulegen, so dafs in der Hauptsache die auffälligen und charakteristischen Formen als Beispiele für die anatomische und entwicklungsgeschichtliche Darstellung angeführt werden. Nur da, wo infolge von Eigentümlichkeiten des Baues oder der Entwicklung gewisser Tiere besonderes Interesse sich nötig machte, oder wo infolge eigentümlicher Lebensweise gewisser Tiere in die Existenzbedingungen des Menschen fördernd oder hindernd eingegriffen wird, wurden diese Formen gleichfalls gebührend in Betracht gezogen. Erfreulich ist es, dafs gerade die menschlichen und tierischen Parasiten einesteils, die Haustiere andernteils ausführlichere Behandlung erfahren; dadurch wird das Werk besonders bedeutungsvoll für diejenigen Mediziner, Lehrer, Landwirte und dergl., denen ein eingehenderes Studium dieser Gruppen unmöglich ist. Als wichtiger Gesichtspunkt, der in vorliegendem Lehrbuche Beachtung findet, ist noch zu erwähnen, dafs alle Bezeichnungen und Begriffe, welche dem Lernenden bei seinem Studium notwendigerweise entgegentreten müssen, klar und vollkommen erläutert werden. Nichts ist für ein fortschreitendes Studium, soll es von Erfolg begleitet sein, schädlicher, als wenn beim Aufbau und bei der Aneinanderreihung der Kenntnisse Lücken und Unklarheiten sich einstellen, wenn unverstandene Begriffe sich

einschleichen, die einer Vervollkommnung des Wissens hinderlich in den Weg treten.

Einleitend geht Verfasser vom Menschen aus, dessen gröfsere oder geringere Ähnlichkeit im Bau und in der Funktion der Organe mit den Tieren der verschiedensten Stufen er hervorhebt. Dabei finden Begriffe, wie Morphologie, Ontogenie, Physiologie, Oekologie oder Biologie, Paläozoologie und Phylogenie ihre Erklärung; auch werden in bester Weise die Grenzen der Zoologie festgestellt. Weitere Kapitel über Geschichte der Zoologie, Entwicklung der systematischen Zoologie, Entwicklung der Morphologie, Reform des Systems, Geschichte der Descendenzlehre und Darwins Theorie von der Abstammung der Arten, von denen einzelne reich und trefflich illustriert sind, bauen das Gebäude der Zoologie weiter aus und zeigen klar und deutlich, dafs Tierkunde nicht Systematik der Tiere bedeutet, sondern dafs letztere nur einen kleinen, bescheidenen Teil derselben ausmacht und dafs der Ehrgeiz mancher „Laien-Forscher", möglichst viele neue Formen zu beschreiben und durch ausgebreitete Artenkenntnis zu glänzen, gegenwärtig von ganz untergeordneter wissenschaftlicher Bedeutung ist.

Der Teil der allgemeinen Zoologie umfafst etwa 100 Seiten. Er bringt im Kapitel über „allgemeine Anatomie" die Formenbestandteile des tierischen Körpers, die Gewebe desselben, die Umbildung derselben zu Organen und die Promorphologie oder Grundformenlehre der Tiere dem Lernenden zur Kenntnis. Die „allgemeine Entwicklungsgeschichte" hingegen verbreitet sich über die *Generatio spontanea* und über die Tocogonie der Elternzeugung. Weitere Kapitel erörtern die Beziehungen der Tiere zu einander und die von Tier zu Pflanze, um zum Schlusse ein interessantes Bild der geographischen Verbreitung der Tiere vor Augen zu führen.

Der speziellen Zoologie, der selbstverständlich der weitaus gröfste Teil des Werkes (S. 141—577) eingeräumt worden ist, legt Verfasser die Einteilung des Tierreiches in 7 Stämme zu Grunde, indem er von den *Protozoa* ausgeht und stufenweise zu den *Coelenterata*, *Vermes*, *Echinodermata*, *Mollusca* und *Anthropoda* bis zu den *Vertebrata* emporsteigt. Es kann hier nicht der Ort sein, eine eingehendere Besprechung dieses interessanten Teiles zu geben, gehört doch ein längeres Fachstudium dazu, sich in diesen Stoff einzuleben und einzuarbeiten. Jeder Klasse, Ordnung und Unterordnung sind treffliche, je das Ganze behandelnde Darstellungen der charakteristischen Merkmale vorangestellt, während die eigentliche Systematik, einem wissenschaftlichen Lehrbuche entsprechend, kurz gehalten ist, ohne dafs dem Werke als solchem irgend welcher Abbruch geschieht. Dem Ganzen sind eine grofse Menge in der That ausgezeichneter Abbildungen beigefügt, die nicht nur ein Schmuck für dieses Buch, sondern zugleich eine Ehre für den Herrn Verfasser sind, denn die meisten derselben sind Originalzeichnungen, nur wenige werden in anderen Werken wiederzufinden sein.

Aus dem Gesagten geht zur Genüge hervor, dafs das Hertwigsche Lehrbuch der Zoologie angelegentlich zu empfehlen ist. Fachmänner wie Laien werden ihm die höchste Anerkennung nicht versagen können.

Leipzig. Dr. O. Krancher.

Dürigen, Bruno, **Deutschlands Amphibien und Reptilien. Eine Beschreibung und Schilderung sämtlicher in Deutschland und den angrenzenden Gebieten vorkommenden Lurche und Kriechtiere.** Mit 12 Farbendrucktafeln. Magdeburg, Kreutzsche Verlagsbuchhandlung. Preis 18 Mk., geb. 20 Mk.

„Nur wer ein Tier kennt, lernt es auch schätzen und schützen!“ Mit diesen schönen Worten schliefst der Verfasser obengenannter ausgezeichneter Monographie der Amphibien und Reptilien Deutschlands sein Vorwort, und wir möchten diesen Satz dahin erweitern, dafs, wer Dürigens treffliche Beschreibungen und Schilderungen der häufig genug verachteten Kriechtiere und Lurche liest, durchstudiert und seinen Inhalt in sich aufnimmt, bedingungslos ein echter, rechter Freund dieser Tiere, ein Verteidiger derselben, wo und gegen wen es auch sein mag, werden mufs. Es ist in der That ein Genufs, sich in die alles berührenden, ausführlichen Schilderungen der einzelnen Tierformen, ihre Lebensweise, ihre Altersstufen, ihre Verbreitung, ihre besonderen Eigenschaften und Fähigkeiten, ihre Bewegungen, ihr Benehmen in der Freiheit und in der Gefangenschaft, ihre Färbung, ihr interessantes Farbenspiel und dergleichen mehr zu vertiefen und die einzelnen Arten in ihrer Ähnlichkeit und doch Verschiedenheit mit einander zu vergleichen. Die Behandlung des umfangreichen Materials ist eine so gründliche und ausführliche, dafs wir nicht anstehen, vorliegende Monographie der Amphibien und Reptilien Deutschlands als die beste ihresgleichen zu bezeichnen. Infolge von an Freunde und Kenner der deutschen Tierwelt ausgesandten Fragebogen erhielt der Herr Verfasser derselben seinerzeit zahlreiche interessante Mitteilungen aller Art über die Lebensverhältnisse dieser Tiere, dafs er sich entschlofs, mit diesen Beiträgen seine eigenen Erfahrungen und Betrachtungen zu vereinigen, woraus schliefslich vorliegendes, 43 Druckbogen umfassendes, in Lexikonformat erschienenes Werk hervorging.

Der reiche Inhalt scheidet sich von selbst in die beiden Kapitel der Kriechtiere (*Reptilia*) und der Lurche (*Amphibia*). Jedes derselben wird durch allgemeine Merkmale über Gestalt, Körperbedeckung, Knochenbau, Sinne, Verdauung, Atmung, Fortpflanzung und Lebensweise eingeleitet, wozu je die Einteilung in Ordnungen sich gesellt. In gleicher Weise werden dann jeder Ordnung allgemeine Bemerkungen vorangestellt, wie auch den Familien und Gattungen je die nötigen charakteristischen Daten vorausgehen. Die Darstellung der einzelnen Arten schliefslich ist in so trefflicher, aus-

führlicher und ansprechender Weise durchgeführt, dafs es für jeden Tierfreund ein wahrer Genufs ist, sich in diese vertiefen zu können. Da ist nichts weggelassen, vielmehr alles Einschlägige berücksichtigt. Überhaupt vermeidet Verfasser aller Orten etwaige Einseitigkeit; er sucht alles, was sich auf das besprochene Tier bezieht, gebührend in der Beschreibung zu verwerten. So nimmt er beispielsweise bei der geographischen Verbreitung der Tiere nicht blofs auf dieselbe innerhalb Deutschlands Grenzen allein Rücksicht, sondern zieht auch die angrenzenden Länder soweit als nötig mit in Betracht, ja er streift gelegentlich sogar das aufsereuropäische Vorkommen derselben. Bezüglich der äufseren Erscheinung der Tiere werden die Gröfsenverhältnisse genau in Mafsen angegeben, der Körper wird in seinen Einzelheiten gründlich beschrieben, die Färbung und die oft gewaltig wechselnden Farbenverschiedenheiten besonders während der Paarungszeit angegeben, Mifsbildungen in geeigneter Weise hervorgehoben und die Unterschiede der Geschlechter bezüglich die der älteren und jüngeren Tiere trefflich gekennzeichnet. Es folgen Abschnitte über Aufenthalt des Tieres, über Lebensweise, Bewegungen, geistige Fähigkeiten, Stimme, Nahrung, Paarung und Eiablage, es werden treffliche Winke über das Leben des Tieres in der Gefangenschaft, über Durchwinterung, Zucht und Ankauf gegeben und alle Synonyma, mit Quellenangabe versehen, zugefügt. Hierzu kommen 12 Bunttafeln, die zunächst sämtliche deutsche Amphibien und Reptilien in naturwahrer Darstellung zur Anschauung bringen. Da aber, wo in den Geschlechtern Abweichungen sich zeigen oder wo von einzelnen Arten Spielarten auftreten, wurde nicht ermangelt, auch diese wiederzugeben. Dabei ist die Entwicklung der Tiere keineswegs vernachlässigt, wie dies durch gelegentliche Vorführung ganzer Metamorphosenreihen zum Ausdruck gebracht wird. Auch sind im Texte eine grofse Zahl recht guter Schwarzabbildungen verstreut, die auch hier das geschriebene Wort in bester Weise unterstützen. Ein äufserst reichhaltiges Litteraturverzeichnis führt die grofse Menge der bisher erschienenen einschlägigen Werke und Arbeiten vor.

Möchte dies schöne Werk berufen sein, das Interesse auch für Schildkröten, Echsen, Schlangen, Frosch- und Schwanzlurche mehr und mehr zu heben und zu fördern; die lebendigen und lebensfrischen Schilderungen der einzelnen Vertreter werden gewifs das ihre dazu beitragen.

Leipzig. Dr. O. Krancher.

Werner, Dr. Franz, Die Reptilien und Amphibien Österreich-Ungarns und der Okkupationsländer. Wien, 1897. A. Pichlers Witwe und Sohn. Preis 3,60 Mk.

Unsere nicht unbedeutenden Spiritus-Vorräte an Reptilien und Amphibien wurden vor Jahren in liebenswürdiger Weise durch

Herrn Dr. F. Werner, den Verfasser obigen Werkes, gelegentlich seiner Studien in Leipzig, bestimmt, wobei uns Gelegenheit wurde, die umfassenden Kenntnisse des genannten Herrn auf dem Gebiete der Kriechtiere und Lurche zu bewundern. Umsomehr erfreut waren wir, als uns kürzlich obiges Werk zu Gesicht kam, in welchem der Herr Verfasser alles Wichtigste der österreichisch-ungarischen Reptilien und Amphibien darbietet. Nach seinen eigenen Angaben soll es keine Naturgeschichte, sondern eine Fauna sein, welche sich somit möglichster Kürze befleifsigt und doch eine genaue Erklärung und Beschreibung der einzelnen Arten, nicht aber eine solche der einzelnen Ordnungen und Gruppen giebt. Diese Kenntnisse werden, besonders soweit sie anatomischer, physiologischer und biologischer Natur sind, als bereits vorhanden vorausgesetzt.

Das 10 Bogen starke Werk enthält zunächst eine allgemeine Übersicht der Kriechtiere und Lurche Österreich-Ungarns und der Okkupationsländer, woraus hervorgeht, dafs dort 32 (bez. 33) Arten der Reptilien und 17 (bez. 20) Arten der Amphibien sich finden. Eine beigefügte Tabelle verdeutlicht die Verteilung dieser Tiere auf die einzelnen Provinzen resp. Landesteile Österreich-Ungarns und der Okkupationsländer. Hierauf folgen ausführliche Bestimmungstabellen zunächst der Gattungen, dann der Arten beider Klassen, die in einfacher Weise zu einem sicheren Erkennen der einzelnen Tiere führen, woran sich die Beschreibung der Arten und Varietäten in systematischer Folge schliefst. Dieselbe erstreckt sich auf Vorkommen, Gröfse, Nahrung, Lebensweise im Freien und in der Gefangenschaft und anderes mehr. In einem Anhange finden auch die Reptilien der Balkanländer Berücksichtigung, während ein weiterer Abschnitt Anweisung giebt über Fang, Halten der Tiere in der Gefangenschaft und Konservierung derselben. Gerade dieser Teil des Werkes giebt über so manches, dem Laien noch Unbekannte trefflichen Aufschlufs, wobei auch die neuesten Präpariermethoden durch Formol mit ihren Vorteilen und Nachteilen und die Art der Aufstellung zu Schaustücken gebührend hervorgehoben werden. Ein ausführliches Namensverzeichnis der Tiere nebst deren Synonyma und ein Litteraturverzeichnis der einschlägigen Werke von etwa 1875 bis 1895 vervollständigen das Ganze. Dazu kommen Abbildungen besonders interessanter oder schwierig zu unterscheidender Arten auf drei Tafeln in Schwarzdruck. Das recht empfehlenswerte Werk bildet eine schöne Ergänzung der Dürigenschen Monographie, besonders was die Verbreitung der Reptilien und Amphibien für Österreich-Ungarn und der Okkupationsländer anbetrifft.

Leipzig. Dr. O. Krancher.

Fischer, M., Pokornys Naturgeschichte des Tierreiches für höhere Lehranstalten. Ausgabe für das Deutsche Reich. 22. Auflage. Mit 583 Abbildungen. Leipzig, G. Freytag. 1891. Preis 2,20 Mk., geb. 2,50 Mk.

Die Pokornysche Naturgeschichte des Tierreiches läfst in der hohen Zahl der Auflagen, die sie bis jetzt erlebte, genugsam deren Brauchbarkeit für höhere Schulen erkennen, und ein Blick in diese Schulnaturgeschichte bestätigt das Gesagte. Dazu sind die zahlreichen (583) Abbildungen meist recht gut ausgeführt, wenn schon auch der Druck gelegentlich zu wünschen übrig läfst. Es hätte bei einzelnen, so bei Fig. 40, 52, 56, 277 u. s. w. die Zurichtung eine sorgfältigere sein können. Die grofse Zahl der Abbildungen aber, welche in Bezug auf Stellung und Natürlichkeit der Tierformen auf höchster Stufe stehen, bilden einen empfehlenden Faktor. Einige kleine Ausstellungen können wir jedoch nicht unterdrücken. So sind S. 189 die Weiselzellen am Wabenstück nicht zu erkennen; hier mufs die typische Eichelform der Zelle gegeben sein. Auch ist es bedauerlich, dafs die unregelmäfsigen Übergangszellen, durch welche die Biene zeigt, dafs sie sich selbst in mifslichen Fällen zu helfen weifs, leider durch die aufgesetzte Drohne fast vollständig verdeckt werden. Den Schüler ferner mufs es verwirren, wenn S. 200 die Raupe unseres Schwalbenschwanzes mit den hervorgeprefsten Drüsen am Kopfe abgebildet wird. In lebendem Zustande sind diese Drüsen wohl kaum zu sehen, woraus zu schliefsen ist, dafs das abgebildete Tier nach einem aufgeblasenen Exemplar gezeichnet ist. Für den Totenkopf (*Acherontia atropos*) S. 203 könnte denn doch eine bessere Abbildung eingestellt werden; wir verweisen auf eine solche im Jahrgang 1895 des Kalenders des Deutschen Bienenfreundes, Titelbild.

Der Inhalt des Lehrbuches zeigt eine sorgfältige Auswahl des Stoffes. Er bringt die hervorragendsten und bekanntesten Vertreter der einzelnen Familien und Gattungen, weniger häufige Tiere nur gelegentlich erwähnend, und streut in Form von Erläuterungen wichtige Merkmale und Eigentümlichkeiten ein, diese durch besonderen Druck auszeichnend. Auch sind die an den Schlufs jeder Tierklasse gestellten zusammenfassenden Bemerkungen äufserst instruktiv.

Die Darstellung des Baues und Lebens des menschlichen Körpers bringt genügendes Material für diesen Halbjahrskursus und zeichnet sich gleichfalls durch schöne Abbildungen aus.

Leipzig. Dr. O. Krancher.

Bach, Dr. M., Studien und Lesefrüchte aus dem Buche der Natur. Für jeden Gebildeten, zunächst für die reifere Jugend und ihre Lehrer. IV. Band. 4. Auf-

lage, bearbeitet von A. Jülkenbeck. Paderbon. Ferdinand Schöningh. 1892. Preis 2,50 Mk.

In Form von Betrachtungen aus den verschiedensten Gebieten der Naturwissenschaften, vornehmlich der Zoologie, bietet Verfasser „jedem Gebildeten" eine Reihe von Aufsätzen, die sich, da sie in angenehm erzählendem Tone geschrieben sind, mit Lust lesen und durchstudieren lassen. Verfasser will durch dieselben für die Natur anregen, er will Liebe und Lust zu den Naturwissenschaften im grofsen Publikum erwecken, er will das Verständnis der Bedeutung der Naturobjekte, die Einsicht in den Sinn ihrer Zusammenstellung, in die Aufgabe von Pflanze und Tier, in das Ineinandergreifen ihrer Thätigkeit in der Natur heben und fördern. Dafs dies durch eine derartige Popularisierung der Naturwissenschaften recht wohl möglich ist, liegt auf der Hand, haben diesen gleichen Weg doch verschiedene andere Forscher mit eingeschlagen zur Erreichung desselben Zieles.

In völlig getrennt gehaltenen Kapiteln werden der Reihe nach mehr oder weniger ausführlich folgende Themen behandelt: „Der Biber". „Der Häring". „Nestbauende Fische und fischausbrütende Muscheln". „Der Koloradokäfer". „Die Käfergattung Meligethes". „Die Pochkäfer". „Der Getreidelaufkäfer". „Aphiden oder Blattläuse". „Die Blutlaus". „Die Stachelbeerblattwespe". „Schmarotzerpflanzen". „Die dornige Spitzklette". „Wie man heutzutage Naturgeschichte macht". „Wann, wo und wie sucht man Käfer?" „Die Reblaus". „Die Schnirkelschnecken". „Die Borkenkäfer". Es unterliegt keinem Zweifel, dafs sämtliche Themen von besonderem Interesse auch für Landwirte, Gartenbesitzer u. s. w. sind und dafs sie allesamt Anregung zu geben vermögen zu selbständigen Beobachtungen. Besonders gut eignen sie sich auch zu Vorträgen in Vereinen. In der Neubearbeitung des Buches machten sich selbstverständlich Ergänzungen und Berichtigungen nötig, wie auch die früher gebrauchten Fremdwörter möglichst durch gute deutsche Ausdrücke ersetzt wurden. Möchte das Werkchen mit dazu beitragen, der Naturwissenschaft allerorten Freunde zuzuführen.

Leipzig. Dr. O. Krancher.

Dr. med. Mandel † (praktischer Arzt in Forbach). Das klassische Gymnasium. Eine Studie für Gebildete unter seinen Gegnern. Berlin, O. Salle. 24 S. Preis 1 Mk.

Die letzte Umgestaltung des höheren Schulwesens hat uns den ersehnteu Schulfrieden nicht gebracht. Allerdings ist an den Gymnasien die Zahl der wissenschaftlichen Stunden und damit die Zahl der Stunden für Latein und Griechisch etwas vermindert worden, auch ist infolge besonderer Förderung der lateinlosen Schulen eine Anzahl von Realgymnasialanstalten in lateinlose Realschulen umgewandelt worden; in der Hauptsache steht aber die Schulfrage nach 1892 nicht anders als vor diesem Jahre.

Die sogen. Reformschulen, auf die man hier und da grofse Hoffnungen setzt, haben es doch im wesentlichen nur mit einer Frage, der Frage der Reihenfolge der Sprachen zu thun. In dieser Frage scheinen alle Erfahrungen zu Gunsten der Reformschulen zu sprechen; es scheint richtiger zu sein, den fremdsprachlichen Unterricht mit einer neuen Sprache zu beginnen.

Nicht richtig ist es aber, dieser einen Frage gegenüber alle übrigen in den Hintergrund treten zu lassen; es ist die Gefahr nicht ausgeschlossen, dafs wir eine neue Reform bekommen, in der dann wieder die Mathematik und die Naturwissenschaften nicht zu ihrem Recht gelangen.

Die vorliegende Schrift hat einen Laien im Schulwesen, einen Arzt, zum Verfasser. Die Ausgestaltung des Schulwesens im einzelnen wird Sache der Fachmänner sein müssen; nur der Fachmann, der selbst die Arbeit gethan hat, kann urteilen, ob die Arbeit ausführbar ist. In allgemeinen Fragen aber werden wir auch dem Laien nicht das Recht zu einem Urteil absprechen können.

Der Verfasser behandelt den Einflufs, welchen der frühzeitige und ausgedehnte Betrieb der alten Sprachen auf die Ausbildung der Schüler in der Muttersprache, auf die Ausbildung des Anschauungsvermögens und des Denkens ausübt.

Nach der Ansicht des Verfassers bedeutet die frühzeitige Beschäftigung mit fremden Sprachen für die Entwicklung der Muttersprache eine zeitliche und räumliche Beschränkung; sowie eine positive Schädigung. Die Jugend soll zunächst lernen, in ehrlicher Arbeit mit der Muttersprache zu wirtschaften und auszukommen. Das Latein nimmt der Schule die Zeit zu ausgiebigen Übungen im Gebrauch der Muttersprache. Aufserdem rauben die Übersetzungsübungen dem Schüler das Gefühl für richtiges Deutsch, namentlich für das einfache deutsche Satzgefüge. Die Zucht, die ein unnachgiebiges Satzgefüge auf den Gedanken bei dessen Verkörperung in die Muttersprache auszuüben imstande ist — diese Zucht geht verloren. Die frühzeitige Belegung der sprachlichen Zentralheerde ruiniert die Muttersprache und meist für immer. Das nationale Sprachgewissen funktioniert nicht mehr.

Sodann ist Sprachkunst keineswegs gesteigertes Sprachwissen. Die frühzeitige Erregung des Sprachbewufstseins, wie sie schon auf der Unterstufe durch den grammatischen Betrieb des Latein veranlafst wird, die frühzeitige Reflexion über sprachliche Erscheinungen ist für die Entwicklung der Sprachkunst eine Hemmung. Jede Selbstbeobachtung lähmt die Selbstbethätigung, auf die sie gerichtet ist, und zwar um so sicherer, je weniger diese Thätigkeit schon kräftig geworden ist, je weniger wir für diese Beobachtung schon reif sind. Reflexionen über sprachliche Erscheinungen sollten bis zum Eintritt des Schülers in die Entwicklungsjahre verschoben werden.

Wie für Übungen in der Muttersprache so fehlt es am Gymnasium

an Zeit für Übungen im Anschauen und Denken. Der Phrasenschatz nimmt zu, das Denken bleibt zurück. Latein ist nichts Logisches. Lateinlernen ist keine Erziehung zum logischen Denken. Das Wesen der humanistischen Gymnasialbildung ist Scheinbildung. Die grofse Zahl der Reformvorschläge, die für die Gymnasien gemacht sind, beweist nichts gegen die Reform, sie beweist vielmehr die unbedingte Notwendigkeit derselben.

Vorstehendes sind im wesentlichen die Ansichten, die in der vorliegenden Schrift ausgesprochen werden. Wichtiger als die Ansichten ist die Begründung derselben, bezüglich deren wir auf die Schrift selbst verweisen müssen. X.

B. Programmschau.

I.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme der Rheinprovinz und Hohenzollerns. Ostern 1895.

Referent: Dr. J. Norrenberg, Oberlehrer am Gymnasium und Realgymnasium zu Düsseldorf.

1. **Elberfeld,** Realschule in der Nordstadt. Progr. Nr. 508. Professor Bruno Buchrucker: *Wie kann die Einführung in das mathematische Rechnen erleichtert werden?* 22 S. 4°.

Die Einführung in die Arithmetik (oder das mathematische Rechnen) leidet nach den Erfahrungen des Verfassers an zwei Grundübeln; einerseits geschieht sie zu unvermittelt und andererseits ist der Lehrgang, den Lehrbüchern nach zu urteilen, zu wissenschaftlich und daher zu wenig fafslich gestaltet. Um dem ersteren Übel abzuhelfen, sucht der Verfasser einen engeren Anschlufs an den Rechenunterricht und empfiehlt um denselben zu gewinnen, als Einleitung in die Arithmetik die Lösung der Zins-Aufgaben mit Hilfe von Gleichungen. Um das Lehrverfahren zu vereinfachen und den arithmetischen Lehrstoff dem Verständnis der Schüler näher zu bringen ersetzt der Verfasser die üblichen Ausdrücke Summand, Minuend, Subtrahend, Multiplikator u. s. w. durch die einfachen Namen Hauptzahl bezw. Nebenzahl und erreicht hierdurch eine gewisse Gleichförmigkeit aller Rechenoperationen. Allerdings wird sich nicht immer zwischen Haupt- und Nebenzahl unterscheiden lassen, und auch ist zu befürchten, dafs gerade diese Gleichförmigkeit dem Schüler die Unterscheidung zwischen den einzelnen Operationen erschwert.

Mit Recht werden die vielfach geschraubten Definitionen des Addierens, Subtrahierens u. s. w. verworfen. Dem Tertianer ist Addieren weiter nichts als Zuzählen, Subtrahieren nichts anderes als Rückwärtszählen. Auch die Definition: Dividieren heifst untersuchen, wie oft sich die Nebenzahl von der Hauptzahl abziehen läfst, dürfte zu empfehlen sein, wenn sie auch nur für das Messen (12 kg : 3 kg), nicht aber für das Teilen (12 kg : 3) Geltung hat. Des Verfassers Ansichten über die Rechnung mit benannten Zahlen, dafs z. B. auch der Multiplikator eine benannte Zahl sein dürfte, dafs es in Wirklichkeit überhaupt nur benannte Zahlen gäbe, werden wenig Anklang finden. Auch die Unterscheidung zwischen 6 und + 6 führt zu einer theoretischen Haarspalterei, welche der Verfasser doch gerade vermieden wissen will.

Nach einem kurzen Worte über Einfachheit und Reinheit der Sprache findet sich zum Schlusse eine schulgemäfse Darstellung der abgekürzten Zifferrechnung.

2. **Coblenz,** Städt. Realgymnasium. Progr. Nr. 482. Direktor Dr. R. Most: *Über den Bildungswert der Mathematik, als Vorwort zu einem mathematischen Leitfaden für die oberen Klassen des Realgymnasiums und der Oberrealschule.* 8 S. 4°.

Bei aller Anerkennung der trefflichen neueren Bearbeitungen der Schulmathematik ist nach des Verfassers Ansicht in den zahlreichen methodischen Lehrbüchern doch zuviel des Guten geschehen, und somit scheint der richtige Zeitpunkt gekommen, von dem gebotenen Guten das Beste auszuwählen. Wenn Most auch an seiner bisherigen Anschauung festhalten möchte, dafs ein mathematischer Leitfaden in den oberen Klassen entbehrlich sei, so erkennt er doch an, dafs im Interesse der schwächeren Schüler die Benutzung eines Lehrbuches wünschenswert sei, hält aber dann dasjenige Buch für das Beste, welches nur aus Figuren und Rechnungsgebilden und einer schliefslichen Zusammenstellung der gewonnenen Lehrsätze besteht.

Da die Schulbehörde im Interesse der Eltern bestrebt ist, die Menge der Lehrbücher auf das Mindestmafs herabzudrücken, so schlägt der Verfasser vor, dafs vornehmlich die älteren Herren Kollegen, soweit sie ihren Unterricht selbstständig gestaltet haben, ihre Erfahrungen im Jahresberichte oder schriftlich gegenseitig zur Kenntnis bringen möchten, dafs dann in freier Vereinigung die Kollegen einer oder mehrerer Provinzen zusammentreten sollten, um einen Leitfaden zu vereinbaren. (In wie weit dieser Vorschlag Anklang gefunden, entzieht sich unserer Beurteilung.)

Zur Feststellung derjenigen Gesichtspunkte, die der Abfassung des vom Verfasser angekündigten Leitfadens zur Richtschnur dienen, erklärt sich Most zwar mit der Einführung der Abschlufsprüfung als einer verschärften (?) Versetzungsprüfung bedingungslos einverstanden, wendet sich jedoch sehr entschieden gegen das in den Lehrplänen von 1892 hier und da zu Tage tretende Bestreben, die Mathematik zu einer Hilfswissenschaft der Naturlehre herabzudrücken. Die Mathematik darf vielmehr neben ihrem praktischen Werte auch einen selbständigen Bildungswert beanspruchen, der darin besteht, dafs sie nicht allein die Schüler denken lehrt, sondern auch „auf einem abgegrenzten Gebiete zeigt, wie Wissenschaft entsteht, sich entfaltet und zu erhabener Höhe steigt, — ihm somit Achtung vor einer und damit vor jeglicher Wissenschaft und vor jedem höheren geistigen Bemühen um Wahrheit einflöfst, — und ihn fühlen läfst, dafs dem Wahren das Schöne und Gute nicht fern steht."

Bei der Begründung dieser Anschauung streift der Verfasser zahlreiche Streitfragen der letzten Jahre, so z. B. den Gebrauch der Logarithmentafel, die Einführung in die Stereometrie, die Behandlung der Infinitesimalrechnung u. a.

3. **Elberfeld,** Realgymnasium. Progr. Nr. 489. Oberlehrer Dr. E. Rehfeld: *Trianguläre Koordinaten in Anwendung auf den Raum.* 66 S. 8°.

Die von Walton in die analytische Geometrie eingeführten Winkelkoordinaten, welche die Lage eines Punktes durch die Tangenten derjenigen Winkel bestimmen, welche die nach den Endpunkten einer festen Strecke gezogenen Strahlen mit jener Strecke bilden, sind vielfach (vergl. auch diese Zeitschr. Bd. XXV. S. 537) zu analytischen Untersuchungen benutzt worden. Der Verfasser stellt nun diesem biangulären System ein auf den Raum verwendbares trianguläres Koordinatensystem zur Seite, indem er die Lage eines Punktes bestimmt durch die Kotangenten derjenigen Flächenwinkel, welche die drei durch je eine Seite eines festen Fundamentaldreiecks und den betreffenden Punkt gelegten Ebenen mit der Ebene des

Dreiecks selbst bilden. Die Anwendung dieses Systems auf die Elementargebilde des Raumes (Ebene und gerade Linie) beweist, dafs Ableitungen mit Hilfe triangulärer Koordinaten nicht mehr Schwierigkeiten bieten, als unter Benutzung von Parallel- und Polarkoordinaten. Weniger einfach gestaltet sich allerdings die Koordinatentransformation.

4. **Barmen-Wupperfeld.** Oberrealschule. Progr. Nr. 501. Prof. Dr. A. Reum: *Der planimetrische Lehrstoff für den Unter-Tertianer der höheren Lehranstalten, in entwickelnder Lehrweise bearbeitet.* 27. S. 8°. — *Dasselbe für den Ober-Tertianer.* 28. S. 8°.

Eine Fortsetzung des als Programmbeilage von 1894 (vergl. Heft 6 S. 447 u. f.) erschienenen Quartanerpensums. Auch bei der Zusammenstellung des Tertianerpensums war der Verfasser in Verbindung mit seinen Fachkollegen bestrebt, die Entwicklung der Lehrsätze möglichst einfach und anschaulich zu gestalten und alle Fremdwörter thunlichst fern zu halten. Im allgemeinen schliefst sich die Stoffauswahl an die der gebräuchlichsten Lehrbücher an, da der Lehrstoff der Tertia ein fest umgrenzter ist und gröfsere Abweichungen nicht gestattet.

5. **Kreuznach,** Gymnasium. Progr. Nr. 458. Professor Aug. Much: *Über die Bewegung zweier Massenpunkte, die sich auf zwei Geraden so bewegen, dafs ihre Entfernung stets dieselbe bleibt.* 26. S. 4°.

Die in dem ersten Teile seiner Arbeit (vergl. Heft 6 S. 449 u. f.) abgeleiteten allgemeinen Gleichungen wendet der Verfasser auf spezielle Fälle an; auf die Wiedergabe derselben mufs verzichtet werden, da die Resultate zum Gymnasial-Unterrichte in keiner Beziehung stehen.

6. **Bonn,** Kgl. Gymnasium. Progr. Nr. 437. Oberlehrer Dr. A. Kiel: *Geschichte der absoluten Mafseinheiten.* 18 S. 4°.

Der zu Ostern 1890 erschienene Jahresbericht (vergl. diese Zeitschr. Bd. XXVII S. 596) verfolgte die Geschichte der elektrischen Mafseinheiten bis zur Einführung des von Thomson vorgeschlagenen C-G-S-Systems und dessen Vervollkommnung durch die British-Association (Ohm, Volt, Weber). Dieses auf Gaufs zurückführende für die Praxis überaus brauchbare System fand mit seinen dem Andenken verdienter Elektriker gewidmeten Mafsbezeichnung allgemeinen Anklang. Aber unüberwindliche Schwierigkeiten stellten sich der praktischen Herstellung des der theoretischen Definition entsprechenden Ohms entgegen, sodafs man in den deutschsprechenden Ländern und im Osten Europas an der unbedingt zuverlässigen Quecksilbereinheit festhielt. Um dieser „Doppelwährung" zu steuern, kam man auf dem in Paris 1884 tagenden internationalen Elektriker-Kongrefs dahin überein, das Ohm durch sein Verhältnis zu dem viel genauer zu bestimmenden Siemens zu definieren. Das Wertverhältnis wurde dann später durch die Arbeiten des *Board of Trade* und der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt auf 100 : 106,3 bestimmt. Somit ist nun endgültig das Ohm definiert als der elektrische Widerstand einer Quecksilbersäule von 0°, deren Länge bei durchweg gleichem Querschnitt 106,3 cm und deren Gewicht 14,452 g beträgt.

Vollständig unabhängig von elektromagnetischen Gesetzen ist das ebenfalls von Weber vorgeschlagene elektrostatische Mafssystem, welches auf der rein mechanischen Definition der elektrischen Mafseinheit beruht (= derjenigen Elektrizitätsmenge, welche einer gleichen Menge in einer Sekunde aus der Entfernung 1 wirkend die Geschwindigkeit 1 erteilt). — Nach einer Vergleichung der Dimensionen der einzelnen Einheiten weist der Verfasser noch kurz auf den zwischen dem elektromagnetischen und dem elektrostatischen Mafssystem bestehenden Widerspruch hin, der nach Richarz darin besteht, dafs die Elektrizitätsmenge in beiden Systemen ihrem eigentlichen Wesen nach etwas anderes bedeutet, ein Widerspruch, der auch heute noch nicht aufgeklärt ist.

7. **Eupen,** Progymnasium (mit englischen Nebenklassen). Progr. Nr. 453. Oberlehrer Prof. W. Altenburg: *Das Kreidegebiet in Süd-Limburg und im Haspengau.* 34 S. 4° und eine topographische Skizze von Süd-Limburg.

Das Limburger Kreidegebiet, welches sich östlich bis Aachen, südlich etwa bis Astenet und Henri-Chapelle erstreckt, bildet einen Teil des über Frankreich, England und Dänemark ausgedehnten Ober-Senons. Von diesem Gebiete entwirft der Verfasser auf Grund umfassender Litteraturstudien ein anschauliches Bild. In demselben erscheinen die durch zahlreiche tief eingeschnittene Thalmulden offen gelegten teils flötzleeren, teils produktiven Kohlenschichten in ihrem Zusammenhange mit den Kohlenbecken der Maas, der Worm und der westlichen Ruhr. Andererseits erkennen wir die tertiären und quaternären Überdeckungen als Sedimente der von allen Seiten zu einem ungeheuern See zusammenströmenden Zuflüsse des Rheins, der Maas, der Schelde, sowie der von Skandinavien und der Bretagne herkommenden Gewässer.

Nach einer Schilderung der Lagerungsverhältnisse der im Göhlgebiete vorhandenen Kreidetuffe, widmet der Verfasser eine ausführlichere Darstellung den Valkenburger Kreidelagern, deren schon zu römischer Zeit erfolgte Ausbeute ein wertvolles Baumaterial lieferte. Von dem früher blühenden Betriebe, zeugen die zahlreichen, das ganze Gebiet durchsetzenden Schächte und Grottenanlagen, deren ausgedehnteste diejenige im Groote Berg, heute (ähnlich wie die Pariser Katakomben) zu einer Champignon-Zucht benutzt wird, welche täglich bis zu 80 kg ergiebt. Auch die auf der linken Maasseite befindlichen Tufflager des St. Pietersberges wurden schon von den Römern abgebaut. — Zum Schlusse der für die Kenntnis der Geologie Limburgs und der angrenzenden Gebiete höchst wertvollen Arbeit verweilt der Verfasser noch einige Zeit bei den eigenartigen natürlichen Schächten oder Erdpfeifen, welche vielfach wie mächtige Orgelpfeifen dicht neben einander gereiht die oberen Schichten durchlochen. Die Entstehung derselben führt der Verfasser auf mechanische Einflüsse und hauptsächlich auf die chemische Einwirkung der Kohlensäure führenden durchsickernden Tageswässer zurück.

8. **Aachen,** Kgl. Kaiser-Wilhelms-Gymn. Progr. Nr. 433. Oberlehrer Dr. W. Schjerning: *Aachen und seine Umgebung.* 80 S. 8°.

Von der an Naturschönheiten überaus reichen Aachener Landschaft zeichnet in der vorliegenden Arbeit einer ihrer besten Kenner in anregender Darstellung eine geographische Skizze, welche vor allem den fröhlichen Wandersmann anleitet, die sich ihm darbietenden Erscheinungen der Natur mit dankendem Auge zu betrachten, und die hierdurch auch dem Unterrichte in der Natur- und Heimatskunde willkommenes Material zusammenstellt. Nach einem geschichtlichen Überblick über die Entwicklung Aachens zu einer der bedeutendsten Industriestädte der Rheinprovinz, schildert uns der Verfasser die Oberflächengestaltung, die hydrographischen Verhältnisse, sowie den geologischen Bau des Aachener Kesselthales. Von besonderer Bedeutung für Aachen sind die heifsen Quellen, welche eine Temperatur bis zu 75° C erreichend die genannte Stadt zu einem besuchten Badeorte erhoben; ihre Entstehung führt der Verfasser auf die Eigenwärme des Erdbodens zurück. Eine Zusammenstellung der erst seit 1820 angestellten meteorologischen Beobachtungen und kurze Bemerkungen über Tier- und Pflanzenwelt des behandelten Gebietes bilden den Schlufs des vielseitig interessanten geographischen Bildes.

9. **Langenberg,** Realprogymnasium. Progr. Nr. 191. Oberl. Dr. B. Schrader: *Heimatskunde von Langenberg.* I. Teil. 28 S. 4°.

In bekannter Weise führt der Verfasser seine kleinen Schüler aus dem Schulzimmer auf den Schulhof und durch die Strafsen der Stadt auf eine

naheliegende Anhöhe, von wo aus er ihnen ihre engere Heimat in anregender Unterhaltung erklärt. Auf alles irgendwie Bemerkenswerte, welches sich auf dem Wege zeigt, wird erläuternd hingewiesen, wobei auch die naturwissenschaftliche Seite des Unterrichts in ausgedehntem Maſse Berücksichtigung findet.

II.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme des Königreichs Württemberg. 1894—1897.

Berichterstatter: Prof. Beisswanger in Reutlingen (s. Jahrg. XXIV [1893], S. 6 ff.).

Reutlingen, Gymnasium. Progr. Nr. 598. Rektor Dr. O. Böklen: *Die Methode des Unterrichts in der projektiven Geometrie an den Oberrealschulen.* 1894.

Unsere stets fortschreitende Zeit äuſsert ihren Einfluſs auch in den Lehrmethoden der einzelnen Fächer; es ist zu begrüſsen, daſs den neueren Methoden der Geometrie auch an den Vorbereitungsklassen ein weiterer Spielraum gelassen wird, wie dies die Programmarbeit des Seniors des württembergischen Realschulwesens beweist. In der vorliegenden Abhandlung wird als Grundlage des Unterrichts in projekt. Geometrie die Ober- und Unterprima behandelt: die Verwandtschaft geradliniger Punktreihen, spec. die ein- und zweideutige Verwandtschaft oder Konformität von Punktreihen und Strahlenbüschel, das Wesentliche über Gegen- und Doppelpunkte, über projektive Punktreihen und Involutionen. Die Besprechung der harmonischen Gebilde und der ähnlichen Punktreihen führt zu einer hübschen Anwendung auf Physik, indem die optischen Punktreihen zur Ableitung der beim Hohlspiegel bestehenden Beziehung zwischen Bild-, Brenn- und Gegenstandsweite benutzt werden.

Hieran reiht sich die Betrachtung der Kurven des zweiten Grades und der zweiten Klasse, der Involutionen von Polreihen und Polarenbüscheln, Kegelschnitte, des reciproken Systems, der Kegelschnittschar und unter Hereinbeziehung der Kollineation kommt der Herr Verfasser auf die Perspektive zu sprechen. Eine kurze, aber übersichtliche Behandlung der Flächen II. Ordnung mit einem kurzen Überblick über Raumkurven III. Ordnung beschlieſst die hübsche Arbeit, die in gedrängter Kürze bietet, was für die Schüler als Gerippe eines ausführlicheren Unterrichts als zweckmäſsig erscheint.

Reutlingen, Gymnasium. Progr. Nr. 602. Professor Rud. Diez: *Die Skulptur der Flügeldecken der Gattung Carabus auf Grund der Gesetze des organischen Wachsens.* 1894/95. (70 S. 1 T.)

Professor Eimer hat in seinem Buche „Die Entstehung der Arten" seine Lehre vom organischen Wachsen der Lebewelt entwickelt und die vorliegende Programmabhandlung hat den Zweck, auf Grund zahlreicher Untersuchungen die Richtigkeit des Eimer'schen Gesetzes an der Skulptur der Flügeldecken nachzuweisen. Letztere schmiegt sich wie die Zeichnung der Schmetterlingsflügel dem Verlaufe der Adern an, und so wird das Flügelgeäder der Insekten als Grundlage der Einleitung der Käferarten benutzt. In wirklich schätzenswerter Weise werden in dem II. Teil der Abhandlung die Ergebnisse der Untersuchungen des Herrn Verfassers zusammengestellt, insbesondere dienen die verschiedenen Arten der Laufkäfer zur Aufstellung der Gesetzmäſsigkeit in der Aderung und Streifung der Flügeldecken. Die umfangreiche, mit einer Figurentafel versehene Arbeit zeichnet sich durch eine sehr schätzenswerte Gründlichkeit aus und giebt einen Beweis für die Gewissenhaftigkeit des Herrn Verfassers.

Stuttgart, Eberhard-Ludwigs-Gymnasium. Progr. Nr. 604. Professor Dr. Haas: *Beiträge zur graphischen Darstellung höherer Plankurven.* 1895. 51 S.

Anknüpfend an die geometrische Konstruktion der Cissoide führt der Herr Verfasser die Konstruktion der Neil'schen Parabel, der binomischen Hyperbel, sowie der kubischen Parabel aus, indem er diese Kurven als Schnitt eines involutorischen Strahlenbüschels mit einem dazu perspektivischen Büschel, dessen Mittelpunkt im Unendlichen liegt, darstellt. Desgleichen werden die allgemeinen Kurven III. Ordnung mit Rückkehrpunkten, und die Kurven III. Ordnung mit Doppelpunkten konstruiert: so das Folium des Descartes, das Folium Cartesii und der Tridens samt der Konstruktion der Tangenten an diese Kurven behandelt. Die Betrachtung und Konstruktion der allgemeinen Kurven III. Ordnung mit einem Doppelpunkt und der Kurven III Ordnung mit isolierten Punkten schliefst sich daran an. Des Weiteren finden die einzügigen Kurven, insbesondere die elliptische, parabolische und hyperpolische Serpentine, und zweizügigen Kurven, insbesondere die Serpentine mit elliptischem, parabolisehem oder mit hyperbolischem Oval, eine eingehende geometrische Behandlung. Eignet sich einerseits die Darstellung dieser Kurven zu einer wertvollen Übung im geometrischen Zeichnen, so erscheint auch die analytische Behandlung derselben als eine lohnende, für vorgerücktere Schüler höchst anregende Aufgabe. Eine Anzahl vorzüglich durchgeführter Figuren erhöht den Wert der interessanten Abhandlung.

Ulm, Realgymnasium und Realanstalt. Progr. Nr. 618. Rektor Neuffer: *Die Behandlung der geometrischen Örter im Elementarunterricht der analytischen Geometrie.* 1896. 39 S.

Einleitend verbreitet sich der Herr Verfasser über das Gebiet seiner Abhandlung, über die Wahl der Koordinatenachsen, die Darstellung der geometrischen Elemente des Orts, endlich die Ableitung der Ortsgleichungen selbst. Bezüglich der Wahl der Koordinaten wird die berechtigte Forderung möglichster Einfachheit gestellt; einige Beispiele dienen dazu, den Einflufs der richtigen Wahl zu kennzeichnen. Schiefwinklige Koordinaten werden besonders in denjenigen Fällen anzuwenden sein, wo es sich um gegebene oder zu bestimmende Winkelgröfsen handelt; die Forderung der Ebenmäfsigkeit d. h. die Wahl des Koordinatensystems so, dafs Gebilde, welche in der Aufgabe zugeordnet sind, auch im Achsensystem eine zugeordnete Stellung erhalten, wird von jedem Praktiker begrüfst werden. Der Versuch einer Einführung der einheitlichen Bezeichnung, verdient Anerkennung; gewinnt doch dadurch die an die Aufgabe sich schliefsende Rechnung eine einheitliche Gestalt. Die verlangte Rücksicht auf Vollständigkeit sowie auf Aufstellung der Determination einer Aufgabe kann nur gebilligt werden. Die an den Unterricht der ebenen, analytischen Geometrie gestellten Forderungen werden im V. Abschnitt auch auf den Raum bezüglich der räumlichen Örter ausgedehnt und die angeführten Aufgaben dürften für den Unterricht manchmal willkommen erscheinen. Eine Betrachtung der Raumkurven mit einem Anhang über die Bildung und Gruppierung der Aufgaben über geometrische Örter beschliefst die Arbeit, die von jedem Lehrer der analytischen Geometrie in den oberen Klassen dankbar benützt werden wird.

Heilbronn, Realschule. Progr. Nr. 608. Prof. Baisch: *Eine Erweiterung des Satzes vom Reversionspendel.* 1896. 17 S.

Durch einfache mathematische Erwägung kommt der Herr Verfasser in der Ausdehnung seiner Betrachtung auf das mathematische Pendel mit zwei ungleichen Massen zu dem Schlusse, dafs seine theoretisch entwickelten Sätze auch beim physischen Pendel experimentell nachgewiesen werden können.

Die vier Schlufssätze bilden eine hübsche Zusammenstellung meist bekannter Resultate. Bemerkenswert ist die Aufstellung des Satzes, dafs das Gesetz des Reversionspendels nur der spezielle Fall eines allgemeinen Gesetzes sei, dem zufolge die Lage des Drehpunktes den beiden wirksamen Massen gegenüber gleichgültig erscheine.

Ehingen, Gymnasium. Progr. Nr. 607. Prof. Dr. Bernhard, jetzt Prof. a. d. Kgl. Baugewerkschule Stuttgart: *Über lineare Scharen von Kurven und Flächen.* 1897. 30 S.

Die vorliegende, schöne Arbeit sucht die Ergebnisse bekannter Untersuchungen über Elimination für Fragen aus der Theorie der algebraischen Kurven und Flächen zu verwerten. Im ersten Abschnitte entwickelt der Herr Verfasser eine algebraische Beweisführung des Riemann'schen Theorems von der Erhaltung des Geschlechts einer Kurve bei eindeutiger Transformation; der zweite Teil enthält die Beweise einiger Sätze, welche in „Steiners gesammelten Werken" ohne Beweis aufgeführt sind und zwar werden diese Beweise durch die besondere Beschaffenheit der Resultante mehrerer Korrespondenzgleichungen geliefert.

Im dritten Teil der Arbeit findet man die algebraische Behandlung einiger involutorisch eindeutiger Transformationen in der Ebene und im Raume. Die von Herrn Prof. Dr. Brill früher berührten „zweifach unendlichen Kurvenschaaren", welche der 9. Schnittpunkt eines Netzes von Kurven dritter Ordnung beschreibt, wenn der 8. eine gegebene Kurve durchläuft, werden algebraisch untersucht; ebenso finden die hierzu analogen Flächen, bzw. Kurven, welche der 7. und 8. Schnittpunkt eines Gebüsches von Flächen der 2. Ordnung mit 6 einfachen Basispunkten beschreiben, in der Programmarbeit eine erschöpfende Behandlung. Der vierte Abschnitt ist der Betrachtung von Spezial-Punktgruppen in der Ebene und den singulären Korrespondenzen gewidmet. Die ganze Arbeit verrät hohes, wissenschaftliches Streben und könnte als Muster mathematischer Vertiefung bezeichnet werden.

C. Zeitschriftenschau.

I.

Zeitschrift für Schulgeographie, Bd. 16 und 17.

Zusammengestellt von Dr. M. Richter in Leipzig.

Der Inhalt der beiden vorliegenden Jahrgänge ist wieder sehr mannigfaltig und den Bedürfnissen der Schule und des Unterrichts — dem Namen der Zeitschrift entsprechend — gut angepafst. Sehr viele Aufsätze (nahezu die Hälfte) sind allerdings nicht Originalaufsätze, sondern aus andern Zeitschriften oder aus gröfseren Werken entlehnt. Besonders die Allgemeine Länderkunde von Sievers hat in dieser Hinsicht eine ausgiebige (fünfmalige) Verwendung gefunden. Es läfst sich freilich nicht leugnen, dafs auf diese Art dem Lehrer vieles wertvolle Material zugänglich gemacht wird, das ihm sonst vielleicht entgehen würde. Wir glauben auf die Aufzählung aller Überschriften verzichten zu können, und halten es für erspriefslicher, auf die wichtigeren Arbeiten, sachlich geordnet, hinzuweisen, wobei wir uns in der Hauptsache auf die Originalbeiträge beschränken wollen.

In didaktischer Hinsicht sind bemerkenswert vier Aufsätze von Gorge (Wien) „Über den Geographieunterricht in der ersten bis vierten Klasse der österreichischen Mittelschulen" (XVI, 1; 97; 353; XVII, 199)*).

*) Wir zitieren nach Seiten.

Er bespricht in klarer und anregender Weise die Verteilung und Behandlung des durch die „Instruktionen" vorgeschriebenen Unterrichtsstoffes. Weighardt (Ladenburg) giebt „Einige Betrachtungen über unsere geographischen Schulbücher" (XVII, 193) und „Bemerkungen zu Kirchhoffs Didaktik und Methodik des Geographieunterrichts" (XVII, 278). Er fordert möglichste Einschränkung des Gedächtnisstoffes (Namen und Zahlen) und bekämpft namentlich Kirchhoffs weit über den geistigen Horizont des Knaben hinausgehende Forderungen. Der Herausgeber Seibert bespricht meist zustimmend zehn von Kohlstock (Gotha) aufgestellte Thesen über die „Anforderungen an den Schulatlas" (XVII, 72), und giebt dann (XVII, 257) einen von äufserst klarem praktisch-pädagogischem Blicke zeugenden „Beitrag zur Einführung in das elementare Kartenverständnis". Das Kartenzeichnen behandelt Rittau (Wongrowitz-Posen): Über „Vereinfachung der Anfertigung geradliniger Gradnetze nach dem Kirchhoffschen Verfahren für Unterrichtszwecke" (XVII, 44) und über den „Mafsstab der Kartenskizzen für den geographischen Unterricht" (XVII, 140); Müllner (Graz) bietet lesenswerte „Studien über den Wert der hauptsächlichsten Anschauungsmittel des Geographieunterrichts" (XVII, 129); Schlottmann (Brandenburg) wirft die Frage auf: „Auf welche Weise lassen sich Witterungserscheinungen der Heimat dem erdkundlichen Unterrichte dienstbar machen?" (XVII, 240) und bringt reiches Material zur Beantwortung. Leonhardt (Dessau) behandelt „Zwei Abschnitte aus der mathematischen Geographie" (XVI, 196). Er verlangt klare Unterscheidung der Begriffe geogr. Breite (der Winkel, den der Erdradius des Ortes mit der Äquatorebene bildet), Breitenkreis (der geom. Ort der Punkte gleicher geogr. Breite, zu bestimmen durch eine Ordnungszahl) und Breitengrad (Abstand zwischen zwei aufeinanderfolgenden Breitenkreisen, zu messen durch eine Länge = 111 km); entsprechend für die geogr. Länge. Weiter bespricht er noch u. a. die exakten Definitionen des Horizontes und der Ekliptik. Kirchhoff (Halle) leitet einen von ihm schon früher angegebenen Ausdruck für die Aussichtsweite auf der Erdoberfläche ab. Ist h, in Metern ausgedrückt, die Höhe des Beobachters, so ist (unter Berücksichtigung der terrestrischen Refraktion) der Radius des Aussichtskreises $= 3{,}84\sqrt{h}$ (km), die überschaute Fläche $= 46 \cdot h$ (qkm).

Auf dem Gebiete der physischen Geographie figuriert als *pièce de resistance* Günthers zuerst in unserer Zeitschrift (XXV, 321) erschienener Artikel über die physikalische Geographie als Unterrichtsgegenstand (XVI, 33). Hier kann noch erwähnt werden Früh, über „Dünenbildung" (XVII, 332), auch Gelhorns in vielfacher Hinsicht interessanter Aufsatz über die Mündungen der Weichsel (XVI, 289) könnte an dieser Stelle eingereiht werden.

Egli (Zürich, †) handelt „über die Aussprache der geographischen Fremdnamen mit besonderer Rücksicht auf die Schule" (XVII, 1). Derselbe möchte (XVII, 65) die slavischen Gelehrten zu Untersuchungen über die Bedeutung und die Herkunft der slavischen Ortsnamen anregen. Hierher gehört noch Oppermanns „Präparation für Australien in Rücksicht auf die geographische Namenkunde", eine Probe aus einem gröfseren „geographischen Namenbuche" desselben Verfassers (XVII, 81).

Von besonderem Interesse ist der (den Mitteilungen des deutschen und österreichischen Alpenvereins entnommene) Bericht über die Herstellung des kürzlich vollendeten und zu einer hervorragenden Sehenswürdigkeit gewordenen grofsen Reliefs des Herzogtums Salzburg (im Mafsstabe 1 : 48000, ohne Überhöhung), (XVI, 325) ferner über die beiden in Linz von dortigen Lehrern in jahrelanger Arbeit hergestellten Reliefs von Oberösterreich und von der Umgebung der Stadt Linz (XVI, 267 und XVII, 291). Dies führt uns auf die spezielle Landeskunde, der eine grofse Reihe von Aufsätzen, in Gestalt von Landschaftsschilderungen, Reiseberichten u. dgl. gewidmet ist; hervorgehoben sei davon nur der

mit einigen schönen Lichtdrucken geschmückte Artikel des Herausgebers über Simonys Dachsteinwerk (XVII, 321). Dafs Verkehr, Handel und Industrie aller Länder in zahlreichen kleineren und gröfseren Mitteilungen (namentlich in statistischer Hinsicht) die gebührende Berücksichtigung erfahren haben, sei hier nur konstatiert, ohne auf Einzelheiten einzugehen. An Versammlungsberichten endlich sind zu erwähnen der Bericht über den 11. deutschen Geographentag im April 1895 zu Bremen (XVI, 225 und 257), über den 6. internationalen Geographenkongrefs in London im Juli 1895 (XVII, 33) und über die deutsche Lehrerversammlung Pfingsten 1896 in Hamburg (XVII, 289).

Zum Schlusse sei noch der nicht speziell auf Geographie sich beziehende Aufsatz von Richter (Gratz) „über die Vorbildung für das Lehramt an der Mittelschule" (im Anschlufs an eine von Adamek darüber erschienene Schrift) hervorgehoben (XVI, 193). Die Hauptaufgabe der Universität soll nach wie vor die wissenschaftliche Fachausbildung des Kandidaten bleiben. Wir glauben mit Recht. „Nichts macht," so schreibt er, „so milde und bescheiden in den Anforderungen an die Schüler, und nichts gewährt eine solche Freiheit im Unterrichte, als wenn man in den Dingen ganz zu Hause ist. Meiner Erfahrung nach sind die gefährlichsten Schultyrannen und „Überbürder" immer diejenigen, deren Kenntnisse am wenigsten weit über das Lehrbuch hinausreichen." Die Universität soll gut vorgebildete, aber sie kann niemals praktisch ausgebildete Lehrer liefern. Die praktische Ausbildung durch das Probejahr wird als unzureichend anerkannt, es wird dafür in jeder Universitätsstadt eine besondere Seminarmittelschule, eine Art Mustergymnasium mit beschränkter Schülerzahl, besonders befähigten Lehrern und vortrefflicher Lehrmittelausstattung gefordert, dem die Kandidaten zu ihrer theoretisch- und praktisch-pädagogischen Ausbildung zuzuweisen sind.

II.

Nachtrag zu S. 452—453 betr. d. Ztschr. „Umschau" (vergl. unsere Anm. auf S. 452.)*)

Heft 9 enthält einen schulmathem.-geschichtlichen Artikel „Melanchthon als Mathematiker" von Schenkling-Prévôt, über den wir uns später einmal aussprechen möchten. Der Inhalt der übrigen Hefte (3—8) ist so aufserordentlich mannigfach, dafs es schwer ist, ein Gebiet zu bezeichnen, welchem die Ztschr. vorzugsweise dient. Am meisten sind die Naturwissenschaften und was mit ihnen zusammen-, bzw. von ihnen abhängt, berücksichtigt, als da z. B. Geographie, Medizin und Kriegskunde. Die Zeitschrift scheint eben berechnet zu sein auf ein sehr gemischtes Laienpublikum. H.

D. Bibliographie.

August 1897.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Treub, Prof. Dr., Universität u. Vaterland. Eine Wehrschrift. (48 S.) Amsterdam, Scheltema. 1,00.

Herbart u. die Herbartianer. Ein Beitrag zur Geschichte der Philosophie u. der Pädagogik. (154 S.) Langensalza, Beyer. 3,00.

Möller, Dr., Was lasse ich meinen Jungen werden? Praktischer Ratgeber. 8. Aufl. Berlin, Cassirer u. Danziger. 1,00.

Bauer, Die Gesundheitspflege in der Schule. 2. Aufl. (83 S.) Langensalza, Beyer. 0,80.

*) Heft 2 fehlt immer noch.

Mathematik

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Böger, Die Geometrie der Lage in der Schule. (47 S.) Hamburg, Herold. 2,50.

Pölzl, Prof., Elemente der darstellenden Geometrie, zum Schulgebrauch zusammengestellt. I. Tl. Geradlinige ebene Gebilde. (60 S.) München, Ackermann. 1,20.

2. Arithmetik.

Grafsmann, Oberl. a. D., 970 Aufg. zu den Gleichungen 1. Grades mit 1 u. mehreren Unbekannten. (24 S.) Stettin, Grafsmann. 0,10.

— Auflösungen zu vorigem. (30 S.) 0,40.

Hartenstein, Dr., 5stellige logarithm. u. trigonom. Tafeln für den Schulgebrauch. (128 S.) Lpz., Teubner. 1,40.

B. Angewandte Mathematik.

Astronomie. Geodäsie. Mechanik.

Bussler, Gymn.-Prof., Die Elemente der mathematischen u. astronomischen Geographie. Für die Prima bearb. (71 S.) Dresden, Ehlermann. Geb. 1,50.

Physik.

Hanssen, Ingen., Reform physikalischer und chemischer Berechnungen. (71 S.) München, Langen. 6,00.

Rühlmann, Prof. Dr., Grundzüge der Wechselstrom-Technik. (359 S.) Lpz., Leiner. 11,50.

Januschke, Oberrealschuldir., Das Prinzip der Erhaltung der Energie u. s. Anwendung in der Naturlehre. Ein Hilfsbuch für den höheren Unterricht. (455 S.) Lpz., Teubner. Geb. 12,00.

Klein u. Sommerfeld, Über die Theorie des Kreisels. I. (196 S.) Ebda. 5,60.

Nippoldt, Dr., Die Entstehung der Gewitter u. die Prinzipien des Zweckes u. Baues der Blitzableiter m. einem Anhang üb. die Methode der Blitzableiterprüfungen. (80 S.) Frankfurt a. M., Knauer. 2,00.

Riecke, E., Die Prinzipien der Physik u. der Kreis ihrer Anwendung. Festrede. (40 S.) Göttingen, Vandenhoek. 0,80.

Chemie.

Autenrieth, Privatdoz. Dr., Qualitative chemische Analyse. (133 S.) Freiburg, Mohr. 3,00.

Thilo, Dr., Einführung in die Grundlehren der Chemie. (230 S.) Langensalza, Beyer. 2,50.

Visbeck, Calciumcarbid u. Acetylen. (31 S.) Halle, Peter. 0,60.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Raschke, Oberl. Dr., Tafel einheimischer Schmetterlinge. 48 × 75 cm. Annaberg, Graser. 2,50.

Flügel, Das Seelenleben der Tiere. (176 S.) Langensalza, Beyer. 2,40.

2. Botanik.

Dennert, Dr., Hilfsbuch für botanische Exkursionen. Ein Verz. der wichtigsten deutschen Pflanzen. (41 S.) Godesberg, Schlosser. 1,00.

Migula, Prof. Dr., System der Bakterien. Handbuch der Morphologie, Entwicklungsgeschichte u. Systematik der Bakterien. 1. Bd. Allg. Teil. (368 S.) Jena, Fischer. 12,00.

Geographie.

Harms, H., Erdkunde in entwickelnder, anschaulicher Darstellung. I. Vaterländische Erdkunde. (330 S. m. 76 Abb. u. 4 Kärtchen.) Braunschweig, Wollermann. 4,00.

v. Brandt, Ostasiatische Fragen: China, Japan, Korea. (359 S.) Berlin, Paetel. 7,00.

Schmidt, E., Ceylon. (323 S. m. 39 Bild. u. 1 Karte.) Berlin, Schall u. Grund. 5,00.

Martin, Mus. Assist., Sibirica. Beitrag zur Kenntnis der Vorgeschichte u. Kultur sibirischer Völker. Stockholm, Chelius. 60,00.

Meyer, Dr. Wilh., Der Kampf um den Nordpol. (46 S.) Berlin, Paetel. 1,20.

Hackmann, Neue Schulgeographie. Unter Berücks. der dialogischen Unterrichtsform verf. 5. Heft. Astron. Geogr. (114 S.) Düsseldorf, Schwann. 1,20.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Meyn, Ing., Die absoluten mechanischen, kalorischen, magnetischen, elektrodynamischen u. Licht- Maſseinheiten in gedrängter Kürze bearb. (44 S.) Braunschweig, Vieweg. 1,00.

Hartner, weil. Prof., Handbuch der niederen Geodäsie. 8. Aufl. v. Reg. R. Prof. Wastler. (288 S.) Wien, Seidel. 16,00.

Schülke, Dr., Vierstellige Logarithmentafeln, nebst mathem., physik. u. astron. Tabellen. Für den Schulgebrauch zusammengestellt. 2. Aufl. (18. S.) Lpz., Teubner. 0,60.

2. Naturwissenschaften.

Selenka, E., Zoologisches Taschenbuch. 4. Aufl. 1. Wirbellose. (100 S. mit ca. 500 Abb.) — 2. Wirbeltiere. (114 S. mit über 300 Abb.) Lpz., Georgi. 5,00.

Weiler, Prof., Die Dynamomaschine. Physikalische Prinzipien, Arten, Teile, Wechselwirkung der Teile. 3. Aufl. (199 S.) 4,00.

Richter, v., Chemie der Kohlenstoffverbindungen oder organische Chemie. 8. Aufl. neubearb. v. Prof. Dr. Anschütz. 1. Bd. Fettkörper. (658 S.) Bonn, Cohen. 12,00.

Weisbach, Oberbergrat Prof. Dr., *Synopsis mineralogica*. Systematische Übersicht des Mineralreichs. 3. Aufl. (97 S.) Freiberg, Engelhardt. 2,40.

Correus, Realgymn.-Dir. a. D., Der Mensch. Leitfaden der Anthropologie. 2. Aufl. (100 S.) Lpz., Öhmigke. 0,50.

Anleitung zur Messung u. Aufzeichnung der Niederschläge. Herausg. v. kgl. meteorol. Institut. (12 S.) Berlin, Asher. 0,60.

Platners Probierkunst mit dem Löthrohre. Eine vollst. Anleitung zu qualit. u. quantit. Löthrohruntersuchungen. 6. Aufl. v. Prof. Dr. Kolbeck. (488 S.) Lpz., Barth. 10,00.

Lensch, Oberl. Prof. Dr., Der Bau d. menschl. Körpers, mit Rücksicht auf die Gesundheitspflege dargest. als Leitfaden für den Unterr. 2. Aufl. (84 S.) Berlin, Wiegandt u. Grieben. 1,25.

3. Geographie.

Harms, H., Fünf Thesen zur Reform des geographischen Unterrichts. Vortrag. 2. Aufl. (30. S.) Braunschweig, Wollermann. 0,50.

Umlauft, Prof. Dr., Die österr.-ungar. Monarchie. Geogr.-statistisches Handbuch für Leser aller Stände. 3. Aufl. (1192 S. m. 176 Abb. u. 15 Kart.) Wien, Hartleben. 12,50.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Schulgesetzgebung und Schulstatistik, Auszüge und Abdrücke aus Zeitschriften u. drgl.)

Bericht über den Verlauf der sechsten Hauptversammlung des Vereins zur Förderung des Unterrichts in der Mathematik und den Naturwissenschaften in Danzig während der Tage vom 7.—10. Juni 1897.

Von Oberlehrer Dr. Lakowitz-Danzig.

III. (Schlufs.)*)

Den ersten Vortrag in der zweiten von Herrn Prof. Pietzker-Nordhausen geleiteten Hauptsitzung am Mittwoch hielt Herr Oberlehrer Dr. Dobriner-Frankfurt a/M. über die Lehre von der Flächenvergleichung und der Ähnlichkeit im Schulunterricht: Wer aufmerksam unsere elementaren Lehrbücher der Planimetrie durchgeht, dem wird die eigentümliche Stellung auffallen, welche die Flächenlehre in unserer Schulmathematik einnimmt. Von Flächen ist nur die Rede, wenn es sich speciell um Eigenschaften wiederum von Flächen handelt. Als Mittel zur Ableitung allgemeiner geometrischer Wahrheiten findet die Flächenvergleichung kaum noch Anwendung. Unser System liefse sich lückenlos aufbauen, wenn man alle auf Flächen bezüglichen Sätze eliminierte. Dem Umstande, dafs die Flächenberechnung praktisch von grofser Bedeutung ist, mufste man freilich Rechnung tragen; aber das konnte innerhalb irgend eines beliebigen Klassenpensums geschehen. Die Wichtigkeit der Flächenlehre kann nicht als Grund dafür angeführt werden, dafs sie gerade zwischen Kreis- und Ähnlichkeitslehre gestellt werden müsse.

Die befremdliche Thatsache, dafs man die Flächenlehre recht künstlich in III B resp. III A eingeschaltet und so gewissermafsen ohne Grund kommen und gehen sieht, verrät jedenfalls, dafs die Schulgeometrie nach Beendigung der Kreislehre zunächst den glatten gleichmäfsigen Aufstieg vermissen läfst, der die übrigen methodisch besser durchgearbeiteten Teile vor und nach dieser Unstetigkeitsstelle auszeichnet.

Es hat in unseren Lehrbüchern den Anschein, als ob die Einführung der Flächengröfse einen mifsglückten Versuch darstelle, das System weiter zu bilden, nachdem der Stoff, soweit die beiden Quantitäten Strecke und Winkel in Betracht kommen, erschöpft ist. Der Versuch mifsglückt, weil man nur eine kleine Anzahl von Sätzen findet, die ein in sich abgeschlossenes Gebiet abstecken, von dessen Grenzen keine Übergänge nach aufsen führen. Es verdient hevorgehoben zu werden, dafs man über den gar zu geringen Umfang des neu erworbenen Gebiets hinweg zu täuschen sucht, indem man eine Reihe von Verwandlungs- und Teilungsaufgaben ostentativ als

---

*) Man sehe Teil I in Heft 5, S. 385 ff., Teil II in Heft 6, S. 456 ff. D. Red.

zu ihm gehörig anführt. Dies vergessen auch diejenigen Lehrbücher nicht, die sonst Übungsaufgaben principiell aus ihrem Texte verbannen. Zieht man Euklids Elemente zum Vergleich heran, so zeigt sich, dafs bei Euklid die beiden Quantitäten Fläche und irrationales Verhältnis noch um Gleichberechtigung ringen; bei uns hat das letztere entschieden die Oberhand gewonnen. — Es fragt sich nun, ob die Irrationalzahl nur durch das Aufblühen der Analysis an die erste Stelle gelangt ist, oder ob man aus inneren Gründen die eine Gröfse vor der anderen bevorzugt hat.

Dafs ganze Gebiete der Geometrie von jedem Gröfsenbegriff überhaupt unabhängig sind, das hat uns die Geometrie der Lage gelehrt; dafs anderseits die rechnende, analytische Geometrie, den Zahlbegriff in seiner ganzen Ausdehnung zur Verfügung haben mufs, ist selbstverständlich. Fraglich ist es nur, ob auch für die reine Geometrie des Mafses der Begriff der Irrationalzahl unentbehrlich ist; rein nennt Vortragender die Geometrie, solange sie nur über Gleichheit und Ungleichheit dieser Quantitäten Aufschlufs verlangt, aber auf die zahlenmäfsige Auswertung der Gröfsenverhältnisse verzichtet.

Vortragender hat sich lange mit diesen Fragen beschäftigt und über seine Bemühungen in der mathematischen Sektion des freien deutschen Hochstifts berichtet. Sie führten ihn zu der Erkenntnis, dafs die Begriffe der Flächengröfse und der irrationalen Zahl für die Geometrie in gewissem Sinne äquivalent sind und zwar insofern als die alleinige Benutzung sowohl der einen wie der anderen Quantität zu einer konsequenten widerspruchsfreien Entwickelung des Systems ausreichend ist.

Für die Schulgeometrie war die Aussicht, überall die anschauliche Flächengröfse setzen zu dürfen, wo sonst irrationale Verhältnisse nicht zu übergehen waren, sehr verlockend; man durfte aber nicht übersehen, dafs die konseqnente Einhaltung der rein geometrischen Betrachtungsweise unmöglich ist, da das praktische Leben gebieterisch eine ausgiebige Hervorhebung der rechnerischen Seite verlangt. Jedenfalls bestärkte die neugewonnene Erkenntnis den Vortragenden in der Überzeugung, dafs der Unterricht nur gewinnen könne, wenn die Bevorzugung der Proportionen auf Kosten der Flächenvergleichung aufhörte. Vortragender bemühte sich deshalb überall, wo es ging, die Sätze auf die dem Schüler vertraute Weise anschaulich zu beweisen und dann an der Hand der geometrisch gewonnenen Wahrheiten die neuen Zahlbeziehungen zu erläutern und dem Schüler geläufig zu machen. Dies schien ein Vorteil zu sein gegenüber der üblichen Methode, die mit dem Zahlenwert der Streckenverhältnisse beginnen mufs, um zu den rein geometrischen Ergebnissen zu gelangen.

Auf diese Weise ergab sich während des Unterrichts allmählich eine Umgestaltung des Obertertianerpensums der Realschule, die der Vortragende nunmehr der Versammlung in ihren Hauptzügen vortrug.

Zur näheren Erläuterung des oben Gesagten wäre eine wenn auch gekürzte Wiedergabe dieser speciellen Besprechungen wünschenswert. Die Raumbeschränkung dieses Berichtes verbietet dies leider. Es sei aber darauf hingewiesen, dafs in Kürze der Vortragende in einem neuen Leitfaden der Schulgeometrie die von ihm beabsichtigte eingreifende Umgestaltung des geometrischen Schulunterrichtes zur Darstellung bringen wird.

Wegen der Fülle des noch ausstehenden Vortragstoffes wurde eine Diskussion über diesen Vortrag, welchem die Versammlung mit grofsem Interesse gefolgt war, wie auch über die folgenden nicht eröffnet.

Hierauf sprach Herr Prof. Dr. Schwalbe-Berlin über die physikalische Nomenklatur.

Die Nomenklaturfrage hat früher sowohl in der Wissenschaft als auch bei der Berechtigungsfrage eine bedeutend gröfsere Rolle gespielt als dies heutzutage der Fall ist, wo man überall die Sachkenntnis und nicht die

Wortkenntnis als Hauptsache betrachtet. Der Grund dafür liegt einmal in dem Rückgang des philologischen Wissens bei der Vorbildung und der abnehmenden Wertschätzung desselben, dann aber vorzüglich in der Notwendigkeit sich stets neuen Wissensstoff aneignen zu müssen, wofür anderes von minderer Wichtigkeit schwinden mufs. Bei der Frage der Zulassung der Realabiturienten zum medizinischen Studium war, abgesehen von dem Standesinteresse, geltend gemacht, dafs die Unkenntnis der griechischen Sprache ein sachlicher Hinderungsgrund gegen die Zulassung sei. Hiergegen wurde gezeigt, dafs die medizinischen Ausdrücke dem Studierenden nur durch die Sachkenntnis auch sprachlich zugänglich werden, dafs nur eine geringe Summe griechischer Sprachkenntnis für das Verständnis der Nomenklatur erforderlich ist (Schwalbe, griechisches Elementarbuch, bei Reimer-Berlin) und dafs ohne besondere Hinleitung selbst in späteren Jahren die Mediziner die Ausdrücke nicht verstehen können, wofür eine gröfsere Anzahl von Beispielen sich vorbringen läfst.

Dies führte zum Studium der Nomenklaturfrage überhaupt namentlich auch in Beziehung zum Unterricht und zu den in der Schule gelehrten Wissenschaften. Die Nomenklaturen in der Chemie, Mineralogie, Zoologie und Botanik haben wissenschaftlich ausführliche Bearbeitung gefunden, und noch heute ist man in wissenschaftlichen Kreisen bei der grofsen Mannigfaltigkeit, Willkürlichkeit und Verworrenheit, die vielfach in den Nomenklaturen herrscht, nicht in der Lage durch internationale Verhandlung und Übereinkunft gewisse Regeln aufzustellen (Anatomie, Geologie, Paläontologie, Chemie). Die physikalische Nomenklatur ist dadurch so mannigfaltig geworden, weil bei ihr von einer systematischen Grundlage überhaupt nicht die Rede sein kann, sie aufserdem durch den innigen Zusammenhang der Physik mit anderen Wissenschaften Chemie, Geologie, Astronomie, Mathematik, Geographie u. s. w. auch die Kenntnis dieser Nomenklaturen mit berücksichtigen mufs.

Die Prinzipien, nach denen die Bezeichnungen gebildet sind, sind im wesentlichen dieselben wie in den übrigen Wissenschaften, wo zunächst überall das Grundprinzip der individuellen Namengebung stets anerkannt worden ist, d. h. man hat fast immer das Recht des Entdeckers, des Erfinders geachtet, der einen Namen seiner Entdeckung oder Erfindung gab; dieser Name ist geblieben. So ist denn von vornherein zu übersehen, dafs die Nomenklatur, da der Einzelne von ganz beliebigen Grundsätzen bei der Namengebung ausging, äufserst mannigfach und willkürlich zusammengesetzt sein mufs. Für die Physik ist die Schwierigkeit noch gröfser dadurch, dafs hier der Stoff nur wenig Anhalt für die Namengebung geboten hat, und Apparate, Gesetze, Theorien, Erscheinungen, Veränderungen nicht stofflicher Art bezeichnet werden mufsten. Im allgemeinen sind die folgenden Prinzipien zur Geltung gekommen: Namen, die von altersher gegeben waren oder in jeder Sprache originell gebildet wurden, sind beibehalten worden (Magnet, Eisen, Blei, Gold) (Urnamen), ebenso auch manche Trivialnamen (elektrisches Ei. Puppentanz) und Namen, die der Mythe entlehnt sind (Tantalusbecher, Sirene). Besonders oft wird in der Physik die Personenbezeichnung als Name gewählt bei Gesetzen, Apparaten, bei vielen Erscheinungen u. s. w. (archimedisches Prinzip, Webers Gestell, Peltiersches Phänomen). Tausende von Beispielen lassen sich hierfür den Arbeiten über Physik entnehmen, wobei nicht nur die Lehrbücher, sondern auch die Originalarbeiten als Grundlage dienen müfsten. Oft sind die Namen der Personen ungeändert oder mit anderen Worten zusammengesetzt (Farad, Daguerrotypie), sodafs es schwer sein kann, den ursprünglichen Namen zu finden (Nonius, Nuñez). Naturgemäfs haben die Eigenschaften eines Apparats, sowie der Zweck, das Charakteristische einer Erscheinung den Ausgangspunkt für die Nomenklatur abgegeben (chrematisches Prinzip, Resonator, Evaporator, Scintillation), denen sich die Namen, welche auf eine Ähnlichkeit hinweisen, anschliefsen

(Krystalloid, Solenoid). Historische und geographische Momente haben ebenfalls zur Namengebung beigetragen, die erstern meist durch Namen von Persönlichkeiten (Heronsball), die letzteren bei bestimmten Körpern oder Apparaten (französischer Heber, deutsche, französische Hähne; die Bezeichnungen der Meteoriten Hefslëit u. s. w.).

Bei der Weiterentwicklung der Wissenschaft bilden sich noch fortwährend neue Namen, Tesla-Licht und Röntgenstrahlen, Argon und Carborund, Erg und Dyn, Nickelin und Manganin mögen als Beispiele dienen.

Bei allen diesen beliebigen Prinzipien ist aber stets der internationale Standpunkt festgehalten, man hat möglichst die Namen, wo es wie für Apparate, Personennamen, Namen der Geographie leicht war, in alle Sprachen hinüber genommen.

So sind denn auch die Sprachen, die das Material für die physikalische Nomenklatur geliefert haben, sehr verschiedenartig. Zunächst die orientalischen Sprachen, namentlich das Arabische (Almucantar, Nadir, Azimuth u. s. w.), und man kann dieser Gruppe von Worten diejenigen anschliefsen, deren Ursprung überhaupt unbekannt ist, Theodolit, Sinus. Die neueren Sprachen haben fast sämtlich ihren Beitrag geliefert, freilich nur in wenig ausgedehnter Weise (Relais, Steppe), bei andern Zweigen der Terminologie, in Sport, Musik, Schiffahrt, Handel tritt dies viel mehr hervor. Die meisten Worte (abgesehen von den Personalbezeichnungen) sind, was sich aus dem Entwickelungsgange der Kulturvölker erklärt, dem Lateinischen und Griechischen entnommen; die Gesetze grammatischer Wortbildung sind dabei nur wenig berücksichtigt worden, Zwischen- und Endsilben sind oft beliebig gewählt. Beispiele dafür liefert jede physikalische Schrift, die Ableitung dieser Worte ist dadurch so vereinfacht, dafs eine grofse Menge Vor- und Endsilben vorhanden ist mit bestimmter Sachbedeutung, die sich dann in sehr vielen Fällen wiederholen, z. B. iso: -klin, -gon, -trop u. s. w., meter: Kilo-, Poro-, Densi-, Gonio-meter, phon: Mikro-, Mega-, Xylo-, Kaleido-phon, tēle: Telegraph, -meter, -gramm, skop: Anortho-, Phosphoro-, Mikro-, Tele-, Pio-, Hypno-, Kaleido-, Strobo-, Tachy-, Elektro-, Galvano-, Baro-, Thermo-, Anaglypto-, Poro-, Koni-, Plagio-, Rheo-, Stetho-, Ophthalmo-, Klydo-, Anthirrheo-, Horo-, u. s. w. skop, ähnlich Rheo-meter u. s. w., -graph u. s. w. Die Erleichterung, die diese Worte in der Nomenklatur bieten, tritt noch mehr hervor, wenn man bedenkt, dafs sie sich beliebig umformen (Telegraph-ie, -ist, -ieren, -isch) oder zusammensetzen lassen (Telegraphenapparat, -galvanometer u. s. w.).

Diese Bezeichnungen verdeutschen zu wollen, liegt nicht im Interesse der Wissenschaft; z. t. müfsten ganz neue Worte geschaffen werden, z. t. sich Worte finden, die nur eine unrichtige Vorstellung geben können (Thermometer, Wärmemesser, richtiger: Temperaturmesser), man soll die Verdeutschung auf den Gebieten des gewöhnlichen Lebens fordern, (Post-Amtssprache, Kirchensprache, Spielausdrücke, kaufmännische Ausdrücke), aber auch dort mit Vorsicht verfahren.

Will man eine Nomenklatur der Physik zusammenstellen, so kann man demnach zunächst an eine sachliche Einteilung denken:

I. Benennung der Gesetze, Theorien, Hypothesen.
II. Benennung der Erscheinungen, Beobachtungen.
III. Benennung der Apparate und Vorrichtungen.
IV. Benennung der Methoden und Experimente.
V. Benennung der Mafse und Constanten.
VI. Benennung der Stoffe.
VII. Buchstabenbezeichnungen.
VIII. Bezeichnungen aus verwandten Wissenschaften.

Übersichtlicher ist aber die sprachliche Anordnung zunächst in alphabetischer Folge; hier macht die Physik besondere Schwierigkeit, sodafs es

oft sehr schwer ist, das richtige Stichwort, unter welches die betreffende Untersuchung zu bringen ist, zu finden. Für die Schule empfiehlt es sich, die Namen nach den bestimmten Gruppen, die auf bestimmte Silben oder Silbengruppen mit sachlicher Bedeutung (cf. oben, ferner graph, graphie, -log, -logie, -therm, endo-, exo-, eurytherm u. s. w.) hinweisen, zusammenzustellen.

Es wird dann auch nicht schwer, die Nomenklatur beim Unterricht zu berücksichtigen. Das Griechische kann in der Schreibstunde eingeprägt und dadurch geübt werden, dafs bekannte griechische Worte aus der Mythologie, aus der Geschichte und Geographie, aus dem gewöhnlichen Leben (*ἀποθηκη*, *βιβλιοθηκη*, *βιβλιον* u. s. w.) als Beispiele dienen. Man kann dann in Untersekunda bei einem Überblick über die bis dahin bekannt gewordenen Naturwissenschaften kurz die verschiedenen Benennungsweisen darstellen, die Schüler zur Selbstthätigkeit veranlassen und gelegentlich ihnen im Anschlufs an Apparate, Gesetze u. s. w. Gruppen von Benennungen geben. Wenn diese Anknüpfungen bis Oberprima durchgeführt werden, und man an die auf der Anstalt gelehrten Sprachen anknüpft, wird das Interesse geweckt und so viel Wissen in dieser Richtung vermittelt werden, wie für das Studium an den Hochschulen erforderlich ist. Solche Fragen weiter zu verfolgen und auszubauen und andere aus dem Kreise der jetzigen Entwickelung des naturwissenschaftlichen und mathematischen Unterrichts zur Besprechung und zum gegenseitigen Meinungsaustausch heranzuziehen, ist eine Hauptaufgabe des deutschen Vereins zur Förderung des Unterrichts in der Mathematik und in den Naturwissenschaften.

Diesen von der Versammlung mit Beifall aufgenommenen Ausführungen folgte ein Vortrag des Herrn Oberlehrers von Bockelmann-Danzig: über das Thema, wie ist im erdkundlichen und naturwissenschaftlichen Unterricht ein lebhaftes Interesse der Jugend für die Beziehungen Deutschlands zum Auslande und für das Deutschtum daselbst zu erwecken?

Vortragender führte in Anknüpfung an einen Aufsatz Wilhelm Webers „Die Zukunft des Deutschtums in Süd-Amerika" (Preufsische Jahrbücher, Juniheft) aus, dafs eine besondere Rücksichtnahme in der Schule auf die Beziehungen Deutschlands zum Ausland und das Deutschtum daselbst notwendig sei. Der Geschichte fällt in dieser Hinsicht die Hauptaufgabe zu, doch neben ihr kann auch etwas im naturgeschichtlichen, viel mehr im geographischen Unterricht dafür geschehen. Betont mufs in der Geographie immer wieder und wieder werden, dafs Österreich, die Niederlande, die Schweiz kaum Ausland sind. Es ist mit Energie auf die weite Verbreitung der Deutschen über die Erde und auf die geachtete Stellung hinzuweisen, die sie überall einnehmen. Auf die Gröfse des deutschen Welthandels und auf sein erfreuliches Anwachsen mufs unter Angabe statistischer Zahlen wiederholt aufmerksam gemacht werden. Bei der Behandlung Englands ist eingehend der unendliche Nutzen zu berücksichtigen, den diesem Lande seine Kolonieen bringen; unter Hinweis darauf, dafs Deutschland von den europäischen Staaten die meisten Einwanderer stellt, ist ein Vergleich zwischen dem englischen und dem deutschen Koloniebesitz zu ziehen. Deutschen Reisenden sind in allen Weltteilen epochemachende Entdeckungen gelungen, Deutschland hat Anspruch darauf, dafs dasjenige, was deutscher Mut und deutscher Geist erforscht hat, auch dem Deutschtum wenigstens teilweise direkt zu gute komme. Es ist auf die Bildung der Riesenreiche Rufsland (Theorie vom sich selbst genügenden Staat) und England hinzuweisen und zu betonen, dafs die Welt noch nicht verteilt ist. Die schönen grofsen Specialkarten von unseren Kolonieen und die bereits vorhandenen Sammlungen deutscher Kolonialerzeugnisse lassen sich vorzüglich verwerten, um das Interesse der Schüler für die Gröfse Deutschlands zu erregen. Auf Gustav Freitags „Bilder aus der deutschen Vergangenheit" ist auch im geographischen Unterricht Rücksicht

zu nehmen; besonders das Bild „An Bord der deutschen Hansa“ liefert überaus viel Material zur Belebung auch des geographischen Unterrichts. Die Überfüllung der gelehrten Berufe läfst es wünschenswert erscheinen, dafs die Jugend früh darauf gewiesen wird, wie dem tüchtigen, praktisch gebildeten Deutschen auch aufserhalb des Vaterlandes Wege genug offen stehen, auf denen er als Pionier des Deutschtums und als starke Stütze unserer Nationalität einen wichtigen und ihn hochbefriedigenden Posten einnehmen kann. (Beifall.)

In dem nunmehr folgenden geschäftlichen Teile der Sitzung erstattete Herr Prof. Pietzker in Vertretung des Schatzmeisters den Kassenbericht, aus welchem hervorgehoben sei, dafs die Mitgliederzahl von 348 bei Beginn des Jahres 1896 auf 527 zu Anfang 1897 gestiegen ist. Nach der Berichterstattung der Kassenrevisionskommission und nach der Wiederwahl der ausscheidenden Vorstandsmitglieder Direktor Dr. Hamdorff (Vorsitzender), Oberlehrer Presler-Hannover (Kassenführer) und Direktor Dr. Schotten-Halle, ergreift Herr Direktor Dr. Schwalbe-Berlin das Wort zur Begründung seiner den Mitgliedern schon früher durch das Vereinsorgan schriftlich mitgeteilten Anträge folgenden Wortlautes*) 1) Die Versammlung richtet an die Abteilung XIX der Naturforscherversammlung (für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht) das Ersuchen, Sorge zu tragen, dafs auch nach 1898 die Abteilung bestehen bleibt. 2) Die Versammlung hält die Aufrechterhaltung der Verbindung mit den Hochschulen und den Fachkreisen im Interesse der Förderung des realistischen Unterrichts für notwendig. 3) Ein von der Versammlung zu wählendes (womöglich an dem jeweiligen Orte der Naturforscherversammlung wohnhaftes) Vereinsmitglied wird delegiert, um den Sitzungen der Abteilung XIX der Naturforscherversammlung beizuwohnen und über diese Versammlung überhaupt in den Unterrichtsblättern zu berichten. Diese Anträge wurden zum einstimmig angenommenen Beschlufs der Danziger Versammlung erhoben und der Vorstand mit der Ausführung betraut. Als Ort der nächstjährigen Versammlung wurde auf Vorschlag des Herrn Schotten Leipzig gewählt. Mit dem Ausdrucke lebhaften Dankes an alle, welche zum Gelingen der diesjährigen Tagung des Vereines beigetragen haben, schlofs der Vorsitzende die zweite und letzte allgemeine Sitzung. —

In der um 1 Uhr anschliefsenden Sitzung der Fachabteilung für Naturbeschreibung unter Vorsitz des Herrn Prof. Momber-Danzig gedachte der erste Vortragende, Herr Prof. Dr. Bail-Danzig, zunächst der Freudigkeit und Geschicklichkeit, welche auch seine Zöglinge aufser in der Herstellung physikalischer und chemischer Apparate, bei Anfertigung vorzüglicher Krystallmodelle und botanischer Demonstrationsmittel bekunden. Prof. Bail bedient sich zur Demonstration im Unterricht geprefster Pflanzenpräparate, sowie kleinerer Abbildungen besonderer nach seinen Angaben gefertigter Rahmen mit Glasschutz, ähnlich den Bilderrahmen, nur dafs die Rückwand sich zurückklappen läfst.

In einem solchen Rahmen zeigte Redner ein prächtiges buntes Bild der mannigfaltigen während seiner langjährigen Studien als Opfer von Pilzkrankheiten von ihm erwiesenen Insekten. Die hierauf bezüglichen Untersuchungen haben die Naturforschende Gesellschaft zu Danzig zu der bis zum letzten Dezember 1898 zu lösenden Preisaufgabe über Mittel zur künstlichen Erzeugung solcher Pilzepidemieen veranlafst.**) Aufser den Abbildungen wurden auch in einem Glaskasten zahlreiche Opfer der Pilzepidemieen gezeigt: Die schönsten der in Rede stehenden Pilze sind

*) Diese Angelegenheit ist ebenso und bereits früher auch von uns behandelt worden in unserm Artikel „Sollen die Sektionen etc.“ Man sehe Heft 4 S. 241 ff. D. Red.

**) Siehe Schriften der Naturforschenden Gesellsch. Danzig 1894 S. 167.

die orangefarbenen Keulen der *Cordyceps militaris*. In dieselbe Pilzgattung *Cordyceps* gehört bekanntlich auch der Mutterkornpilz, zu dessen Erziehung Schüler leicht angeregt werden können. Zwei andere in Gläsern herumgegebene *Cordyceps*-Arten (*C. ophioglossoides* und *C. capitata*), welche auf der Hirschtrüffel schmarotzen, führen den Vortragenden zur Erwähnung der mit Schülern ausgeführten Excursionen auf unterirdische Pilze.

Übergehend auf das für den Unterricht, wie in praktischer Beziehung aufserordentlich wichtige Kapitel der durch Pilze erzeugten Pilzkrankheiten bespricht Vortragender die so häufigen durch Pilze aus der Gattung *Exoascus* erzeugten Hexenbesen auf Birken, Weifs- und Rotbuchen, wie auf der Pflaume. Demonstration eines prächtigen noch mit Nadeln besetzten Hexenbesens der Edeltanne (erzeugt von *Aecidium elatinum*), der im Zusammenhange mit dem normalen Zweige steht und sehr grofser Photographieen eben derselben; Taschenkrankheit der *Prunus*-Arten (*Aecidium elatinum*). In den mehrfach erwähnten Rahmen wurden weiter gezeigt das häufige *Exobasidium Vaccinii*, welches weifs und rosa gefärbte Anschwellungen auf der Preifselbeere erzeugt; sodann die steinharten weifsen Blaubeeren und Abbildungen der im Boden aus denselben hervorgehenden gestielten Becherpilze (*Peziza baccarum*); ferner als Pilze auf zwei verschiedenen Wirten 1) der Preifselbeerrost (*Melampsora Goeppertiana*) und seine zweite Form der Weifstannen- oder Säulenrost (*Aecidium columnare*), 2) der Fichtennadel-Becherrost (*Aecidium abietinum*) und der zugehörige Alpenrosenrost (*Chrysomyxa Rhododendri*). Die Belebung des Unterrichts durch solche von Reisen mitgebrachte Schaustücke wird ebensowenig bezweifelt werden, wie die erfrischende Kraft, welche überhaupt dem richtig geleiteten Unterrichte in der Naturbeschreibung innewohnt.

Wie nötig es ist, schon früh die allgemeine Aufmerksamkeit auf die Krankheiten unserer Kulturgewächse hinzulenken, bewies Prof. Bail bei der Erläuterung eines durch den Lärchenkrebs (*Peziza Willkommii*) getödteten alten Lerchenstammes: Auf seine durch die königl. Oberforstmeister an die Oberförster von Ost- und Westpreufsen übermittelten Fragebogen gingen s. Z. aus ersterer Provinz nur Antworten ein, welche das Vorkommen des genannten äufserst nachteiligen Pilzes verneinten; die durch seinen 1882 in der 11. Versammlung des preufsischen Forstvereins gehaltenen Vortrag vermittelte genauere Kenntnis aber führte zu dem Nachweise, dafs eben dieser Pilz auch dort schon seit Jahren sein Wesen trieb.

Weiter wurden vorgeführt verschiedene für den Unterricht wichtige pflanzliche Objekte, unter diesen unsere beiden wurzellosen Pflanzen *Epipogon aphyllus* und *Corallorrhiza innata*, schöne Pelorien von *Linaria vulgaris*, Früchte des durch seine Torsionskraft ausgezeichneten grofsen Reiherschnabels *Erodium gruinum* u. s. w.

Endlich zeigte Vortragender noch die ihm von C. G. Lloyd in Cincinnati regelmäfsig übersandten, sehr gelungenen Photographieen amerikanischer Pilze und Proben der grofsartigen Sammlung von Colonialprodukten und Baumphotographieen seines früheren Schülers, jetzigen Konsuls Kehding in Sumatra. (Beifall.)

Zwischen diesen und den folgenden Vortrag schaltete Herr Oberlehrer Dr. Lakowitz-Danzig einige Bemerkungen über das Formalin als Conservierungsmittel für Sammlungszwecke ein. Wenn die als Formalin oder Formol in den Apotheken käufliche Formaldehydlösung auch bereits vielen Herren sicher bekannt sein mochte, so war es doch von Interesse, einige Präparate zu sehen, die längere Zeit in (auf 4—1%) verdünnter Formalinlösung gelegen hatten. Ein Blütenzweig von *Robinia viscosa Vent* in 2prozentiger Lösung zeigt seine grüne Färbung der Blätter und rosa Färbung der Blüten aufs schönste. Noch mehr überraschte aber das frische Aussehen von mikroskopischen Organismen des Planktons (Rotatorien, Infusorien, Algen etc.), welche Vortragender bereits seit 1½ Jahr in 1prozentiger Lösung auf-

bewahrt. Die Vorzüge der Anwendung von Formalin zur Aufbewahrung von tierischen und pflanzlichen Objekten jeder Art gegenüber dem Alkohol sind unverkennbar. Das Formalin führt keine Schrumpfungen, keine oder nur ganz geringe Farbenveränderung herbei; aufserdem ist es billiger als Alkohol.

Alsdann sprach Herr Oberlehrer Dr. Schülcke-Osterode über künstlich hervorgerufene Farbenvarietäten von Schmetterlingen. Ein kurzer Auszug aus dem Mitgeteilten möge hier folgen: Wenn man Chlorgas auf Pieriden (Weifslinge, Citronenfalter, goldene Acht und die exotischen Mitglieder dieser Gruppe) einwirken läfst, so wird der dunkle Rand gebleicht und die gelbe Farbe geht vollständig in weifs über, aber nach einigen Stunden, deutlicher noch nach Tagen, zeigt der Schmetterling ein zartes Rosa, welches sich nach Wochen manchmal in ein ausgesprochenes Dunkelrot, Blaurot oder Blau verwandelt, als Zeichen einer langsam verlaufenden chemischen Veränderung. Nach dem grofsen Werke „Exotische Tagfalter" von Staudinger findet sich dieser Farbenton nirgends bei den Pieriden vertreten, man sieht also, dafs es Möglichkeiten zu Hervorbringung von Färbungen giebt, die in der Natur garnicht benutzt sind.

Wichtiger ist der zweite Versuch des Vortragenden. Es ist bekannt, dafs die Temperatur der Puppe bedeutende Abänderungen des Schmetterlings herbeiführt. Diese Versuche wurden von Sandfufs im grofsen Mafsstabe wiederholt, indem er 3 bis 5 Tage alte Puppen in einen Eisschrank mit 5° bis 8° oder in einem Thermostaten von 37° bis 39° brachte und er erhielt dadurch ziemlich konstante Flecke, die sonst vollständig mit den im Norden oder Süden fliegenden Faltern übereinstimmten. Aber diese Versuche müssen mit sehr grofser Sorgfalt gemacht werden und es geht sehr viel Material zu Grunde, nur eine Art liefert sicher ein gutes Resultat, nämlich die kleine *Vanessa levana* welche das bekannteste Beispiel für Saisondimorphismus ist. Vortragender hat diese Art 3 bis 4 Wochen in den Eiskeller gebracht und dabei eine vollständige Reihe von Übergängen von *V. prorsa* zu *V. Levana* erzielt.

Hier haben offenbar die starken Temperaturunterschiede in kurzer Zeit dasselbe bewirkt, was durch langsame Temperaturänderung im Laufe der Jahrtausende beim Übergang von der Eiszeit in das jetzige Klima thatsächlich zustande gekommen ist.

Noch auffälligere Abänderungen hat E. Fischer dadurch erlangt, dafs er noch tiefere Kältegrade von —4° bis —20° mehrfach auf kürzere Zeit anwandte. Es zeigte sich dabei das merkwürdige Ergebnis, dafs sich sämtliche Vanessen in derselben Weise abänderten; sie erlangten nämlich einen dunklen Vorderrandsfleck. In seinen theoretischen Erörterungen erklärt er dies so, dafs die Kälte eine Hemmung in der Entwicklung des Individuums hervorrufe. Da nun nach Darwin-Häckel das Individuum die Geschichte des Stammes kurz durchlaufe, so seien dadurch die Falter der Tertiär-Zeit erzeugt, welche natürlich der Stammart näher stehen müssen.

Man braucht dieser Theorie keinen besonderen Wert beizulegen, die erlangten Thatsachen sind jedenfalls so merkwürdig, dafs sie in weiteren Kreisen bekannt zu werden verdienen, um event. weitergeprüft zu werden. (Beifall.)

Hiermit erreichten die wissenschaftlichen Sitzungen, in denen sämtliche Vorträge durch die in ihnen dargebotenen Anregungen den lebhaftesten Beifall gefunden hatten, für diese Tagung des Vereins ihren Abschlufs.

Um vier Uhr wurde per Dampfer eine Fahrt nach dem Seebade Zoppot unternommen. Nach einem kurzen Besuche der am Hafen von Neufahrwasser gelegenen als Badeort bekannten „Westerplatte" begann die besonders für die Binnenländer interessante und genufsreiche Seefahrt vorbei an der vor Zoppot liegenden Torpedobootsdivision und dem Aviso „Blitz". An Land gings dann noch schnell hinauf auf den Aussichtspunkt

die „Hack“, und um 8 Uhr versammelten sich alle Teilnehmer zu einem überaus gemütlich verlaufenden Festmahle im Kurhause, zu welchem auch der Provinzial-Schulrat Westpreufsens, Herr Geh. Rat Dr. Kruse erschienen war. In den Morgenstunden des Tages von 8—10 Uhr wurden noch die durch ihre übersichtliche und geschmackvolle Aufstellung bekannten Sammlungen des hiesigen Provinzialmuseums besucht, woselbst der Direktor derselben, Herr Prof. Dr. Conwentz, den liebenswürdigen Führer machte und den Herren die reichen Schätze aus Westpreufsens Ur- und Vorgeschichte eingehend erläuterte. Zur selben Zeit hatten sich einige Herren in das Gebäude der Naturforschenden Gesellschaft begeben, um die dort vom Astronomen der Gesellschaft, Herrn Dr. Kayser, eingerichtete und geleitete Station zur Messung der Wolkenhöhen kennen zu lernen.

Am Tage darauf schlofs die diesjährige Versammlung mit einer Fahrt nach dem Weichseldurchstich bei Siedlersfähre und von dort nach Marienburg zur Besichtigung des Schlosses, zu welcher Se. Excellenz der Herr Oberpräsident von Gofsler den stattlichen Regierungsdampfer „Gotthilf Hagen“ gütigst zur Verfügung gestellt hatte. Während der angenehmen Dampferfahrt hatte der die Gesellschaft begleitende Herr Baurat Schötensack die Liebenswürdigkeit an der Hand von Karten und Plänen den Fremden das grofsartige Werk des 1895 vollendeten Weichseldurchstiches und in Einlage die imponierenden Schleuseneinrichtungen eingehend zu erläutern. Nach dem Besuche des Marienburger Ordensschlosses vereinigten sich die Teilnehmer an der Fahrt zu einem gemeinsamen Abendessen, bei welchem in zahlreichen Toasten die hohe Befriedigung aller Beteiligten, besonders der fremden Gäste durch den Mund des Vereinsvorsitzenden Direktor Hamdorff, über das schöne Gelingen dieser Versammlung zum Ausdruck kam, wofür in erster Linie dem Lokalkomitè wärmster Dank gezollt wurde. Mit wechselseitigen Zurufen auf Wiedersehen in Leipzig verabschiedeten sich die Vereinsmitglieder am späten Abend von einander. —

Der erste internationale Mathematiker-Kongrefs in Zürich, 9.—11. August 1897.

Schon längere Zeit war der Gedanke eines internationalen Mathematiker-Kongresses der Gegenstand reger Erörterungen von Seite der Mathematiker. Im Hinblick auf die ausgezeichneten Resultate, welche internationale Vereinigungen in andern Gebieten der Wissenschaft zu verzeichnen hatten, schien es von grofsem Nutzen zu sein, einmal an die Ausführung des Projektes heranzutreten. Der lebhafte Austausch der Ansichten hatte zur Folge, dafs Zürich als Versammlungsort bestimmt wurde, da die Schweiz, vermöge ihrer centralen Lage und ihrer Traditionen am ehesten geeignet erschien, den ersten Versuch eines internationalen Kongresses zu machen. Das Organisationskomitee setzte die Zeit auf 9.—11. August fest.

Am 8. August trat das Empfangskomitee in Thätigkeit. Jeder Teilnehmer erhielt neben dem Festzeichen eine hübsch ausgestattete Festkarte, welche die wohlgelungenen Porträts der drei grofsen Bernoulli's, Jakob, Johann und Daniel, sowie diejenigen von Leonhard Euler und Jakob Steiner darbot; ferner ein Programm, ein Reglement, die gedruckten Resolutionen und eine nach den Anmeldungen zusammengestellte Teilnehmerliste, die circa 200 Namen aufwies, darunter auch diejenigen von ungefähr 30 Damen. Hervorgehoben seien die Namen: Brioschi (Mailand), G. Cantor (Halle), M. Cantor (Heidelberg), Klein (Göttingen), Lindelöf (Helsingfors), Mittag-Leffler (Stockholm), Peano (Turin), Picard (Paris), Weber (Strafsburg), Weingarten (Berlin) u. s. w.

Abends 8 Uhr war Empfang der Gäste in der Tonhalle. Herr Hurwitz (Zürich) hielt die Begrüfsungsrede, in welcher er seiner Freude darüber Ausdruck gab, dafs die Teilnehmer sich so zahlreich eingefunden hätten, und die er mit dem Wunsche schlofs, dafs die anregende Kraft des persönlichen Verkehrs sich in den Tagen des Kongresses bewähren möge.

Am Nachmittag hielt das erweiterte Organisationskomitee eine Sitzung, in welcher die Resolutionen, das Reglement und die Organisation durchberaten wurden. Es wurde beschlossen, dem Kongrefs ein Komitee von folgender Zusammensetzung vorzuschlagen: ein Präsident; zwei Generalsekretäre, welchen die Herausgabe der Verhandlungen obliegen würde; vier Sekretäre; acht Mitglieder nach freier Wahl.

Die erste Hauptversammlung fand am 9. August, Vormittags 9 Uhr, in der Aula des eidgenössischen Polytechnikums statt, dessen Räume für den Kongrefs zur Verfügung gestellt worden waren. Der Präsident des Organisationskomitees, Herr Geiser (Zürich), eröffnete die Verhandlungen durch eine nach Form und Inhalt ausgezeichnete Rede. Das erste Geschäft war die Bestellung des Bureaus; es wurden gewählt als Präsident: Herr Geiser (Zürich); Generalsekretäre: die Herren Franel und Rudio (Zürich); Sekretäre: die Herren Borel (Paris), Pierpont (New-Haven), Volterra (Turin), v. Weber (München); weitere Mitglieder: die Herren Brioschi (Mailand), Bugajeff (Moskau), Hobson (Cambridge), Klein (Göttingen), Mertens (Wien), Mittag-Leffler (Stockholm), Picard und Poincaré (Paris), H. Weber (Strafsburg).

Der Präsident teilte mit, dafs Herr Poincaré durch einen Todesfall verhindert sei, am Kongrefs teilzunehmen, dafs er aber das Manuscript seines Vortrages: *„Sur les rapports de l'analyse pure et de la physique mathématique"* zur Verfügung gestellt habe. Der Vortrag wurde sodann durch Herrn Franel verlesen.

Nun ergriff Herr Rudio im Namen des vorbereitenden Komitees das Wort zu seinem Referat „Über die Aufgaben und die Organisation internationaler mathematischer Kongresse"; der Wortlaut ist der folgende:

Hochgeehrte Versammlung!

Im Namen des vorbereitenden Komitees habe ich die Ehre, einige Worte über die Aufgaben und die Organisation der internationalen Mathematikerkongresse an Sie zu richten. Sie werden natürlich nicht erwarten, dafs wir jetzt schon mit einem bis ins Einzelne ausgearbeiteten Programme vor Sie hintreten. Handelt es sich doch heute nur darum, den Grund zu legen zu einem Werke, dessen Früchte erst die Zukunft zeitigen kann. Dieser Zukunft aber dürfen wir vertrauensvoll entgegenblicken. Dazu berechtigt uns das grofse Interesse, welches der Einberufung eines internationalen Mathematiker-Kongresses von den Fachgenossen aller Länder entgegengebracht wurde, dazu berechtigt uns insbesondere die stattliche Versammlung, die sich heute in der Aula des eidgenössischen Polytechnikums zu gemeinsamer Arbeit zusammengefunden hat.

Wollen Sie mir erlauben, hochgeehrte Anwesende, dafs ich Ihre Aufmerksamkeit zunächst auf einige organisatorische Fragen lenke. In Ihren Händen befinden sich ein von dem Komitee ausgearbeitetes „Reglement", sowie „Resolutionen", welche Ihrer Beschlufsfassung unterbreitet werden sollen. Die in dem Reglement befindlichen Artikel organisatorischer Natur betreffen wesentlich die Geschäftsordnung des diesjährigen Kongresses und brauchen an dieser Stelle nicht berührt zu werden. Ich wende mich daher gleich zu den Resolutionen, die ich Ihnen einzeln vorlegen will.

Resolutionen des internationalen Mathematiker-Kongresses in Zürich 1897.

I. Internationale mathematische Kongresse sollen künftighin in Zwischenräumen von 3—5 Jahren und unter gebührender Berücksichtigung der verschiedenen Länder veranstaltet werden.

II. In der Schlufsversammlung jedes Kongresses werden Zeit und Ort des nächsten Kongresses und die Organe zur Vorbereitung und Einberufung desselben bezeichnet.

III. Sollte durch irgend welche Verhältnisse die Abhaltung eines Kongresses zur vorbestimmten Zeit am vorbestimmten Orte unmöglich sein, so ist der Vorstand des letzten Kongresses ermächtigt, eventuell die nötigen Dispositionen zur Einberufung eines neuen Kongresses zu treffen. Er wird sich zu diesem Zwecke auch mit den in der Resolution II bezeichneten Organen in Verbindung setzen.

IV. Für solche Aufgaben internationaler Natur, deren Lösung eine feste Organisation erfordert, kann jeder Kongrefs ständige Kommissionen ernennen, deren Amtsdauer bis zum nächsten Kongresse geht.

Die Kompetenzen und Verpflichtungen derartiger Kommissionen werden jeweilen bei Bestellung derselben festgesetzt.

V. Der nächste Kongrefs soll im Jahre 1900 in Paris stattfinden. *Die Société mathématique de France* wird mit der Vorbereitung und Organisation desselben beauftragt.

Dies sind, verehrte Anwesende, im wesentlichen die Normen, nach denen sich die nächsten internationalen Mathematiker-Kongresse gestalten sollten. Sie sind absichtlich möglichst einfach und durchsichtig gehalten und dürften für den Anfang genügen.

Welches sind nun aber die Aufgaben, deren Lösung von diesen internationalen Kongressen zu erwarten ist? Eine Skizze, allerdings nur eine Skizze derselben enthält Artikel 1 des Ihnen vorgelegten Reglements. Es heifst dort zunächst:

Der Kongrefs hat den Zweck, die persönlichen Beziehungen zwischen den Mathematikern der verschiedenen Länder zu fördern.

Verehrte Anwesende! Wer einen Blick wirft auf das Programm, wer Umschau hält in diesem Saale, der wird sich des Eindruckes nicht erwehren können, dafs die internationalen Mathematiker-Kongresse auch dann schon eine Existenzberechtigung hätten, wenn sie keinen andern Zweck verfolgten, als die Mathematiker aller Länder der Erde einander näher zu bringen, ihnen Gelegenheit zu bieten zu gegenseitigem Gedankenaustausch, Gelegenheit aber auch, freundschaftlich mit einander zu verkehren, wie es die Verfolgung gemeinsamer Ideale mit sich bringt. Die Pflege der persönlichen Beziehungen und die dadurch bedingte direkte und indirekte Förderung der Wissenschaft wird stets einen wesentlichen Punkt in dem Programme nationaler wie internationaler wissenschaftlicher Vereinigungen bilden.

Aber wir wollen dabei nicht stehen bleiben. In Artikel 1 des Reglementes heifst es weiter:

Der Kongrefs hat den Zweck, in den Vorträgen der Hauptversammlungen und der Sektionssitzungen einen Überblick über den gegenwärtigen Stand der verschiedenen Gebiete mathematischer Wissenschaften und ihrer Anwendungen, sowie die Behandlung einzelner Probleme von besonderer Bedeutung zu bieten.

Hochgeehrte Damen und Herren! Soll ich ausdrücklich darauf hinweisen, wie so ganz anders das gesprochene Wort wirkt gegenüber dem geschriebenen oder dem gedruckten, wie erst durch die Persönlichkeit des Vortragenden die Darstellung Gestalt, Farbe, Wärme, mit einem Worte Leben gewinnt? Es dürfte überflüssig sein, an dieser Stelle und vor dieser Versammlung hierbei zu verweilen.

Aber gerade die Vorträge, die für die Hauptversammlungen unserer Kongresse in Aussicht zu nehmen sind, bieten bereits Anlafs zu ganz bestimmten, wohl umschriebenen Aufgaben für internationale Betätigung. Diese Vorträge werden naturgemäfs in den meisten Fällen übersichtliche Referate über die historische Entwickelung und den gegenwärtigen Stand einzelner Wissensgebiete darstellen. Sollte es nun nicht möglich sein,

diese Referate nach bestimmten Gesichtspunkten zu gruppieren und in geeigneter Weise unter die Mathematiker der verschiedensten Nationen zur systematischen Bearbeitung zu verteilen? Wir würden damit nur auf internationalem Gebiete dem Beispiel folgen, welches seit mehreren Jahren von der deutschen Mathematiker-Vereinigung gegeben wird und welches durch die Arbeiten der Herren Brill und Nöther, Franz Meyer u. a. repräsentiert ist. Wir würden dadurch in kurzer Zeit zu einer systematischen Folge von geschichtlichen Einzeldarstellungen gelangen und zugleich — ich folge hier einem Gedanken des Herrn Eneström — zu einer planmäfsigen Fortsetzung des grofsen Werkes, welches Herr Moritz Cantor mit dem Jahre 1759 abzuschliefsen im Begriffe ist und dessen Weiterführung die Kräfte eines Einzelnen weit übersteigen dürfte.

Viribus unitis! sei unsere Losung. Mit vereinten Kräften wird es möglich sein, Aufgaben zu lösen, die wegen mangelnder Vereinigung bisher nicht einmal in Angriff genommen werden konnten. Soll ich ein Beispiel geben, so wollen Sie mir es auf Schweizerboden zu gute halten, wenn ich etwa an eine Herausgabe der Werke Leonhard Euler's denke, eine Ehrenpflicht, die von der mathematischen Welt bis jetzt nicht hat erfüllt werden können. Eine wichtige Vorbedingung für die Inangriffnahme dieser grofsen Aufgabe ist bekanntlich jetzt erfüllt, nachdem vor einem Jahre unser amerikanischer Kollege, Herr Hagen, zum ersten Male ein vollständiges Verzeichnifs der Werke Eulers veröffentlicht hat. Sie wissen auch aus den Mitteilungen des Herrn Hagen, dafs eine Herausgabe dieser Werke heute nicht mehr zu den Utopien zählt, ja vielleicht nur noch einer internationalen moralischen Unterstützung bedarf.

Ich habe hier natürlich nur ein Beispiel für gemeinsame litterarische Unternehmungen nennen wollen. Weitere Beispiele, wenn auch ganz anderer Natur als das genannte, liefsen sich hinzufügen unter Benutzung der mannigfachen Anregungen, die dem Komitee von verschiedenen Seiten zugekommen sind. Ich erwähne rein sachlich und ohne persönlich dazu Stellung zu nehmen: die womöglich jährliche Herausgabe eines Adrefsbuches aller Mathematiker der Erde mit Angabe ihrer speziellen Fachrichtung; die Herausgabe eines biographisch-litterarischen Wörterbuches der jetzt lebenden Mathematiker mit ihren Porträts; die Herausgabe einer mathematischen Litteratur-Zeitung.

Sodann wäre an die Veranstaltung internationaler, wissenschaftlicher Ausstellungen zu denken, etwa nach dem Muster der schönen Ausstellung, welche im Jahre 1893 unter der Ägide des Herrn Dyck in München stattfand.

Unter den litterarischen Unternehmungen ist eine noch besonders hervorzuheben. Artikel 7 des Reglementes spricht von der Drucklegung der Kongrefsverhandlungen. Es ist nicht daran zu zweifeln, dafs diese und die entsprechenden folgenden Publikationen wesentlich dazu beitragen werden, unsere gemeinsame Arbeit zu fördern und das Gefühl der Zusammengehörigkeit unter den Mathematikern zu wecken.

Auch in Bezug auf Fragen der Terminologie, sowie der internationalen Verständigung über die Wahl gewisser mathematischer Einheiten sind uns Anregungen zugegangen. Wie man sich bei internationalen Zusammenkünften über die wichtigsten physikalischen Einheiten, wie Volt, Ampère, Ohm, verständigt habe, so sei beispielsweise eine internationale Einigung über die Winkelteilung anzustreben. Bekanntlich hat man in Frankreich und in Deutschland den Versuch gemacht, zur dezimalen Winkelteilung überzugehen, was für die Rechnung natürlich wesentliche Vorteile darbietet. Nun ist aber dadurch eine Ungleichheit entstanden, dafs die einen die alten Grade beibehalten und nur diese dezimal teilen, andere nur die Quadranten und wiederum andere die ganze Peripherie dezimal und sentesimal teilen wollen. Es wird daher als eine Aufgabe der internationalen Verständigung bezeichnet, die in den neueren Tabellen herrschende Ver-

schiedenheit durch Festsetzung eines einheitlichen Winkelmafses zu beseitigen.

Natürlich kann es nicht die Absicht meines Referates sein, sich in Einzelheiten zu verlieren. Ich werde mich daher darauf beschränken, nur noch einen Punkt besonders zu besprechen, der allerdings gegenwärtig der weitaus wichtigste sein dürfte. Der wichtigste deshalb, weil es sich dabei um eine akut gewordene Frage handelt, die eine energische Inangriffnahme fordert. Ich meine die Frage der mathematischen Bibliographie.

Indem ich fürs erste vollständig bei Seite lasse, was auf diesem Gebiete bis jetzt gearbeitet worden ist und noch gearbeitet wird, auch absichtlich vorläufig unerwähnt lasse, welche Institute sich gegenwärtig mit diesen Arbeiten beschäftigen, will ich nur kurz das Ziel charakterisieren, welches erstrebt werden mufs.

Was bei der heutigen enormen Produktivität und der damit verbundenen litterarischen Zersplitterung für jede Wissenschaft, nicht nur für die mathematische, von der gröfsten Wichtigkeit ist, das ist eine rasch funktionierende und kontinuierlich laufende Bibliographie.

Eine solche Bibliographie hat, neben anderen Zwecken, die Aufgabe, jedem, der sich für ein beliebiges Gebiet — sagen wir Zahlentheorie — interessiert, durch genaue Titelkopieen Kenntnifs zu geben von allem dem, was in der ganzen Welt, nicht etwa in den letzten Jahren, sondern in den letzten Monaten und Wochen auf diesem Gebiete veröffentlicht worden ist. Eine derartige Bibliographie einer bestimmten Wissenschaft kann nur von einem internationalen Institute, d. h. durch internationales Zusammenwirken, geliefert werden und von einem solchen mit wirklichem Erfolge auch nur dann, wenn eine allgemein anerkannte Klassifikation der betreffenden Wissenschaft existiert. Nun, verehrte Anwesende, eine solche allgemein und von allen Fachgenossen adoptierte Klassifikation besitzen wir aber auf mathematischem Gebiete leider noch nicht. Wohl haben wir eine Reihe von Klassifikationen, die alle in ihrer Art Vortreffliches leisten. Ich erinnere an die Klassifikation des Pariser bibliographischen Kongresses, der 1889 unter dem Vorsitze des Herrn Poincaré, dessen Abwesenheit wir heute so sehr bedauern, tagte, ich erinnere an die Klassifikation des von Herrn Lampe herausgegebenen Jahrbuches über die Fortschritte der Mathematik, an diejenige des universell angelegten Dewey'schen Dezimalsystems und so manche andere. Aber nur durch eine einheitliche, allgemein anerkannte Klassifikation werden wir das Ideal einer Bibliographie erreichen, welche in gleicher Weise die Bedürfnisse der Gelehrten wie der Bibliotheken der ganzen Welt einheitlich befriedigt.

Hochgeehrte Versammlung! Wenn irgendwo, so liegt hier eine wichtige und dankbare Aufgabe der internationalen Verständigung vor. Diese Aufgabe wird überdies dadurch erleichtert, dafs bereits zwei mächtige und hochangesehene Institute der Frage ihre Aufmerksamkeit zugewendet haben: das Institut international de bibliographie in Brüssel und die Royal Society in London, welche beide in diesen letzten Tagen ihre zweiten internationalen Konferenzen abgehalten haben. Der internationale Mathematiker-Kongrefs kann und darf den Arbeiten derselben nicht müfsig und gleichgültig zusehen. Noch ist ihm die Möglichkeit gegeben, daran mitzuwirken, und ich füge hinzu, dafs diese Mitwirkung beiden Instituten nur willkommen sein wird. Aber auch wenn die internationalen Mathematiker-Kongresse selbständig vorgehen und ein eigenes bibliographisches Institut ins Leben rufen wollten, was keine grofsen Schwierigkeiten hätte, würden sie damit prinzipiell noch lange nicht in eine Rivalität mit den genannten Instituten treten. Einen Beweis hiefür liefert das hier in Zürich seit zwei Jahren blühende, internationale Concilium bibliographi-

cum, welches unter der Leitung des Herrn Field auf zoologischem Gebiete die genannten Ideale verwirklicht.

Ich kann darauf verzichten, verehrte Anwesende, bei diesem Thema länger zu verweilen, oder gar in Details einzutreten, da in der Sektion für Geschichte und Bibliographie Herr Eneström einen Vortrag über die neuesten mathematisch-bibliographischen Unternehmungen halten wird. An der Sitzung werden, wie ich in letzter Stunde erfahren habe, auch Vertreter des Institut international de bibliographie und der Royal Society teilnehmen. Es ist daher anzunehmen, dafs aus dieser Sektion ein bestimmter, die mathematische Bibliographie betreffender Antrag hervorgehen wird, der Ihnen in der zweiten Hauptversammlung zu unterbreiten wäre.

Hochgeehrte Versammlung! Ich bin zu Ende mit meinem Referate. Wie ich schon bemerkt habe, kann dasselbe nach keiner Richtung hin Anspruch auf Vollständigkeit erheben. Ich habe lediglich zeigen wollen, dafs neben dem grofsen Interesse, welches die internationalen Mathematikerzusammenkünfte an und für sich haben, auch noch Aufgaben existieren, welche gemeinschaftlicher Anstrengung wert sind. Solcher Aufgaben werden sich naturgemäfs im Laufe der Zeit um so mehr darbieten, je fester das Band geknüpft wird, welches uns von heute an vereinigen soll.

Möge das Werk, dessen Grundstein wir heute hier in Zürich legen, sich würdig den andern grofsen internationalen Schöpfungen anreihen! Möge es im Verein mit diesen dazu beitragen, nicht nur die Gelehrten aller Nationen, sondern auch diese selbst zu vereinigen zu gemeinsamer Kulturarbeit!

Die Sitzung schlofs Herr Hurwitz mit seinem Vortrag: „Entwickelung der allgemeinen Theorie der analytischen Funktionen in neuerer Zeit".

Die Teilnehmer fanden sich nachher zusammen zu einem Bankett in der Tonhalle und einer Seefahrt nach Rapperswyl.

Der zweite Tag wurde von den Sektionssitzungen ausgefüllt. Es waren folgende Sektionen gebildet worden:

I. Arithmetik und Algebra;
II. Analysis und Funktionentheorie;
III. Geometrie;
IV. Mechanik und mathematische Physik;
V. Geschichte und Bibliographie.

Jede dieser Sektionen bestellte ihr eigenes Bureau: Präsident, Vize-Präsident und Sekretär. In der Anordnung des Beginns und auch im Verlauf der Verhandlungen wurde möglichst darauf Rücksicht genommen, dafs jeder Einzelne Vorträge in verschiedenen Sektionen anhören konnte. Infolge dessen mufsten mehrere Sektionen auch noch den Nachmittag heranziehen, obschon für einen Vortrag nur 30 Min. eingeräumt waren.

Es wurden folgende Vorträge gehalten:

In der Sektion für Arithmetik und Algebra:

H. Weber (Strafsburg): „Über die Genera in algebraischen Zahlkörpern".
C. Reuschle (Stuttgart): „Konstituantentheorie, eine neue, prinzipielle und genetische Methode zur Invariantentheorie".
C. Stephanos (Athen): „Sur les systèmes associatifs des nombres symboliques".
P. Gordan (Erlangen): „Resultante ternärer Formen".
F. Enriques (Bologna): „Sur les problèmes qui se rapportent aux résolutions des équations algébriques renfermant plusieurs inconnues".
E. Schröder (Karlsruhe): „On Pasigraphy, its presents state and the passigraphic movement in Italy".
G. Rados (Budapest): „Zur Theorie der adjungirten quadratischen Formen".

H. Tarry (Paris): „1° Généralisation du problème des reines, 2° Procédés mécaniques pour résoudre les équations indéterminées".
A. Vassilief (Kasan): „Über einige asymptotische Werte".

In der Sektion für Analysis und Funktionentheorie:

Fr. Brioschi (Mailand): „Sur une classe d'équations du cinquième degré résolubles algébriquement et la transformation du onzième ordre des fonctions elliptiques".
E. Picard (Paris): „Sur les fonctions de plusieurs variables et en particulier les fonctions algébriques".
Z. de Galdeano: „L'unfication des concepts dans la science mathématique".
Bugajeff (Moskau): „Les mathématiques et la conception du monde au point de vue de la philosophie scientifique".

In der Sektion für Geometrie:

Reye (Strafsburg): „Neue Eigenschaften des Strahlenkomplexes zweiten Grades".
Gerbaldi (Palermo): „La configurazione del gruppo simplice di 360 collineazioni piane".
Burali (Turin): „Les postulats pour la geométrie d'Euclide et de Lobatschewsky".
Andrade (Rennes): „La statique non euclidienne et diverses formes mécaniques du postulatum d'Euclide".
Fano (Rom): „Über Gruppen, insbesondere kontinuierliche Gruppen von Cremona-Transformationen der Ebene und des Raumes".

In der Sektion für Mechanik und mathematische Physik:

Stodola (Zürich): „Die Beziehungen der Technik zur Mathematik".
Joukowski (Moskau): „Über einen gyroskopischen Apparat".

In der Sektion für Geschichte und Bibliographie:

H. G. Zeuthen (Kopenhagen): „Isaac Barrow et la méthode inverse des tangentes".
G. Eneström (Stockholm): „Über die neuesten mathematisch-bibliographischen Unternehmungen".

Eine lebhafte Diskussion, an welcher sich die Herren Eneström, Laisant (Paris), Vassilief, Dyck (München) und Rudio beteiligten, schlofs sich dem letzteren Vortrage an. Herr Loria, der am Erscheinen verhindert war, hatte das Manuskript seines „Aperçu sur le développement historique de la théorie des courbes planes" zur Verfügung gestellt und die Sektion beschlofs, den Vortrag, der wegen der vorgerückten Zeit nicht mehr verlesen werden konnte, in die herauszugebenden „Verhandlungen" aufzunehmen.

Wie die vorangehende Zusammenstellung zeigt, war der Dienstag der eigentliche Arbeitstag. Mittwoch, den 11. August, kam auch das Festleben wieder zur Geltung. In der an diesem Tage stattfindenden zweiten Hauptsitzung wurden zunächst durch den Präsidenten, Herrn Geiser, die Begrüfsungstelegramme der Herren Cremona und Hermite verlesen; sodann folgte der Vortrag des Herrn Peano (Turin): „Logica mathematica". Auf den Vortrag folgte eine Pause, die vom Komitee dazu benutzt wurde, über drei Anträge zu beraten, die ihm von Herrn Laisant und Genossen zugestellt worden waren, und die sich auf die Einsetzung von Kommissionen zur Vorbereitung der allgemeinen Berichte, für Bibliographie und Terminologie bezogen. Nachdem die Sitzung wieder aufgenommen, verlas Herr Geiser die fünf dem Kongresse vorgelegten Resolutionen, die durch Akklamation angenommen wurden. Zur fünften Resolution, welche festsetzte, dafs der zweite internationale

Mathematiker-Kongrefs im Jahre 1900 in Paris stattfinden solle, bemerkte Herr F. Klein, dafs die deutsche Mathematiker-Vereinigung für den übernächsten internationalen Mathematiker-Kongrefs als Versammlungsort eine Stadt Deutschlands in Vorschlag zu bringen und in diesem Sinne dem nächsten Kongrefs einen spezifizierten Antrag vorzulegen gedenke. Herr Geiser gab hierauf die laut Komiteebeschlufs abgeänderten Anträge des Herrn Laisant bekannt, die in der neuen Fassung angenommen wurden. Es folgte der Vortrag von Herrn F. Klein: „Zur Frage des höhern mathematischen Unterrichts".

Zum Schlusse sprachen noch die Herren Brill (Tübingen), Picard, Laisant und Bugajeff dem vorbereitenden Komitee den Dank der Versammlung aus; dann wurde diese durch eine kurze Ansprache des Herrn Präsidenten geschlossen.

Nachmittags fuhren die Teilnehmer in Extrazügen auf den Ütliberg, wo das Schlufsbankett stattfand. Das Wetter war herrlich, die Aussicht unvergleichlich schön. Lange noch blieben einzelne Gruppen in lebhafter Unterhaltung auf der luftigen Bergeshöhe.

Wohl jeder Teilnehmer wird mit Freuden zurückdenken an diesen ersten internationalen Mathematiker-Kongrefs. E. A.

Rückblicke und Ausblicke bei Anlafs des ersten internationalen Mathematikerkongresses den 8. bis 11. August 1897 in Zürich.*)

Es ist eine auf allen wissenschaftlichen Gebieten wahrzunehmende Erscheinung, dafs sich das Ende des 19. Jahrhunderts, des Jahrhunderts des naturwissenschaftlichen Fortschritts, darin fast überbietet, die Wissenschaften internationale Revuen passieren zu lassen und die Forscher der einzelnen Kulturländer einander nahe zu bringen, oder, wenn wir uns anders ausdrücken wollen, sich auf den Stand der Wissenschaften zu besinnen und das bisher Geleistete zu überblicken zu versuchen, um dann mit vollem Bewufstsein und bestimmten Zielen den Schritt ins 20. Jahrhundert zu machen. Darauf ist die Entstehung des neuen Bazillus, des Bazillus der Kongrefswut, der die Gelehrten von Kongrefs zu Kongrefs treibt, zurückzuführen. Es genügt nicht mehr, dafs die Gelehrten eines Landes unter sich Fühlung bewahren, die auf dem ganzen Globus befindlichen Forscher aller Kulturländer müssen „ran". Daher die internationalen Mediziner-, Anthropologen-, Archäologen-, Zoologen-, Physiologen-, Orientalisten- u. s. w. u. s. w. Kongresse und nun *last not least* der internationale Mathematiker-Kongrefs. Den Mathematikern der höhern Lehranstalten Zürichs war der Gedanke nahe gelegt worden, in Zürich diesen ersten Kongrefs zu organisieren, und sie haben diese Organisation unter der energischen und geschäftsgewandten Leitung des Herrn Prof. Dr. C. F. Geiser in vorzüglicher Weise durchgeführt. Wenn wir auch gerne gesehen hätten, dafs bei der Zusammensetzung des Organisationskomitees alle höheren Lehranstalten der Schweiz vertreten gewesen wären, so möge man das nicht etwa als *oratio pro domo* auffassen, sondern lediglich als vom Gefühl diktiert und von der Ansicht geleitet ansehen, dafs das Schweizervolk dann quasi den Gastgeber gemacht hätte und es uns andern Schweizern eben etwas eigentümlich vorkommt, auf dem eigenen Grund und Boden als „Auswärtige" begrüfst zu werden. Umgekehrt könnte man die Züricher Forscher mit dem ungerechtfertigten Verdacht belegen, viele Vertreter der Mathematik der

---

*) Aus der schweizerischen Zeitung „Der Bund" Nr. 226 vom 16. August 1897. Der Verfasser ist Prof. Dr. J. H. Graf in Bern. Derselbe hat freundlichst den Abdruck gestattet. D. Red.

übrigen schweizerischen Hoch- und Mittelschulen als zu neglegierende Persönlichkeiten anzusehen. Doch dies nur *en passant*. Der Himmel versprach uns Sonntag, den 8. d. M., nichts Gutes, es gofs stellenweise in Strömen; ob aus Rache, dafs die mathematischen Wissenschaften oft so trocken vorgetragen werden, wagen wir nicht zu entscheiden. Im prächtigen Tonhallenbau war Kollation und Empfang, mehr als 200 Mathematiker aller Länder waren schon anwesend und deutsch, französisch, italienisch, englisch, dänisch, schwedisch und russisch klang es durcheinander. Prof. Hurwitz begrüfste namens der Züricher Kollegen die auswärtigen Gäste; wir sahen da manchen jungen und alten Gelehrten, mit denen man in Briefwechsel steht, von dem man sich geistig ein Bild konstruiert hat, wie er aussehen möchte; nun schaute man ihn *in natura*, ob die Wirklichkeit und die Phantasie sich da deckten, ist eine andere Frage! Wir zogen uns in die Walliser Weinstube zurück, die in der Folge, ihres guten Weines wegen, als Sammelpunkt vieler nächtlichen Rückzugslinien bestimmt wurde. Der Schweizer hatte seine helle Freude daran, zu sehen, wie unsere Weine den Nachbarn, stammten sie nun aus dem „Kopf" oder dem „Herz" Deutschlands oder dem „stammverwandten Österreich", schmeckten, auch der gemütliche Bayer vergafs die Erinnerung an sein „Augustiner". Der Morgen des 9. August sammelte die Kongressisten in der Aula des Polytechnikums, die, nach Sempers Plan erstellt, einen vornehm-einfachen Eindruck auf den Beschauer macht. Sie füllte sich rasch. Prof. Geiser wurde mit Akklamation zum Präsidenten des Kongresses ernannt, das weitere Bureau bestimmt und die Sitzung durch eine einfache und würdige Ansprache Geisers eröffnet. Unter Hinweis auf die grofsen Mathematiker unseres Volkes, die auf der Festkarte sehr ausdrucksvoll wiedergegeben waren, an Jakob Bernoulli, Johannes und Daniel Bernoulli, an Leonhard Euler, an Jakob Steiner, von welchem demnächt aus unserer Hand eine Biographie erscheinen wird, zeigte Geiser, wie zur Zeit ihres politischen Zerfalls die Schweiz auf der Höhe des wissenschaftlichen Ruhmes stand, und leitete dann, anknüpfend an das auf der Festkarte befindliche Bild des Mittelbaues des Polytechnikums, zu einer kurzen Skizzierung des Einflusses der technischen Hochschulen auf den Ausbau der Mathematik über und schlofs mit einem Hinweis auf die Bedeutung der Kongresse und der gemeinsamen Arbeit ihrer Mitglieder. Die reine und selbstlose Förderung der Wissenschaft übt einen friedlichen Einflufs auf den menschlichen Geist aus, sie erhebt ihn in ein Reich des Geistes, von dem mit gröfserem Rechte als von dem Karls des V. gesagt werden darf, dafs in ihm die Sonne niemals untergehe.

Die Regierung des Kantons, die Behörden der Stadt liefsen sich vertreten, der Bundesrat hingegen hat bedauert, an der Teilnahme verhindert zu sein. Auf die Rede Geisers folgte ein Vortrag des Herrn Prof. Rudio über die Aufgaben und Organisation des internationalen Mathematiker-Kongresses. Er bezeichnete als Aufgaben: 1. die persönlichen Beziehungen der Mathematiker verschiedener Länder zu fördern; 2. einen Überblick über den Stand der verschiedenen Gebiete der Mathematik zu geben und 3. die Lösung verschiedener Fragen der Bibliographie und Terminologie. Diesem letztern, als dem wichtigsten Punkt, widmete er grofse Aufmerksamkeit. In der That wird da bereits Grofsartiges geleistet. Herr Rudio wies auf das unter der Leitung von Laisant stehende «*Répertoire des sciences mathématiques*» und auf das von Lampe herausgegebene „Jahrbuch der Fortschritte der Mathematik" hin, ferner auf die Bestrebungen der *Royal Society* in London, des *Institut international de bibliographie à Bruxelles*, das *Concilium bibliographicum* unter Dr. Field in Zürich. Er hätte auch noch erwähnen können, dafs mit Unterstützung des Bundes und der Kantone die Bibliographie der schweizer. Landeskunde existiert und schon Bedeutendes leistet;

er hätte auch auf die Sammelarbeit des Herrn Oberbibliothekars Valentin in Berlin hinweisen können, der eine vom Beginn der Buchdruckerkunst bis das Jahr 1897 umfassende mathem. Bibliographie allein unternommen hat. Den Schlufs des Vormittags bildete ein sehr klarer Vortrag des Herrn Prof. Hurwitz über die Entwicklung der allgemeinen Theorie der analyt. Funktionen. Am Bankett in der Tonhalle sprachen Prof. Franel, der den Toast auf die Schweiz ausbrachte, Regierungsrat Ernst, der die Teilnehmer begrüfste, und der greise, aber ewig frische Prof. Brioschi von Mailand.

Ein Extraschiff führte die Kongressisten dem rechten Seeufer entlang nach Rapperswyl, denn inzwischen hatte das Wetter sich so aufgeheitert, dafs unsere Gäste aus Rom und Palermo das eine und das andere Mal ausriefen: *E bellissima!* — was uns Schweizern ja immer bis zur grofsen Zehenspitze hinunter wohl thut. Die Rückfahrt längs des linken Ufers war herrlich, wie denn auch der Anblick der Stadt mit den tausend Lichtern der Quaianlagen, dem in bengalischem Feuer erstrahlenden Polytechnikum das Herz höher schlagen liefs und zeigte, dafs die trockenen Zahlenmenschen keinen ledernen, verschrumpften Beutel an dessen Stelle tragen. So endete der erste Tag und so es dem Leser noch nicht langweilig geworden ist, so wollen wir die zwei andern Kongrefstage auch *sine ira et studio* betrachten.

Am Dienstag begann die Arbeit in den 5 Sektionen schon früh. Dieselben waren so gelegt, dafs die Teilnehmer alle mehr oder weniger besuchen konnten. Ein Referat über die einzelnen Vorträge zu geben wäre aber trotzdem schwierig und hätte auch kein Interesse für unsere Leser, zudem beschlugen sie meist die höchsten Probleme der Mathematik, wo der Vortragende sicher zu Hause ist, aber nicht verlangt werden darf, dafs jeder Zuhörer es auch sei. Darum machte einer die Bemerkung, es würde oft genügen, das Trapez, wie man sagt, zu besteigen, sich vorzustellen und nach Abgabe der Visitenkarte zu verschwinden. — In der Sektion für Geschichte und Bibliographie hielt zuerst Herr Zeuthen aus Kopenhagen einen Vortrag über Isaac Barrow, einen Vorläufer der Erfinder der Differential- und Integralrechnung, dann referierte Herr Eneström aus Stockholm über die jetzigen mathematisch-bibliographischen Untersuchungen, woran sich eine lebhafte Diskussion anschlofs. Zuerst gab der französische Mathematiker Laisant, der interessante Parteigänger Boulangers, Auskunft über das schon erwähnte «*Répertoire*» und beantragte drei auf den Kongrefs bezügliche Resolutionen, die er mit französischer Lebhaftigkeit verteidigte. Dann machte Herr Rudio aufmerksam auf die Unifikation des Deweyschen Systems, das der anwesende Dr. Field den Interessenten nach der Sitzung erklären wollte. Prof. Graf wies auf die Schwierigkeit und Undankbarkeit bibliographischer Unternehmungen hin und verteidigte den vom Jahr 1900 an zu verwirklichenden Plan der *Royal Society*, eine Bibliographie aller unter den Begriff «*Science*» fallender Publikationen zu geben, worin er von Prof. Dyck-München unterstützt wurde. In der That ist die litterar.-mathem. Produktion eine grofsartige. Die Kommission des «*Répertoire*» hat bereits circa 25 000 Titel von Arbeiten gesammelt und die alles umfassende Bibliographie der mathem. Litteratur vom Beginn der Buchdruckerkunst bis 1897 wird wohl circa 125 000 Titel zählen, von denen der Herausgeber, Herr Oberbibliothekar Valentin in Berlin, jetzt schon 100 000 gesammelt habe. Bis 1904 soll dieselbe in 4 Bänden à 50 Bogen, d. h. in einem Sammelwerk von 3200 Seiten erscheinen, eine phänomenale Leistung eines einzelnen Mannes. Solche Unternehmungen, wie auch die Herausgabe des „Jahrbuches der Fortschritte der Mathematik“ durch Herrn Prof. Dr. Lampe in Berlin, welche derselbe seit 14 Jahren ohne jedes Entgelt leitet, zeigen, dafs es noch Männer der Wissenschaft giebt, die auch gratis etwas leisten und nicht stets fragen, „was wird mir dafür?“ Sie sind leuchtende Beispiele! In der

zweiten Hauptversammlung am **Mittwoch** hielt zuerst Herr **Peano** aus Turin einen Vortrag über «*Logica matematica*», dann wurde eine für den nächsten Kongrefs bestimmte Resolution, welche die Aufgaben des Komitees bestimmt, angenommen und mit Akklamation das Komitee in Zürich bis zum anno 1900 in Paris abzuhaltenden 2. Kongrefs als leitendes bezeichnet, für welchen jetzt schon Herr **Picard**, *membre de l'institut* und Präsident der französischen mathem. Gesellschaft, einlud. Zur Übernahme des 3. Kongresses meldete sich die „Deutsche Mathematiker-Vereinigung" durch ihren Vorsitzenden, Herrn Prof. **Klein** in Göttingen, an. Der letztere hielt sodann einen Vortrag über die Frage des höhern mathemat Unterrichts, wo er für jeden Dozenten wertvolle Winke gab und auf eine allgemeine mathematische Ausbildung der Studierenden der Mathematik das Hauptgewicht legte. Prof. **Brill** und **Laisant** dankten dem Vorsitzenden, Prof. **Geiser**, für die gute Organisation und energische Leitung des Kongresses. Zwei Extrazüge führten die Teilnehmer auf den Utokulm, wo eine prächtige Aussicht und ein feines Diner ihrer harrte. Der Tischreden war nur eine beschränkte Zahl und, was die Hauptsache ist, sie waren kurz und bündig, für lange Bandwürmer von Reden ist der Mathematiker nicht disponiert. Die Durchführung des Kongresses war eine überaus gelungene, dem Komitee wurde auch der ungeteilte Dank bezeugt und Zürich hat seinen Ruf als Feststadt *par excellence* bewahrt. Jetzt schon ein Urteil über die positiven Resultate des Kongresses abzugeben, wäre verfrüht. Es herrschte jedoch ein so ungezwungener, herzlicher Ton, dafs man sicher annehmen kann, dafs viele Bekanntschaften sich gebildet, Freundschaften erneuert und Resultate aller Art ausgetauscht worden sind. Auch die mathematischen Hauptverleger wie **Ackermann-Teubner**, Ulr. **Hoepli** und **Gauthier-Villars** waren da. Wie sagte doch boshaft oder berechnend ein Kollege: Die Frage der Bibliographie wäre gelöst, wenn sämtliche mathematische Schriften auf neutralem Boden zu einem grofsen Autodafé vereinigt würden *à la* Omar dem Kalifen, dann liefse sich wieder auf anständigem Fufs punkto Honorar mit den Herren Verlegern verhandeln! Das gäbe ein Wettrennen, da wäre es eine Lust, Bücher zu schreiben! Es wird nicht sein sollen! Man wird fortfahren müssen, wie es sich für uns schickt, mit den gegebenen Verhältnissen zu rechnen! Der Ruf ergeht: „Mathematiker aller Länder vereinigt euch!" Dann wird der zweite Kongrefs in Paris fortsetzen, was der erste in Zürich unter günstigen Auspizien begonnen hat! J. H. G.

Nachschrift der Redaktion.

Der Herr Verfasser teilt uns noch mit, dafs auch mathem. gebildete **Damen** Anteil nahmen und zwar:

v. **Schiff**, Professorin St. Petersburg.
Scott, Mifs C. A., **Bryn-Mawr**, Prof. Dr., U. S. A., zwei Damen die äufserst fleifsig an den Sitzungen teil nahmen und sich auch äufserlich glichen (Schwestern?).
Wagner, Emma Frl. Metone.
Wedell, Ch. Frl. Dr. Göttingen.

Der Herr Verfasser sandte uns noch folgende von ihm verfafste Broschüren:

1) **Ludwig Schläfli** (1814—1895), Ein Lebensbild.
2) Die Exhumierung **Jacob Steiners** und die Einweihung des Grabdenkmals **Ludwig Schläflis**, anläfslich des 100. Geburtstages Steiners am 18. März 1886,*)

nebst einigen Notizen zur Geschichte der Mathematik und der Naturw. in der Schweiz.

*) Man vergl. den Artikel „**Zum 100. Geburtstage Jacob Steiners**" in d. Z., Jahrg. 1896, S. 161 ff. von **Bützberger**. D. Red.

Verein zur Förderung des höheren lateinlosen Schulwesens.

Einladung zur fünften Hauptversammlung.*)

Am 9. und 10. Oktober d. J. findet zu **Düsseldorf** die fünfte Hauptversammlung unseres Vereins statt, zu der nicht nur die Mitglieder, sondern auch die entsprechenden königlichen und städtischen Behörden und alle Freunde des lateinlosen Schulwesens eingeladen werden.

Tagesordnung:

Freitag, den 8. Oktober, von 8 Uhr abends ab, **zwanglose** Vereinigung im Oberlichtsaale der Städtischen Tonhalle, Schadowstraße 91/93.

Samstag, den 9. Oktober:

Vorm. 8½ Uhr: Besichtigung des neuen Realschulgebäudes an der Prinz Georg-Straße.

Vorm. von 10½ Uhr ab: **Erste öffentliche Versammlung** in der Aula der städtischen Oberrealschule, Fürstenwall 92. Vorträge über schulmethodische Fragen nebst Beratung und Feststellung von Leitsätzen:

1) Die Einführung des Potentialbegriffs in den physikalischen Unterricht der Oberrealschule. Vortrag des Direktors Prof. Dr. Holzmüller aus Hagen. Den Teilnehmern wird eine entsprechende Festschrift überreicht.
2) Das deutsche Lesebuch auf der Real- und Oberrealschule. Vortrag des Prof. Dr. Kleinsorge von der Oberrealschule in Elberfeld.
3) Das magnetische Feld und die Kraftlinientheorie in experimenteller Darstellung. Vortrag des Oberlehrers Dr. Berghoff von der Oberrealschule in Düsseldorf.

Nachm. 3 Uhr: Unter sachkundiger Führung nach Wahl entweder a) Besichtigung des Kunstgewerbemuseums, oder b) der Maschinenfabrik mit elektrischem Betrieb von Haniel und Lueg (Hin- und Rückfahrt mit der elektrischen Bahn), oder c) der Hafenanlage und des Rheinbrückenbaues auf besonderem Dampfer.

Abends 7 Uhr: **Abgeordneten-Versammlung** (nur für Mitglieder) im Oberlichtsaale der Städtischen Tonhalle: a) Bericht des Vorstandes über die beiden letzten Vereinsjahre. — b) Regelung des Beitritts des Vereins sächsischer Realschulmänner, ev. Satzungsänderung. — c) Neuwahl für die ausscheidenden Vorstandsmitglieder (erster Vorsitzender, Schatzmeister und zweiter Schriftführer). — d) Wahl des Ortes für die nächste Hauptversammlung (Einladungen werden vom Vorstande schon vorher entgegengenommen). — e) Beratungen über die Frage der Oberrealschule und ihrer Berechtigungen. — f) Rang und Gehalt der Realschullehrer. — g) Besprechungen über Schulreform und sonstige Angelegenheiten.

Sonntag, den 10. Oktober:

Vorm. von 9 Uhr an: Besichtigung der Kunsthalle, der Aula der Königlichen Kunstakademie und des Rathaussaales (Eintritt frei bei Vorzeigung der Mitgliedskarte).

---

*) Verspätet! Wir bitten wiederholt und dringend uns derartige Einladungen u. s. w. zeitig genug zuzusenden, wenn sie Erfolg haben sollen. Unsere Zeitschrift erscheint nur 1½ monatlich und eine unvorhergesehene und unvermeidliche zufällige Verspätung kann leicht den Zweck der Einladung vereiteln. D. Red.

Vorm. 11½ Uhr: **Zweite öffentliche Hauptversammlung** in der Aula des Städtischen Gymnasiums und Realgymnasiums (Klostergasse 7). Vorträge und Beratungen über Fragen von allgemeinerem Interesse: 1) Eröffnung und Begrüfsung. — 2) Mitteilungen über die Beschlüsse der Abgeordneten-Versammlung. — 3) Über die Gleichwertigkeit der Oberrealschul- und Gymnasial-Bildung. Vortrag des Gymnasial- und Realgymnasialdirektors Dr. Matthias aus Düsseldorf. — 4) Was verlangt die Technik von der Oberrealschule? Vortrag des Oberrealschuldirektors und Professors der Technischen Hochschule Dr. Wernicke aus Braunschweig.

Nachm. 3 Uhr: Festmahl in der Städtischen Tonhalle (Oberlichtsaal). Gedeck 3 Mark.

Im Anschlufs an die Abendsitzungen bezw. das Festmahl Besuch des Künstlervereins „Mahlkasten" oder der Gesellschaft „Verein". Beide Gesellschaften haben für die Tage der Versammlung ihre Räume den Teilnehmern gastfreundlich zur Verfügung gestellt.

Montag, den 11. Oktober:

Bei genügender Beteiligung gemeinsame Fahrt nach Müngsten (Kaiser-Wilhelm-Brücke), Thalsperre und Burg a/W. Es wird gebeten, bindende Anmeldungen für das Festmahl und gegebenenfalls für die Fahrt nach Müngsten bis zum 2. Oktober an Herrn Direktor Masberg (Realschule an der Prinz Georg-Strafse) zu richten. Derselbe ist auch bereit, Vorausbestellungen von Gasthofszimmern entgegenzunehmen.

Der Vereinsvorstand:

Prof. Dr. Holzmüller, Direktor, Dr. Hintzmann, Oberrealschuldirektor, Prof. Dr. Jansen, Oberlehrer Presler, Stadtverordneter Traeger.

Der Ortsausschufs.*)

Fragekasten.

Nr. 93) Z. i. L. In dem geographischen Lehrbuch von E. v. Seydlitz, Ausgabe B, 20ste Bearbeitung von Simon-Öhlmann, finden sich in Abschnitt I § 4 folgende Stellen vor:

Breitengrade sind Flächenstücke zwischen je 2 benachbarten Breitenkreisen.

Längengrade sind die zwischen je zwei Meridianen eingeschlossenen Flächenstücke; es giebt ihrer also 360. Im Gegensatz zu den Breitegraden sind die Längengrade oder eingradigen Meridianstreifen sämtlich an Flächeninhalt einander gleich. —

Im Lehrbuch der Geographie von Daniel, 70. Auflage § 8 steht:

Die durch solche Einteilung**) von einander abgegrenzten Streifen der Erdoberfläche heifsen Breitengrade . . .

Es giebt also 360 Meridiane. Zwischen diesen Halbkreisen liegen 360 Längengrade, die nur am Äquator 111 km breit sind, nach den beiden Polen hin dagegen sich verschmälern.

---

*) Dieser Ausschufs zählte ca. 16 Personen meist Direktoren und Lehrer der höheren Schulen der Stadt Düsseldorf. Im Anhang wurde eine Anzahl Gasthöfe empfohlen. (Ein Bericht über die Versammlung liegt uns bereits vor.) D. Red.

**) durch Parallelkreise.

Es sind also in beiden Lehrbüchern die Breitengrade — mathematisch ausgedrückt — als Kugelzonen, die Längengrade als sphärische Zweiecke aufgefaſst, während für den Mathematiker doch der Grad ein (bestimmter) Teil eines ebenen Winkels (des rechten oder des Vollwinkels) oder der Kreislinie ist. (Die von krummen Linien gebildeten Winkel und die Flächenwinkel sind auf ebene Winkel zurückzuführen.) **Ist die Auffassung der Geographen berechtigt?**

Nr. 94) W. i. L. Darf man sagen: Parallen zwischen Parallelen sind einander gleich, man zieht Parallelen durch die Punkte, oder muſs man sagen Parallele etc.? Mit anderen Worten: Ist das Wort die „Parallele" als Substantiv oder nur als substantiviertes Adjektiv zu betrachten?

Man sagt wohl, es giebt Gute und Böse, Gerechte und Ungerechte (zu ergänzen: Menschen). Diese Worte sind aber immer nur Adjektiva; dagegen glaube ich, daſs das Wort „Parallele" im Sprachgebrauch der Mathematiker — denn andere dürften es wohl selten gebrauchen — bereits vollständig Substantivum geworden, ebenso wie Transversale. Einen Beleg für meine Ansicht meine ich darin zu finden, daſs man nur an parallele Geraden denkt, wenn man schlechtweg von Parallelen spricht, niemals an parallele Ebene. So wird man in der Stereometrie das Wort „die Parallele" niemals anders verstehen als parallele Gerade. Den Satz „es giebt Gute und Böse" wird man nur dann auf Menschen beziehen, wenn man vorher von Menschen gesprochen hat. Man könnte ihn eben so gut auf andere Subjekte oder Substantiva beziehen, wenn von solchen vorher die Rede war. Sobald aber das Wort die „Parallele" — mit dem Worte „die Gerade" verhält es sich ebenso — Substantivum geworden ist, dann sollte es auch keinen doppelten Plural haben, „Parallele und die Parallelen", ebensowenig wie „Sehnen", „Transversalen" etc.

NB. Im Wörterbuch von Sanders ist kurz angegeben Par-allēle, *f*; -n, also Plural Parallelen ohne Einschränkung ob mit oder ohne Artikel. In den Lehrbüchern von Treutlein-Henrici und Holzmüller finden sich dagegen Beispiele für den Gebrauch „Parallele" ohne n, also entsprechend der Pluralbildung „Gute".

Vielleicht giebt uns ein Philologe oder philologisch geschulter Mathematiker Auskunft!

Einsendungstermine der Beiträge für das Aufgaben-Repertorium.

Wir bringen die Termine, an denen die Beiträge für das Aufg.-Repert. seitens der Haupt-Redaktion d. Ztschr. an den Spezial-Redakteur des Aufg.-Repert. abgesendet werden, auf's Neue in Erinnerung (vergl. XIV, 272; XVI, 433; XVII, 480; XXII, 160; XXIV, 639;):

für Heft	1	(1. Jan.)	spätestens bis	1. November
„ „	2	(15. Febr.)	„ „	15. Dezember
„ „	3	(1. April)	„ „	1. Februar
„ „	4	(15. Mai)	„ „	15. März
„ „	5	(1. Juli)	„ „	1. Mai
„ „	6	(15. Aug.)	„ „	15. Juni
„ „	7	(1. Okt.)	„ „	1. August
„ „	8	(15. Nov.)	„ „	15. September.

Später einlaufende Beiträge werden für das nächste Heft zurückgelegt, oder müssen, falls der Gegenstand s c h o n e r l e d i g t ist, ganz f o r t b l e i b e n. Es empfiehlt sich daher, die Manuskripte immer schon e i n i g e T a g e vor dem jedesmaligen Absendungstermine einzusenden, da der betreffende Brief (mitunter sogar ein kleines Packet) schon so lange vorher zur Ab-

sendung bereit liegt. Es wird wiederholt darum gebeten, die Manuskripte nur einseitig und auf nicht zu dickes Papier zu schreiben. Da es für den Aufgaben-Redakteur bequem ist, die einzelnen Lösungen jede auf besonderem Blatte zu haben, so bittet die Redaktion, den losen Blättern immer einen Umschlag mit Aufschrift zu geben, etwa wie folgt: „Zum Aufgaben-Repertorium. Von Dr. X. i. Y. Auflösungen zu Nr. x, y, z etc. Neue Aufgaben 1—x" oder ähnlich. —

Die Redaktion d. Zeitschrift.

Bei der Redaktion eingelaufene Druckschriften.

(September—Oktober 1897.)

Mathematik.

Sturm, Lehrbuch d. Analysis übers. v. Grofs. I. Bd. Berlin, Fischers technolog. Verl. (M. Krayn) o. J.

Laerebog i Infinitesimalregningens, pp. af. Ad. Meyer. Kobenhavn, Lehmann u. C. 1897. (Dänisch.)

Klein u. Fricke, Vorlesungen über die Theorie der automorphen Funktionen. 1. B. (die gruppentheoretischen Grundlagen). Leipzig b. Teubner. 1897.

Reidt, Sammlung von Aufgaben und Beispielen aus der Trigonometrie u. Stereometrie. II. T. Stereometrie. Nebst Resultaten dazu. 4. Aufl. Neu bearb. von Much. Ebda. 1897.

Popp, Begründung und Lösung des imaginären Problems Tachau (Böhmen). Selbstverlag d. Verf. 1898.

Eibe, Euklids Elemente I—II (dänisch). København, Gyldendalske Boghandels Forlag. 1897.

Piffl, Aufgaben-Sammlung aus der Algebra mit Berücksichtigung kulturhist., geogr. u. naturw. Daten etc. 2. Aufl. Serajewo 1897. Selbstverlag d. Verf.

Naturwissenschaften.

Bussler, Elemente d. math. u. astron. Geogr. Dresden—Berlin, Ehlermann 1897.

Günther, Handbuch d. Geophysik. I. Bd. Lief. 4. (Bg. 25—32.) Stuttgart, Enke 1897.

Börnstein, Die Fortschritte d. Physik i. J. 1896. 52. Jahrg. 1. Abt. Physik d. Materie. Braunschweig, Vieweg u. C. 1897.

Ströfse, Leitfaden f. d. Unt. i. d. Naturbeschr. 2. Aufl. Ausgabe A. Zoologie. 1. Heft, Unterstufe. Dessau, Baumann 1897.

Höck, Grundzüge d. Pflanzengeographie etc. Breslau, Hirt 1897.

Petkovšek, Die Baugesteine Wiens in geolog.-bautechnischer Beleuchtung. Wien, Pichlers W. 1897.

Poggendorffs Handwörterbuch. III. Bd., Lief. 10—11. Leipzig, Barth 1897.

Arendt, Grundzüge d. Chemie u. Mineralogie. 6. Aufl. Hamburg-Leipzig. Vofs. 1897.

Berge, illustr. Naturgeschichte für die Jugend. 3. Aufl. von Rebmann. Stuttgart, Effenberger (o. J.)

Martin, Praxis der Naturgeschichte. I. Teil: Taxidermie mit Atlas. 4. Aufl. herausgegeben von L. Martin u. P. M. Weimar, Voigt. 1898.

Wünsche, Die Pflanzen Deutschlands, eine Anleitung zu ihrer Bestimmung. Die höheren Pflanzen. 7. Aufl. Leipzig b. Teubner. 1897.

Frenzel, Wandtafeln für Kenntnis der Coccen-Bacterien-Spirillen-Formen. Landwirtschaftl. Verlagsbuchhandlung von P. Parey. Berlin 1897.

Jäger, Grundzüge der Geschichte der Naturwissenschaften. Stuttgart, (Neff). 1897.

Riecke, Festrede im Namen der Georg-Augusts-Universität zur akademischen Preisverteilung (2. Juni 1897). (Thema: „Die Prinzipien der Physik und der Kreis ihrer Anwendung".) Göttingen, Vandenhoeck u. Ruprecht. 1897.

Zeitschriften.

Nouv. Ann. d. Math. XVI, Sept. 1897. — Periodico di Matematica XII, 5. — Atti della R. A. delle scienze di Torino XXXII, 13ª, 14ª, 15ª. — Himmel u. Erde IX, 12. — Geogr. Ztschr. (Hettner) III, 9—10. — Naturw. Rundschau XII, 35—40. — Zeitschr. f. lateinlose h. Schulen VIII, 11—12. — Die Umschau I, 35—40. — Zeitschr. f. Math. u. Phys. Bd. 42. Heft 4. — Zeitschr. f. phys. u. chem. Unterr. X, 5. — Zeitschr. f. angewandte Mikroskopie II, 1—4. — Zeitschr. f. R.-W. XXII, 9. — Zeitschr. f. Schulgeogr. XVIII, 8—12. — Zeitschr. f. weibl. Bildung XXV, 17—19. — Unterrichtsblätter f. Mathem. u. Naturw. III, 5. — Allgem. d. Lehrerzeitung 1897 Nr. 35—40.

Programme, Abdrücke, Prospekte u. dergl.

Mitteilungen d. allgem. d. Realschulmänner-Vereins (12.—13./VI. 1897). (Abdr. a. Päd. Arch.)

Vogel, über den gegenw. Stand der wissenschaftl. Photographie. (Verh. d. Gesellsch. d. Naturf. etc. 1897.)

Progr. des R.-G. zu Güstrow Ostern 1897. (Seeger, Organis. des Unterr. i. Rechnen u. Ar.)

Die Redaktion übernimmt bei der Masse der Einläufe keine Verpflichtung alle bei ihr einlaufenden Druckschriften zu besprechen oder auch nur anzuzeigen. Sie mufs es den betr. Verlagsbuchhandlungen überlassen, die nicht besprochenen Schriften durch ihren hiesigen Vertreter von uns zurückholen zu lassen.

Preisausschreiben.

Um die gründliche Behandlung einer Frage, die wie keine zweite auf allgemeine Bedeutung Anspruch erheben kann, anzuregen, schreibt die Wochenschrift „Die Umschau" in Frankfurt a. M. (H. Bechholds Verlag) eine Preiskonkurrenz aus über das Thema: Was ist Bildung? Ausgesetzt sind drei Preise: Erster Preis M. 100.—, zweiter Preis M. 75.—, dritter Preis M. 50.—, welche für die drei besten Aufsätze über genanntes Thema zur Auszahlung kommen. Preisrichter sind die Herren Professor Dr. Friedrich Ratzel in Leipzig, Professor Dr. Alwin Schultz in Prag, Professor Dr. Max Verworn in Jena. Die zur Konkurrenz bestimmten Arbeiten dürfen den Umfang von 4 Druckseiten der Umschau nicht überschreiten und müssen in deutscher Sprache abgefafst sein. Die Manuskripte sind, lesbar geschrieben, bis zum 15. November d. J. an die Redaktion der Umschau, Frankfurt a. M., Neue Kräme 19/21, einzusenden. Der Name des Verfassers darf auf dem Manuskript selbst nicht angegeben sein, sondern ist auf einem besonderen Zettel in verschlossenem Couvert anzubringen; Manuskript und Couvert müssen mit einem gleichen Kennwort bezeichnet sein. Die preisgekrönten Arbeiten gelten als zum Abdruck in der Umschau erworben und gelangen am Anfang des Jahres 1898 zur Veröffentlichung. Zur Rücksendung von Manuskripten wird nur soweit Verpflichtung übernommen, als das Porto dafür beiliegt. Das Ergebnis der Preiskonkurrenz, sowie die Verfasser der preisgekrönten Arbeiten werden in der ersten Nummer des II. Jahrgangs der Umschau vom 1. Januar 1898 mitgeteilt.

Inwiefern eignen sich die realen Wissenschaften immer mehr dazu, die Grundlage der Bildung der Zukunft zu werden?*)

Von Geh.-Rat Prof. Baumann in Göttingen.

Unter Bildung verstehen wir die Kenntnisse, welche uns zugeführt werden, und die Übung geistiger Auffassungskräfte, welche mit uns veranstaltet wird, ehe wir in das praktische Leben oder in die eigentliche Berufsvorbereitung übergehen. Diese Bildung hat zwei Hauptstücke, ein mathematisch-naturwissenschaftliches und ein historisch-litterarisches, bei welchem letzteren fremde Sprachen solcher Völker besonders mitbenutzt werden, welche für unsere eigene Geschichte und Litteratur von Bedeutung gewesen sind.

Ich möchte nun kurz darlegen, dafs keineswegs Geschichte und Litteratur, wie sie überkommen sind, die volle Kenntnis menschlichen Wesens geben können, als welche doch von ihnen erwartet wird, sondern dafs hier eine Korrektur von Seiten der realen Wissenschaften mehr und mehr wird eintreten müssen. Unter realen Wissenschaften meine ich nicht blofs die Naturwissenschaften, sondern auch die moderne Psychologie, wie sie durch Physiologie und Pathologie reicher und genauer geworden ist.

Ich erinnere zunächst daran, dafs die Naturwissenschaft in den quantitativen Bestimmungen und den Bewegungen der Erscheinungen, d. h. der Wahrnehmungsdinge, das Mafsgebende sieht, das, worauf das Qualitative, Licht, Farben, Töne, Gerüche, Geschmäcke, Wärme, Kälte zurückzuführen sind. Die festformulierten Gründe bei Galilei, Descartes, Hobbes, für diese Auffassung waren z. B., dafs Druck und Schlag im Dunkeln oder im geschlossenen Auge Lichtempfindungen hervorrufen, also überhaupt Licht- und Farbenempfindungen durch blofse Bewegungsvorgänge quantitativer Elemente in uns entstehen können, dafs aber augenscheinlich bei den Tönen so etwas wirklich statt hat. Denn bei einer Klapper etwa wird von Auge

*) Selbständiger gröfserer Auszug des Verfassers aus dem in der gemeinsamen Sitzung der Abtheilung für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht und der Abteilungen für Mathematik und Astronomie sowie für Physik und Meteorologie auf der diesjährigen Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte gehaltenen Vortrags. (Der vollständige Vortrag wird in den „Verhandlungen" der Naturforscherversammlung zum Abdruck gelangen.) D. Verf.

und Hautgefühl wahrgenommen Bewegung eines festen Körpers und Bewegung der Luft; indem durch die letztere das Trommelfell des Ohres in Schwingungen versetzt wird, entsteht die Tonempfindung, als offenbar subjektive, obwohl ganz gesetzmäfsige Auffassung völlig veränderter Art. Johannes Müller hat dann zusammenfassend die Argumente für diese sich immer neu bestätigende Unterscheidung der objektiven und subjektiven Qualitäten gegeben, wie sie mit kleinen Abänderungen durch die Fortschritte der Physik auch jetzt noch Gültigkeit haben.

Aus dieser Unterscheidung folgt, dafs alle Kunst nur subjektive Bedeutung hat, denn sie arbeitet wesentlich mit subjektivem Material. Malerei ist ja nicht ohne Farben da, Musik nicht ohne Töne, Plastik und Architektur würden nicht mehr sein, wenn es sich um ein blofses Abtasten von Materie als Ausdehnung und Widerstand handelte; aber auch die lauen Lüfte des Frühlings, die Düfte der Blumen, das Aroma des Weines sind nur in uns als Wesen, die gewisse Vorgänge von Gröfse und Bewegung nicht als solche, sondern als Farben u. s. w. auffassen. Die qualitative Empfindung hat nicht wissenschaftlichen, sondern ästhetischen Wert. Wegen dieser überwiegenden Subjektivität ihres Materials kann die Kunst auch nicht, wie man meinte, den Weltgeist offenbaren (Goethe), die objektiven Vorgänge sind ja vielfach ganz anders anzusetzen. Man kann auch nicht sagen: was die Natur erstrebe, das hebe die Kunst in Vollkommenheit heraus (Aristoteles, Schelling); denn vieles, was in der Kunst verwendet wird, ist so gar nicht in der Natur. Nach Ramon y Cajal ist selbst der Typus der griechischen Plastik ein erträumtes morphologisches Ideal. Man kann nicht mit Schopenhauer und Richard Wagner in der Musik gleichsam die Offenbarung des Dinges an sich sehen, des nach ihnen der Welt zu Grunde liegenden Willens; denn wie die Töne subjektiv sind, so sind die durch sie angeregten Gefühle erst recht subjektiv. Es steht daher die Kunst nicht über der Wissenschaft, hat aus sich keinen Erkenntniswert, sondern hat eben ästhetische Bedeutung, sie kann Gefühl und Phantasie in edler und für das Gesammtleben erholender Weise anregen auf Grund meist subjektiven Materials.

Was von der Kunst überhaupt gilt, gilt auch vom Dichter, dem in Versen und dem in Prosa. Er gebraucht durchweg das subjektive Material der anderen Künste, und was er aus sich, aus seiner besonderen Dichtergabe kann, hat Göthe zu Eckermann so ausgesprochen: „Die Region der Liebe, des Hasses, der Hoffnung, der Verzweiflung und wie die Zustände und Leidenschaften der Seele heifsen, ist dem Dichter angeboren und ihre Darstellung gelingt ihm“. Ein so dem Realen zugewandter Dichter wie Goethe hat sich dabei über das Verhältnis der Dichtung zur eigentlichen Wirklichkeit dahin erklärt: „Eine wahre Geschichte ist ohne Exaggeration selten erzählungswert“. „Die Künste ahmen nicht das ge-

radezu nach, was man mit Augen siehet, sondern gehen auf jenes Vernünftige zurück, aus welchem die Natur bestehet und wonach sie handelt". Goethe sieht so in der Kunst nicht ein Subjektives für Gefühl und Phantasie, sondern eine höhere objektive Wahrheit, und in dieser etwas Versöhnendes gegenüber dem Leben. „Die Poesie ist uns doch eigentlich dazu gegeben — —, um den Menschen mit der Welt und seinem Zustand zufrieden zu machen." Nicht blofs über die Natur hinaus führt nach Göthe die Kunst durch, wie er sich ausdrückt, „die Täuschung einer höheren Wirklichkeit", auch über die Geschichte. „Der Dichter mufs weiter gehen (als der Historiker) und uns womöglich etwas Höheres und Besseres geben". Und selbst den Glauben verlangt er für solche Dichtung, indem er zu Eckermann sagt: „Wenn die Römer grofs genug waren, so etwas (wie Lucretia, Mucius Scävola) zu dichten, so sollten wir wenigstens grofs genug sein daran zu glauben".

Machen wir die Probe darauf, dafs Dichtung über Geschichte gehe, mit Goethe's grofsem Freunde, mit Schiller. Ist die Jungfrau von Orleans gröfser bei Schiller als in der Geschichte? Niemand wird es dem Dichter verargen, dafs er sie so dargestellt hat, wie es ihm für einen tragischen Conflict nach seiner Individualität gut dünkte, aber niemand, der sie aus den zuverlässigsten geschichtlichen Berichten kennt, wird anstehen, sie in der Geschichte gröfser zu finden, wo nur Ein Gefühl sie beseelt, die Sendung für Befreiung ihres Landes.

Goethe hat den Ausspruch gethan: „Shakespeare gesellt sich zum Weltgeist; er durchdringt die Welt wie jener, beiden ist nichts verborgen". Und man hat wohl in Shakespeare noch neuerdings merkwürdige Vorwegnahmen späterer Erkenntnisse zwar nicht über die Natur aufserhalb des Menschen, aber über die menschliche Natur gesehen, bis sich erwiesen hat, dafs er dabei Ansichten seiner Zeit benutzte, die wesentlich auf Aristoteles zurückgingen, der ja in vielen Punkten unserer physiologischen Psychologie näher stand als manche spätere Philosophen. Aber vielleicht hat er in dem, was Göthe als das Angeborene des Dichters bezeichnet, in Liebe, Hafs, Hoffnung, Verzweiflung und den anderen Leidenschaften der Seele den Menschen gleichsam erst über sich selber aufgeklärt, so dafs ihm nicht blofs ästhetische, sondern wissenschaftliche Wahrheit zukommt? Sein neuester Biograph (Brandl) setzt seine Gröfse gerade in das Ästhetische: „Seine Charaktere geben sich rücksichtslos an einen Affekt hin, in einer Consequenz, die uns entzückt, während sie den Träger in beklagenswerthes Verderben zieht". „Das gerad ausgehende Temperament ist es, welches wie nichts anderes die Helden Shakespeare's grofs und dramatisch macht". „Die Dichter der Renaissance durften sich das freieste Spiel der Phantasie gestatten; man hatte erkannt, dafs die Poesie ein schöner Schein ist, der der inneren Folgerichtigkeit und Stimmungseinheit bedarf, nicht

der äufseren Wahrheit". Um diese hat Shakespeare auch sich nie gesorgt, sondern hat einfach Stoffe genommen, wie sie sich ihm darboten für seine dichterischen Zwecke. Die Jungfrau von Orleans erscheint bei ihm, dem Engländer, als Hexe, ihre Thätigkeit für Frankreich als Aufruhr und Verrat, sie endet am Gerichtspfahl nach feiger Lüge und entsetzlichem Sündenbekenntnis. Über Heinrich V. als Prinzen ist nichts von Lüderlichkeit und dergleichen bei den Zeitgenossen zu lesen; erst im 16. Jahrhundert fangen die Chroniken an von ihm in diesem Sinne zu berichten; Fallstaff vollends ist aus dem Wicliffit'schen Märtyrer Old-castle erwachsen. Man kann so aus Shakespeare wohl lernen, wie ein Mensch handeln würde, wenn er sich rücksichtslos einem Affekt hingäbe, aber das ist stets poetische Welt, nicht die wirkliche. Der Dichter enthüllt uns zwar die Tiefen unserer Affekte und Leidenschaften, und wir geben ihm soweit Recht, aber im wirklichen Leben sind die Affekte meist gebunden und gedämpft durch andere Affekte oder Umstände und Rücksichten.

Man würde sich sehr täuschen, wenn man meinte, die Dichter selbst sprächen sich wohl objektive und höhere Wahrheit zu, aber der Leser habe sie stets auf die subjektive oder ästhetische oder Gefühls- und Phantasiewahrheit eingeschränkt. Jakob Grimm in seiner Schillerrede erklärt rundweg, dafs der Dichter auch einen des Lebens Geheimnisse aufdrehenden Schlüssel reiche, und nach Aristoteles ist die Poesie philosophischer als die Geschichte, denn sie sage nicht blos, wie es geschehen sei, sondern wie es geschehen könne und das Mögliche nach der Wahrscheinlichkeit oder Möglichkeit.

Es ist nicht meine Meinung, dafs bei Dichtern sich nicht einzelne treffende und überaus glücklich ausgedrückte Wahrheiten über Menschen und menschliche Verhältnisse finden könnten. Der Homerische Vers, dafs Sklave zu werden die Hälfte der Tüchtigkeit einem Manne raube, war zu allen Zeiten wahr und wird es stets bleiben. Ebenso denkt man oft genug im Leben an die Wahrheit des hesiodischen Spruches, dafs der beste ist, wer von sich aus das Richtige findet, der zweitbeste der, welcher einem ihn Beratenden folge; wer aber selbst nicht denke und gutem Rat nicht folge, sei ein unbrauchbarer Mensch. Aber im Ganzen kann Dichtung nur poetische Wahrheit geben über den Menschen, d. h. besten Falls bleibende Grundzüge menschlicher Natur steigern, einzelne davon ausschliefslich machen und uns als innere Möglichkeit nachempfinden lassen, was dann herauskommen würde.

Ich will, was ich meine, an einem Beispiel deutlich machen. Nicht aus Dorfgeschichten, auch nicht den berühmtesten Auerbachschen, die doch an Jugendeindrücke des Autors anknüpften, nicht aus den Anzengruber'schen packendsten Schauspielen lernt man, wie unsere Bauern wirklich sind, sondern wer das lernen will, der lese „Zur bäuerlichen Glaubens- und Sittenlehre" von dem Thü-

ringischen aus 30jähriger Erfahrung schreibenden Landgeistlichen. Er wird daraus nicht nur die Bauern der Gegenwart kennen lernen, sondern auch vieles von den alten Germanen und vom Mittelalter erst voll verstehen, und so gewinnt er erst den Anknüpfungspunkt für etwaige Wirksamkeit auf und unter Landleuten, und das alles durch die realwissenschaftliche Methode langjähriger Beobachtung mit Weglassung des ausdeutenden Denkens, in welchem sich der Städter den Landleuten so überlegen meint, worin er aber gewöhnlich ihnen gegenüber sich sehr vergreift.

Unter den alten Geschichtschreibern hat Polybius dafür gekämpft, dafs nicht Poesie, sondern Geschichte Menschenkenntnis gebe, sie belehre und überzeuge durch wahre Werke und Thaten für alle Zeiten, nähme nicht wie die Tragödien einen falschen Ausgangspunkt und solche, die der gesunden Vernunft entgegenseien. Ehe wir zu dieser Frage der Menschenkenntnis aus der Geschichte übergehen, wende ich mich einen Augenblick zu unserem realwissenschaftlichen Ausgangspunkt zurück.

Aus der naturwissenschaftlichen Unterscheidung der objektiven und subjektiven Qualitäten der Wahrnehmungsdinge hat man sofort gefolgert (Descartes), dafs die nächste Wahrnehmung überwiegend praktische Bedeutung habe, nicht sagt, wie die Dinge selbst sind. Licht zeigt Dinge auch in der Ferne, Schall mehr in der Nähe, die Wärmeempfindung kündigt uns an, dafs gewisse Vorgänge, die dem Leben nützlich oder schädlich sein können, da sind. Geruch deutet Abwesenheit oder Anwesenheit schädlicher oder nützlicher Stoffe an, Geschmack regt zum Essen an oder mahnt davon ab. Die nächste Wahrnehmung hat aufser der ästhetischen Seite praktisch biologische Bedeutung. Ich bemerke dabei, dafs die etwaige philosophische Rückführung der objektiven Qualitäten selbst (Gröfse und Bewegung) auf apriorische subjektive Auffassungen an alledem nichts ändert; denn es bleibt auch dann bestehen, dafs die ihnen etwa zu Grunde liegenden intelligiblen Beziehungen nicht farbig, nicht tönend u. s. w. sind, sondern von unbekannter, weiter gar nicht erfafsbarer Art, und dafs wir als Wesen, welche leben und handeln, Farben, Töne u. s. w. als sekundär-subjektiv auf Gröfse und Bewegung als primär-subjektiv zurückzuführen genötigt sind und mit ihnen zu operiren haben, als wären sie objektiv. Die praktisch-biologische Bedeutung der nächsten Wahrnehmung bleibt auch nach Feststellung ihres überwiegend subjektiven Charakters, sie wird durch die quantitative Auffassung verstärkt und verfeinert (Thermometer, chemische Reagentien u. s. w.). Erst seit Ausbildung der exakten Wissenschaften ist diese Verstärkung und Verfeinerung erreichbar geworden. Hieraus ergiebt sich zugleich, dafs Naturwissenschaft nicht blos Erkenntniswert sondern auch technischen Kulturwert hat und moralischen Wert, insofern sie ganz anders Leben, körperliches und geistiges, fördernd und erhaltend wirken kann als die

nächste Wahrnehmung, und dafs die Wissenschaft den höheren geistigen Thätigkeiten angehörig, als Vernunft unser Leben leiten soll, als wissenschaftliche Vernunft, während nächste Empfindung, nächste Triebe niemals an sich schon die Herrschaft haben dürfen. Das ist der Mensch, wie er langsam seinen Kräften und seinen Aufgaben nach durch die reale Wissenschaft ist erkannt worden und wie es gilt ihn zu bilden.

Es leuchtet ein, dafs aus der Geschichte dieser Mensch nur kennen gelernt werden kann, wenn man aus den letzten Jahrhunderten die Sonnenblicke realwissenschaftlicher Erkenntnis heraushebt, die aber noch wenig auf den allgemeinen Gang historischer Ereignisse von Einflufs gewesen sind. Erst in unserer Zeit fängt man an von dem gewaltigen Aufschwung der Technik aus auf die Gründe desselben, eben die realwissenschaftliche Erkenntnis und die von da aus zu gewinnende Bildung der Einzelnen zur Theilnahme an solch verstärkter und vertiefter leiblicher und geistiger Kraft zu denken. Vielleicht ist zur Zeit am meisten davon in dem Militärwesen vorhanden, weil die Sicherheit der Nation erfordert, dafs hierin die technischen Fortschritte stets angeeignet und neue gesucht werden. Wenn sich der Gedanke realisirt, Hochschulen für den Kaufmannstand zu gründen, so ist zu erwarten, dafs von der Technik der Industrie aus die neue Ausrüstung menschlicher Kraft sich über weite Kreise verbreiten werde. Auch die Landwirtschaft bei uns kann nach den Sachverständigen von realwissenschaftlichen Kenntnissen aus einen neuen Aufschwung nehmen.

Bisher glaubte man, in der griechischen und römischen Geschichte die beste Einführung in Menschenkenntnis zu haben. Locke sprach sich in diesem Sinne aus, Kant, Göthe, Fenelon, Herbart, Benecke, viele andere. Aber von der beglaubigten Geschichte der Griechen gilt, was Schleiermacher, ein grofser Freund des Alterthums, in der Kritik der bisherigen Sittenlehre unter Anderem erinnert hat. „In Bezug auf die äufseren Güter wird fast immer (auch in der antiken Ethik) vorausgesetzt, dafs sie dem Zufall unterworfen sind, ohnerachtet doch dieser Zufall beruht teils auf den willkürlichen Handlungen der Menschen, teils auf der Art, wie sie gemeinschaftlich die Natur beherrschen, und also ebenfalls ethisch müfste gebildet und berichtigt werden. Auch die Stoiker in ihren Trostgründen bei Unfällen und in ihren Vorschriften, sich über das Unglück zu erheben, setzen immer die damalige Ohnmacht des Menschen voraus und denken an nichts anderes". Das Gleiche gilt von den Römern. Das Gleiche auch von der mittelalterlichen Geschichte, nur dafs die Ohnmacht des Menschen mehr unmittelbar religiös gewendet wird.

Wenn so die Menschenkenntnis, d. h. die Kenntnis der Kräfte des Menschen, welche die neuere Naturwissenschaft entdeckt und entwickelt hat, keineswegs aus der Geschichte gewonnen werden

kann, weder des Alterthums noch des Mittelalters, so steht dem nicht entgegen, dafs einzelne treffende Bemerkungen über Menschen und menschliche Art von den alten Geschichtschreibern geboten werden, gerade so wie die Dichter solche boten. Von Tacitus hat Lanfrey, der Geschichtschreiber Napoleons I., den Ausspruch gethan, sollte auch keiner seiner historischen Berichte sich als zuverlässig erweisen, so werde er durch seine allgemeinen Bemerkungen über Menschen einen unverlierbaren höchsten Wert behalten. Diese Bemerkungen zeigen allerdings den Blick der Alten, aber zugleich auch die Nachhülfe, die sie von der modernen Psychologie erhalten müssen. Es sind meist direkt sittliche Bemerkungen, die aber jetzt auf ihre psychologische Grundlage zurückgeführt werden können, wodurch sie an Wert noch bedeutend gewinnen. Historiae I, c. 55 ist von der den Menschen eingepflanzten Art die Rede, schnell im Handeln nachzufolgen, wo man doch keine Lust hatte anzufangen (*insita mortalibus natura, propere sequi quae piget inchoare)*. Psychologisch müfste es heifsen: in den meisten ist ein Reiz oder Trieb nicht stark genug, von sich aus in Handlung überzugehen, aber stark genug dies zu thun, sobald er durch ein lebendiges Vorbild noch weiter erregt ist. Es erklärt das die grofse Rolle, welche die Nachahmung, die Aufnahme von Anderen, in der Geschichte der Menschheit gespielt hat. Hist. I, 69 heifst es: „er beschwichtigte die Stimmung (animum) der Soldaten, die wie es des grofsen Haufens Gewohnheit ist, durch plötzliche Ereignisse verändert wird und ebenso geneigt ist zum Mitleid, wie sie unmäfsig in wilder Grausamkeit (saevitia) gewesen war". Die besonnensten Alten, Thucydides, Polybius sprechen ähnlich von Volksart, als wäre das etwas, was sich das Volk von selbst in rätselhafter Willkür gebe. Psychologisch ist der Hergang dieser: In jedem Menschen zieht die gerade herrschende Erregung (wahrscheinlich durch den Blutzuflufs zu der beteiligten Stelle des Centralorgans) alles Denken und Streben in ihren Dienst, ebendadurch erschöpft sie sich und bereitet der contrastirenden Erregung den Boden; nur Bildung und Übung giebt hier einigermafsen Abhülfe. Insofern ist jeder Mensch, ehe und soweit er nicht intellektuell und moralisch gebildet ist, Volk. Dazu kommt, dafs in einer Menge von Menschen immer ein Affekt leichter entzündet wird als in jedem, wäre er einzeln für sich gewesen, und mit Recht hat man gesagt, dafs eine grofse Versammlung selbst von Gebildeten dazu neige, unter einem plötzlich erregten Affekt ein Pöbelhaufe zu werden. Hist. IV, 33 heifst es: „Die irrthümliche Meinung, die Gesammttruppen nahten, giebt wieder Muth, und indem sie auf fremde Kräfte vertrauen, empfangen sie die eigenen wieder". Physiologisch-psychologisch fällt die Paradoxie weg, die Tacitus hier sieht: es waren noch Kräfte da, der Ermüdete (im Unterschied vom Erschöpften) hat immer noch Reservekräfte, diese aber blieben in Folge der Verstimmung über den bisherigen Mifs-

erfolg latent, da Betrübnis, wenn vorherrschend, alles andere hemmt; jetzt wurden sie durch die belebte Hoffnung angeregt zur Entfaltung.

Meine Ansicht auf Grund der gegebenen Ausführungen ist also, dafs die so wichtige Seite der Kenntnis des Menschen und seiner Kräfte in der allgemeinen Bildung keineswegs aus der schönen Litteratur, der poetischen und prosaischen, keineswegs aus der Geschichte genommen werden kann; denn das Wichtigste, was es gilt heutzutage über den Menschen zu lehren und an ihm hervorzubilden, ist in derselben nicht enthalten, sondern die realen Wissenschaften müssen hier als solche unmittelbar eintreten in Anthropologie, in physiologischer und teilweise auch pathologischer Psychologie, in den Hauptergebnissen der naturwissenschaftlichen Technik mit ihren theoretischen Hauptgrundlagen, in Übung realwissenschaftlicher Methode. Es kann das der Abschlufs des höheren Jugendunterrichts sein, aber einigermafsen mufs aller Jugendunterricht auf dies Ziel von Anfang an hinstreben. Es braucht darum noch nicht ein völliger Umsturz aller bestehenden Schuleinrichtungen statt zu haben, aber es müfste allerdings mehr und mehr eine Auswahl unter den Lern- und Übungsstoffen nach dieser Richtung eintreten und vor allem müssten die Lehrer, auch die der litterarischen und historischen Fächer, mit jener realwissenschaftlichen Bildung ausgestattet sein, die sie erst befähigte, das Ziel zu erfassen und eine Auswahl zu demselben hin zu treffen.

Vom Sprachlichen habe ich gar nichts gesagt. Ich halte das in der That für überflüssig, seitdem Jak. Grimm, der doch auf Latein und Griechisch die höhere Jugendbildung wollte gegründet haben, doch geurteilt hat (Ursprung der Sprache): „Keine unter allen neueren Sprachen hat gerade durch das Aufgeben und Zerrütten alter Lautgesetze, durch den Wegfall beinahe sämmtlicher Flexionen eine gröfsere Kraft und Stärke empfangen als das Englische“. Wozu also noch die Lobpreisung der Formenfülle und Syntax von Latein und Griechisch? Nicht die Formen dieser Sprachen, sondern ihr Inhalt mufs das Bildende sein und, wie dargelegt, reicht dieser ihr Inhalt zur Bildung auch nach der Seite der menschlichen Verhältnisse nicht aus, sondern bedarf der Ergänzung realwissenschaftlicher Kenntnisse und der Übung realwissenschaftlicher Auffassungskräfte.

Wieviel von dem Ausgeführten, dafs die Realwissenschaft nicht blofs für Erkenntnis der Natur, sondern auch des Menschen mehr und mehr mafsgebend sein mufs, in der nächsten Zeit verwirklicht werden wird, steht dahin. Grofse Veränderungen brauchen Zeit. Aber gut ist es, dafs die, welche die sachlichen Kenntnisse haben dies zu erkennen, sich mit dem Bewufstsein der Richtigkeit und Nötigkeit der Sache durchdringen. Es ist ja etwas Grofses zu wissen, dafs man einer Richtung des geistigen Lebens angehört, die allen anderen überlegen ist.

Zum Aufgaben-Repertorium.

Redigiert vom Gymnas.-Oberl. C. Müsebeck-Waren in Mecklenburg.

A. Auflösungen.

1533. (Gestellt von Bücking XXVII$_7$, 506.) 1) **Projiziert man aus dem Steinerschen Punkt R die Punkte der Ellipse von Steiner und deren Seitengegenpunkte, so erhält man ein involutorisches Büschel. Dasselbe erhält man auch, wenn man die Punkte des Umkreises und deren Winkelgegenpunkte aus R projiziert. Das Büschel ist ein symmetrisches und seine Ordnungsstrahlen sind den Achsen der Ellipse von Steiner parallel.**

1. Beweis: Die Winkelgegenpunkte der Punkte des Umkreises und die Seitengegenpunkte der Punkte der Steinerschen Ellipse liegen in unendlicher Entfernung. Für ein gleichseitiges Dreieck fallen der Umkreis und die Steinersche Ellipse, ebenso die Seiten- und Winkelgegenpunkte zusammen. Hat man nun ein gleichseitiges Dreieck $A'B'C'$ und ist R' ein beliebiger auf dem Bogen $A'C'$ liegender Punkt des Umkreises, so ziehe man die Sehne $R'T' \parallel B'C'$ und halbiere den Bogen $A'T'$ in U'. Dann ist der unendlich entfernte Punkt des Strahles RU' der Gegenpunkt von U'. Ist P' ein beliebiger Punkt des Umkreises, der auf dem Bogen $B'T'$ liegen möge, so ziehe man die Sehnen $P'N' \parallel R'T'$ und $R'Q' \parallel N'A'$. Dann ist der unendlich entfernte Punkt des Strahles $R'Q'$ der Gegenpunkt von P'. Außerdem ist der Bogen $U'A' = U'T'$ und $A'Q' = R'N' = T'P'$, also Bogen $U'Q' = U'P'$, mithin auch $\sphericalangle U'R'Q' = U'R'P'$. Hieraus folgt, daß die Strahlen $R'P'$ und $R'Q'$ ein involutorisches Büschel bilden, dessen Doppelstrahlen der Strahl $R'U'$ und der zu ihm senkrechte Strahl $R'V'$ sind. Dreht man nun die Ebene der Figur im Betrage eines beliebigen Winkels um einen der beiden Doppelstrahlen als Drehungsachse, und projiziert man dann die Figur auf die ursprüngliche Ebene, so wird die Art des Büschels nicht verändert; auch sind Seitengegenpunkte in der Projektion wieder Seitengegenpunkte. Das gleichseitige Dreieck $A'B'C'$ wird zum allgemeinen Dreieck ABC, sein Umkreis zur Steinerschen Ellipse des letzteren Dreiecks. Das Sehnenviereck $A'B'C'R'$ bleibt ein Sehnenviereck $ABCR$; mithin ist R der

Steinersche Punkt des Dreiecks ABC. Die Projektionen RU und RV der Doppelstrahlen $R'U'$ und $R'V'$ sind den Achsen der Steinerschen Ellipse parallel, so dafs der erste und dritte Teil des Satzes bewiesen ist. — Man konstruiere nun noch den Umkreis des Dreiecks ABC. Dieser werde von den Strahlen RU, RT, RP in U_1, T_1, P_1 getroffen. Dann ist Bogen $U_1A = U_1T_1$. Um den Winkelgegenpunkt von P_1 zu bestimmen, ziehe man die Kreissehnen $P_1N_1 \parallel RT_1$ und $RQ_1 \parallel N_1A$. Dann ist der unendlich entfernte Punkt des Strahles RQ_1 der Winkelgegenpunkt von P_1. Ferner findet man wie vorhin: Bogen $U_1Q_1 = U_1P_1$, mithin $\sphericalangle U_1RQ_1 = U_1RP_1$. Daraus folgt, dafs der Strahl RQ_1 mit dem Strahl RQ zusammenfällt, dafs also die beiden Büschel $R(PQ)$ und $R(P_1Q_1)$ identisch sind.

Stegemann (Prenzlau.)

2. Beweis: Um die Koordinaten eines Punktes P der Steinerschen Ellipse, deren Gleichung $\frac{1}{x_1 \sin\alpha} + \frac{1}{x_2 \sin\beta} + \frac{1}{x_3 \sin\gamma} = 0$ ist, durch einen Parameter auszudrücken, setze man $\frac{1}{x_1 \sin\alpha} = \sin(\alpha - \varphi) \sin(\beta - \gamma) = A$, $\frac{1}{x_2 \sin\beta} = \sin(\beta - \varphi)\sin(\gamma - \alpha) = B$, $\frac{1}{x_3 \sin\gamma} = \sin(\gamma - \varphi)\sin(\alpha - \beta) = C$ mit der Bedingung $A + B + C = 0$. Der Seitengegenpunkt hat dann die Koordinaten $x_1 = A : \sin\alpha$, $x_2 = B : \sin\beta$, $x_3 = C : \sin\gamma$; die Verbindungslinien des Steinerschen Punktes R mit diesen beiden Punkten haben daher die Gleichungen: 1) $Ax_1 \sin\alpha^2 \sin(\beta - \gamma) + Bx_2 \sin\beta^2 \sin(\gamma - \alpha) + Cx_3 \sin\gamma^2 \sin(\alpha - \beta) = 0$ und 2) $x_1 \sin\alpha^2 \sin(\beta - \gamma) \{B \sin\beta \sin(\gamma - \alpha) - C \sin\gamma \sin(\alpha - \beta)\} + x_2 \sin\beta^2 \sin(\gamma - \alpha) \{C \sin\gamma \sin(\alpha - \beta) - A \sin\alpha \sin(\beta - \gamma)\} + x_3 \sin\gamma^2 \sin(\alpha - \beta). \{A \sin\alpha \sin(\beta - \gamma) - B \sin\beta \sin(\gamma - \alpha)\} = 0$. Zur Vereinfachung der Rechnung ziehe man zu diesen beiden Geraden durch A Parallelen, deren Gleichungen sich aus 1) und 2) mit Berücksichtigung der Relation $A + B + C = 0$ ergeben; sie lauten: $x_2 \sin\beta \{B \sin\gamma \sin(\alpha - \beta) - C \sin\alpha \sin(\beta - \gamma)\} - x_3 \sin\gamma \{B \sin\alpha \sin(\beta - \gamma) - C \sin\beta \sin(\gamma - \alpha)\} = 0$ und $Cx_2 \sin\beta - Bx_3 \sin\gamma = 0$ oder, wenn $B = \lambda C$ gesetzt wird, 3) $x_2 \sin\beta \cdot \{\lambda \sin\gamma \sin(\alpha - \beta) - \sin\alpha \sin(\beta - \gamma)\} - x_3 \sin\gamma \{\lambda \sin\alpha \sin(\beta - \gamma) - \sin\beta \sin(\gamma - \alpha)\} = 0$ und 4) $x_2 \sin\beta - \lambda x_3 \sin\gamma = 0$. Diese Strahlen bilden beim Variieren von λ zwei projektivische Strahlenbüschel; eliminiert man x_2 und x_3 aus den Gleichungen 3) und 4), so erhält man den Wert von λ für die Doppelstrahlen durch die Gleichung $\lambda^2 \sin\gamma \sin(\alpha - \beta) - 2\lambda \sin\alpha \sin(\beta - \gamma) + \sin\beta \sin(\gamma - \alpha) = 0$; daher sind die Gleichungen beider Doppelstrahlen 5) $x_2 \sin\beta \sin(\alpha - \beta) - x_3 \{\sin\alpha \sin(\beta - \gamma) \pm W \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma\} = 0$, wo $\sqrt{\cot w^2 - 3} = W$ gesetzt ist. Wenn aber zwei Strahlen $a_2x_2 - a_3x_3 = 0$ und $a_2'x_2 - a_3'x_3 = 0$ aufeinander senkrecht stehen, so gilt die Bedingung $a_2a_2' + a_3a_3' + (a_2a_3' + a_2'a_3)\cos\alpha = 0$; in unserem Falle geht die linke Seite

der Gleichung, wenn man berücksichtigt, dafs $W^2 \sin\alpha^2 \sin\beta^2 \sin\gamma^2 = \sin\alpha^2 \sin(\beta-\gamma)^2 - \sin\beta\sin\gamma\sin(\gamma-\alpha)\sin(\alpha-\beta)$ ist, über in $\sin\beta\sin(\alpha-\beta)\{\sin\beta\sin(\alpha-\beta) + \sin\gamma\sin(\gamma-\alpha) + 2\sin\alpha\cos\alpha\sin(\beta-\gamma)\}$, wo der Wert des Klammerausdrucks sich nach der Entwickelung als Null erweist. Daher stehen die Doppelstrahlen aufeinander senkrecht. Die Gesamtheit der Strahlen beider Büschel bildet ein gleichseitiges hyperbolisches Strahlsystem, in welchem die Winkel zwischen zwei entsprechenden Strahlen durch die Doppelstrahlen (Asymptoten) halbiert werden. Das Produkt der Gleichungen 5) der Doppelstrahlen ist entwickelt: $x_2^2 \sin\beta\sin(\alpha-\beta) + x_3^2\sin\gamma\sin(\gamma-\alpha) - 2x_2x_3\sin\alpha\sin(\beta-\gamma) = 0$. Dasselbe Resultat erhält man aber auch, wenn man in dem Produkt der Achsengleichungen der Steinerschen Ellipse, nämlich in $x_1^2\sin\alpha^3\sin(\beta-\gamma) + x_2^2\sin\beta^3\sin(\gamma-\alpha) + x_3^2\sin\gamma^3\sin(\alpha-\beta) + 2\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma\,[x_2x_3\sin(\beta-\gamma) + x_3x_1\sin(\gamma-\alpha) + x_1x_2\sin(\alpha-\beta)] = 0$ aus der Gleichung der unendlich fernen Geraden $x_1\sin\alpha + x_2\sin\beta + x_3\sin\gamma = 0$ den Wert von x_1 substituiert; also sind die Doppelstrahlen den Achsen der Steinerschen Ellipse parallel. Stoll.

1534. (Gestellt von Bücking XXVII$_7$, 506.) 2) Bestimmt man von dem Steinerschen Punkt R zuerst den Seitengegenpunkt S und hiervon den Winkelgegenpunkt W, so ist RW Tangente an die Steinersche Ellipse in R.

Beweis: Nähert sich auf der Steinerschen Ellipse Punkt P dem Punkte R, so wird in dem Augenblick des Zusammenfallens beider Punkte der Strahl RP zur Ellipsentangente in R; deshalb liegt der Strahl RS in Bezug auf RU symmetrisch zu dieser Tangente. Der Winkelgegenpunkt W des unendlich entfernten Punktes S liegt auf dem Umkreis von ABC und zwar so, dafs $\sphericalangle\, URW = URS$ ist. Daraus folgt, dafs RW mit der Ellipsentangente in R zusammenfällt. Stegemann. Stoll ähnlich mit Hülfe von Koordinaten.

1535. (Gestellt von Bücking XXVII$_7$, 506.) 3) Macht man es umgekehrt, so ergiebt sich die Tangente an den Umkreis des Dreiecks in R.

Beweis: W_1 sei der Winkelgegenpunkt von R, S_1 der Seitengegenpunkt von W_1. Dann liegt RW_1 in Bezug auf RU symmetrisch zur Kreistangente in R und Punkt S_1 auf der Steinerschen Ellipse so, dafs $\sphericalangle\, URS_1 = 180^0 - URW_1$ ist. Daraus folgt, dafs RS_1 mit der Kreistangente in R zusammenfällt.

Stegemann. Stoll ähnlich.

1536. (Gestellt von Bücking XXVII$_7$, 506.) 4) Ellipse und Kreis (Nr. 1533 und 1534) schneiden sich unter demselben Winkel, wie die Winkelgegengerade der Ellipse und die Seitengegengerade des Kreises.

Beweis: Es ist $\sphericalangle SRW_1$ gleich dem von den beiden Tangenten in R gebildeten Winkel. Da nun die Winkelgegengerade der Ellipse den unendlich entfernten Winkelgegenpunkt W_1 von R enthält, so ist sie parallel RW_1, und da die Seitengegengerade des Kreises den unendlich entfernten Seitengegenpunkt S von R enthält, so ist sie parallel RS. Daraus folgt die Behauptung.

STEGEMANN. STOLL.

1537. (Gestellt von Bücking XXVII$_7$, 506.) Je zwei entsprechende Strahlen des in Nr. 1533 genannten Büschels R sind zwei konjugierten Durchmessern der Hyperbel der neun Punkte parallel.

Beweis: Weil die Doppelstrahlen des Büschels den Achsen der Steinerschen Ellipse parallel sind, diese letzteren aber den Asymptoten der Kiepertschen Hyperbel parallel laufen, so sind die Doppelstrahlen den Asymptoten der Kiepertschen Hyperbel parallel. (Vgl. XXV, 109 Nr. 1204). Weil aber letztere gleichseitig ist, so bilden ihre konjugierten Durchmesser ein gleichseitiges hyperbolisches Strahlsystem mit den Asymptoten als Doppelstrahlen, wodurch der Satz bewiesen ist. STOLL.

Anmerkung: Die Achsen des Büschels sind den Achsen derjenigen gleichseitigen Hyperbel parallel, welche die Winkelgegenpunktkurve desjenigen Umkreisdurchmessers ist, der zu dem durch den Grebeschen Punkt K gehenden Durchmesser senkrecht ist. (Vergl. den Wortlaut der gestellten Aufgabe XXVII, 506.)

STEGEMANN.

1538. (Gestellt von Haberland XXVII$_7$, 506.) Die drei Apollonischen Kreise eines Dreiecks schneiden sich in zwei Punkten, daher liegen ihre Mittelpunkte auf einer Geraden.

Dieser Satz ist bereits bekannt. Man vergl. XV, 353 Nr. 353 und XX, 429 Nr. 833, sowie Lieber: Über die Gegenmittellinie und den Grebeschen Punkt. Progr.-Abh. Stettin 1896. p. 13 Nr. 50.

BESEKE (Wolfenbüttel). BÜCKING (Metz). FUHRMANN (Königsberg i. Pr.) HABERLAND (Neustrelitz). KNIAT (Rössel). LACHNIT (Ung. Hradisch). LÖKLE (Stuttgart). PILGRIM (Ravensburg). STEGEMANN (Prenzlau). STOLL (Bensheim). TROGNITZ (Meiningen).

1539. (Gestellt von Haberland XXVII$_7$, 506.) Der Durchmesser des kleinsten der drei Apollonischen Kreise ist das harmonische Mittel zu den Radien der beiden anderen.

1. Beweis: Die Halbierungslinie des Winkels α treffe die Gegenseite in D; M_a sei der Mittelpunkt, r_a der Radius des zur Seite a gehörigen Apollonischen Kreises. Dann ist $M_aD^2 = M_aB \cdot M_aC$ oder $r_a^2 = (r_a - DB)(r_a + DC)$. Da nun $DB = \frac{ac}{b+c}$, $DC = \frac{ab}{b+c}$ ist, so folgt $r_a = \frac{abc}{b^2 - c^2}$. Ebenso findet man $r_b = \frac{abc}{c^2 - a^2}$, $r_c = \frac{abc}{a^2 - b^2}$. Ist $a > b > c$, so ist r_b der

kleinste der drei Radien und der obige Ausdruck für r_b wird negativ. Der absolute Wert von r_b ist $\frac{abc}{a^2 - c^2}$ und nun gilt die Gleichung $\frac{a^2 - c^2}{2abc} = \frac{1}{2}\left(\frac{a^2 - b^2}{abc} + \frac{b^2 - c^2}{abc}\right)$ oder $\frac{2}{d_b} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_c}$, wenn d_b den Durchmesser des zu b gehörigen Apollonischen Kreises bedeutet.

BEMEKE. BÜCKING. HABERLAND. KNIAT. LACHNIT. LÖCKLE. STEGEMANN. TROGNITZ.

2. Beweis: Setzt man $\alpha > \beta > \gamma$ voraus, so ist $\frac{1}{r_a} = \frac{\sin\alpha \sin(\beta - \gamma)}{2r \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma}$, $\frac{1}{r_b} = \frac{\sin\beta \sin(\alpha - \gamma)}{2r \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma}$, $\frac{1}{r_c} = \frac{\sin\gamma \sin(\alpha - \beta)}{2r \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma}$, woraus, da $\sin\alpha \sin(\beta - \gamma) + \sin\beta \sin(\gamma - \alpha) + \sin\gamma \sin(\alpha - \beta) = 0$ ist, sofort $\frac{1}{r_b} = \frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_c}$ folgt.

PILGRIM. STOLL.

1540. (Gestellt von Haberland XXVII$_7$, 506.) Schlägt man den Umkreis eines Dreiecks, zieht durch die Ecke A die zur Gegenseite BC parallele Sehne AE und durch deren Endpunkt E den Radius des Umkreises und trägt den Winkel zwischen Radius und Sehne nach aufsen an die von jenem Eckpunkte A des Dreiecks gefällte Höhe AD an, so schneidet der Schenkel dieses Winkels die verlängerte Gegenseite im Mittelpunkt des Apollonischen Kreises.

Beweis: Der durch E gehende Durchmesser sei EG. Dann ist $\sphericalangle AEG = 90^0 - EGA = 90^0 - EBA = 90^0 - (ABC - EBC) = 90^0 - \beta + \gamma$. Ebenso ergiebt sich, wenn man beachtet, dafs die Verbindungslinie des Eckpunktes A mit dem Mittelpunkte M_a des zu A gehörigen Apollonischen Kreises Tangente an den Umkreis des Dreiecks ist, $\sphericalangle DAM_a = DAB + BAM_a = 90 - \beta + \gamma$.

BEMEKE. BÜCKING. FUHRMANN. LACHNIT. LÖKLE. PILGRIM. STEGEMANN. STOLL.
HABERLAND ähnlich mit Hilfe trigonometrischer Rechnung.

1541. (Gestellt von Moser XXVII$_7$, 506.) (Im Anschlufs an Nr. 1463). Die sechs Potenzgeraden der vier die Seiten eines Dreiecks berührenden Kreise bilden die Seiten eines Dreiecks und seine Höhen. Der Schnittpunkt der Höhen ist der Potenzpunkt der drei Ankreise, die Ecken des Dreiecks sind die Potenzpunkte je zweier Ankreise und des Inkreises. Diese vier Potenzpunkte bilden die Mittelpunkte der vier Kreise, welche die Seiten des Mittendreiecks zum ersten Dreieck berühren.

Beweis: (Vergl. XXVIII, 257 Nr. 1489.) M sei der Mittelpunkt des Inkreises K; M', M'', M''' seien die Mittelpunkte der Ankreise K', K'', K''' an BC, AC, AB Die vier Kreise berühren die Seite BC, AC, AB beziehungsweise in D, E, F; D', E', F'; D'', E'', F''; D''', E''' F'''. Da $AF'' = BF'$ ist,

so geht die Potenzgerade von K' und K'' durch die Mitte C_1 von AB und steht senkrecht auf $M'M''$, ist also parallel CM'''. Ebenso geht die Potenzgerade von K'' und K''' durch die Mitte A_1 von BC und ist parallel zu AM'; die Potenzgerade von K''' und K' geht durch die Mitte B_1 von AC und ist parallel BM''. Diese drei Potenzgeraden schneiden sich in einem Punkte P, dem Potenzpunkt der drei Ankreise. — Da $CD = BD'$, so geht die Potenzgerade von K und K' durch A_1 und steht senkrecht auf MM', also auch senkrecht auf A_1P. Ebenso geht die Potenzgerade von K und K''' durch C_1 und steht senkrecht auf C_1P und die Potenzgerade von K und K'' geht durch B_1 und steht senkrecht auf B_1P. Die drei Potenzgeraden der drei Kreise K, K', K'' schneiden sich in einem Punkte P_3, dem Potenzpunkt dieser drei Kreise. Ebenso ergeben sich die Punkte P_2 und P_1. — Die sechs Potenzgeraden bilden also die Seiten eines Dreiecks und dessen Höhen. — Da $B_1A_1 \parallel AB$, $B_1C_1 \parallel BC$, $B_1P \parallel BM$ ist, und da BM den Winkel ABC halbiert, so halbiert B_1P den Winkel $A_1B_1C_1$. Ebenso sind A_1P und C_1P Winkelhalbierende im Dreieck $A_1B_1C_1$ d. h. P ist der Mittelpunkt des Inkreises des Mittendreiecks $A_1B_1C_1$ und P_1, P_2, P_3 sind die Mittelpunkte der Ankreise desselben.

HABERLAND. LACHNIT. LÖKLE. PILGRIM. STEGEMANN.

1542. (Gestellt von Moser XXVII$_7$, 507.) Sind r_a, r_b, r_c die Radien der drei Apollonischen Kreise eines Dreiecks, so ist die algebraische Summe $\frac{1}{r_a} + \frac{1}{r_b} + \frac{1}{r_c} = 0$.

Beweis: Aus den in Nr. 1539 bestimmten Werten von r_a, r_b, r_c folgt sofort die Behauptung.

BESEKE. BÜCKING. FUHRMANN. HABERLAND. KNIAT. LACHNIT. LÖKLE. PILGRIM. STEGEMANN. STOLL. TROGNITZ.

1543. (Gestellt von Moser XXVII$_7$, 507.) Sind d_a, d_b, d_c die bez. Entfernungen der Mittelpunkte der Apollonischen Kreise vom Mittelpunkte des Umkreises, a, b, c die Seiten des Dreiecks, r_a, r_b, r_c die Radien der Ankreise, so sind $\frac{a \cdot r_a \cdot t_a}{d_a} = \frac{b \cdot r_b \cdot t_b}{d_b} = \frac{c \cdot r_c \cdot t_c}{d_c}$, wo t_a, t_b, t_c die Mittellinien des Dreiecks bedeuten.

Beweis: Ist M der Mittelpunkt des Umkreises, M_a der Mittelpunkt des zur Seite a gehörigen Apollonischen Kreises und D die Mitte von BC, so folgt aus dem Sehnenviereck $AMDM_a$ die Relation 1) $t_a d_a = r \cdot DM_a + r_a \cdot DM$. Nun ist $DM_a = BM_a + \frac{a}{2}$ und, da $BM_a = \frac{ac^2}{b^2 - c^2}$ ist, so folgt $DM_a = \frac{a}{2} \cdot \frac{b^2 + c^2}{b^2 - c^2}$. Ferner ist $MD = r \cos\alpha = r \cdot \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$. Setzt man diese Werte in

1) ein, so erhält man, da $4t_a^2 = 2b^2 + 2c^2 - a^2$ ist, $t_a d_a = \frac{ar}{2} \cdot \frac{4t_a^2}{b^2 - c^2}$ oder $d_a = \frac{2art_a}{b^2 - c^2}\cdot$ Mithin wird $\frac{ar_a}{d_a} = \frac{a^2bc(b^2 - c^2)}{(b^2 - c^2)2art_a} = \frac{abc}{2rt_a} = \frac{2\Delta}{t_a}$ oder $\frac{ar_a t_a}{d_a} = \frac{br_b t_b}{d_b} = \frac{cr_c t_c}{d_c} = 2\Delta$.

FUHRMANN. HABERLAND. LACHNIT. PILGRIM. STOLL.

1544. (Gestellt von Moser XXVII$_7$, 507.) Sind in einem Kreistangentenviereck die inneren Winkel der Reihe nach $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, die Winkel, unter denen sich die gegenüberliegenden Tangenten schneiden, $\varkappa$ und λ, so besteht die Gleichung: $\cos\frac{\varkappa}{2}\cos\frac{\lambda}{2} = \cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\gamma}{2} + \cos\frac{\beta}{2}\cos\frac{\delta}{2}\cdot$ (Ptolemäus des Tangentenvierecks.)

Beweis: Sind A', B', C', D' die Berührungspunkte des Kreises (Radius r) mit den Seiten AB, BC, CD, DA, so ist nach dem Ptolemäischen Lehrsatze $A'C' \cdot B'D' = A'B' \cdot C'D' + A'D' \cdot B'C'$. Ferner ist $\measuredangle A'D'C' = 180^0 - A'D'A - C'D'D = 180^0 - \left(90^0 - \frac{\alpha}{2}\right) - \left(90^0 - \frac{\delta}{2}\right) = \frac{1}{2}(\alpha + \delta) = 90^0 - \frac{\lambda}{2}\cdot$ Mithin ist $A'C' = 2r \sin A'D'C' = 2r\cos\frac{\lambda}{2}\cdot$ Ebenso findet man $B'D = 2r\sin B'A'D' = 2r\cos\frac{\varkappa}{2}$; $A'B' = 2r\sin A'D'B' = 2r\cos\frac{\beta}{2}$; $C'D' = 2r\sin D'A'C' = 2r\cos\frac{\delta}{2}$; $A'D' = 2r\sin A'B'D' = 2r\cos\frac{\varkappa}{2}$; $B'C' = 2r\sin B'A'C' = 2r\cos\frac{\gamma}{2}\cdot$ Setzt man die gefundenen Werte in die zuerst aufgestellte Gleichung ein, so erhält man $\cos\frac{\lambda}{2}\cos\frac{\varkappa}{2} = \cos\frac{\alpha}{2}\cos\frac{\gamma}{2} + \cos\frac{\beta}{2}\cos\frac{\delta}{2}\cdot$

BESEKE. HABERLAND. PILGRIM. TROGNITZ.

Anmerkung: 1) Für jedes Vierseit, dessen Winkel wie oben bezeichnet werden, gilt die Relation $\cos\varkappa\cos\lambda = \cos\alpha\cos\gamma + \sin\beta\sin\delta = \cos\beta\cos\delta + \sin\alpha\sin\gamma$.

BESEKE. STEGEMANN. VOLLHERING (Bautzen).

2) Für jedes beliebige Vierseit gilt die Beziehung $\sin\varkappa\sin\lambda = \pm(\sin\beta\sin\delta - \sin\gamma\sin\alpha)$. STOLL.

3) Für jedes beliebige Vierseit, bei dem die angegebenen Winkel mit 2α, 2β, 2γ, 2δ, $2\varkappa$, 2λ bezeichnet werden, gilt die Beziehung $\cos\varkappa\cos\lambda = \cos\alpha\cos\gamma + \cos\delta\cos\beta$. FUHRMANN.

B. Neue Aufgaben.

1628. A', B', C' seien die Berührungspunkte des Inkreises des Dreiecks ABC, $\mathfrak{r}_1, \mathfrak{r}_2, \mathfrak{r}_3$ die Radien der Inkreise von $AB'C'$,

$BC'A'$, $CA'B'$, ϱ der Radius des Inkreises und r der Radius des Umkreises von ABC, so gilt die Relation:

$$\varrho^4 = 4r(\varrho - \mathfrak{r}_1)(\varrho - \mathfrak{r}_2)(\varrho - \mathfrak{r}_3).$$

Stoll (Bensheim).

1629. Man errichte in der Mitte M der Winkelhalbierenden AA' des Dreiecks ABC auf ihr eine Senkrechte, welche BC in A'' schneidet. Die zu MA'' in Bezug auf MB und MC konjugierte harmonische Gerade schneidet BC in einem Punkte A''', dessen Verbindungslinie mit A den Grebeschen Punkt enthält.

Stoll (Bensheim).

1630. Wenn e_1, e_2, e_3, die Entfernungen eines Punktes P von den Ecken A, B, C eines Dreiecks ABC bedeuten, wenn ferner die Winkel BPC, CPA, APB der Reihe nach mit α', β', γ' bezeichnet werden, so gilt die Relation: $e_1 \sin\beta' \sin\gamma' \sin\alpha^2 + e_2 \sin\gamma' \sin\alpha' \sin\beta^2 + e_3 \sin\alpha' \sin\beta' \sin\gamma^2 = (e_1 \sin\alpha' + e_2 \sin\beta' + e_3 \sin\gamma') \sin\alpha \sin\beta \sin\gamma$. Stoll (Bensheim).

1631. (Im Anschlufs an Nr. 1543.) Bezeichnet man mit d_a die Entfernung des zu a gehörenden Apollonischen Kreises vom Mittelpunkt des Umkreises und mit t_a die Mittellinie von a, so ist $t_a = d_a \sin(\beta - \gamma)$. Haberland (Neustrelitz).

1632. Der Winkel zwischen d_a und dem vom Mittelpunkt des zu a gehörenden Apollonischen Kreises nach A gezogenen Radius ist gleich dem Winkel zwischen t_a und h_a.

Haberland (Neustrelitz).

1633. (Im Anschlufs an Nr. 1541.) Konstruiert man zu einem Dreieck die Ankreise, den Inkreis und den Umkreis und schlägt um die Mittelpunkte der ersteren Bogen mit dem um die Hälfte des Umkreisradius vermehrten Radius des betreffenden Ankreises, so ist der Schnittpunkt der Mittelpunkt des Kreises, der die Ankreise und den Inkreis berührt und dessen Radius die Hälfte des Umkreisradius ist. Haberland (Neustrelitz).

1634. Der umgeschriebene Kreis (u) und der Feuerbachsche Kreis (f) eines Dreiecks bestimmen ein Kreisbüschel, dessen Mittelpunktsgerade die Gerade von Euler ist. Das Büschel besitzt reelle Punktkreise O' und O'' nur im spitzwinkeligen Dreieck. Der Höhenschnittpunkt H liegt hier zwischen O' und O''; also giebt es keinen Kreis des Büschels, dessen Mittelpunkt H ist.

Böcking (Metz).

1635. (Im Anschlufs an die vorige Aufgabe.) a) Im stumpfwinkeligen Dreieck schneiden sich f und u; das von ihnen bestimmte Büschel hat keine reellen Punktkreise und es existiert ein Kreis des Büschels mit dem Mittelpunkte H, sein Radius ist $2r\sqrt{-\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma}$. — b) Schneiden sich u und f in U und V,

so ist $\cos MUH = -\sqrt{-\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma}$. Bedeutet S den Schwerpunkt des Dreiecks, so ist $SU \perp UH$ und es ist

$$SU = \frac{2r}{3}\sqrt{1 + \cos\alpha\cos\beta\cos\gamma} = \frac{1}{3}\sqrt{2\triangle\cot w}.$$

Bücking (Metz).

1636. Für die Winkel eines Dreiecks gilt stets $8\cos\alpha\cos\beta\cos\gamma \overline{\gtrless} 1$. Bücking (Metz).

1637. Es soll bewiesen werden, dafs für alle demselben Kreise einbeschriebenen Dreiecke die Quadratsumme der Entfernungen der Ecken des Höhenschnittpunktes vom Mittelpunkte des Feuerbachschen Kreises konstant ist. Böklen (Rödelheim Frankfurt a/M.)

1638. Wenn a, b, c die Seiten eines Dreiecks, h_1, h_2, h_3 die oberen Höhenabschnitte, d_1, d_2, d_3, d_4 die Entfernungen des Mittelpunktes des Feuerbachschen Kreises vom Höhenschnittpunkt und den Ecken des Dreiecks bedeuten, so ist stets $a^2 + b^2 + c^2 + h_1^2 + h_2^2 + h_3^2 - 4(d_1^2 + d_2^2 + d_3^2 + d_4^2) = 0$. Böklen (Rödelheim).

Briefkasten zum Aufgaben-Repertorium.

Auflösungen sind eingegangen von Beseke 1545. 1546 (zu spät). 1553. 1555—1557. 1563. 1564. 1577—1580. 1596—1599. 1608. 1611. Fuhrmann 1615—1618. 1624. 1625. Köbke (Berlin) 1616—1619 1624. Kniat 1597. 1600. Lachnit 1614. Mafsfeller 1576—1580. 1582. 1595—1602. 1604. 1606—1608. 1611—1614. Moser 1596. 1597. 1602. 1608. Reinöhl (Augsburg) 1545. 1548. 1550. 1552 (zu spät). 1576—1579. Stoll 1598—1603. 1610. 1614.

Neue Aufgaben haben eingesendet: a) mit Lösung: Lachnit (10). Reinöhl (1). Richter (Leipzig) (4). Stoll (2). Weinmeister (Tharandt) (1). b) ohne Lösung: Lachnit (1). Mafsfeller (2). Moser (2).

Weiter sind Auflösungen eingegangen von Fleck (Berlin*) 1545. 1546. 1548—1558. 1560—1564. 1566—1569 (zu spät). 1570. 1571. 1576—1582. 1596—1599. 1608. 1610. 1613. Haberland 1602. G. Hoffmann (Dresden) 1615. Hofsfeld (Eisenach) 1616. 1617. Kniat 1616. 1617. Lachnit 1559 (zu spät). Lökle 1596—1600. 1602. 1606—1608. 1610—1613. 1615—1617. 1619. 1620. 1624. 1626. Lohberg (Höchst a/M.) 1616. 1617. Lukácsi (Nagy-Bánya, Ungarn) 1611. 1613. Metzener (Düsseldorf) 1615—1617. v. Miorini 1616—1619. 1624. Stegemann 1595—1599. 1602—1608. 1610—1613. Streit (Schlawe) 1596. 1597.

Neue Aufgaben a) mit Lösung von Fleck (2). Haberland (3). v. Jettmar (2).

Vor Schlufs des Heftes waren bei der Redaktion d. Z. noch eingelaufen: Stegemann (Prenzlau) Aufl. zu 1615—1622. 1624. 1626—1627. Stoll (Bensheim) 1616—1623. 1626—1627. 1615 hat er als zu leicht nicht gelöst und in 1622 müsse es heifsen: „der Centralen der Apollonischen Kreise“ statt „Eulerschen Geraden“.

*) Diese Beiträge sind deshalb interessant, weil sie von einem praktischen Arzte in Berlin herrühren, der sie in seinen (wenigen) Mufsestunden verfafst hat. Derselbe will auf unser Gesuch im nächsten Jahrgang einen Aufsatz über Anatomie und Physiologie (Auswahl und Vortrag) auf höheren Schulen liefern. Red. d. Z.

Litterarische Berichte.

A. Rezensionen und Anzeigen.

SCHRÖDER, Dr. ERNST. Vorlesungen über die Algebra der Logik (exakte Logik). 1. Band. Leipzig, Teubner. 1890. 8⁰. XII u. 717 S.

Der Aufforderung des Herrn Redakteurs, das Meisterwerk Schröders „Vorlesungen über die Algebra der Logik"*) zu besprechen, werde ich durch kurze Wiedergabe des Gedankenganges dieses Werkes nachkommen. Es sind bis jetzt davon erschienen der erste Band und vom zweiten und dritten Bande je die erste Hälfte. Im Folgenden berichte ich zunächst über den ersten Band, der allein 699 Seiten Text hat.

In der Einleitung erörtert der Verfasser den Begriff der Logik überhaupt. Sie hat die Frage zu beantworten: wie gewinnen wir Erkenntnis? und zerfällt in die deduktive oder formale und die induktive Logik. Letztere lehrt, wie Erfahrungen zur Erweiterung der Erkenntnis zu verwerten sind, erstere beschäftigt sich mit den Gesetzen des folgerichtigen Denkens. Das ist dasjenige Denken, welches begleitet wird von dem unmittelbaren Gefühle der Gewißheit. Wer (meint Schröder) an dies Gefühl nicht glaubt, kann kein gemeinverbindliches Denken anerkennen. Freilich ist das gemeinverbindliche Denken jetzt noch kein allgemeines, unser wirkliches Denken verfehlt häufig seinen Zweck. Es ist noch ein Ideal, das folgerichtige Denken in eine Technik zu entwickeln, die mit leichter Mühe zu irgend welchen Annahmen alle nach irgend einer Richtung gewünschten Folgerungen liefert und auch mit Sicherheit über die Folgerichtigkeit oder Folgeunrichtigkeit einer Behauptung zu entscheiden gestattet. Nun beobachtet man, daß die am weitesten fortgeschrittenen Wissenschaften, also die exakten, darnach streben,

*) Die hohe Bedeutung des Werkes mag die ungewöhnliche Länge dieser einem Kommentar gleichenden Besprechung (34 S.) entschuldigen, ein Umfang, der von keiner der Besprechungen der 28 Jahrgänge d. Z. auch nur annähernd erreicht worden ist. Wir mußten daher den 2. Teil („die Anwendungen" 12 S.) für das 1. Heft des nächsten Jahrgangs zurücklegen. Die Red.

die Betrachtung der oft schwer zu erlangenden Dinge selbst zu ersetzen durch die Betrachtung ihrer Zeichen, die stets zur Verfügung stehen. Eine ähnliche Bemerkung macht Leibnitz in den *fundamenta calculi ratiocinatoris.* Er und vor ihm schon Descartes verlangt, dafs eine ähnliche Ordnung unter den Ideen hergestellt werde, wie es eine natürliche Ordnung unter den Zahlen giebt. Descartes wünscht eine Sprache, durch die man alle menschlichen Gedanken eben so leicht ausdrücken könne, wie man an einem Tage in einer fremden Sprache alle Zahlen bis ins Unendliche zu benennen lernt. Leibnitz nennt diese Sprache *lingua characteristica universalis,* oder das Alphabet der menschlichen Gedanken oder *calculus ratiocinator,* und giebt deren erste Anfänge.

Wer eine solche Sprache schaffen will, mufs jedem Gedankendinge eindeutig ein Zeichen entsprechen lassen und alle Operationen mit den Begriffselementen und die Gesetze dieser Operationen aufsuchen. Der ersteren Forderung kommt die Gesetzgebung und jede Einzelwissenschaft mit jedem Tage näher, die letztere ist jetzt schon durch die Logik erfüllt. Zunächst mufs jedem Gedankendinge ein einsinniger Name gegeben werden. „Kirche" ist z. B. noch ein mehrsinniger Name (= Gebäude, oder religiöse Gemeinschaft, oder Hierarchie), „Planet" ein einsinniger, obzwar mehrdeutiger. Die Logik fordert, dafs alle Namen einsinnig sind, oder mit andern Worten, dafs man im Gebrauche eines Namens oder Zeichens konsequent sei; sonst ist alles Schliefsen unmöglich. Wohl aber sind mehrdeutige Namen erlaubt, ja sogar überwiegend vorhanden, nämlich als Gattungsnamen. Für die Logik ist wichtig die Einteilung der Namen in eindeutige und mehrdeutige, und die Einteilung in absolute und relative. Relativ ist ein Name, der einem Dinge auf grund einer Beziehung zu andern Dingen beigelegt wird, z. B. Vater von —, absolut ein Name, der keine solche Beziehung andeutet. Infolge dessen zerfällt die formale Logik in die Logik der absoluten Begriffe und in die Logik der Beziehungsbegriffe. Der letztere Teil ist der schwierigere und noch lange nicht vollständig, der erstere ist ziemlich fertig. Die Logik der absoluten Namen trennt sich wieder in die Logik der gedachten Elemente selbst, den Klassenkalkul, und in die Lehre von den Urteilen über diese Dinge, den Aussagenkalkul. Der hier besprochene erste Band umfafst nur den Klassenkalkul. Er wird als Logik der Begriffsumfänge, nicht der Begriffsinhalte aufgebaut, weil die Rechnung mit Begriffsumfängen viel einfacher und leichter zu begründen, auch von allgemeinerer Anwendbarkeit ist als die mit Begriffsinhalten. Denn der Inhalt eines Begriffes ist die Summe seiner Merkmale, und was wollte man als die gemeinsamen Merkmale von Lotzes „Dreieck, Wehmut und Schwefelsäure" ansehen? Oder was wäre der Inhalt des Begriffes „einander nicht schneidende Kurven"?

Die bisherige Logik ist keine „exakte", weil sie sich in ihren Untersuchungen der Wortsprache bedient, also die Gesetze, die sie begründen will, schon bei der Begründung anwendet. Freilich wird die Wortsprache immer ein Hauptmittel des Gedankenausdrucks und des Gedankenvollzuges sein. Für die wissenschaftliche Untersuchung aber bedarf man einer „Algebra der Logik", durch die man die Sätze der Logik in Formeln kleidet und mit ihren Begriffselementen nach bestimmten Regeln rechnet. In dieser finden, wie mathematische in der eigentlichen Algebra, die Sätze des folgerichtigen Denkens ihren schärfsten und kürzesten Ausdruck. Durch Descartes und Leibnitz angebahnt wurde diese rechnerische Behandlung von Lambert und Ploucquet weiter verfolgt und durch George Boole in den *„laws of thought"* nach der Richtung des Klassenkalkuls hin nahezu erledigt. Den weitern Ausbau auch der höhern Teile verdankt man dem Amerikaner Ch. S. Peirce und seinen Schülern, ferner den Engländern de Morgan, Venn, Mc. Coll und nicht zuletzt Schröder selbst. Er hat mit eisernem Fleiſse die Untersuchungen seiner Vorgänger in einheitliche Form gebracht, vereinfacht und an vielen Punkten fortgesetzt. Über die englischen Bearbeiter unterrichtet das Buch von Liard: *les logiciens anglais contemporains,* Paris, Germer Baillard 1883.

Da das Hauptmittel des Gedankenvollzugs die Sprache ist, werden Untersuchungen über die Gesetze des Denkens natürlich damit beginnen, deren einfachste Bildungen ins Auge zu fassen. In wesentlicher Hinsicht sind es Sätze, die Urteile darstellen. Die einfachsten sind die kategorischen, die ein Subjekt mit einem Prädikat verbinden: Gold ist Metall, Kochsalz ist Chlornatrium. Sie drücken aus, daſs das Subjekt dem Prädikate untergeordnet oder mit ihm identisch ist. Schröder legt aus didaktischen Gründen Wert darauf, mit Boole das kategorische Urteil als ursprünglich zu Grunde zu legen, z. B.:

„Gold ist Metall",

während Peirce von dem hypothetischen ausgeht, also für dieses Beispiel sagt:

„Wenn das, woran ich denke, Gold ist, so ist es Metall." Vergl. dessen Schrift: *„the regenerated Logic"* in *Monist,* Bd. 7, S. 32. Erstere beiden stellen also den Klassenkalkul, letztere den Aussagenkalkul voran. Beides ist wissenschaftlich berechtigt.

Solche kategorische Urteile lassen sich unbeschadet ihres logischen Gehaltes in eine Form bringen, in welcher das Subjekt mit dem Prädikate durch die Kopula „ist" verbunden wird. Daſs der psychologische Gehalt dabei ein anderer wird, verschlägt der Logik nichts; denn sie will nicht darstellen, wie in irgend welchen Fällen gedacht wird, sondern wie immer gedacht werden soll. Läſst man also das Zeichen $\subset$ die Unterordnung, $=$ die

Identität bedeuten, so wird man am besten für die Kopula ein aus beiden zusammengesetztes Zeichen, etwa $\mathrel{=\!\!\!\!\subset}$ wählen, dann wird

a eingeordnet b, Subjekt $\mathrel{=\!\!\!\!\subset}$ Prädikat

die gemeinsame Form aller kategorischen Urteile. Eine Behauptung $a \mathrel{=\!\!\!\!\subset} b$ heifst eine Einordnung oder Subsumtion. Das Zeichen $\mathrel{=\!\!\!\!\subset}$ behauptet weniger als $=$ oder $\subset$, es ist daher das einfachere, auch wenn es der Form nach aus jenen zusammengesetzt ist. Es bedeutet z. B.

„Kreis $\mathrel{=\!\!\!\!\subset}$ Kegelschnitt“

der Kreis gehört zur Klasse der Kegelschnitte, und das Urteil: Cäsar wurde ermordet, lautet als Subsumtion: Cäsar gehört zur Klasse der Ermordeten. Freilich giebt es Fälle, wo die Subsumtion nicht den vollen Gehalt des kategorischen Urteils ausdrückt, aber solche Urteile sind logisch zusammengesetzt und lassen sich auf Subsumtionen zurückführen, mögen sie auch in grammatischer Hinsicht einfach erscheinen. Auch mufs man zulassen, dafs eine Klasse auch schon aus einem Element bestehen darf.

Euler hat die Subsumtionen durch verschieden gelegene Kreise veranschaulicht. Schröder benutzt diese Darstellung als sinnliches Bild einer eigenthümlichen Buchstabenrechnung, die er den

identischen Kalkul mit Gebieten einer Mannigfaltigkeit

nennt. Es wird eine Mannigfaltigkeit von Elementen gegeben gedacht, deren Natur mit gewissen später zu besprechenden Vorbehalten ganz beliebig ist. Sie kann z. B. sein die Menge aller Kreise einer Ebene, oder aller Punkte des Raumes, aller räumlichen Geraden, aller Punkte einer begrenzten oder unbegrenzten Geraden, aller Zeitpunkte eines bestimmten Zeitraumes u. s. w. Am einfachsten nimmt man als solche eine vorliegende Zeichenfläche, da sich auf ihr die abstrakten Betrachtungen am leichtesten darstellen lassen. Irgend eine Zusammenstellung von Elementen der Mannigfaltigkeit heifst ein Gebiet derselben, es braucht kein zusammenhängendes zu sein. Buchstaben $a, b, \ldots x \ldots$ bedeuten künftig solche Gebiete selbst, nicht etwa, wie in der Mathematik, ihre Mafszahlen. Jedes besondere Gebiet, das man unter a verstehen mag, werde ein „Wert“ von a genannt. Gleichbedeutend mit Schröders „Gebieten“ sind Dedekinds „Systeme“ und G. Cantors „Mengen“. Sie können auch als Begriffsumfänge oder „Klassen“ gedeutet werden, wo dann ihr Name, wie z. B. „Planet“, jedem Elemente des Gebietes als ein Gattungsname zugeteilt wird. Als erste Beziehung im identischen Kalkul zwischen zwei Gebieten fafst man die Subsumtion

$$a \mathrel{=\!\!\!\!\subset} b$$

ins Auge, welche sagt, dafs das Gebiet a in b enthalten ist. Der Sinn dieser Aussage wird einzig und allein als bekannt voraus-

gesetzt, alle andern Begriffe und Beziehungen werden auf diese zurückgeführt. Insbesondere wird auch der Begriff des „Elementes“, „Individuums“ oder „Punktes“, zu dessen Aufstellung erst Schröders Bd. II gelangt, nirgends wesentlich vorausgesetzt, nur zur Verdeutlichung wird ganz nebenbei von ihnen gesprochen. Nach Schröders Plan mufs bei den Beweisen in Bd. I alles „Schliefsen auf die Individuen“ vermieden werden. Die Gesetze des Kalkuls begründen sich nun in der Form mathematischer Beweisführung, wie sie in der Geometrie des Euklides mustergiltig vorliegt. Der identische Kalkul wird dann Anwendung gestatten auf

α) Gebiete einer Mannigfaltigkeit von Elementen,
β) Klassen von Individuen und Umfänge von Begriffen,
γ) Inhalte von Begriffen,
δ) Urteile,
ε) Schlüsse,
ζ) Funktionalgleichungen, Algorithmen, Kalkuln, Gruppen.

Nur ist zu betonen, dafs die Klassen immer scharfumgrenzte oder wohldefinirte sein müssen, d. h. dafs in Bezug auf keinen möglichen Gegenstand des Denkens zweifelhaft sei, ob er zu der gedachten Klasse gehört oder nicht. Diese Forderung ist in der Wirklichkeit freilich nicht erfüllt, aber auch die Mechanik spricht von absolut starren oder absolut flüssigen Körpern, und aufserdem steht in zweifelhaften Fällen die Abgrenzung einer Klasse in unserem Belieben, wenn sie nur in der gerade auszuführenden Betrachtung beständig beibehalten wird. Ferner mufs die exakte Logik sich streng an das Gebot halten: Bezeichne im Laufe einer Untersuchung niemals Verschiedenes mit demselben Zeichen! Darin, dafs die Wortsprache dies keineswegs thut, liegt die Quelle so vieler Irrtümer und Streitereien.

Der Zweckmäfsigkeit halber werde mit der Subsumtion $a \mathrel{=\!\!\!\in} b$ auch die rückwärts gelesene $b \mathrel{=\!\!\!\in} a$ eingeführt. Die Subsumtion wird dadurch geschmeidiger für die Rechnung. Mit Rücksicht auf die Anschauung einer beliebigen Mannigfaltigkeit werden nun folgende Grundsätze angenommen:

I. $a \mathrel{=\!\!\!\in} a$
II. Wenn $a \mathrel{=\!\!\!\in} b$ und $b \mathrel{=\!\!\!\in} c$, so ist $a \mathrel{=\!\!\!\in} c$.

Ist einmal der Begriff „Mannigfaltigkeit“ und „Einordnung“ verstanden, so haben diese Grundsätze eine unübertroffene Selbstverständlichkeit. Doch mufs man wohl bemerken, dafs die folgenden Sätze nicht nur für das hervorgehobene anschauliche Gebiet gelten, sondern überhaupt für jedes Gebiet, für dessen Elemente die angegebenen und noch anzugebenden Grundsätze und Definitionen Sinn haben.

Man kann I den Satz der Identität, II das *dictum de omni et nullo (quidquid de omnibus valet, valet etiam de quibusdam et de*

singulis) nennen. Deutet man wie erlaubt a, b, c als Urteile, so giebt I die Erlaubnifs, eine als wahr erkannte Aussage beliebig oft zu wiederholen, II ist der Grundsatz alles Schliefsens, der Schlufs Barbara der scholastischen Logik. Es läfst sich nun die identische Gleichheit, richtiger Einerleiheit, erklären:

(1) wenn $a \mathrel{=\!\!\!\in} b$ und $b \mathrel{=\!\!\!\in} a$, so werde gesagt $a = b$. Nach I folgt, dafs dann auch $b = a$ ist. Ferner:

1) $$a = a.$$

2) Wenn $a \mathrel{=\!\!\!\in} b$ und $b = c$ }
3) „ $a = b$ „ $b \mathrel{=\!\!\!\in} c$ } so ist $a \mathrel{=\!\!\!\in} c$.

4) Wenn $a = b$ und $b = c$, so ist $a = c$.

Diese Sätze lassen sich auf beliebig viele Buchstaben ausdehnen.

Nun werden die besonderen Gebiete 1 und 0 eingeführt durch die Festsetzung, dafs die Subsumtionen

(2) $$0 \mathrel{=\!\!\!\in} a \mathrel{=\!\!\!\in} 1$$

für jedes Gebiet a der gegebenen Mannigfaltigkeit gelten sollen, d. h. 0 heifst ein Gebiet derselben, welches in jedem Gebiete der Mannigfaltigkeit enthalten ist und 1 ein solches, welches jedes Gebiet der Mannigfaltigkeit enthält. 0 und 1 werden, wenn nicht schon derartige Gebiete vorhanden sind, zu der Mannigfaltigkeit hinzugenommen. Die Einführung geschieht aus denselben Gründen wie in der Arithmetik die Einführung der verschiedenen Zahlenarten, um nämlich alle logischen Rechnungen ausführbar zu machen. Es zeigt sich, dafs nicht mehrere Gebiete von der Art der 0 und 1 in der Mannigaltigkeit vorhanden sein können, und dafs $0 \mathrel{=\!\!\!\in} 1$. Daraus folgt:

5) Wenn $a \mathrel{=\!\!\!\in} 0$, so ist $a = 0$
$1 \mathrel{=\!\!\!\in} a$, „ „ $1 = a$.

Damit sind nur Beziehungen zwischen den Elementen der Mannigfaltigkeit erklärt, aber noch keine Operationen, durch welche sich aus gegebenen Klassen neue ableiten lassen. Dies geschieht nun in der Definition des „identischen Produkts“ und der „identischen Summe“:

$(3_\times)$ | (3_+)

Wenn es für gegebene Gebiete a, b, und c zutrifft, dafs zugleich

$c \mathrel{=\!\!\!\in} a$ und $c \mathrel{=\!\!\!\in} b$ | $a \mathrel{=\!\!\!\in} c$ und $b \mathrel{=\!\!\!\in} c$

ist, so soll kürzer gesagt werden, es sei

$c \mathrel{=\!\!\!\in} ab$ | $a + b \mathrel{=\!\!\!\in} c$.

Hier ist das identische Produkt als Prädikat und die identische Summe als Subjekt erklärt. Es giebt aber stets ein Gebiet c, welches

den Voraussetzungen von 8) genügt, nämlich 0 bez. 1. Man darf daher für beliebige a und b von einem Produkte ab und einer Summe $a + b$ reden, nämlich sagen, es sei $0 \mathrel{=\!\!\!\in} ab$ und $a + b \mathrel{=\!\!\!\in} 1$. Die Erreichung dieser Erlaubnifs war gerade der Grund zur Einführung der Zeichen 0 und 1. Sonst wäre eine Buchstabenrechnung nach allgemeinen Regeln unmöglich. Von jetzt an dürfen aber ab und $a + b$ als Gebiete der gegebenen Mannigfaltigkeit angesehen werden. Sind sie nicht von vornherein darin enthalten, so erweitern wir die Mannigfaltigkeit durch dieselben und unterwerfen sie ebenso wie die ursprünglichen Gebiete den vorherigen Grundsätzen und Definitionen. Dann aber sind die identische Multiplikation und Addition unbedingt ausführbar und eindeutig.

Es folgt nun, dafs

6) $$ab \mathrel{=\!\!\!\in} a \mathrel{=\!\!\!\in} a + b \mathrel{=\!\!\!\in} b \mathrel{=\!\!\!\in} ab$$

für beliebige a und b richtig ist.

In (3) ist nun ab nur als Prädikat und $a + b$ als Subjekt definirt. Eine genaue Zergliederung dieser Begriffe zeigt aber, dafs damit auch die Erklärung des Produktes als Subjekt und der Summe als Prädikat gegeben ist.

Es sollen nun 0, 1, ab, $a + b$ als Gebiete gedeutet werden. Dazu bedarf es gewisser Postulate, in welchen Forderungen über Gebietsnachweise als anschaulich erfüllt hingestellt werden. Es sind folgende:

(1).

Es giebt kein eigentliches Gebiet von der Eigenschaft, welche (2) von dem Zeichen 0 verlangt. Es lassen sich nämlich Gebiete angeben, die einander ausschliefsen.

Die Null mufs somit das leere Gebiet oder „Nichts“, also ein uneigentliches Gebiet vorstellen.

Die Elemente der Mannigfaltigkeit sind miteinander verträglich, so dafs wir dieselbe als ein Ganzes denken können. Sie kann dann selbst als das Gebiet 1 aufgefafst werden.

(2).

Wenn zwei Gebiete gegeben sind, so mufs man sowohl dasjenige Gebiet nachweisen können, welches ausschliefslich ihre gemeinsamen Punkte enthält, als auch dasjenige, das nur diejenigen Punkte besitzt, die dem einen oder dem anderen Gebiete angehören.

Die Anschauung zeigt, dafs ein „Produkt“ ab verschwinden kann, ohne dafs ein „Faktor“ verschwindet.

Sind a und b Klassen von Individuen, so ist ab die Gesamtheit der den Klassen a und b gemeinsamen, $a + b$ die Menge derjenigen Individuen, die in a oder in b stecken, Ist z. B. a die

Klasse der schwarzen Dinge, b die Klasse der Pferde, so ist ab die Klasse der Rappen. Bedeutet c ein bestimmtes Pferd „Favorite“, so heifst $c \rightleftharpoons\!\!\in ab$: Favorite ist ein Rappe. Heifst a Europäer, b Asiaten, so bedeutet $a + b$ die Klasse der Europäer und Asiaten. Schröder zeigt, wie wenig folgerichtig, ja unklar, die Wortsprache hier die Worte „und“ und „oder“ gebraucht. Der identische Kalkul läfst eine solche Unklarheit nicht zu.

Es ist aber noch die Frage zu beantworten, inwiefern sich die Gesetze des Kalkuls auf alle möglichen Klassen von Denkgegenständen übertragen lassen. Deutet man 1 als die Klasse alles Denkbaren, so kommt man auf den Widerspruch, dafs das „Nichts“ gleich ist dem „All“, nach dem Prinzip II oder dem Begriffe der „Klasse“: Was von der Klasse gilt, gilt auch von jedem ihrer Individuen. Jedenfalls darf aber die Mannigfaltigkeit nur untereinander verträgliche Elemente enthalten. Nun kann man weiter aus jeder Menge 1 eine neue Menge $K_1 1$ ableiten, nämlich die Menge aller Klassen von 1, daraus wieder eine Menge $KK1$ oder $K_2 1$ nämlich die Mannigfaltigkeit der Klassen von $K_1 1$ u. s. w. In $K_1 1$ ist der Klasse 1 ein Individuum, welches Klassen derselben Mannigfaltigkeit in sich enthält, sie hat also nicht mehr dieselbe Bedeutung wie in der ursprünglichen Mannigfaltigkeit.

Damit nun der identische Kalkul auf eine Mannigfaltigkeit anwendbar sei, mufs sie aus vereinbaren Elementen bestehen und eine reine sein, d. h. unter ihren Elementen dürfen sich keine Klassen befinden, welche ihrerseits Elemente derselben Mannigfaltigkeit als Individuen enthalten.

Mannigfaltigkeiten der zuletzt ausgeschlossenen Art heifsen gemischt. In den abgeleiteten Mannigfaltigkeiten gilt zwar auch der identische Kalkul, aber mit jeder neuen Stufe mufs eine neue 0 und 1 eingeführt werden, und sämtliche Ausdrücke und Beziehungen bekommen eine neue Bedeutung. In dem vorliegenden Buche werden die abgeleiteten Mengen nicht betrachtet, aber gerade hierin wird der identische Kalkul noch auszubilden sein. So bedarf man z. B. eines Algorithmus der abgeleiteten Mengen verschiedener Stufe, wenn man die Geometrie der Lage in der Formelsprache darstellen will, wie ich es in einem Manuskripte für die allgemeine Theorie der Projektivität nach v. Staudt gethan habe.

Nach dieser Verständigung über die Tragweite der aufgestellten Festsetzungen gelangt man zu Gesetzen, die je für Multiplikation und Addition allein bestehen. So das Kommutationsgesetz

$$ab = ba, \quad a + b = b + a, \tag{12}$$

das Assoziationsgesetz

$$(ab)c = a(bc), \quad (a + b) + c = a + (b + c), \tag{13}$$

und das Tautologiegesetz

14) $$aa = a = a + a.$$

Im arithmetischen Sinne ist letztere Gleichung falsch, aber logisch bleibt ein Begriff immer derselbe, wie oft er auch wiederholt wird: ein Mensch, welcher Mensch ist, ist ein Mensch.

Ferner die Sätze über Subsumtionen und Gleichungen:

Wenn $a \mathrel{=\!\!\!\in} b$, und

$$\left.\begin{array}{ll} 17) & a' \mathrel{=\!\!\!\in} b', \\ \text{oder } 18) & a' = b', \end{array}\right\} \text{so ist } aa' \mathrel{=\!\!\!\in} bb' \text{ und } a + a' \mathrel{=\!\!\!\in} b + b'.$$

19) Wenn $a = b$ und $a' = b'$, so ist

$$aa' = bb' \text{ und } a + a' = b + b'.$$

Man wird diese Sätze selbstverständlich finden, sie werden aber doch aus den Sätzen I, II, (1), (2), (3) rein analytisch bewiesen, ohne dafs man sich auf die Bedeutung der Symbole bezieht.

Es folgen Sätze, welche den Zusammenhang zwischen Addition und Multiplikation zeigen:

20) Eine jede der drei Beziehungen

$$a = ab, \quad a + b = b, \quad a \mathrel{=\!\!\!\in} b$$

zieht die anderen nach sich.

21) $$a \cdot 1 = a = a + 0$$

22) $$a \,.\, 0 = 0, \quad a + 1 = 1.$$

Letztere Gleichung widerstrebt freilich dem Mathematiker, aber es ist in vielen Hinsichten zweckmäfsig, für die gegebene Mannigfaltigkeit das Zeichen 1 zu wählen und kann nicht zu Verwechselungen mit der arithmetischen 1 führen, falls nur in gemischten Untersuchungen die arithmetische oder logische 1 mit $\dot{1}$, oder ähnlich unterscheidend bezeichnet wird.

23) $$a(a + b) = a = a + ab.$$

Beispiel: a = adelig, b = besitzend. Die Adeligen, welche adelig oder Besitzende sind, sind eben die Adeligen.

24) $$\text{Wenn } \begin{array}{c} 1 = ab, \\ a + b = 0, \end{array} \text{ so ist } \begin{array}{c} a = 1 = b, \\ a = 0 = b. \end{array}$$

Das ist wiederum eine Abweichung von der Mathematik, die aber durch die Anschauung gerechtfertigt ist. Der Satz 24) lehrt, dafs eine beliebige Menge von Gleichungen, deren eine Seite 0 oder 1 ist, sich in eine einzige solche Gleichung zusammenziehen läfst.

24) $$\begin{array}{c} ab + ac \mathrel{=\!\!\!\in} a(b + c) \\ a + bc \mathrel{=\!\!\!\in} (a + b)(a + c). \end{array}$$

Benutzt die Mathematik nur die bisher von ihr allgemein angenommenen Zeichen, so kommt die letzte Beziehung in ihr nicht vor. Statt ersterer wird in ihr die folgende bewiesen.

25) $$ab + ac = a(b + c).$$

Sollte diese Gleichung im identischen Kalkul bestehen, so müfste nach der Definition der Gleichheit auch sein

$26_\times$) $$a(b + c) \mathrel{=\!\!\!\in} ab + ac.$$

Schröder nennt nun die erste Beziehung 25) die erste, die Beziehung $26_\times$) die zweite Subsumtion des Distributionsgesetzes. Erstere ist aus dem bisherigen beweisbar, letztere nicht. Schröder suchte lange nach einem Beweise für $26_\times$), bis ihm endlich der „Beweis der Nichtbeweisbarkeit" gelang. Wie er im 6. Anhange des Buches in zwei Arten vorliegt, ist er freilich lang, aber die Theorie, aus der er sich ergiebt, hat eine grofse und wichtige Tragweite.

Kommt es nur auf den Unmöglichkeitsbeweis allein an, so kann er einfacher geliefert werden, wie gezeigt worden ist von **Peano** in der **rivista matematica** I S. 167, von **Lüroth** in der **Zeitschr. f. Math. und Physik** 1891 S. 165 des litterarischen Teils, von **Voigt** in der **Vierteljahrsschrift f. wissensch. Philosophie** 1892 und von dem Unterzeichneten in den **math. Annalen** von 1894 unter dem Titel „Bemerkung zur Algebra der Logik". Der Nichtbeweisbarkeitsbeweis geschieht hier wie in allen Fällen so, dafs man ein Gebiet aufzeigt, welches die schon aufgestellten Grundsätze und Definitionen erfüllt, in welchem aber trotzdem offenbar der zu beweisende Satz nicht besteht. So zeigt ja auch die nichteuklidische Geometrie, dafs der Satz von der Summe der Dreieckswinkel nicht aus den vorher festgelegten Grundsätzen der Geometrie folgen kann.

Von hier an sind also zwei „Kalkuln" zu unterscheiden, der „**identische**" und der „**logische**", jenachdem in ihm die zweite Subsumtion $26_\times$) **durchweg** gilt oder nicht. Den letzteren nennt **Schröder** auch den „Kalkul mit Gruppen" und entwickelt ihn in einigen Anhängen des Werkes. Der Referent hat in einem Manuskripte die Elemente der „Geometrie der Lage" in Schröderscher Bezeichnungsweise entwickelt und sich überzeugt, dafs sie ein reichhaltiger Gruppenkalkul ist, der sich durch den Begriff der „Dimenmension eines Elementes" vor anderen abhebt. Der Gruppenkalkul ist also einer ebenso reichen Entwickelung fähig wie der identische, wenn nur anstatt der fehlenden Beziehung $26_\times$) eine andere eintritt.

Jedenfalls mufs man **hier**, d. i. für den identischen Kalkul, um weiter zu kommen, einen **Grundsatz** annehmen. Das könnte $26_\times$) selbst sein, es genügt aber der einfachere

III$_\times$. Wenigstens wenn $bc = 0$ ist, gilt

$$a(b + c) \mathrel{=\!\!\!\in} ab + ac.$$

Ein einfacher Fall dieses Prinzips ist

III$_\times^0$. Es ist $a(b + c) \mathrel{=\!\!\!\in} ab + ac$, sofern wenigstens

$$bc = 0 \text{ und } b + c = 1 \text{ ist.}$$

Es gelang aber Schröder nicht, mit diesem Satze allein auszukommen. Referent hat sich mit dem Gegenstande weiter beschäftigt und gefunden, dafs doch III$_\times^0$ zur Ableitung von $26_\times$) ausreicht. Den Beweis, sofern er stichhaltig, wird Herr Prof. Schröder freundlichst in den zweiten Teil des zweiten Bandes der „Algebra der Logik" aufnehmen. Noch gleichmäfsiger wäre es, den Satz

$$(a + b)(a + c) \mathrel{=\!\!\!\in} ab + ac,$$

$$\text{sofern } bc = 0 \text{ und } b + c = 1$$

zur Ableitung von $26_\times$) zu benutzen. Indessen ist dieser nicht so anschaulich wie III$_\times^0$.

Ferner hat Referent bemerkt, dafs für alle bisher bekannten Gruppenkalkuln der Satz besteht:

25′) Wenn $b \mathrel{=\!\!\!\in} a$, so ist $a(b + c) \mathrel{=\!\!\!\in} ab + ac = b + ac$.

Es fragt sich: folgt dieser Satz aus den Grundlagen des identischen Kalkuls, und wenn nicht, welche Gruppenkalkuln sind ihm nicht unterworfen?

Schröder beweist zunächst aus III$_\times^0$ den Hilfssatz

29) Wenn $ab = 0, \quad a + b = 1,$
sowie $ac = 0, \quad a + c = 1,$
so ist $b = c.$

Dieser Satz und seine Folgerungen lassen sich viel kürzer ausdrücken, wenn der Begriff der Negation eingeführt wird:

(6) Negation eines Gebietes a heifst ein solches Gebiet a_1, für welches zugleich

$$aa_1 \mathrel{=\!\!\!\in} 0 \text{ und } 1 \mathrel{=\!\!\!\in} a + a_1 \text{ ist.}$$

Es folgt sofort

30) $$aa_1 = 0, \quad a + a_1 = 1,$$

und dafs es zu einem Gebiete nicht mehr als eine Negation geben kann. Damit aber der Begriff der Negation in der gegebenen Mannigfaltigkeit Bedeutung hat, ist noch zu fordern:

(3).

Zu jedem Gebiete a giebt es mindestens eine Negation. Sie wird erhalten, indem man das Gebiet a aus der ganzen Mannigfaltigkeit wegläfst.

Dieser Forderung fühlt sich jeder gewachsen. Aus dem Begriffe der Negation folgt nun

31) $$(a_1)_1 = a.$$

32) Ist $a = b$, so ist auch $a_1 = b_1$.

33) $$a + b = ab + ab_1 + a_1 b = a + a_1 b.$$

Aus 33) folgt endlich das volle Distributionsgesetz

26) $$ab + ac = a(b + c)$$
$$(a + b)(a + c) = a + bc.$$

Schröder läfst hier dahingestellt sein, ob man nicht ohne das Prinzip $\mathrm{III}_\times$, lediglich mit Hilfe des Satzes 29), der Definition (6) und des Postulates (3), diese vielleicht auch für den Aussagenkalkul in Anspruch genommen, zum Distributionsgesetz kommen könnte. In Bezug hierauf hat Referent in einem Herrn Prof. Schröder zugesandten Entwurfe bewiesen, dafs dies gelingt, wenn man noch verlangt, dafs aus einer endlichen Anzahl von Klassen a, b sich durch die drei identischen Operationen nur eine endliche Anzahl neuer Klassen ableiten lassen soll, dafs aber ohne diese Forderung eine unendliche Gruppe konstruiert werden kann, in der trotz des Vorhandenseins der „Negation" das Distributionsgesetz nicht besteht. Freilich habe ich für eine solche Gruppe noch keine Veranschaulichung finden können.

Nach dem Satze 26) kann man nun jedes Produkt von Summen darstellen als Summen von Produkten aus Monomen und jeden Ausdruck zerfällen in ein Produkt aus Klammergröfsen, die Summen von Monomen sind, z. B.

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd,$$
$$ab + cd = (a + c)(a + d)(b + c)(b + d) = (ab + c)(ab + d).$$

Bei einem Überblick über die bisherigen Sätze bemerkt man folgende Eigenschaft:

35) Vertauscht man in einer allgemeinen Formel des identischen Gebietekalkuls gleichzeitig die Symbole der Unter- und Überordnung, die 0, und die 1, das Mal- und das Pluszeichen, so gelangt man wieder zu einer richtigen Formel, die aber von der ursprünglichen nicht verschieden zu sein braucht.

Man kann diese Thatsache nach einer ähnlichen in der Geometrie der Lage den „Satz des Dualismus" nennen. Hier wie in dem eben erwähnten Gebiete sind die Beweise auch dualistisch und werden dadurch zur Hälfte erspart.

Schröder geht nun auf die Bedeutung der Redensarten „A ist nicht B", „A ist B oder C" ein. Erstere fassen Kant, Lotze und Sigwart auf als Verneinung der Aussage „A ist B". Dies

führt für Klassen (nicht blofse Individuen) A zum Widerspruch gegen das *dictum de omni et nullo*, die Aussage mufs daher mit Aristoteles als „negativ prädizierende" verstanden werden: A ist in der Klasse der Nicht-B enthalten, ist ein Nicht-B.

Für das zweite der obigen Urteile macht es auch einen Unterschied, ob man es versteht als

„entweder A ist B oder A ist C"

oder als

A ist „B oder C".

Die Aussagen haben verschiedenen Sinn, wenn A eine Gattung von Individuen bedeutet, wie man sich überzeugt, wenn man setzt A = Schaf, B = weifs, C = schwarz. Man sieht, dafs man die Aussage „A ist B oder C" auf letztere Art als „disjunktiv-prädizierendes Urteil" deuten mufs.

Sollte der Begriff der Negation in einer Mannigfaltigkeit von Punktgebieten stattfinden, so war es notwendig und hinreichend, dafs die Mannigfaltigkeit eine „reine und verträgliche" war. Dieselben Bedingungen zeigen sich für eine Mannigfaltigkeit von Individuen notwendig und ausreichend. Schröder nennt sie eine „gewöhnliche Mannigfaltigkeit". Die Individuen müssen also einander gegenseitig ausschliefsen, aber miteinander verträglich sein. Die Sätze 30) und 31) lassen sich dann als Sätze des Widerspruchs, des ausgeschlossenen Dritten und der doppelten Verneinung deuten.

Nach diesen Bemerkungen über die Beziehung der Wortsprache zur exakten Logik folgen Formeln, die auf dem Begriffe der Negation beruhen.

36)
$$(ab)_1 = a_1 + b_1$$
$$(a + b)_1 = a_1 b_1.$$

Ist z. B. a = adelig, b = Grundbesitzer, so bedeutet die erste Formel: Wer nicht adeliger Grundbesitzer ist, der ist entweder nicht adelig oder kein Grundbesitzer.

Durch diese beiden Sätze läfst sich von den beiden Rechnungsarten: identische Addition und identische Multiplikation, irgend eine entbehrlich machen. Statt ab könnte man nämlich schreiben $(a_1 + b_1)_1$ und statt $a + b$ die Form $(a_1 b_1)_1$. Von jedem durch Addition und Multiplikation gebildeten Ausdrucke kann nun die Negation leicht ausgeführt werden. Ferner kann man jetzt einen Ausdruck in seine „letzten Faktoren" zerfällen, indem man ihn negiert, die Negation ausmultipliziert und den erhaltenen Ausdruck wieder negiert, z. B.

$$x = ab + cd$$
$$x_1 = (a_1 + b_1)(c_1 + d_1) = a_1 c_1 + a_1 d_1 + b_1 c_1 + b_1 d_1$$
$$(x_1)_1 = x = (a + c)(a + d)(b + c)(b + d), \text{ wie S. 21.}$$

37) Wenn $a \Subset b$, so ist $b_1 \Subset a_1$ und umgekehrt. Ist also $a \Subset b$ und zugleich $a_1 \Subset b_1$, so ist $a = b$ und umgekehrt.

38) Die Subsumtion $a \Subset b$ sagt dasselbe wie

$$ab_1 = 0 \quad \text{oder} \quad a_1 + b = 1.$$

Darnach läfst sich jede Subsumtion als eine Gleichung schreiben, deren eine Seite nach Belieben 0 oder 1 ist. Die symmetrische Beziehung $ab = 0$ ist darnach äquivalent einer der beiden Subsumtionen $a \Subset b_1$, $b \Subset a_1$. Die Wortsprache kann dies nur asymmetrisch ausdrücken: Kein a ist b, oder: Kein b ist a.

39) Die Gleichung $a = b$ ist äquivalent jeder der beiden Gleichungen

$$ab_1 + a_1b = 0, \quad ab + a_1b_1 = 1.$$

Sie läfst sich also auf der einen Seite auf 0 oder 1 bringen. Dies ist ein wichtiger Satz für die Technik des identischen Kalkuls. Schon nach 24) konnte jedes System von Gleichungen mit der rechten Seite 0 durch eine einzige solche vertreten werden. Nach 38) 39) läfst sich nun jede Subsumtion oder Gleichung als eine Gleichung mit der rechten Seite 0 oder 1 schreiben. Jedes System von gleichzeitigen Subsumtionen und Gleichungen läfst sich also in eine einzige Gleichung mit der rechten Seite 0 (oder 1) zusammenziehen. Ebenso wichtig sind die Sätze

41) Wenn $\begin{matrix} ab \Subset c, \\ a \Subset b + c, \end{matrix}$ so ist $\begin{matrix} a \Subset b_1 + c \\ ab_1 \Subset c. \end{matrix}$

Im ersteren Falle wird ein Faktor vom Subjekt losgelöst und als negierter Summand zum Prädikat gesetzt, im zweiten ein Summand des Prädikats als negierter Faktor zum Subjekte gebracht.

Diese Sätze werden nun zu vielen Übungsaufgaben benutzt. Wir führen folgende an. Die Wörter „oder, und, nicht" werden in der Wortsprache in vielerlei Bedeutung gebraucht, die Formelsprache scheidet sie scharf von einander. „a oder b" im einschliefsenden Sinne, a „oder auch" b heifst $a + b$; im ausschliefsenden Sinne: entweder a und dann nicht b, oder b und dann nicht a, heifst $ab_1 + a_1b$.

Ein Chemiker hatte, um weitere Schlüsse darauf zu bauen, gesagt: „Salze, die nicht farbig sind, sind Salze, die nicht organisch sind oder organische Körper, die nicht farbig sind". Ein anderer bestreitet ihm dies; es ist zu entscheiden, wer Recht hat.

Aufl.: Es bedeute a = Salze, b = organisch, c = farbig, so lautet die Behauptung:

$$ac_1 \Subset ab_1 + bc_1.$$

Nach 38) ist diese Subsumtion gleichbedeutend mit der Gleichung

$$ac_1(ab_1 + bc_1)_1 = 0 \quad \text{oder} \quad ac_1(a_1 + b)(b_1 + c) = 0,$$

und da durch Ausmultiplizieren die linke Seite nach 30) verschwindet, hatte der erstere Recht.

Noch erwähnenswert ist das Theorem von Jevons: Von den sechs Gleichungen

$$a = bc_1 + b_1c_1 \quad a_1 = bc + b_1c_1 \ldots$$

(und fünf anderen, die aus den vorhergehenden durch cyklische Vertauschung entstehen) hat jede die übrigen zur Folge.

Durch beiderseitiges Negieren gehen nämlich die Gleichungen jeder Zeile ineinander über, während z. B. die Multiplikation der Gleichungen in der ersten mit c_1 und c ergiebt:

$$bc_1 + bc = ca_1 + c_1a = b(c + c_1) = b \text{ u. s. w.}$$

Man kennt nun die Verfahrungsweisen, durch welche aus gegebenen Klassen neue abgeleitet werden. Ganz wie in der Algebra wird man sich über die Eigenschaften der so entstandenen Ausdrücke unterrichten wollen. Da findet man:

42) Jedes Gebiet y läfst sich durch jedes andere Gebiet x und dessen Negation linear und homogen ausdrücken in der Form

$$y = ax + bx_1.$$

Es besteht nämlich nach $\mathrm{III}_\times{}^0$ die Identität $y = yx + yx_1$, man braucht also in 42) nur $a = b = y$ zu setzen. Der Satz ist sowohl für Punktgebiete als für Klassen von Individuen anschaulich klar.

43) Die Subsumtion $a \mathrel{=\!\!\!<} b$ ist äquivalent jeder der beiden Gleichungen

$$a = ub, \quad b = a + v,$$

in welchen u und v unbestimmte Gebiete vorstellen. Nur wenn $a = 1$ oder $b = 0$, werden diese Gebiete bestimmt, nämlich $u = 1$ resp. $v = 0$. Dieser Satz gilt auch im Gruppenkalkul.

Man hat wohl zu unterscheiden zwischen unbestimmten und willkürlichen Gebieten. Die letzteren gehören zu den ersteren, nicht umgekehrt. Ist von den Gebieten a und b nur eins gegeben und das andere nur durch obige Subsumtion beschränkt, so sind u und v willkürlich. Sind aber a und b gegeben, so sind u und v in gewisser Weise beschränkt. Dann mufs nämlich sein

$$u = a + wb_1, \quad v = (a_1 + r)b.$$

Man nennt nun Funktion $f(x)$ von x im identischen Kalkul jeden Ausdruck, der aus dem Gebietszeichen x durch die drei identischen Operationen aufgebaut ist. Ähnliches versteht man unter einer Funktion $f(x, y, \ldots)$ der Argumente $x, y, \ldots$ Die Begriffe: Veränderliche, Parameter, Konstante haben hier denselben Sinn wie in der Mathematik.

Nach den vorhergehenden Sätzen läfst sich jede gegebene Funktion beliebig vieler Veränderlichen darstellen als Aggregat aus Produkten von Monomen oder als Produkt aus Summen von Monomen. Dann nennt man die Funktion „entwickelt“. Für eine Veränderliche geschieht es leicht durch den Satz

44) $f(x) = f(1) \cdot x + f(0) \cdot x_1 = (f(0) + x)\,(f(1) + x_1)$

x und x_1 heifsen die Konstituenten, $f(1)$ und $f(0)$ die Koeffizienten der Entwicklung. So ist z. B.

$$f(x) = (ax + bx_1 + c)\,(dx + ex_1)\,gx = (a + c)\,dgx,$$

wie man sowohl durch Ausmultiplizieren als durch den Satz 44) findet.

Der Satz 44) läfst sich auf beliebig viele Veränderliche übertragen, so lautet er z. B. für 2 Veränderliche

$$f(x, y) = f(1,1)\,xy + f(1,0)\,xy_1 + f(0,1)\,x_1y + f(0,0)\,x_1y_1.$$

Daraus ersieht man schon das Gesetz für mehr Variabele.

Mit den entwickelten Funktionen läfst sich nun leicht rechnen. Es gilt darüber die Regel:

45) Um das Produkt von Funktionen auszurechnen, welche nach denselben Argumenten entwickelt und geordnet sind, braucht man nur die Koeffizienten der gleichnamigen Glieder mit einander zu multiplizieren und hinter deren Produkt die ihnen gemeinsame Konstituente zu setzen. Z. B.

$$(ax + bx_1)\,(a'x + b'x_1) = aa'x + bb'x_1.$$

46) Um ferner die Negation einer entwickelten Funktion zu erhalten, hat man nur die Koeffizienten des Ausdrucks zu negieren, die Konstituenten aber unverändert zu lassen. Z. B.

$$(ax + bx_1)_1 = a_1x + b_1x_1.$$

Nur darf man dabei die etwa fehlenden Glieder der Entwicklung nicht übersehen, da deren Koeffizienten 0 sich bei der Negation in 1 verwandeln müssen, auch müssen vor der Negation die in Bezug auf die Konstituenten gleichnamigen Glieder vereinigt werden. Betrachtet man z. B. $ab_1 + a_1b$ als Funktion von a und b, so mufs man setzen

$$\begin{aligned}(ab_1 + a_1b)_1 &= (ab_1 + a_1b + 0 \cdot ab + 0 \cdot a_1b_1)_1 \\ &= 0 \cdot ab_1 + 0 \cdot a_1b + 1 \cdot ab + 1 \cdot a_1b_1 = ab + a_1b_1.\end{aligned}$$

Dies ist nicht nötig, wenn man a und a_1 oder b und b_1 als Koeffizienten ansieht. Ferner ist

$(a_1x + ax_1 + b_1x_1)_1$ nicht $= ax + a_1x_1 + bx_1 = ax + (a_1 + b)x_1$,

sondern $ax + (a + b_1)_1x_1 = ax + a_1bx_1$.

Es ist zuweilen wünschenswert, die verschiedenen Werte zu übersehen, die eine identische Funktion durch Veränderung ihrer Veränderlichen erhält. Nennt man nun x einen Mittelwert zwischen a und b, wenn $a \mathrel{=\!\!\!\in} x \mathrel{=\!\!\!\in} b$, so erfüllt diesen Wunsch der Satz:

47) Stellt w ein willkürliches Gebiet vor, so ist

$$x = aw_1 + bw$$

die allgemeine Form aller zwischen a und b liegenden Gebiete, sobald überhaupt zwischen a und b Gebiete liegen können, d. h. $a \mathrel{=\!\!\!\in} b$ ist.

Während nun die mathematische Funktionentheorie zwischen stetigen und unstetigen Funktionen unterscheiden mufs, liegt hier die Sache einfacher, denn

48) eine identische Funktion liegt immer zwischen dem Produkt und der Summe der Koeffizienten ihrer Entwicklung, und zwar ist sie fähig, jeden zwischen diesen Grenzen liegenden Wert mit Einschlufs der Grenzen anzunehmen dadurch, dafs man ihren Argumenten passende Werte giebt.

Infolge dessen läfst sich jede Menge von Gebietssymbolen, die in einer identischen Funktion vorkommen, durch ein einziges willkürliches Gebiet ersetzen. Liegt z. B. eine Funktion $f(u, v)$ vor, so wird entwickelt

$$f = auv + buv_1 + cu_1v + du_1v_1,$$

wofür nach 48) geschrieben werden kann

$$f = abcd + w(a + b + c + d).$$

Durch wiederholte Anwendung dieses Satzes erhält man auch

$$(a(u + b_1) + b(u_1 + a_1))(v + c_1d_1)$$
$$+ (c(u + d_1) + d(u_1 + c_1))(v_1 + a_1b_1) = a + b + c + d.$$

Die linke Seite ist also trotz der Unbestimmtheit von u, v ein eindeutiger Ausdruck. Hier dürfte einmal die anschauliche Erkenntnis die Rechnung nicht einholen. Wenn nun auch so verwickelte Ausdrücke bisher im praktischen Leben nicht vorgekommen sind, so ist das kein Grund, sie zu verachten. Es waren bisher eben die Ausdrucksmittel so beschränkt, dafs man solche Ausdrücke noch nicht übersehen konnte. Mit dem Fortschritt der Wissenschaft werden, wie in der Physik und Mathematik, auch verwickelte Probleme nicht ausbleiben.

Für diese Anwendungen bedarf es einer zweckdienlichen Einteilung der Propositionen. Schröder nennt so alle Beziehungen, welche denkbar sind zwischen Klassen überhaupt, soweit es dabe ankommt auf das Vorhandensein oder Nichtvorhandensein gemein-

samer Individuen oder Unterklassen der verglichenen Klassen. Man kann diese kurzweg „Umfangsbeziehungen" nennen. Schröder teilt sie nach dem Umfange der darin vorkommenden Begriffe ein in spezielle und allgemeine. Spezielle sind solche, in denen Subjekt und Prädikat nur solche Gebietssymbole enthalten, die in der „abgeleiteten" Mannigfaltigkeit, d. h. in der Mannigfaltigkeit der Klassen, eindeutig sind. Z. B.:

Die Neger sind von schwarzer Hautfarbe.

Allgemein ist eine Proposition, wenn dies nicht der Fall ist, z. B. $a \Subset 1$, wo a ein beliebiges Gebiet vorstellt.

Nach den Beziehungen zwischen den Symbolen der Propositionen werden diese eingeteilt in analytische und synthetische. Die analytischen Urteile sind richtig für beliebige Werte der in ihnen vorkommenden Symbole, die synthetischen nicht.

Diese beiden Einteilungsgründe können vollständig mit einander verbunden werden und geben so vier Klassen von Urteilen. Es ist nur noch hervorzuheben, dafs darunter auch die falschen Urteile gehören, und zwar sind es spezielle analytische Urteile. Die analytischen Propositionen drücken Rechenvorschriften aus und gestatten die Umformung von Ausdrücken, liefern uns aber über die Gebiete keine neuen Wahrheiten. Gerade dies thun die synthetischen Urteile. So sind die Wahrheiten der Arithmetik analytische, die Axiome der Geometrie (nach Schröders, aber nicht von allen Mathematikern geteilter Ansicht) synthetische Propositionen ähnlich wie die Hypothesen der Naturlehre. Die allgemeinen synthetischen Propositionen bestimmen daher Klassen von Gebieten nach gewissen Anforderungen. Für eine jede solche ergiebt sich somit die Aufgabe, alle diejenigen Gebiete aufzusuchen, die ihr genügen, oder „die synthetischen allgemeinen Urteile aufzulösen". Die Lösung dieser Aufgabe schliefst den Klassenkalkul ab.

Die zu bestimmenden Gebiete werden als Unbekannte betrachtet, ihre möglichen Wertsysteme sind die „Wurzeln" der Propositionen. Eine partikulare Lösung giebt nur einige, die allgemeine Lösung alle Wurzeln an. Die Auflösung jedes hierher gehörigen Problems geschieht nun durch die Sätze:

49) Die Gleichung

$$ax + bx_1 = 0$$

ist äquivalent einer jeden der beiden Doppelsubsumtionen

$$b \Subset x \Subset a_1 \text{ und } a \Subset x_1 \Subset b_1,$$

womit nebenher gegeben ist $b \Subset a_1$ sowie $a \Subset b_1$.

50) Die Gleichung

$$ax + bx_1 = 0$$

ist äquivalent dem Gleichungenpaare

$$ab = 0 \text{ und } x = bu_1 + a_1u,$$

worin u ein unbekanntes Gebiet vorstellt.

Der Beweis zeigt, dafs $ab = 0$ aus der vorausgesetzten Gleichung folgt, dafs aber dann der angegebene Ausdruck für x die Gleichung erfüllt, und dafs jedes die Gleichung 50) erfüllende x sich bei passendem Werte von u in der gegebenen Form darstellen läfst.

Ist in 50) ab nicht Null, so hat $ax + bx_1 = 0$ keine Lösung, die Gleichung enthält einen Widerspruch, der auch in den Propositionen auftreten mufs, von denen sie etwa die „vereinigte Gleichung" ist. Ist aber $ab = 0$, so ist die Gleichung stets auflösbar. Man nennt daher passend $ab = 0$ „die Resultante der Elimination des x aus der Gleichung 50). So oft nämlich ein System von Urteilen gegeben ist, in welchen eine Gruppe x, y . . . von Symbolen möglicherweise vorkommt, und man leitet daraus durch logische Schlüsse solche Urteile ab, welche jene Zeichen x, y . . . nicht enthalten, so nennt man diese letzteren Urteile „Ergebnisse der Elimination von x, y . . . aus jenem System." Es giebt hiernach im allgemeinen mehrere Eliminationsergebnisse für das nämliche Urteilssystem und in Bezug auf die nämlichen Zeichen x, y . . . als „Eliminanden".

Doch läfst man die dabei etwa erhaltenen analytischen Urteile fallen, weil man sonst immer eine Menge von nichtssagenden Propositionen ins Auge fassen müfste. Das gegebene System von Urteilen heifst die Basis der Elimination.

Nun ist es gelegentlich eine wichtige Frage, welche Beziehungen etwa unabhängig von den Werten der Zeichen x, y . . . zwischen den übrigen im Propositionensysteme vorkommenden Symbolen bestehen werden, sobald dies System gilt. Das Eliminationsergebnis, durch welches diese Frage vollständig beantwortet wird, heifst die (volle) Resultante der Elimination. Der bestimmte Artikel ist gerechtfertigt, weil sich zeigt, dafs es nur eine solche Resultante geben kann. Sind etwa die Eliminanden x, y . . . im Propositionensysteme gar nicht enthalten, so ist dies System B seine eigene Resultante in Bezug auf x, y . . . Aber auch wenn B einige der Eliminanden x, y . . . enthält, kann B mit der Resultante R logisch äquivalent sein, wenn nämlich aus dem Bestehen der Resultante R die Geltung des Systems B für beliebige x, y . . . folgt. Letztere fallen dann aus den Urteilen „von selbst heraus".

Ist die volle Resultante einer Gleichung nur eine analytische Formel, so kann man auch sagen, die Gleichung liefere keine Resultante.

Es kommen also im identischen Kalkul dieselben Begriffe vor wie bei der algebraischen Auflösung von Gleichungen, doch gestaltet

ihre Anwendung in beiden Wissenschaften sich verschieden. In der arithmetischen Algebra ist das Eliminations- und Auflösungsproblem abhängig von der Anzahl der verfügbaren unabhängigen Gleichungen im Verhältnis zu der Anzahl der Unbekannten, denn

a) man kann aus einer algebraischen Gleichung nichts eliminieren, sofern die Resultante wieder eine Gleichung werden soll;

b) die algebraischen Bedingungsgleichungen dürfen einander nicht widersprechen, und die Anzahl der unabhängigen Gleichungen mufs mindestens um 1 gröfser sein als die Anzahl der Eliminanden, wenn Elimination möglich sein soll;

c) damit Auflösung möglich sei, darf die Anzahl der unabhängigen Gleichungen nicht gröfser sein als die Anzahl der Unbekannten, und die Gleichungen dürfen sich nicht widersprechen.

Im identischen Kalkul braucht keine von diesen Forderungen stattzufinden. In beiden Disziplinen ist aber die Auflösung nicht in allen Fällen durchführbar. Durch auflösbare algebraische Gleichungen bleiben die Unbekannten teilweise willkürlich, wenn ihre Anzahl gröfser ist als die der unabhängigen Gleichungen, im identischen Kalkul ist die Auflösung in der Regel mehrdeutig.

Für die Eindeutigkeit der Auflösung der Gleichung 49) im identischen Kalkul ist es nämlich notwendig und hinreichend, dafs

$$a = b_1,$$

dann ist nämlich die Lösung

$$x = a_1 = b.$$

Damit ist die Elimination und Auflösung geleistet für eine Gleichung mit einer Unbekannten. Die Lösung der nämlichen Aufgaben für mehrere Unbekannte ist nun leicht. Es wird.
(Zusatz 50) die Resultante der Elimination sämtlicher Unbekannten erhalten, indem man das Produkt der Koeffizienten des nach den Unbekannten entwickelten Polynoms der Gleichung Null setzt.

Z. B. ist die Resultante von

$$axy + bxy_1 + cx_1y + dx_1y_1 = 0$$
$$abcd = 0.$$

Dabei ist es gleichgiltig, in welcher Reihenfolge man das Eliminieren vornimmt oder wie man die Unbekannten in Gruppen zusammenfafst. Die Elimination ist also eine kommutative und assoziative Operation. Nur mufs dabei die Elimination einer Gruppe von Unbekannten aus der vereinigten Gleichung geschehen. Eliminiert man sie nämlich aus den einzelnen Gleichungen des gegebenen Systems von Propositionen und fafst dann die einzelnen Eliminationsergebnisse zusammen, so erhält man zwar wohl ein richtiges, aber im allgemeinen nicht das volle Eliminationsergebnis.



Die Elimination ist also keine „trennbare" Operation. Mit diesen Bemerkungen ist die Elimination für eine beliebige Menge von Eliminanden erledigt.

Soll ferner ein Propositionensystem mit mehreren Unbekannten x, y, z ... aufgelöst werden, so muſs, verschieden von dem Verfahren der Algebra, die Elimination dieser Unbekannten vorangehen. Die Resultante $R = 0$ kann eine analytische Identität sein, z. B. $0 = 0$. Dann lassen sich die x, y, z ... für beliebige Werte der vorkommenden Parameter berechnen. Die Resultante $R = 0$ kann auch eine synthetische Gleichung sein. Wird sie von den Symbolen a, b ... nicht erfüllt, so ist die Aufgabe unlösbar, ist aber $R = 0$, so ist die Auflösung möglich. Sind aber a, b ... selbst noch unbestimmte Gebiete, so kann man sie auch als Unbekannte ansehen und nach den auseinandergesetzten Methoden diejenigen ihrer Werte bestimmen, für welche das gegebene Urteilssystem in x, y, z ... Lösungen erhält. In diesem Falle ist die Auflösung stets möglich, falls die Resultante nicht gerade auf den Widerspruch $1 = 0$ hinausläuft.

Aus der vorletzten Eliminationsresultante $R(x) = 0$ berechnet man nun nach 50) das x. $R(x) = 0$ war aber selbst die Resultante der Elimination von y aus der drittletzten Resultante $R(x, y) = 0$, welche auſser x noch y enthält. Setzt man in diese den Wert von x ein, so ergiebt sie durch Auflösung den Wert von y u. s. w. So kommt man zuletzt bis zur vereinigten Gleichung. Werden bei dem folgeweisen Eliminieren etwa mit einer Unbekannten x zugleich noch andere y, z ... eliminiert, so bleiben die Werte der letzteren willkürlich.

Es ist bemerkenswert, daſs sich mit dem Satze 50) nicht nur die Werte x, y ... selber, sondern zugleich eine bestimmte Funktion $f(x, y \ldots)$ derselben finden läſst. Man braucht nur dem System die Gleichung

$$t = f(x, y, \ldots)$$

hinzuzufügen und alle Uubekannten auſser t zu eliminieren. Man sieht, auf dem bisherigen Standpunkte, wo die Urteile nur Subsumtionen oder Gleichungen sind, kann der identische Kalkul die allgemeinste Aufgabe, die er sich stellen kann, auch wirklich lösen. Wie weit ist von diesem Ziele noch die Algebra entfernt!

Schröder geht nun auf die Frage ein, ob es hier ähnlich wie in der Algebra eine Subtraktion und Division geben kann. Es zeigt sich aber, daſs die Umkehrung der Addition und Multiplikation im identischen Kalkul weder eindeutig noch unbedingt ausführbar ist. Die Regeln sind also nicht allgemein giltig, bei jeder sind umständliche Giltigkeitsbedingungen zu merken. Dadurch wird die Theorie dieser Umkehrungen sehr verwickelt. Es trifft sich daher glücklich, daſs sie durch ihren gemeinsamen Unterfall, die Negation, vollständig ersetzt werden können.

Für das Ergebnis der Elimination war die Reihenfolge der

Elimination gleichgiltig, sie ist es aber nicht für die Auflösung nach den Unbekannten; denn je nach der Anordnung bei der Auflösung erhält man die Unbekannten in verschiedener Form durch gegebene und neue Parameter ausgedrückt, wenn auch diese Formen alle denselben Wert haben müssen. Mann kann nun verlangen, dafs alle Vertauschungen zwischen den Unbekannten $x, y, \ldots$ einerseits und den gegebenen Parametern $a, b, \ldots$ andererseits, welche die vereinigte Gleichung in sich selbst verwandeln, das System der Wurzeln ebenfalls in sich selbst überführen, nachdem die in den Lösungen vorkommenden willkürlichen Parameter passend vertauscht worden sind. Eine solche Lösung heifst eine symmetrisch allgemeine Lösung. Man kann von ihr noch verlangen, dafs die Anzahl der willkürlichen Parameter möglichst klein sei. So wird die Gleichung

$$xy = 0,$$

die in Bezug auf x und y symmetrisch ist, aufgelöst durch

$$x = u; \quad y = u_1 v$$

oder

$$x = uv_1; \quad y = v,$$

das ist keine symmetrisch allgemeine Lösung, ein solche ist aber

$$x = \alpha\beta_1 w_1 + \alpha_1\beta w; \quad y = \alpha_1\beta w_1 + \alpha\beta_1 w,$$

wenn alle Buchstaben beliebige Gebiete bedeuten. Bei vielen derartigen Aufgaben giebt es symmetrisch allgemeine Lösungen mit ebensoviel willkürlichen Parametern als Unbekannte zu suchen sind. Die Auflösungsmethode Schröders ist schön, aber leider noch nicht vollständig. Sie führt manchmal auf eine Gleichung von derselben Form wie die gegebene zurück und verlangt dann einen in jedem Falle besonders zu findenden Kunstgriff. So geht es z. B. bei der Gleichung

$$\text{A)} \qquad xyz + x_1 y_1 z_1 = 0,$$

wenn sie in drei Parametern symmetrisch allgemein gelöst werden soll. Im Anhange 6 zeigt sich, dafs für A) dies in der Natur der Sache liegt. Es tauchen hier viele neue und anregende Probleme auf; ein Zeichen, dafs die exakte Theorie der Logik eine reiche Zukunft hat. (Fortsetzung folgt.)

Wertheim, Gustav (Professor an der Realschule der israelitischen Gemeinde zu Frankfurt a/M.) Die Arithmetik des Elia Misrachi. Ein Beitrag zur Geschichte der Mathematik. Zweite verbesserte Auflage. Braunschweig 1896. Druck und Verlag von Fr. Vieweg und Sohn. X. 68 S. 8⁰.

Die Vereinigung mathematischer und orientalistischer Fachkenntnisse in derselben Person ist leider eine seltene Sache, obwohl

die Thatsache, dafs es sich so verhält, nur allzu leicht begreiflich ist. Männer wie Golius, Seb. Münster, Colebrooke, Woepcke, Steinschneider, Thibaut, Zuckermann, Hochheim, um nur ein paar bekannte Namen zu nennen, sind deshalb für die Wissenschaft stets eine erfreuliche Errungenschaft gewesen, und Herr Wertheim, dem wir bisher für manchen Beitrag zur Förderung der Kenntnis griechischer Mathematik zu Dank verpflichtet waren, stellt sich nunmehr den genannten Vorgängern durch eine sehr achtungswerte Leistung zur Seite, indem er die früher in einem Schulprogramme behandelte Arithmetik des Misrachi (gest. 1526) durch einen umfassenden, mit den nötigen Erläuterungen versehenen Auszug der Öffentlichkeit bekannt macht. Ganz unbekannt war das Werk freilich nicht, denn schon Münster hatte es 1546 zu Basel in hebräisch-lateinischer Ausgabe aufgelegt, und auch in neuerer Zeit war es mehrfach schon Gegenstand der Beachtung verdienter Gelehrter gewesen, aber trotzdem wird diese bequeme Einführung in das Gesamtwissen eines gebildeten Orientalen am Ausgange des Mittelalters jedem Fachmanne sehr willkommen sein. Misrachi gehörte zu jenen türkischen Juden, die sich jetzt wie damals — als „Sephardim" — vor ihren nördlich wohnenden Glaubensgenossen durch Wissen und Lebensgewohnheiten vorteilhaft auszeichneten und von den mohamedanischen Machthabern deshalb auch mit seltener Hochachtung behandelt wurden. In Konstantinopel selbst wurde der „Sefer-Hamispar" (Buch der Zahl) 1534 gedruckt; ein Zeichen der Wertschätzung, deren sich das hinterlassene Buch des immerhin schon einige Jahre verstorbenen Autors zu erfreuen hatte. Misrachi war allerdings kein origineller Denker, und schon die Fülle der Geschäfte, welche ihm als Theologen und Vertreter der israelitischen Gemeinde Stambuls oblagen, liefs ihn schwerlich zu tieferer Beschäftigung mit abstrakten Fragen gelangen. Er schöpfte, wie der Herausgeber darthut, aus Abraham Ibn Esra und aus den Arabern, doch scheint er auch mit den Griechen, vorab mit dem durch seine Zahlenspekulationen den Morgenländern besonders verwandten Nicomachus, nicht ganz unbekannt gewesen zu sein. Misrachi wollte seine Glaubensgenossen zunächst mit der Rechenkunst bekannt machen, ging aber doch in einigen Punkten über den ganz elementaren Rahmen seines Programmes hinaus.

Jeder der zwei Hauptabschnitte ist in drei „Pforten" geteilt, und zwar kommen in diesen die folgenden Dinge zur Sprache: Die vier Grundrechnungsarten mit ganzen Zahlen, mit Brüchen und mit gemischten Zahlen; die Rechnung mit den sexagesimalen (astronomischen) Brüchen; die Ausziehung der Quadrat- und Kubikwurzeln: die arithmetischen, geometrischen und harmonischen Proportionen, welch letzteren nur eine rein theoretische Bedeutung beigemessen werden kann. Daran reiht sich aber noch eine stattliche Sammlung arithmetischer und geometrischer Aufgaben. Als erwähnenswert

erscheinen Misrachis gesunde Anschauungen über die Natur der vier Spezies (Verwerfung des „Duplierens und „Medierens“ als besonderer Operationen), die Bildung der Summen Σn^2 und Σn^3, die Behandlung kubischer Irrationalitäten. In Bezug auf die Weitschweifigkeit der Bruchrechnung, wenn es insbesondere auf die Auffindung des Generalnenners ankommt, erhebt sich unser Arithmetiker nicht über das Niveau seines Zeitalters. Recht interessant sind die Mitteilungen über die eingekleideten (Text-) Gleichungen der Schrift. Wenn man die einzelnen Aufgaben durchmustert, so stellt sich wieder die schon von Cantor u. a. betonte Lebenszähigkeit dieser Aufgaben heraus. Der Herausgeber verfolgt bei den meisten ihre Geschichte und zeigt, dafs eine ununterbrochene Entwicklungsreihe von den Griechen und Indern durch das Medium der Araber und der mittelalterlichen Hebräer hindurch zu Chuquet, Widmann und Chr. Rudolff hinüberleitet, die sich dann weiter auch zu Mayer Hirsch und Heis fortsetzt. Nur einzelne der vorgelegten Fragen sind anscheinend Misrachis geistiges Eigentum gewesen. Unter allen Umständen war der letzte ein denkender, mit allen Errungenschaften seines Zeitalters wohl vertrauter Mathematiker, und es ist erfreulich, dafs derselbe uns durch das Zusammenwirken des Herausgebers und der Verlagsbuchhandlung um so vieles näher gerückt wurde.

München. Dr. S. Günther.

Staude, Prof. Dr. Otto, Die Focaleigenschaften der Flächen zweiter Ordnung. Ein neues Kapitel zu den Lehrbüchern der analytischen Geometrie des Raumes. VIII u. 185 S. 8⁰. Mit Figuren im Text. Druck und Verlag von B. G. Teubner, Leipzig 1896. Preis 7 ℳ.

Die Aufsuchung und Verfolgung von Analogien in verwandten geometrischen oder analytischen Gebilden hat stets einen grofsen Reiz; oft schon hat dies zu wichtigen Resultaten und zu neuer Einsicht geführt. Kennt man eine Eigenschaft des Kreises, so drängt sich die Frage auf, welches ihr Analogon bei den übrigen Kegelschnitten sei; und andererseits führen die Eigenschaften der letzteren zu der Aufsuchung der entsprechenden Eigenschaften der Flächen zweiten Grades u. s. f. Es ist daher begreiflich, dafs seit längerer Zeit das Bestreben darauf gerichtet gewesen ist, bei den Flächen zweiten Grades die den Focaleigenschaften der Kegelschnitte analogen Eigenschaften zu entdecken. Jeder hat gewissermafsen instinktiv die Überzeugung, dafs es derartige Analoga geben mufs. Von den Forschern, welche auf diesem Gebiete erfolgreich waren, sind vor allem Chasles, Liouville, Heilermann, Jacobi zu nennen. In neuerer Zeit hat Prof. Staude diese Untersuchungen mit Erfolg aufgenommen (Leipziger Berichte 1882, Mathem. Annalen

Bd. XX, XXVII), und in dem vorliegenden Bande hat er seine früheren Untersuchungen vervollständigt und vereinfacht und den Gegenstand systematisch entwickelt. Zu den Focaleigenschaften der Ellipsoide und Hyperboloide sind die der Paraboloide hinzugekommen; auch werden die Rotationsflächen in Bezug auf ihre Focaleigenschaften näher untersucht.

Leider ist ein näheres Eingehen auf den Inhalt des Buches ohne Zeichnungen nicht möglich, und die Besprechung des Werkes mufs daher im wesentlichen auf eine Wiedergabe der Disposition beschränkt werden. Von den beiden Abschnitten, in welche das Buch geteilt ist, beschäftigt sich der erste mit den Focaleigenschaften der Ellipsoide und Hyperboloide, der zweite mit denen der Paraboloide. Diese beiden Abschnitte sind ihrerseits ganz parallel in vier Kapitel gegliedert; im ersten wird das System confocaler Ellipsoide und Hyperboloide (resp. Paraboloide) behandelt, im zweiten Kapitel werden als natürliche Grundlage und wichtiges Hülfsmittel der Behandlung die elliptischen (bezw. parabolischen) Koordinaten vorgetragen, das dritte Kapitel untersucht die Focalkegel und Focallinien im confocalen System, und im vierten und letzten Kapitel wird die wichtige Theorie der gebrochenen Focaldistanzen entwickelt. Die Darstellung schliefst sich den gewöhnlichen Lehrbüchern der analytischen Geometrie an; einige darüber hinausgehende Sätze finden sich in Anmerkungen am Schlufs des Werkes dargestellt.

Mit dem Begriff der gebrochenen Entfernung über eine Kurve und der gebrochenen Focaldistanzen, deren Definition sich nicht ohne einige Weitläufigkeit wiedergeben läfst, gelingt es nun Prof. Staude, Eigenschaften der Flächen zweiten Grades aufzudecken, die den Focaleigenschaften der Kegelschnitte völlig analog sind. Er hat damit die analytische Geometrie um ein ebenso wichtiges wie anziehendes Kapitel bereichert, und gewifs wird sein Buch grofse Verbreitung finden und zu neuen Untersuchungen anregen. G.

Muth, Dr., P. Grundlagen für die geometrische Anwendung der Invariantentheorie. Mit einem Begleitwort von M. Pasch. VI u. 132 S. 8^0. Druck und Verlag von B. G. Teubner, Leipzig 1895. Preis 3 ℳ.

Die vorliegende Schrift stellt in einfacher Weise und klarem Aufbau denjenigen Teil der analytischen Geometrie dar, der für die Anwendungen der Invariantentheorie von besonderer Wichtigkeit ist. Den Hauptinhalt bilden die verschiedenen Koordinaten; insbesondere werden die homogenen und projektiven Koordinaten, die Parameterdarstellung in den Grundgebilden, die Dualität u. s. w. behandelt und die projektive Geometrie streng begründet. Die Darstellung ist eine durchaus systematische, und es wird auf die ge-

naue Formulirung der Definitionen und Sätze grofse Sorgfalt gewendet. Einige der eingeführten Abkürzungen, wie „Bündel“ für „Strahlenbündel“, „einförmige Figuren“ für „Figuren in einförmigen Grundgebilden“ sind sehr ansprechend und dürften wohl bald allgemein angenommen werden.

Die Muth'sche Schrift wird sich nicht nur für den Studirenden als nützlich erweisen, sondern ihr Inhalt ist, wie Prof. Pasch in seinem Begleitwort sich ausdrückt, „auch geeignet, als selbständiger Stoff reifere Leser zu beschäftigen“. Ein ausführliches Sachregister erleichtert die Benutzung des Werkes. G.

Abendroth, William., Leitfaden der Physik mit Einschlufs der einfachsten Lehren der mathematischen Geographie. II. Band.*) 2. Auflage. Leipzig, S. Hirzel, 1897.

Die Anordnung der verschiedenen Abschnitte der Physik in Abendroth's Leitfaden beruht bekanntlich auf der Sächsischen Lehr- und Prüfungsordnung von 1893. Der vorliegende zweite Band enthält dementsprechend das Pensum für Unter- und Oberprima der Gymnasien und zerfällt in die Abschnitte Mechanik, Wellenlehre, Akustik, Optik und mathematische Geographie.

Über die Begründung der Mechanik bemerkt der Verfasser in der Vorrede: „Nachdem schon im Kursus der Sekunda das Prinzip von der Erhaltung der Energie vielfach betont und in Fällen, wo es zur schärfern Auffassung nicht entbehrt werden konnte, angewandt worden ist, kann die hier gebotene Begründung der Mechanik kaum noch Schwierigkeiten bieten. Es erscheint unbedenklich, einen Schüler, der schon zwei Jahre lang Physik getrieben hat und das für die Prima erforderte Mafs von mathematischer Vorbildung besitzt, an denjenigen Stellen, wo wir ohnehin auf die Grundhypothesen oder Prinzipien angewiesen sind, einmal ein Stück des Weges deduktiv statt induktiv vorwärts zu führen; sind doch jene Prinzipien der Mechanik ebenfalls lediglich aus Erfahrungsthatsachen hervorgegangen und wird doch auch sonst kein Experiment ohne eine zu Grunde liegende Idee gemacht und kann doch ohne die aus den Hypothesen gezogenen logischen Schlüsse weder ein wissenschaftliches System aufgebaut noch Überblick und innerer Zusammenhang geschaffen werden“.

Mit dieser Darlegung rechtfertigt der Verfasser wohl genügend, den von ihm im Hauptkapitel durchgeführten Gang, gegen die immer noch den, übrigens fast allgemein gebilligten Weg verwerfenden Ansichten. Wesentlicher erscheint es, dafs die auf Grund der an-

*) Die Besprechung des 1. Bandes s. Jahrg. XXVII (1896) S. 28 u. f. Die der 1. Aufl. in Bd. XX (1889) S. 42 u. f. D. Red.

gedeuteten Methode gegebene Darstellung fast durchweg befriedigt, dafs sie namentlich auf Wahrung des Ideenzusammenhangs ausgeht und dafs sie endlich durch Vereinfachung und Kürzung gegen die der ersten Auflage wesentlich gewonnen hat. In letzterer Hinsicht ist besonders auf das Kapitel Optik hinzuweisen. Hier hat der Verfasser die Abschnitte Spektralanalyse und theoretische Optik ganz neu bearbeitet und zahlreiche Änderungen und Kürzungen meist zum Vortheile des Buches eintreten lassen. In der Akustik und mathematischen Geographie finden sich weniger Abweichungen von der ersten Auflage.

Referent könnte sein über diese bereits ausgesprochenes Lob nur wiederholen. Abendroth hat es verstanden, aus dem grofsen Gebiete der physikalischen Thatsachen und Gesetze das Grundlegende und Elementare besonnen auszuwählen, dem Schüler das Buch verständlich zu machen, so dafs er dem Unterrichte mit Nutzen zu folgen vermag und das Unentbehrliche nicht in Gestalt unzusammenhängender Einzelheiten sondern als logisch geordnetes Ganze sich anzueignen vermag.

Allerdings setzt das Buch, eben seiner Bestimmung gemäfs, das Nebenhergehen einer freien Lehrthätigkeit voraus. Offenbar wird diese aber um so erspriefslicher sein, wenn es sich nicht darum handelt, in eine magere Anordnung des unbedingt Unentbehrlichen den vollern Zusammenhang einzulegen ebensowenig aber darum, aus einer nicht zu bewältigenden Masse das Notwendige auszusondern. Bei einer kleinen Hinneigung zum Reichlichen zeigt das Buch die gemäfsigte Auffassung und den conservativen Standpunkt des Verfassers, wie er trotz der im letzten Drittel des Jahrhunderts eingetretenen grofsen Wandlungen der theoretischen Ansichten zur Zeit noch auf dem Gebiete der Schule der bestberechtigte sein dürfte.*)

Leider finden sich einzelne sinnstörende Versehen vor. So ist Seite 212 aus der ersten Auflage der Druckfehler mit herüber genommen worden, durch die Spektralanalyse könne man die senkrecht zur Sehlinie stattfindende Bewegung erkennen.

Seite 231 ist wohl in den Worten „in ihr" (der Hauptschnittsebene) „durchläuft der extraordinäre Strahl den Krystall" hinter „ihr" die Einschaltung „schwingend" ausgefallen.

Leipzig. W. v. Zahn.

---

*) Ob das vollständige Beiseitelassen der grofsen Röntgen'schen, freilich noch ganz isoliert gebliebenen Entdeckung sich absolut rechtfertigt, will Referent unerörtert lassen, da es ja im Belieben jedes Lehrers steht auch hier eigener Ansicht zu folgen.



Janusohke, H., Das Princip der Erhaltung der Energie und seine Anwendung in der Naturlehre. Ein Hülfsbuch für den höheren Unterricht. Mit 95 Figuren im Texte. 455 S. Preis geb.: 9 Mark. Leipzig bei B. G. Teubner.

Der Herr Verfasser ist dem mathematischen Publikum seit längerer Zeit als Bearbeiter des durch den Satz von der Erhaltung der Energie charakterisierten Gebietes rühmlich bekannt. Jetzt hat er das Resultat seiner Lebensarbeit in einem umfangreichen Werke zusammengestellt. Er entwickelt die Geltung und die Bedeutung jenes Satzes für sämmtliche Gebiete der Physik und Mechanik und giebt besonders dem Fachlehrer eine Überfülle praktischer Beispiele, aus denen er dasjenige auswählen kann, was ihm für seinen Unterricht zweckmäfsig erscheint. Zwar besitzen wir schon eine Reihe von Werken, die dasselbe Ziel erstreben. Aber keines dürfte in so einfacher und durchgreifender Weise zeigen, wie die grofse Mehrheit der physikalischen Erscheinungen sich dem Satze von der Erhaltung der Energie unterordnet. Dadurch ergiebt sich die Möglichkeit leichterer Ansätze für die meisten Probleme und aufserdem ein tieferer Einblick in den Zusammenhang scheinbar verschiedenartiger Erscheinungen. Schon der darin liegende pädagogische Gewinn ist ein aufserordentlicher. Durch das Hervorheben des gemeinsamen Gesichtspunktes wird es möglich, weit zahlreichere Erscheinungen im Unterrichte zu besprechen, als bei der Einzelbearbeitung, die ohne Benutzung des allgemeinen Princips vor sich geht. Auch der Verfasser betont im Vorwort die darin liegende Ökonomie des Denkens.

Jedem Leser wird aus der analytischen Mechanik bekannt sein, dafs es Probleme giebt, bei denen das Princip der Erhaltung der Energie Geltung hat, und solche, bei denen seine Geltung aufhört. Ob das eine oder das andere der Fall ist, das erfordert bei schwierigeren Problemen eine besondere Untersuchung. Würde man also jenes Princip als ein allgemein gültiges Naturgesetz auffassen, so würden die aufserhalb desselben stehenden Probleme nur theoretischen, aber keinen praktischen Wert für die Naturforschung haben. Diese Annahme würde von weittragendster Bedeutung sein, und hierin liegt einer der Gründe, die Helmholtz, Hertz, Boltzmann, Planck und andere veranlafst haben sich gegen eine solche Annahme ablehnend zu verhalten. Selbstverständlich schliefst sich der Verfasser dieser Ansicht an und beschränkt seine Untersuchungen und Beispiele auf den Bereich der Gültigkeit des Princips. Insbesondere wird auch von der Ostwald'schen Anschauung, dafs die Energie ein reelles Agens sei, kein Gebrauch gemacht.

Um nun die Anwendbarkeit des Princips für die einzelnen Gebiete der Physik klar zu legen, war der Verfasser genötigt, jedesmal eine kurze Darlegung der betreffenden Theorie selbst zu geben, und so enthält das Buch gewissermafsen in nuce einen lehrreichen Überblick über die wichtigsten Lehren der gesammten Physik bis

zu den neuesten Forschungen hin. So kommen neben den bereits genannten Forschern auch **Faraday**, **Maxwell** und **W. Thomson** zur Geltung. Sogar in die Theorie der molekularen Wirbel, aus denen die im elektrischen Felde wirkenden Kräfte erklärt werden, wird ein instruktiver Einblick gegeben. Auch die **Maxwell-Herz**schen Grundgleichungen werden aus den bekannten Analogien der Elasticitätslehre abgeleitet.

Das Ganze gliedert sich im Anschlufs an eine historisch gehaltene Einleitung folgendermafsen: Bewegung fester Körper, Gleichgewicht und Bewegung der Flüssigkeiten, Gleichgewicht und Bewegung der Gase, Molekularkräfte, Wärme, Elektrostatik, Magnetismus, elektrische Ströme, Elektromagnetismus, Volta- und Magneto-Induktion, Licht. Gelegentlich des letzten Wortes sei bemerkt, dafs auch die elektromagnetische Lichttheorie zum Vortrag kommt.

Diese Bemerkungen werden zu der Überzeugung führen, dafs es sich bei diesem Werke um eine Erscheinung von hohem wissenschaftlichem und zugleich pädagogischem Wert handelt, besonders insofern, als die Darstellung eine elementare ist und nur an einigen Stellen der Kürze des Ausdrucks halber die Sprache der höheren Analysis benutzt. Sollte es dem Verfasser gelingen, für eine zweite **Auflage** auch diesen Rest analytischer Sprache zu beseitigen, wie Schreiber dieser Zeilen es augenblicklich für die Ingenieurwissenschaften und die Potentialtheorie versucht, so würde aus der sehr anerkennenswerten Leistung eine pädagogische Grofsthat werden, die auch auf die Gestaltung des Hochschulunterrichts der ersten Semester bestimmend einwirken würde.

Die Darstellung ist durchsichtig und klar, die Sprache gewandt, die Beispiele sind vortrefflich ausgewählt, und auch die äufserliche Ausstattung des Buches ist eine hervorragend schöne und gediegene. Verfasser und Verleger haben ein Werk geschaffen, auf welches die deutsche Wissenschaft — denn von solcher darf man trotz des Namens und der Nationalität des Verfassers wohl auch in diesem Falle reden — stolz sein kann. Kein Leser, sei er wissenschaftlich auch noch so hoch durchgebildet, wird das Buch unbefriedigt aus der Hand legen. An einer schnellen Verbreitung des Werkes kann gar nicht gezweifelt werden. Dr. Holzmüller.

Mach, Dr. Ernst (Professor an der Universität zu Wien), **Die Mechanik in ihrer Entwickelung. Historisch-kritisch dargestellt.** Mit 250 Abbildungen. **Dritte** verbesserte und vermehrte Auflage. Leipzig, F. A. Brockhaus. 1897. (Internationale wissenschaftliche Bibliothek LIX. Band.) XII u. 505 S. Preis: geh. 8 Mk.; geb. 9 Mk.

Bei der sorgfältigen Revision, welche Herr Mc. Cormack bei Gelegenheit der Übersetzung des vorliegenden Buches ins Englische

vornahm, wurden einige Versehen gefunden, die ebenso wie einzelne von anderen bemerkte Fehler in dieser Auflage verbessert worden sind.

Die Zusätze zur ersten Auflage, welche einen Anhang zur zweiten bildeten, wurden diesmal dem Texte einverleibt. Aufserdem wurden sowohl die neuesten historischen Forschungen (E. Straufs, Wohlwill, Rosenberger), als auch die seit 1889 erschienene Litteratur, welche sich mit den Grundlagen der Mechanik beschäftigt (Budde, P. und J. Friedländer, H. Hertz, P. Johannesson, K. Lafswitz, Mac Gregor, K. Pearson, I. Petzoldt, Vicaire, P. Volkmann u. A.) berücksichtigt. In dieser Auflage sind auch den Vorläufern Galileis in der Dynamik einige Worte gewidmet worden. Der gröfste derselben war Leonardo da Vinci (1452—1519), welcher schon das Fallzeitenverhältnis für die Länge und Höhe der schiefen Ebene kannte. Auch das bekannte Brettspiel-Experiment, bei welchem man aus einer Säule von Steinen einen herausschlägt, ohne die Säule zum Umstürzen zu bringen, ist ihm nicht mehr fremd. Er weifs, dafs ein in Bewegung gesetzter Körper bei geringerem Widerstand sich länger bewegt, denkt aber, dafs der Körper die dem Impulse angemessene Weglänge zurücklegen wolle. Doch haben Leonardos Arbeiten auf Galileis Entwicklungsgang keinen Einflufs nehmen können, da die Publikation derselben erst 1797 (durch Venturi) begonnen hat. Dagegen hat Galilei höchst wahrscheinlich an Benedetti (1530—1590) angeknüpft. Dieser kennt bereits die Beschleunigung der Fallbewegung, welche er auf die Summation der Schwereimpulse zurückführt.*) Die Fortbewegung eines geworfenen Körpers schreibt er einer „*virtus impressa*“ zu. Letztere nimmt auch Galilei an, denkt sich aber dieselbe abnehmend und erst 1604 scheint er (nach Wohlwill) im vollen Besitz der Fallgesetze zu sein. Das Trägheitsgesetz hat Galilei, wie aus Machs Darstellung hervorgeht, nicht in jener Klarheit und Allgemeinheit vorgeschwebt, die es später gewonnen hat. Doch genügte, als Galilei seine Forschung abgeschlossen hatte, ein Geist vom Range Balianis, eines klaren Kopfes ohne hervorragende schöpferische Begabung, um den Worten des Meisters zu entnehmen, was dieser unausgesprochen gelassen hatte.**) Galilei wendet das Trägheitsgesetz, wo es sich fast ausschliefslich um die Bewegung schwerer Körper handelt, vorwiegend auf horizontale Bewegungen an; er weifs jedoch, dafs eine schwerlose Flintenkugel geradlinig in der Richtung des Laufes fortfliegen würde.***)

S. 156 wird ein interessantes Experiment von Huyghens besprochen, in welchem dieser ein Bild der Schwere im Sinne seiner

*) Benedetti. Divers. speculat. math. et. physic. liber. Taurini 1585.

**) Siehe Wohlwill. Die Entdeckung des Beharrungsgesetzes. S. 112.

***) Galileo Galilei. Dialog über die beiden hauptsächlichsten Weltsysteme. Aus dem Italienischen übersetzt und erläutert von Emil Straufs. Leipzig, B. G. Teubner, 1892. S. 184. Z. 14—32 v. o.

kinetischen Theorie derselben*) erblickt. Huyghens legt in ein geschlossenes Gefäfs mit Wasser Siegellackstückchen, die etwas schwerer sind als Wasser und deshalb den Boden berühren. Rotiert das Gefäfs, so drängen sich die Siegellackstückchen an den äufsern Rand des Gefäfses. Bringt man hingegen das Gefäfs plötzlich zur Ruhe, so rotiert das Wasser weiter, während die den Boden berührenden und rascher an der Bewegung verhinderten Siegellackstückchen nach der Achse des Gefäfses getrieben werden.

Die Ausführungen Rosenbergers**), dafs der Gedanke der allgemeinen Gravitation bei Newton nicht zuerst auftritt, findet Mach richtig, bemerkt aber, dafs es sich doch bei allen Vorgängern nur um Anläufe und Ahnungen handle und dafs — von der Lösung des grofsen **mathematischen** Problems abgesehen — niemand vor Newton den Gedanken in einer so umfassenden und energischen Weise aufgenommen habe. Coppernicus meint (1543), dafs die Teilchen der Erde sich vermöge ihrer Schwere zur Kugel zusammengeschlossen haben, und nimmt dasselbe auch für die Sonne, den Mond und die Planeten an.***) Gilbert (1600) fafst die Schwere ähnlich der magnetischen Anziehung auf, so auch Kepler (1609). Durch diese Analogie kommt Hooke auf eine dem Quadrate der Entfernung proportionale Abnahme, die er sogar 1668 durch Wägungen auf der Höhe der Westminster-Abtei an hoch und tief hängenden Körpern (ganz wie in moderner Zeit = Jolly 1878) freilich resultatlos zu prüfen sucht.

S. 189 wird darauf hingewiesen, dafs für Newton bei seinem eigentümlichen Entwicklungsgange die Auffassung der Masse als Quantität der Materie psychologisch sehr nahe gelegen habe. Daran knüpft sich eine Untersuchung über die Funktion des Begriffes der Materie. Die Entstehung von Newtons „absoluter Zeit" wird verständlich, wenn man die von Mach in seinen „Prinzipien der Wärmelehre" S. 51 für den Temperaturbegriff gegebenen Ausführungen auf den Zeitbegriff überträgt.

Vor der Würdigung der Leistungen des Archimedes werden in dieser Auflage noch einige Zeilen den „Mechanischen Problemen" des Aristoteles (Deutsch von Poselger. Hannover, 1881) gewidmet, einer Schrift, welche sehr gut die intellektuelle Situation charakterisiert, die den Anfang einer wissenschaftlichen Untersuchung bedingt.

---

*) Huyghens. Über die Ursache der Schwere. Deutsch von Mewes. Berlin, 1893.

**) Rosenberger. Newton und seine physikalischen Prinzipien. Leipzig, Ambr. Barth, 1895.

***) Ähnliche Ansichten, wahrscheinlich im Anschlufs an Coppernicus, finden sich auch in Galileis Dialog über die beiden hauptsächlichsten Weltsysteme. S. a. a. O. S. 86, 102, 260. Straufs macht auch S. 499 Note 22 auf eine Stelle bei Plutarch *„De facie in orbe lunae"* VIII. 2 aufmerksam, die eine Ahnung der allgemeinen Gravitation enthält.

Die Stevinsche Herleitung der Gleichgewichtsgesetze für die schiefe Ebene wird S. 29 treffend als ein Gedankenexperiment bezeichnet. Das von den grofsen Forschern geübte Verfahren des Zusammenstimmens der Einzelvorstellungen mit dem Allgemeinbilde eines Erscheinungsgebietes, die stete Rücksicht auf das Ganze bei der Betrachtung des Einzelnen wird als ein wahrhaft philosophisches Verfahren bezeichnet. Denn: „eine wirklich philosophische Behandlung einer Spezialwissenschaft wird immer darin bestehen, dafs man deren Ergebnisse mit dem feststehenden Gesamtwissen in Zusammenhang und Einklang bringt."

Im Anschlusse an die Galileische Auffassung der Wurfbewegung als eines aus zwei verschiedenen von einander unabhängigen Bewegungen zusammengesetzten Vorganges, an Newtons Kräfteparallelogramm, an die Zusammensetzung der Saitenschwingungen von Sauveur, der Wärmebewegungen von Fourier wird auf die überaus glücklichen Bezeichnungen P. Volkmanns*) hingewiesen. Die Zerlegung der Vorgänge in von einander unabhängige Teile nennt dieser Isolation, die Zusammensetzung eines Vorganges aus solchen Teilen Superposition. Beide Prozesse zusammen gestatten uns erst stückweise zu begreifen, oder in Gedanken zu rekonstruieren, was uns auf einmal unfafsbar ist.

S. 372 wird die klare und durchsichtige Darstellung der Bedeutung der eindeutigen Bestimmtheit für dynamische Fälle durch J. Petzoldt**) hervorgehoben. Derselbe sagt: „Bei allen Bewegungen lassen sich also die wirklich genommenen Wege immer als ausgezeichnete Fälle unter unendlich vielen denkbaren auffassen. Analytisch heifst das aber nichts anderes als: es müssen sich immer Ausdrücke finden lassen, welche dann, wenn ihre Variation der Null gleichgesetzt wird, die Differentialgleichungen der Bewegung liefern, denn die Variation verschwindet ja nur, wenn das Integral einen einzigartigen Wert annimmt," ferner: „Die Sätze von Euler und Hamilton und nicht minder der von Gaufs sind nichts anderes als analytische Ausdrücke für die Erfahrungsthatsache, dafs die Naturvorgänge eindeutig bestimmt sind."

Schon in der ersten Auflage (1883) hatte Mach geschrieben: „Man kann es nicht für unmöglich halten, dafs an Stelle der Elementargesetze, welche die gegenwärtige Mechanik ausmachen, einmal Integralgesetze treten (um einen Ausdruck C. Neumanns zu gebrauchen), dafs wir direkt die Abhängigkeit der Lagen der Körper von einander erkennen. In diesem Falle wäre dann der

*) Erkenntnistheoretische Grundzüge der Naturwissenschaften und ihre Beziehungen zum Geistesleben der Gegenwart. Allgemeine wissenschaftliche Vorträge von Dr. P. Volkmann, Professor an der Universität Königsberg. Leipzig, B. G. Teubner, 1896.

**) J. Petzoldt. Maxima, Minima und Ökonomie. Altenburg, 1891.

„Kraftbegriff überflüssig geworden." Das in diesen Zeilen aufgestellte Programm einer künftigen Mechanik hat inzwischen durch die 1891 publizierte Hertzsche „Mechanik" eine Verwirklichung erfahren. Die Besprechung derselben S. 253—256 gehört zu den interessantesten Partien der neuen Auflage. Die in der Hertzschen Mechanik angebahnte Umwandlung in der Auffassung der Fernkräfte dürfte auch durch die Untersuchungen von H. Seeliger*) beeinflufst werden, welcher die Unvereinbarkeit des strengen Newtonschen Gesetzes mit der Annahme einer unbegrenzten Masse des Weltalls dargelegt hat.

Auch in anderer Beziehung sind von Mach ausgesprochene ideale Forderungen durch Hertz der Verwirklichung sehr nahe gebracht worden. Schon in der ersten Auflage hatte Mach betont: „Wollen wir der Methode treu bleiben, welche die bedeutendsten Naturforscher, Galilei, Newton, S. Carnot, Faraday, J. R. Mayer zu ihren grofsen Erfolgen geführt hat, so beschränken wir unsere Physik auf den Ausdruck des Thatsächlichen, ohne hinter diesem, wo nichts Fafsbares und Prüfbares liegt, Hypothesen aufzubauen. Wir haben dann einfach den wirklichen Zusammenhang der Massenbewegungen, Temperaturänderungen, Änderungen der Werte der Potentialfunktion, chemischen Änderungen zu ermitteln, ohne uns unter diesen Elementen anderes zu denken als mittelbar oder unmittelbar durch Beobachtung gegebene physikalische Merkmale oder Charakteristiken." Für diese Beschreibung der Vorgänge durch blofse Differentialgleichungen geben die „Untersuchungen über die Ausbreitung der elektrischen Kraft" von Hertz (1892) ein gutes Beispiel.

Auch den Ansätzen zu einer allgemeinen Energetik, die sich schon in der Schrift Machs „Über die Erhaltung der Arbeit" S. 54 finden, ist inzwischen eine ausführliche Behandlung dieses Gegenstandes durch Helm, Ostwald u. A. gefolgt.

So haben Machs Schriften nach verschiedenen Richtungen hin vorausahnend und bahnbrechend gewirkt.

Wien. Haas.

Kämpfer, Th., Das Wesen der Naturkräfte in neuer Auffassung. Ein Weg zur Beantwortung der Frage nach den Gestalten der Atome und die Beschreibung der Gestalten einiger Atome. Barmen 1897. Im Selbstverlage des Verfassers. 88 S.

Der Titel dieses Schriftchens: das Wesen der Naturkräfte in neuer Auffassung ist sehr berechtigt. Der Verfasser unternimmt

*) H. Seeliger. Über das Newtonsche Gravitationsgesetz. Sitzungsberichte der Münchener Akademie. 1896.

es, die Physik zu reformieren. Bescheiden vergleicht er seinen Reformierungsversuch mit der That des Kopernikus. Wie dieser der Erde ihren bevorzugten Platz nahm und an ihre Stelle die Sonne setzte, so lehrt die vorliegende Schrift, dafs die Atome und Moleküle in relativer Hinsicht sich in Ruhe befinden, und dafs der Äther, der bisher als ruhend angesehen sei, sich bewege. Der Beweis für das Vorhandensein des Äthers scheint dem Verfasser erbracht, da wir sehen, dafs die Sonne auf die Erde einwirkt, ohne dafs Erde und Sonne in direktem Zusammenhang stehen. „Kein Körper kann wirken, wo er nicht ist, und wenn die Sonne sich nicht bei der Erde befindet, so kann sie auch nicht direkt, sondern nur indirekt mittelst des Äthers auf dieselbe einwirken". Punktum!

Über diesen Äther weifs der Verfasser nun die interessantesten Details mitzuteilen. Es giebt Ätertheilchen verschiedener Ordnung. Sie haben Würfelform, die kleinsten sind indessen keine Würfel. Auch über Gröfse und Geschwindigkeit der Ätherteilchen wird Manches gesagt. Zwar können wir den Äther nicht in wägbaren Stoff und den wägbaren Stoff nicht in Äther umwandeln, aber die Möglichkeit einer solchen Umwandlung ist vorhanden, wenn auch die Bedingungen dazu nur unter ganz besonderen Umständen eintreten können.

In der zweiten Hälfte seines Schriftchens beschreibt der Verfasser die Gestalten einiger Atome. Die Atome bestehen aus Unteratomen und diese aus Ätherteilchen. Es giebt einfache und zusammengesetzte Atome. Zu den einfachen gehören die von Wasserstoff, Lithium, Beryllium, Bor, Kohlenstoff, Stickstoff, Sauerstoff, Fluor. Die Unteratome sind gröfstenteils Prismen, nur das Wasserstoffatom stellt ein Tetraeder dar. Das Lithiumatom besteht aus sieben dreiseitigen Prismen, das Berylliumatom aus neun Würfeln, von welchen acht in den Ecken eines Achtecks liegen, in dessen Mitte sich der neunte Würfel befindet. Das Fluoratom besteht aus neunzehn zehnseitigen Prismen u. s. w. u. s. w.

Nach einem an die Redaktion gerichteten Briefe hat Verfasser die Absicht, sich mit dieser Broschüre um den Nobelschen Preis zu bewerben. Ref. wünscht ihm, der sicher so eifrig und aufrichtig wie einer die Wahrheit zu ergründen strebt, dafs die Preisrichter in seinem Schriftchen mehr fruchtbare Gedanken finden als ihm zu finden gelungen ist.

Zerbst. K. Petzold.

B. Programmschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme der Provinzen Brandenburg und Pommern. Ostern 1897.

Referent: Oberlehrer Stegemann in Prenzlau.

1. Berlin, Luisenstädtisches Gymnasium. Progr. Nr. 63. Dr. Ernst Goldbeck: *Die Gravitationshypothese bei Galilei und Borelli.* 31 S.

Die Gravitationshypothese hat ihre Vorgeschichte. Der Anstofs, das Problem der Schwere zu untersuchen, wurde durch die Lehre des Kopernicus gegeben. Vor allen waren es Kepler und Galilei, welche durch die neue Lehre zu einer mechanischen Betrachtung der Vorgänge am Himmel angeregt wurden. Mit dem letzteren und mit dem seiner Schule angehörigen Italiener Borelli beschäftigt sich diese Arbeit.

Zunächst wird die Weltanschauung Galileis dargelegt. Nach dessen Hypothese hat der Schöpfer die Planetenkugeln an einem und demselben Orte, aber in sehr beträchtlicher Entfernung vom Centralkörper, erschaffen und ihnen dann den Trieb eingepflanzt, sich auf den Centralkörper hin zu bewegen. Als der Schöpfer sie freigegeben, haben sie begonnen, auf die Sonne zu fallen, und haben dadurch eine immer gröfsere Geschwindigkeit erlangt, bis sie den Ort und die Geschwindigkeit erreicht hatten, die ihnen von Gott bestimmt waren. Hier ist dann ihre bis dahin geradlinige Bewegung plötzlich in eine kreisförmige um die Sonne herum verwandelt worden, so dafs sie nun mit gleichförmiger Geschwindigkeit ihre Bahn durchlaufen. Der Verfasser bespricht die Galileische Hypothese ausführlich; er sucht die Quellen der in ihr enthaltenen Irrtümer auf, aber er weist auch darauf hin, dafs diese Hypothese trotz ihrer Seltsamkeit doch eine gewisse Bedeutung hat, weil sie gegenüber der älteren Aristotelischen Auffassung, für welche die Planetenbewegung kein mechanisches Problem war, einen Fortschritt anzeigt.

Der zweite Teil der Arbeit beschäftigt sich mit Borelli. Dieser hat in seiner Theorie der Jupitermonde *(Theoricae Mediceorum Planetarum)* schon reifere Anschauungen niedergelegt. Er hat in diesem Buche den Versuch gemacht, die Bewegung der Planeten und besonders die des Mondes nicht nur astronomisch zu beschreiben, sondern auch aus mechanischen Ursachen abzuleiten. Dass Borelli dabei nicht an unseren Mond, sondern an die Monde des Jupiter angeknüpft hat, sucht der Verfasser aus Rücksichtnahme auf das Verdammungsdekret der Index-Kongregation vom 5. März 1616 zu erklären, durch welches alle Bücher verboten wurden, in denen gezeigt werden sollte, dafs die „Lehre von der Unbeweglichkeit der Sonne im Mittelpunkte der Welt und von der Beweglichkeit der Erde in Übereinstimmung sei mit der Wahrheit und der heiligen Schrift nicht widerspreche.“ Borellis Weltanschauung ist folgende: Er schreibt den Planeten einen Trieb zu, sich nach dem Centralkörper hinzubewegen; dies entspricht einer Attraktionskraft, die von der Entfernung vom Centralkörper unabhängig ist. Sodann nimmt er an, dafs durch die Bewegung des Planeten in seiner Bahn eine Centrifugalkraft entsteht, die den Planeten von dem Centralkörper zu entfernen sucht, die er sich aber nicht als in der Richtung der Tangente, sondern als in der der Centralkraft entgegengesetzten Richtung wirksam vorstellt; diese Kraft ist nach ihm umgekehrt proportional der Entfernung des Planeten von seinem Centralkörper. Endlich stellt er sich noch eine seitlich wirkende Kraft vor, welche er als eine Wirkung der Sonnenstrahlen ansieht, und welche den Planeten in seiner Bahn ebenfalls nach dem umgekehrten Verhältnis seiner Entfernung vom Centralkörper vorwärts treibt. Borelli glaubte durch seine Voraussetzungen auch die elliptische Form der Planetenbahnen erklären zu können. Dafs er in dieser Hinsicht im Irrtum war, läfst sich leicht

nachweisen; aber „durch seine klare Hinstellung des Problems überhaupt“ — so sagt der Verfasser am Schlusse seiner Arbeit — „ferner durch die Aufzeigung der wirkenden Komponenten, endlich durch den Hinweis auf die Fruchtbarkeit seiner Hypothese für die Störungslehre hat Borelli eine wesentliche ideelle Vorarbeit an der Gravitationsmechanik geleistet. Für die mechanisch-mathematische Durchführung seiner Ideen reichten jedoch seine Hilfsmittel nicht aus.“

2. Berlin, Wilhelmsgymnasium. Progr. Nr. 65. Prof. Max Schlegel: *Die Einrichtungen für den physikalischen Unterricht an Gymnasien.* 18 S.

Das Thema vorliegender Abhandlung ist die Beantwortung der Frage: Welches sind die besonderen Einrichtungen, welche die Gewähr leisten, dafs mit der für den Unterricht in Physik und Chemie an den Gymnasien gegebenen Stundenzahl den Anforderungen der Zeit, wie sie sich in den Lehrplänen von 1891 verkörpern, genügt werden kann? Zur Beantwortung dieser Frage wird vom Verfasser zusammengestellt, was unter den verschiedenen in Fachzeitschriften und Programmen niedergelegten Ansichten und Vorschlägen als bleibender Kern sich herausschälen läfst.

Zunächst wird die Raumfrage erörtert. Auch beim Verzicht auf ein besonderes Zimmer für Chemie werden als unbedingt notwendig gefordert: 1. ein Lehrzimmer, für 40 Schüler eingerichtet, mit Experimentiertisch und allem sonst noch Notwendigen versehen, in der Gröfse von mindestens 55 qm; 2. ein Apparatenzimmer mit den nötigen Schränken zur Unterbringung der Apparate von mindestens 40 qm; 3. eine Werkstatt, d. h. ein Arbeitszimmer für den Lehrer, ausgerüstet mit dem notwendigsten Werkzeug, wie Schraubstock, Drehbank, Hobelbank, Ambofs, Glasblasemaschine und anderem, etwa 20 qm grofs. Aufser diesen drei Räumen wird als wünschenswert noch bezeichnet: 4. ein eigener Saal für Schülerarbeiten, der allerdings, wenn auch nur 30 Schüler gleichzeitig in ihm mit Erfolg experimentieren sollen, schon eine beträchtliche Gröfse haben mufs.

Der zweite Abschnitt der Arbeit behandelt die weiteren Vorbedingungen für einen erfolgreichen experimentellen Unterricht. Für alle Räume wird Gaseinrichtung gefordert, für das Lehrzimmer aufserdem die Benutzbarkeit des Sonnenlichts, Wasserzu- und -abflufs, ein Gasabzug für schädliche Gase und vor allen Dingen die Bereitstellung eines elektrischen Stroms zu jederzeitiger Benutzung. Dafs eine Werkzeugsammlung zur Ausstattung der Werkstatt gehört, versteht sich von selbst.

Im dritten Abschnitt wendet sich der Verfasser der Apparatensammlung zu. Er stellt aber kein Normalverzeichnis auf, sondern beschränkt sich auf die Angabe allgemeiner Gesichtspunkte und auf die Erörterung der Kostenfrage. Die Aufstellung eines Normalverzeichnisses ist hauptsächlich aus dem Grunde unterblieben, weil die Versuchsordnungen sich fortwährend ändern und darum auch die besten Normalverzeichnisse nur für kurze Zeit Geltung behalten können.

Im vierten Abschnitt der Abhandlung wird gewissermafsen die Probe gemacht, ob die aufgestellten Forderungen zu weitgehend sind oder nicht. Zu diesem Zwecke wird untersucht, welcher Kostenaufwand nötig sein würde, um an des Verfassers eigener Schule, also am Wilhelmsgymnasium zu Berlin, die Einrichtungen für den physikalischen Unterricht so zu gestalten, dafs sie den aufgestellten Forderungen genügen würden. Das Resultat ist, dafs beim Verzicht auf das Schülerlaboratorium eine einmalige Ausgabe von etwa 2500 ℳ genügen würde, um die nötigen Änderungen und Neueinrichtungen herzustellen, und das will für eine Schule, die von 900 Schülern besucht wird und einen Etat von gegen 180000 ℳ hat, nicht viel besagen. Allerdings giebt es noch viele Gymnasien, wo die Einrichtungen für den physikalischen Unterricht sich weit unter dem zu erstrebenden Standpunkte befinden, wo daher eine beträchtlich gröfsere Summe erforderlich sein würde, um den gestellten Anforderungen zu ge-

nügen, und wo man infolgedessen die letzteren zu hoch erachten würde. Im Hinblick darauf sagt der Verfasser mit Recht: „Es ist nicht die Aufgabe des Lehrers, seine Anforderungen an Hilfsmitteln auf das niedrigste Mafs herabzustimmen; es ist vielmehr die Aufgabe der Verwaltung, die Mittel bereitzustellen, welche nicht nur die notwendigsten Hilfen für die Anschauung, sondern sicher auch manche der blofs wünschenswerten gewähren".

Am Schlusse der Arbeit wird noch die Frage erörtert, woran es liegen mag, dafs die allgemein anerkannten Forderungen bei vielen Schulen noch nicht erfüllt sind. Der Grund wird darin gefunden, dafs man früher bei der Einrichtung von physikalischen und chemischen Kabinetten und Arbeitszimmern nur in unzureichendem Mafse Fachleute zu Rate gezogen hat. Es wird daher der Vorschlag gemacht, in jeder Provinz eine Kommission von Fachmännern einzusetzen, welche bei Neubauten und bei baulichen Veränderungen begutachtend mitzuwirken haben würde.

3. **Friedeberg Nm.,** Gymnasium. Progr. Nr. 75. Oberl. Gustav Schienke: *Zum Unterricht in der Erdkunde von Deutschland auf Gymnasien.* 16 S.

Vom Verfasser wird diese Abhandlung als ein erweiterter Lehrplan für den Abschnitt der Erdkunde, der Deutschland betrifft, bezeichnet. Da die Behandlung Deutschlands der Quinta und den beiden Tertien zugewiesen ist, so kommen die Pensa dieser drei Klassen in Betracht, und danach gliedert sich auch die Arbeit in drei Abschnitte, deren jeder für eine dieser Klassen den Gang des Unterrichts sowie die Gliederung und genaue Abgrenzung des Pensums behandelt. Den Vorschlägen des Verfassers kann man im allgemeinen zustimmen, da sie den methodischen Anforderungen entsprechen. Nur könnte das Gedächtnis der Schüler etwas mehr in Anspruch genommen werden. Mit Recht ist man gegen das Erlernen vieler Namen und Zahlen, auf welches in früheren Zeiten oft das Hauptgewicht gelegt wurde, aufgetreten; aber ein Fehler würde es auch sein, wenn man in dieser Hinsicht zu wenig fordern wollte. Im physischen Teil läfst sich in Quinta eine etwas weitere Ausgestaltung des Flufsnetzes und im Zusammenhang damit eine weitergehende Gliederung der Gebirge, als vom Verfasser vorgeschlagen wird, erzielen; im politischen Teil könnte für Quinta die Kenntnis sämtlicher deutscher Staaten und der preufsischen Provinzen, für Untertertia die Kenntnis der preufsischen Regierungsbezirke und die Einteilung der gröfseren von den übrigen deutschen Staaten als Ziel ins Auge gefafst werden. Die Heimatsprovinz, bezw. das Heimatsland, ist selbstverständlich auf jeder Stufe besonders zu berücksichtigen.

4. **Luckau,** Gymnasium. Progr. Nr. 81. Oberlehrer Robert Kersten: *Die Auflösung der reduzierten Gleichungen dritten Grades.* 12 S.

Nach einer kurzen Übersicht über die älteren vergeblichen Versuche, die kubische Gleichung allgemein aufzulösen, wird in dieser Arbeit darüber berichtet, wie im 16. Jahrhundert dem Italiener Tartaglia dies endlich gelang, und wie Cardano, nachdem ihm Tartaglia seine Auflösung mitgeteilt hatte, an diese weitere Untersuchungen anknüpfte, indem er die verschiedenen möglichen Formen der kubischen Gleichung in Betracht zog. Das Bestreben, die Auflösung der kubischen Gleichung zu vereinfachen, führte in späterer Zeit dazu, dafs verschiedene mehr oder weniger von einander abweichende Methoden der Auflösung gefunden wurden. Die bekanntesten dieser Methoden, nämlich die von Hudde (1658), die von Tschirnhausen (1683) und die von Euler (1764) werden einer näheren Betrachtung unterzogen. Die Methode von Hudde besteht darin, dafs man in der Gleichung $x^3 + 3px + 2q = 0$ die Unbekannte $x = u + v$ setzt und u und v den Bedingungen $uv = -p$, $u^3 + v^3 = -2q$ unterwirft. Tschirnhausen nimmt zu der Gleichung $x^3 + 3px + 2q = 0$ noch die Gleichung $y = x^2 + ux + v$ hinzu und bestimmt dann u und v so,

dafs eine Gleichung von der Form $y^3 + A = 0$ entsteht. Euler endlich erhebt die Gleichung $x = u\sqrt[3]{z} + v\sqrt[3]{z^2}$ in die dritte Potenz und bringt die so erhaltene Gleichung mit der Gleichung $x^3 + 3px + 2q = 0$ in Übereinstimmung, indem er $uvz = -p$ und $u^3z + v^3z^2 = -2q$ setzt. Die Nebeneinanderstellung dieser drei Methoden zeigt klar, dafs die Hudde'sche Methode die einfachste ist und daher mit Recht in den Lehrbüchern der Elementarmathematik bei der Behandlung der kubischen Gleichungen zu Grunde gelegt wird. Mit der Darlegung der einzelnen Fälle der trigonometrischen Auflösung kubischer Gleichungen schliefst die Arbeit.

5. **Berlin**, Dorotheenstädtisches Realgymnasium. Progr. Nr. 93. Oberl. Dr. Heinrich Böttger: *Über naturwissenschaftliche Exkursionen*. 24 S.

Mit einem allgemeinen Abschnitte über den unterrichtlichen Wert der Naturwissenschaften beginnt diese Arbeit. Sodann folgen eine historische Skizze über die Stellung des naturwissenschaftlichen Unterrichts in den höheren Schulen seit dem Jahre 1816 und eine Übersicht über die Entwickelung der Methode dieses Unterrichts in dem letzten Vierteljahrhundert. Darauf wendet sich der Verfasser seinem eigentlichen Thema, den Exkursionen, zu, indem er zuerst die allgemeine Bedeutung der Exkursionen als Unterrichtsmittel in Betracht zieht, im weiteren Verlaufe seiner Arbeit aber absieht von der Erörterung der erziehlichen Wichtigkeit der Exkursionen und des Nutzens, den sie für andere Unterrichtsgegenstände haben können. Er beschränkt sich darauf, ihren Nutzen für den naturwissenschaftlichen Unterricht darzulegen, und zwar wendet er sich zunächst dem botanischen Unterrichte zu. Bei diesem Unterrichte giebt es mancherlei Punkte, wo der Klassenunterricht notwendiger Weise eine Ergänzung durch Exkursionen erfordert. Als solche Punkte werden bezeichnet: die richtige Auffassung der Habitusformen unserer laubtragenden Bäume und Sträucher, die Erzielung einer nach Möglichkeit ausgedehnten Kenntnis der heimischen Flora, die Betrachtung der verschiedenen Entwickelungszustände einer Pflanze, die richtige Auffassung der Lebenserscheinungen der Pflanzen und ihrer Beziehungen zu ihrer Umgebung, die Einführung in die Pflanzengeographie. Gleichzeitig wird ausführlich dargelegt, wie sich alle diese Punkte auf Exkursionen in ausreichenderem Mafse erledigen lassen als beim blofsen Klassenunterricht; auch wird angegeben, wie die Exkursionen dem zoologischen Unterricht zum Nutzen gereichen können.

Darauf werden die Schwierigkeiten erörtert, welche der Ausführung der Exkursionen oft hindernd im Wege stehen. Das Haupthindernis, das auch vom Verfasser an erster Stelle genannt wird, liegt darin, dafs die Exkursionen im allgemeinen in die freie Zeit des Lehrers und der Schüler fallen müssen, da es nur unter besonders günstigen Umständen möglich sein wird, an die Stelle einer einzigen Unterrichtsstunde eine erfolgreiche Exkursion treten zu lassen. Nun ist zwar für die Schüler keine Überbürdung zu befürchten; aber für den Lehrer ist sie sicherlich vorhanden, wenn er in mehreren stark besuchten Klassen zu unterrichten hat, und wenn bei der Einrichtung regelmäfsiger Exkursionen, um überhaupt Erfolge erzielen zu können, diese Klassen noch geteilt werden müssen. Der betreffende Fachlehrer wird also nur dann regelmäfsige Exkursionen einrichten können, wenn wenigstens ein Teil der aufgewandten Zeit ihm auf die Zahl seiner Pflichtstunden angerechnet wird. Dies wiederum ist an vielen höheren Lehranstalten, namentlich an kleineren, nicht möglich, weil seit einigen Jahren die oberen Schulbehörden auf die Heranziehung aller Lehrkräfte möglichst bis zur vollen Pflichtstundenzahl dringen. Im Interesse der Exkursionen ist also vor allen Dingen dafür zu sorgen, dafs der betreffende Fachlehrer nicht überbürdet werde; dann sind die andern

Hindernisse von geringerer Bedeutung und werden sich überwinden lassen.

In ähnlicher Weise, wie der naturbeschreibende Unterricht durch naturgeschichtliche Exkursionen gefördert wird, können dem Unterricht in der Chemie Exkursionen anderer Art, sogenannte technologiche, von Nutzen sein. Beim chemischen Unterrichte werden mancherlei Vorgänge betrachtet, z. B. die Bearbeitung des Gufs- und des Schmiedeeisens, die Herstellung von Glas- und Thonwaren, die Gewinnung technisch wichtiger Erzeugnisse u. a., deren volles Verständnis durch Beobachtung an Ort und Stelle leichter und besser erzielt werden kann als durch den Klassenunterricht allein. Deshalb fordert der Verfasser zur Unterstützung des chemischen Unterrichts technologische Exkursionen, d. h. Besuche technischer Betriebsstätten. Soll eine solche Exkursion aber für die Schüler wirklich nutzenbringend sein, so müssen selbstwerständlich die theoretischen Grundlagen dessen, was beobachtet werden soll, vorher im Unterricht erörtert werden.

6. Berlin, Friedrichs-Realgymnasium. Prog. Nr. 95. Dr. Hermann Servus: *Neue Grundlagen der Meteorologie.* 24 S.

Diese Abhandlung ist der erste Teil einer gröfseren Arbeit, welche demnächst in Buchform erscheinen soll, und in welcher der Verfasser die Resultate mitteilt, die sich aus 20jährigem Beobachtungsmaterial ergeben. Im vorliegenden ersten Teile werden folgende Sätze als Grundlage zur Erklärung der meteorologischen Vorgänge benutzt:

1. Alle grofsen Störungen im Gleichgewicht unserer Atmosphäre sind durch Veränderungen im Zustande des Erdinnern bedingt, welche Störungen der Anziehungskraft hervorbringen.

2. Alle andauernden Niederschlagsperioden, welche Überschwemmungen zur Folge haben, sind anzusehen als das Resultat einer starken submarinen vulkanischen Thätigkeit.

Um diese Sätze zu begründen, wird die Verbreitung der Vulkane auf der Erde betrachtet und daraus der Schlufs gezogen, dafs die Anzahl unterseeischer Vulkane eine sehr grofse sein müsse. Dann werden die Vorgänge bei unterseeischen Ausbrüchen erörtert und aus ihnen als notwendige Folgerung die Bildung von Wirbelstürmen und Gewittern mit gewaltigen Niederschlagsmengen, wie sie thatsächlich oft beobachtet werden, abgeleitet.

Unter den Veränderungen im Zustande des Erdinnern sind aber nicht blofs solche zu verstehen, welche vulkanischen Ursprungs sind, sondern auch solche, welche durch elektrische Ströme veranlafst werden. Diesen letzteren schreibt der Verfasser die Entstehung der Depressionen zu. Er sagt: „Eine Depression entsteht dadurch, dafs die gleichmäfsig über einer Gegend lagernden Luftmoleküle durch eine aus der Erde heraus erfolgende vulkanisch-elektrische oder elektrische Entladung auseinandergesprengt und emporgeschleudert werden, so dafs sie nicht mehr mit der früheren Schwere auf das Quecksilber im Barometer zu drücken vermögen.“ Die hier erwähnten Entladungen spielen nun im folgenden die wichtigste Rolle. Mit ihrer Hilfe erklärt der Verfasser die Winde, den Temperaturwechsel, das Klima, kurz alle meteorologichen Vorgänge.

Es bleibt abzuwarten, ob des Verfassers neue Theorie imstande sein wird, die alten Grundanschauungen zu verdrängen; sollte dies aber auch der Fall sein, so wäre man doch hinsichtlich der Vorherbestimmung des Wetters nicht besser daran als jetzt. Denn da man Ort und Zeit einer elektrischen Entladung nicht bestimmen, sie nicht einmal direkt beobachten kann, so bliebe man doch immer darauf angewiesen, die Entstehung und den Verlauf der Depressionen zu beobachten, was auch jetzt schon geschieht. Worauf der Verfasser die Hoffnung gründet, dafs es mit Hilfe seiner Theorie möglich sein werde, das Wetter auf 24 Stunden und mehr vorauszubestimmen, ist nicht angegeben worden.

Zwei Stellen finden sich in der Abhandlung, welche geeignet sind, Mifstrauen gegen die gemachten Schlufsfolgerungen zu erregen.

Seite 12: „Unsere Erde besitzt am Äquator eine Rotationsgeschwindigkeit von 5400 Meilen in 24 Stunden, und es müssen sich daher hier ihre Massenteilchen mit entsprechender Geschwindigkeit bewegen; sie werden aufserordentlich grofse Schwingungen ausführen und sich dabei heftig aneinander reiben. An den Polen dagegen, wo die Rotationsgeschwindigkeit der Erde nur gering ist, wird auch die Bewegung der Massenteilchen nur gering und die daraus hervorgehende Reibung verschwindend klein sein. Die Bewegung der Massenteilchen wird also am Äquator am stärksten sein und von dort aus nach den Polen hin immer mehr abnehmen, um an diesen selbst gänzlich zu verschwinden. Bei jeder Bewegung und Reibung mufs aber nach physikalischen Gesetzen Wärme und Elektrizität entstehen, und es mufs daher am Äquator innerhalb der Erde sehr grofse Wärme entstehen, die nach den Polen hin mehr und mehr abnimmt. Die Erde würde also am Äquator stets am heifsesten sein, auch wenn die Strahlen der Sonne nicht senkrecht darauf fielen."

Hierzu ist zu bemerken, dafs nicht einzusehen ist, wie unter den einzelnen Massenteilchen der Erde durch die Rotation, die doch gleichförmig ist, eine Reibung entstehen kann; fehlt aber die Reibung, so entsteht auch keine Wärme. Wäre jedoch die obige Darstellung für die Erde richtig, so müfste sie für jede schnell rotierende Kugel ebenfalls richtig sein; eine solche Kugel müfste sich also infolge der Rotation erwärmen, und zwar am stärksten am Äquator, was aber nicht der Fall ist.

Seite 13: „Da die Bewegung der Erdmoleküle vom Äquator nach den Polen hin abnimmt, so mufs auch die Temperatur auf der Erdoberfläche vom Äquator an abnehmen, und es entstehen also naturgemäfs die heifse, gemäfsigte und kalte Zone. Man schreibt gewöhnlich die Entstehung dieser Zonen der Einwirkung der Sonnenstrahlen zu. Ich halte dieses für falsch; ihm steht Folgendes entgegen. Die Sonnenstrahlen vermögen niemals eine Bewegung hervorzubringen, die wir Wärme nennen; denn wir finden keine Wärme in den höheren Schichten unserer Atmosphäre."

Hierzu enthält sich der Berichterstatter jeder Bemerkung.

7. **Berlin,** Luisenstädtisches Realgymnasium. Progr. Nr. 97. Dr. Karl Hollefreund: *Anwendungen des Gaufs'schen Prinzipes vom kleinsten Zwange.* 24 S., 2 Tafeln.

Diese Arbeit enthält in 25 Paragraphen die Lösungen mechanischer Probleme durch blofse Anwendung des Gaufs'schen Prinzipes vom kleinsten Zwange. Zuerst werden einfachere Probleme behandelt: schiefe Ebene, Parallelogramm der Kräfte, Kreisbewegung, Fallmaschine, Hebel. Bei ihnen führt das eingeschlagene Verfahren überraschend schnell zum Ziel. Weiterhin folgen schwierigere Aufgaben, die ausgedehntere Rechnungen erfordern, wie z. B. die verschiedenen Pendelaufgaben und die Aufgaben über die Drehung eines Körpers. Den Schlufs der Arbeit bildet die Behandlung des Foucault'schen Pendelversuches. Da es in all diesen Aufgaben hauptsächlich auf die Bestimmung eines Minimums ankommt, so lassen sich diejenigen von ihnen, in denen das Minimum ohne Anwendung der Differentialrechnung gefunden werden kann, auch für die Schule nutzbar machen. Die Abhandlung zeigt, welch mannigfacher Anwendungen das Gaufs'sche Prinzip vom kleinsten Zwange fähig ist.

8. **Brandenburg a. H.,** Städtisches Realgymnasium. Progr. Nr. 99. Oberl. Adolf Barnewitz: *Welche Teile der wissenschaftlichen Botanik sind bei dem Unterricht an höheren Schulen vorzugsweise zu berücksichtigen?* 71 S.

Nach einer längeren Einleitung allgemeinen Inhalts, in welcher die Bedeutung der Naturwissenschaften überhaupt erörtert wird, wendet sich

der Verfasser den beschreibenden Naturwissenschaften zu. Es bleibt aber die Mineralogie von vorn herein von der Betrachtung ausgeschlossen, und die Zoologie wird nur in kurzen Abschnitten berücksichtigt, so daſs also vornehmlich, wie auch schon die Formulierung des Themas andeutet, die Aufgaben des botanischen Unterrichts behandelt werden. Hinsichtlich der Methode fordert der Verfasser strenge Wissenschaftlichkeit; er bezeichnet es als einen Zweck seiner Arbeit, zu zeigen, wie von der untersten Stufe an in jeder Hinsicht volle Wissenschaftlichkeit im Unterricht bewahrt werden kann und wie gerade auf diese Weise die gröſsten Erfolge in der Bildung der Jugend erreicht werden. Hiernach sollen schon den Sextanern bei der Beschreibung einzelner Pflanzen die morphologischen Grundbegriffe, die vier Glieder der Pflanzen, von Anfang an klar gemacht werden. Beim weiteren Fortgang des Unterrichts wird immer die Systematik den Kern bilden, an welchen die übrigen Teile der Wissenschaft, soweit sie in der Schule verwertet werden können, sich anlagern sollen. Die Morphologie ist von der Systematik untrennbar. Je weiter nun die letztere vorschreitet, um so mehr Gelegenheit ist auch gegeben, die Schüler zur Beobachtung der äuſseren Lebenserscheinungen der Pflanzen und ihrer Beziehungen zu ihrer Umgebung anzuleiten, und wenn der Unterricht von Anfang an in dieser Weise betrieben worden ist, so ist es dann auf den oberen Stufen möglich, Morphologie und Biologie in erschöpfender, wissenschaftlicher Weise zu behandeln.

Der näheren Ausführung dessen, was die Schule aus der Biologie verwerten kann, hat der Verfasser das Werk von Ludwig „Lehrbuch der Biologie der Pflanzen“ zu Grunde gelegt; er widmet diesem Abschnitt 20 Seiten seiner Arbeit. Darauf wird erörtert, was aus der Pflanzenanatomie und Pflanzenphysiologie für die Schule geeignet erscheint, und was notwendig ist, um auch diese Zweige der wissenschaftlichen Botanik für den Unterricht nutzbar zu machen. Es wird hier mit Recht gefordert, daſs dem Unterrichte nicht nur Abbildungen allein zu Grunde gelegt werden dürfen, sondern daſs den Schülern Gelegenheit gegeben werden müsse, selbst mikroskopische Beobachtungen zu machen, und daſs auch für einen Projektionsapparat zu sorgen sei, damit mikroskopische Bilder der ganzen Klasse vorgeführt werden können.

Als Resultat seiner Betrachtungen hebt der Verfasser zum Schlusse nochmals mit Nachdruck hervor, daſs es möglich sei, den Unterricht in den beschreibenden Naturwissenschaften an unseren höheren Lehranstalten auf streng wissenschaftlicher Grundlage aufzubauen, und er weist noch nach, daſs es nicht nötig sei, manche Ergebnisse der Forschung den Schülern als für ihre Moral schädlich zu verschweigen. Dies letztere bezieht sich auf die Lehren Darwins, namentlich auf seine Entwickelungstheorie. Der Verfasser erkennt in den Lehren Darwins eine Hypothese, die anderen wissenschaftlichen Hypothesen, welche in die Schule Eingang gefunden haben, gleichberechtigt ist, und findet in ihr nichts, was dazu berechtigte, sie von der Schule fernzuhalten.

9. **Berlin,** Friedrichswerdersche Oberrealschule. Progr. Nr. 114. Prof. Dr. Karl Weltzien: *Über Produkte und Potenzen von Determinanten.* 23 S.

Im ersten Teile dieser Arbeit wird ein vom Verfasser schon früher bewiesener Satz über das Produkt zweier Determinanten auf das Produkt von n Determinanten ausgedehnt, so daſs er die Form annimmt: Die Summe der Hauptunterdeterminanten $x$ter Ordnung ($x = 1, 2, \ldots n$) ändert ihren Wert nicht, wenn die Determinanten, welche die Faktoren bilden, cyklisch mit einander vertauscht werden. Im zweiten Teile wird eine bis dahin noch nicht bekannte, sich auf die Potenzen von Determinanten beziehende Rekursionsformel entwickelt.

10. Greifenberg in Pommern, Friedrich-Wilhelms-Gymnasium. Progr. Nr. 141. Oberlehr. Dr. Christoph Ibrügger: *Zeichnungen für den stereometrischen Unterricht.* 23 S., 2 Tafeln.

Wenn auch der stereometrische Unterricht mit der Betrachtung von Körpern und Körpermodellen beginnt, so stellt sich doch bald das Bedürfnis ein, auch Zeichnungen zu Hilfe zu nehmen. Dabei tritt die Schwierigkeit ein, daſs von räumlichen, also dreidimensionalen Gebilden ebene, also zweidimensionale Bilder entworfen werden sollen. Bekanntlich erfüllt man diese Forderung durch Anwendung der verschiedenen Methoden des Projizierens. Für einen gedeihlichen Fortschritt des Unterrichtes ist es durchaus erforderlich, daſs sich die Schüler die notwendigen Zeichnungen selbst richtig anfertigen können, da sonst eine erfolgreiche Selbstthätigkeit der Schüler unmöglich ist. Der Lehrer der Stereometrie wird daher nicht umhin können, den Schülern eine Anleitung zur Herstellung stereometrischer Zeichnungen mittels des Projizierens zu geben. Eine solche Anleitung enthält die vorliegende Abhandlung.

Der Verfasser beschränkt sich auf die Anwendung der Parallelprojektion. Er behandelt die schiefwinklige Projektion vor der rechtwinkligen, und zwar mit Recht, da das Allgemeine, nämlich die schiefwinklige Projektion, dem natürlichen Vorgange des Sehens besser entspricht als der spezielle Fall der Normalprojektion. In beiden Abschnitten wird ausgegangen von der Projektion eines Punktes; dann folgt die Betrachtung der Projektionen von Geraden, Strecken, Figuren und Körpern in verschiedener Lage. Bei der rechtwinkligen Projektion werden immer gleichzeitig der Grundriſs und der Aufriſs entworfen. Die wichtigsten Übungsaufgaben sind den einzelnen Paragraphen beigefügt worden. Den Stoff hat der Verfasser auf das Notwendigste beschränkt, so daſs sein Vorschlag, den Abschnitt über die schiefwinklige Projektion zum gröſsten Teil, wenn auch ohne eingehende Begründung, schon in Untersekunda durchzunehmen, ausführbar erscheint. Später kann dann an das bereits Eingeübte angeknüpft und eine genauere Begründung des Verfahrens gegeben werden.

Die auf zwei Tafeln der Abhandlung beigegebenen Figuren sind sehr sauber ausgeführt und erhöhen den Wert der Anleitung.

11. Stettin, Stadtgymnasium (ehemaliges Rats-Lyceum). Progr. Nr. 150. Oberl. Dr. Richard Krause: *Über cyklische Kollineationen.* 17 S.

In dieser Abhandlung werden ternäre und quaternäre cyklische Kollineationen besprochen. Es wird gezeigt, wie sich diese durch kollineare Verwandtschaften in gewisse regelmäſsige überführen lassen, mit deren Hilfe eine gröſsere Anschaulichkeit erzielt wird und die Beweise vereinfacht werden. Die Arbeit enthält die Abschnitte: 1. Ternär cyklische Felder, 2. Quaternär cyklische Felder, 3. Ternär cyklische Räume, 4. Quaternär cyklische Räume. Abschnitt 3 gliedert sich in die beiden Unterabteilungen: I. Gescharte Kollineationen, II. Planare Kollineationen. Abschnitt 4 hat dieselben beiden Unterabteilungen und auſserdem noch: III. Hyperbolische Kollineationen, IV. Elliptische Kollineationen.

C. Zeitschriftenschau.

Mathematische Annalen Band 49.

Heft 1. Sulle irrazionalità da cui può farsi dipendere la risoluzione d'un' equazione algebrica $f(xyz) = 0$ con funzioni razionali di due parametri. Di Federigo Enriques a Bologna. — Die Plückerschen Zahlen der Abweichungscurve. Von W. Bouwman in Schiedam (Holland). —

Anwendungen der Theorie des Zusammenhanges in Reihen auf die Theorie der Substitutionengruppen. Von P. Hoyer in Burg b./Magdeburg. — Über eine charakteristische Eigenschaft der Differentialgleichungen der Variationsrechnung. Von Arthur Hirsch in Zürich. — Über den Zusammenhang zwischen der Dedekind-Weberschen Normalbasis und dem Henselschen absoluten Fundamentalsystem. Von Ludwig Baur in Darmstadt. — Über Zahlengruppen in algebraischen Körpern. Von H. Weber in Strafsburg. — Über Tripelsysteme. Von Lothar Heffter in Giefsen. — Über die Zahl der verschiedenen Werte, die eine Funktion gegebener Buchstaben durch Vertauschung derselben erlangen kann. Von Alfred Bochert in Breslau. — Über die Klasse der transitiven Substitutionengruppen. Von Alfred Bochert in Breslau. II. — Über die Integration der Hamiltonschen Differentialgleichung mittels Separation der Variabeln. Von Paul Stäckel in Königsberg i. Pr — Eine arithmetische Formel. Von E. Netto (mitgetheilt von E. Study).

Heft 2. Gaufs, die beiden Bolyai und die nichteuklidische Geometrie. Von Paul Stäckel in Kiel und Friedrich Engel in Leipzig. — Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre. Von Georg Cantor in Halle a./S. (Zweiter Artikel.) — *A Theory of Magnetic Action upon Light.* By A. B. Basset M. A.; F. R. S. — Biegungen und conjugierte Systeme. Von Paul Stäckel in Königsberg i. Pr. — Über das Gleichungssystem einer Kirchhoffschen galvanischen Stromverzweigung. Von W. Ahrens in Leipzig.

Heft 3 u. 4. Mémoire sur le calcul fonctionnel distributif. Von S. Pincherle in Bologna. — Einige Sätze über die asymptotische Darstellung von Integralen linearer Differentialgleichungen. Von Adolf Kneser in Dorpat. — Über die Convergenz der Thetareihe. Von A. Krazer in Strafsburg i. E. — Über die Integration der partiellen Differentialgleichungen zweiter Ordnung von N. J. Sonin in Petersburg, aus dem Russischen übersetzt von Friedrich Engel. — Zur Theorie der linearen Substitutionen. II. Von Alfred Loewy in Freiburg i. B. — Verwendung asymtotischer Darstellungen zur Untersuchung der Integrale einer speciellen linearen Differentialgleichung. I. Von J. Horn in Charlottenburg. — Das Apollonische Problem. Von E. Study in Greifswald. — Theorie der Involutionssysteme partieller Differentialgleichungen erster Ordnung in beliebig vielen abhängigen und unabhängigen Veränderlichen. (Erste Abhandlung.) Von E. v. Weber in München. — Zur Gruppentheorie der homogenen linearen Differentialgleichungen. Von Emanuel Beke in Budapest. — Über die Einfachheit der alternierenden Gruppe. Von Emanuel Beke in Budapest. — Beweis einer Formel des Herrn Sonin. Von E. Gubler in Zürich. — Neue Eigenschaften des Strahlencomplexes zweiten Grades. Von Th. Reye in Strafsburg i. E. — A construction by the ruler of a point covariant with five given points. Von F. Morley in Haverford (Pennsylvania).

Himmel und Erde.

Illustrierte naturwissenschaftliche Monatsschrift, herausgegeben von der Gesellschaft Urania.

Jahrgang IX.

(Forts. von Hft. 5, S. 371.)

Heft 10. Scheiner-Potsdam, Die Helmholtzschen Untersuchungen über Bewegungsvorgänge in unserer Atmosphäre. — Stadthagen-Berlin, die Planetoiden zwischen den Bahnen der grofsen Planeten Mars und Jupiter. Die Entdeckung neuer Planetoiden ist durch die systematische Anwendung der Photographie seit 1892 sehr erleichtert bezw. begünstigt worden. Unter den Entdeckern sind hervorragend Wolf in Heidelberg und

Charlois in Nizza.*) — Meyer, Schlufs des Art. „der Kampf um den Nordpol", m. Abb. Es werden die Expeditionen Nordenskiölds, Delongs (der Jeannette), Nansens, und der Plan Andrees mitgeteilt. — Kl. Mitt. und Bibliographisches.

Heft 11. Spies-Berlin, Flüssige Luft und tiefe Temperaturen (mit 3 Fig.); ein höchst interessanter Aufsatz, der uns einen Einblick thun läfst in das von Pictet sogenannte „Polargebiet der Naturwissenschaft", wo die Luft (bei — 191°) flüssig wird („wo es Luft regnet") und wo bei der Verdunstung der flüssigen Luft (bei — 220°) der Sauerstoff (O) und der Stickstoff (N) gefriert. — Keilhack-Berlin, die vorgeschichtliche Niederlassung am Schweizerbild bei Schaffhausen (geolog.-paläontolog. Art.) — Kl. Mitt. Helium und Parhelium die beiden Bestandteile des Cleveitgases. Ursprung des Sexagesimalsystems nach dem Assyriologen Lehmann.

Heft 12. Willi Ule (Halle) zeigt Falbs Wettertheorien im Lichte der Wissenschaft. Der Verfasser schliefst sich den vorangehenden Verwerfungsurteilen der Fachmänner Förster, Koppen, van Beber, von Bezold, Pernter an (Förster, „Prophetentum und Hierarchie in der Wissenschaft" Jahrg. 1889 d. Z.). Er erklärt, wie es gekommen (und noch komme), dafs Falb beim Volke solches Ansehen und solchen Glauben errungen hat. Falb wird im Volke als Märtyrer der Wissenschaft betrachtet. Sodann sucht er die Irrtümer in der Falbschen Theorie nachzuweisen. — Samter-Berlin beantwortet auf Grund geschichtlicher Überlieferungen die Frage„ war Sirius jemals rot?" mit nein, indem er sich zuletzt hauptsächlich auf Schiaparellis Begründung stützt. — In dem Artikel „die Entstehung der Quelle" kommt Seelmann-Halle zu dem Resultate, dafs die Wissenschaft heute mit Sicherheit das Vorhandensein einer unterirdischen Wasserader bestimmen könne. — In den Kl. Mitt. werden die Bemühungen die Bahn des 5. Jupiterstrabanten zu bestimmen aufgezählt. Endlich wird der Plan Forbes zur Erzeugung von Elektrizität in den Nilkatarakten mitgeteilt.

Unser Lesesaal.

In Bd. 50 der mathem. Annalen S. 133 ff. werden die Leser einen Artikel „James Joseph Sylvester" (1814—1897) von M. Noether in Erlangen finden, in welchem sie nicht nur über S. als Mathematiker und über seine Arbeiten (er war Combinatoriker), sondern auch über die ganze in S.'s wissenschaftliche Arbeiten einschlagende Litteratur orientiert werden; nicht minder über die Beziehungen zu den bedeutendsten Meistern, die mit ihm in Verbindung standen, ihn beeinflufsten oder von ihm beeinflufst wurden, als da sind Cayley, Liouville, Jacobi, Aronhold, Borchardt, Kronecker u. a. Es ist das ein Stückchen math. Litteraturgeschichte, aus der man zugleich aufs neue erfährt, zu welcher Höhe die math. Wissenschaft emporgestiegen ist. Dabei wird man inne, dafs es heutzutage geradezu unmöglich ist, das ganze grofse Gebiet der math. Wissenschaft zu beherrschen oder auch nur zu überschauen, dafs vielmehr jeder, auch der Lehrer der Mathematik an Mittelschulen, sich auf ein engeres Gebiet oder Specialfach concentrieren mufs, wenn er überhaupt wissenschaftlich noch etwas leisten will.

Einen ähnlichen biogr. Artikel über Cayley finden die Leser in Bd. 46 der mathem. Annalen S. 462—480.

---

*) In Littrows Astron. Kalender (Wiener Sternw.) von 1897 sind bereits 404 Planetoiden mit ihren Bahnelementen aufgezählt.



D. Bibliographie.

September. Oktober 1897.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Reber, Dir. Dr., Ein Blick auf Frankreichs Schulwesen. (20 S.) Leipzig, Voigtländer. 0,60.
Burgerstein, Mittel zur Verbreitung hygienischer Kenntnisse in der Bevölkerung. (32 S.) Hamburg, Vofs. 0,60.
Egidy, Oberstl., Gedanken über Erziehung. (21 S.) Bonn, Soennecken. 0,50.
Meyer, Sport und Schule. (28 S.) Bielefeld, Helmich. 0,60.
Gutzmann, Dr., Das Stottern. Eine Monographie. Mit zahlreichen Fig., Photogr., Tabellen u. s. w. (460 S.) Frankfurt a. M., Rosenheim. 10,00.
Jäger, Gymn.-Dir. O., Aus der Praxis. 2. Tl.: Lehrkunst und Lehrhandwerk. (486 S.) Wiesbaden, Kunze. 6,60.
Hromada, Prof. Dr., Briefe über den naturhistorischen Unterricht an der medicinischen Fakultät u. am Gymnasium. Ein Beitrag zur Reform des Studiums der Medicin u. des Gymnasiallehrplanes. (96 S.) Wien, Gerold. 2,80.
Toischer, Dr., Die Macht der Schule. (16 S.) Prag, Haerpfer. 0,40.
Barth, Dir. Dr., Über den Umgang. Ein Beitrag zur Schulpädagogik. 4. Aufl. (110 S.) Langensalza, Beyer. 1,50.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Pyrkosch, Über Poncelet'sche Dreiecke, besonders solche, die confocalen Kegelschnitten ein- u. umgeschrieben sind. (61 S.) Breslau, Schletter. 0,80.
Bork, Prof. Dr., Oberl. Crantz u. Privatdoc. Dr. Haentzschel, Mathematischer Leitfaden f. Realschulen. 2. Tl.: Trigonometrie u. Stereometrie. (128 S.) Lpz., Dürr. 1,40.
Holzmann und Massinger, Oberrealschul-Proff., Geometrische Anschauungslehre im Anschluss an den Lehrplan der badischen Reallehranstalten. (32 S.) Karlsruhe, Reiff. 0,60.
Fink, Rect. Dr., Sammlung von Sätzen u. Aufgaben zur systematischen u. darstellenden Geometrie der Ebene in der Mittelschule. 3. u. 4. Kursus. Abbildung geometrischer Systeme. Einführung in die Grundlehren der projektivischen Geometrie. (268 S.) Tübingen, Laupp. 4,00.
Dobriner, Oberl. Dr, Leitfaden der Geometrie für höhere Schulen. (139 S.) Lpz., Voigtländer. 2,40.
Koppe's Geometrie f. höh. Schulen, neu bearb. v. Dir. Dr. Diekmann. 3. Der Koordinatenbegriff. — Analytische Geometrie der Ebene. (110 S.) Essen, Bädeker. 1,60.
Haentzschel, Oberl. Privatdoc. Dr., Über die verschiedenen Grundlegungen in der Trigonometrie. Eine historisch-kritische Studie. (8 S.) Lpz., Dürr. 0,40.
Sachs, Prof. Dr., Lehrbuch der ebenen Geometrie. 8 Tl. Die Anwendung der Ähnlichkeit auf die Lehre vom Kreis. (System Kleyer) (226 S.) Stuttgart, Maier. 5,00.

2. Arithmetik.

Seeger, Dir., Organisation des Unterrichts im Rechnen u. in der Arithmetik. (45 S.) Güstrow, Opitz. 0,50.
Schaewen, 500 Aufg. aus dem mathemat. Pensum der Untersekunda. (28 S.) Halle, Strien. 0,80.

Schaewen, Dass. Resultate (nur an Lehrer). (7 S.) Ebda. 1,00.
Beetz, Das Wesen der Zahl als Einheitsprinzip im Rechenunterricht. (56 S.) Wiesbaden, Behrend. 1,60.
Würsdörfer, Strömungen auf dem Gebiete des Rechenunterrichts mit bes. Berücksichtigung der „Sachgebiete des Rechnens“. Stuttgart, Süddeutsche Verlagsbuchh. 0,50.
Scheffler, Dr., Vermischte math. Schriften, enth. 1. Zusätze zur Theorie der Gleichungen. 2. Die quadratische Zerfällung der Zahlen. 3. Die Phönixzahlen. (109 S.) Braunschweig, Wagner. 2,00.
Fricke, Rob. u. Fel. Klein, Vorlesung über die Theorie der automorphen Funktionen. 1. Bd. Die gruppentheoretischen Grundlagen. (634 S.) Lpz., Teubner. 22,00.
Müller, Multiplikationstabellen, auch für Divisionen anwendbar. (201 S.) Karlsruhe, Braun. Geb. 3,00.
Lieber, weil. Realgymn. Prof. Dr. u. Oberl. Müsebeck, Aufgaben über kubische und diophantische Gleichungen, über Determinanten u. Kettenbrüche, Kombinationslehre u. höhere Reihen. (129 S.) Berlin, Simion. 2,40.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Dyck, Walth., Über die wechselseitigen Beziehungen zwischen der reinen u. der angewandten Mathematik. Festrede. (38 S.) München, Franz. 1,20.
Rejtö, Ing., Prof., Die innere Reibung der festen Körper als Beitrag zur theoretischen mech. Technologie. (111 S. mit 22. Taf.) Lpz., Felix. 7,00.
Boltzmann, Prof. L., Vorlesungen über die Prinzipe der Mechanik. I. Die Prinzipe, bei denen nicht Ausdrücke nach der Zeit integriert werden, welche Variationen der Koord. oder ihrer Ableitungen nach der Zeit enthalten. (241 S.) Lpz., Barth. 6,00.
Meyer, Dir. Dr. Wilh., Das Weltgebäude. Eine gemeinverständliche Himmelskunde. (Mit vielen Abb., Karten u. Taf.) Lpz., Bibl. Institut. In 14 Heften à 1,00.
Moshammer, Prof., Hydromechanik. Lehrtext zum Gebrauche an höheren Gewerbeschulen. (73 S.) Wien, Deuticke. 2,00.

Physik.

Wachs, Dr., Die Kraft. Eine physikalische Studie. (15 S.) Wien, Breitenstein. 0,35.
Thomson, Prof., Elemente der mathematischen Theorie der Elektrizität u. des Magnetismus. Deutsche Ausgabe von Prof. Wertheim. (414 S.) Braunschweig, Vieweg. 8,00.
Jungclaus, Magnetismus u. Deviation der Kompasse. (24 S.) Bremerhaven, Schipper. 0,60.
Schurig, Schulwandtafeln f. d. Unterr. in der Elektrizität. 6 farb. Taf. Leipzig, Möschke. 12,00.
Zistl, Gymn.-L. Dr., Über Zündung. Historische Darstellung, kritische Besprechung und Einteilung der Feuerzeuge nach den Grundsätzen der Energielehre, nebst neuen Konstruktionen zur elektr. Lampenentzündung. (36 S.) Straubing, Hirmer. 2,00.
Deycke, Dr. u. Dr. Albers-Schönberg, Fortschritte auf dem Gebiete der Röntgenstrahlen. (Zeitschrift) Hamburg, Gräfe & Sillem. Band à 6 Heft. 30,00
Lommel, E. v., Theorie der Dämmerungsfarben. (60 S.) München, Franz. 2,40.
Drude, Über Fernwirkungen. (49 S.) Lpz., Barth. 1,00.
Mach, Populäre Vorlesungen. (344 S.) Ebda. 5,00.

Ernst, Dr., Eine Theorie des elektrischen Stromes auf Grund des Energieprinzipes. (64 S.) München, Lüneburg. 2,00

Louguinine, Beschreibung der Hauptmethoden, die bei der Bestimmung der Verbrennungswärme üblich sind. (112 S.) Berlin, Friedländer u. Sohn. 10,00.

Chemie.

Kämpfer, Th., Das Wesen der Naturkräfte in neuer Auffassung. Ein Weg zur Beantwortung der Frage nach den Gestalten der Atome, u. die Beschreibung der Gestalten einiger Atome. (88 S.) Barmen, Wiemann. 1,50.

Tollens, Prof. Dr., Kurzes Handbuch der Kohlenhydrate. 1. Bd. (374 S.) Breslau, Trewendt. Geb. 9,00.

Berzelius u. Liebig. Ihre Briefe von 1831—45 mit erläut. Einschaltungen aus gleichzeitigen Briefen von Liebig u. Wöhler, sowie wissenschaftl. Nachweisen herausgegeben v. Just. Carrière. (279 S.) München, Lehmann. 3,00.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Jaeger, Rektor, Grundzüge der Geschichte der Naturwissenschaften. (120 S.) Stuttgart, Neff. Geb. 1,80.

Kiesenwetter v. u. Reibisch, Der Naturaliensammler. Das Anlegen u. Aufbewahren von Naturaliensammlungen. Wohlfeile Ausg. (258 S.) Lpz., Spamer. 2,00.

Lydekker, Die geographische Verbreitung u. geologische Entwicklung der Säugetiere. Aus dem Engl. von Oberl. Siebert. (532 S.) Jena, Costenoble. 12,00.

Arnold, Die Vögel Europas. Ihre Naturgeschichte u. Lebensweise. Mit 48 farb. Taf. (457 S.) Stuttgart, Hoffmann. 21,00.

2. Botanik.

Hansen, Prof. Dr., Zur Geschichte u. Kritik des Zellenbegriffs in der Botanik. (58 S.) Giefsen, Ricker. 2,00.

Pieper, Oberl. Dr., Volksbotanik. Unsere Pflanzen im Volksgebrauche, in Geschichte u. Sage, nebst einer Erklärung ihrer Namen. (622 S.) Gumbinnen, Sterzel. 6,00.

Höck, Oberl. Dr., Grundzüge der Pflanzengeographie. Unter Rücksichtnahme auf den Unterr. an höberen Lehranstalten verfafst. (198 S. mit Abb. u. Karten) Breslau, Hirt. 3,00.

Fischer, Prof. Dr., Vorlesungen über Bakterien. (186 S.) Jena, Fischer. 4,00.

Molisch, Prof. Dr., Untersuchungen über das Erfrieren der Pflanzen. (73 S.) Ebda. 2,50.

3. Mineralogie.

Bauer, Geh. Reg.-R. Prof. Dr., Rubin und Saphir. (47 S.) Hamburg, Verlagsanstalt. 0,75.

Goldschmidt, Dr. V., Krystallographische Winkeltabellen. (432 S.) Berlin, Springer. 20,00.

Laube, Prof. Dr., Der Einflufs der bewegten Luft auf die Umgestaltung der Erdoberfläche. (18 S.) Prag, Haerpfer. 0,40.

Geographie.

Ule, Dr., Lehrbuch der Erdkunde für höhere Schulen. I. Tl. Für die unteren Klassen. (176 S.) Lpz.. Freytag. 1,40.

Wischau, Im sonnigen Süden. Reisebilder aus Süddeutschland, Schweiz, Südfrankreich, Korsika, Afrika u. Spanien. (224 S.) Lpzg., Rother. Geb. 1,50.
Neumann, Prof. Dr., Lehrbuch der Geographie für höhere Unterrichtsanstalten. Im Anschlufs an Debes' Atlas. I. Tl. Lehrstoff für VI, V, IV. (136 S.) Lpz., Wagner & Debes. 0,80.
Ackermann, Oberrealschuldir. a. D., *Bibliotheca hassiaca*. Repertorium der landeskundl. Litteratur des ehemal. Kurf. Hessen. Nachtrag 8. (87 S.) Kassel, Selbstverlag (Ständepl. 15). 1,00.
Coucheron, Lieut. z. See, Durch das Land der Japaner. (209 S. mit Abb.) Berlin, Schönfeldt. 3,00.
Debes, Schulwandkarte von Südamerika. 1 : 5½ Mill. Lpz., Wagner & Debes. 6,00.
Schlemmer, Oberl. Dr., Leitfaden der Erdkunde f. h. Lehranstalten 2 Tle. Quinta und Quarta bis Tertia. (62 S. und 294 S.) Berlin, Weidmann. Geb. 0,60 bezw. 2,25.
Geiger, Wilh., Ceylon. (213 S. m. 23 Abb.) Wiesbaden, Kreidel. Geb. 7,60.
Langhans, P., Deutscher Kolonialatlas. 30 Karten u. 300 Nebenk. Gotha, Perthes. 24,00.
Lang, Prof., Bilder z. Ansch.-Unterr. Nr. 66—68. Bavaria u. Ruhmeshalle. — Walhalla. — Nürnberg. Mit Text (2 S., 3 S., 4 S.) Wien, Hölzel. à 2,00.
Lehmann, Dir., Geogr. Charakterbilder. Nr. 41: Tiroler Dorf mit Volkstypen. Lpz., Wachsmuth. 1,40.
—, Dass. Nr. 38. Wüste. 59,5 cm : 81,5 cm. Ebda. 1,40.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Reidt, Gymn. Prof. Dr., Sammlung von Aufgaben u. Beispielen aus der Trigonometrie u. Stereometrie. 4. Aufl. Neu bearb. von Prof. Much. Lpz., Teubner. 3,00.
—, Resultate der Rechnungsaufg v. vor. (58 S.) Ebda. 1,00.

2. Naturwissenschaften.

Arendt, Prof. Dr., Grundzüge der Chemie u. Mineralogie. Methodisch bearb. 6. Aufl. (409 S.) Hamburg, Vofs. 3,00.
Roscoe u. Schorlemmer, Ausführl. Lehrbuch der Chemie. Lehrbuch der organ. Chemie. 3. Aufl. 2. Bd. (S. 433—962). Braunschweig, Vieweg. 14,00.
Brass, Dr., Erläuterungen zu den Brafs-Lehmannschen zootomischen Wandtafeln f. den Schulgebrauch. 2 Aufl. (59 S.) Lpz., Leiner. 1,80.
Martin, Die Praxis der Naturgeschichte. 1. Tl. Taxidermie. 4. Aufl. (163 S. m. 10 Taf.) Weimar, Voigt. 6,00.
Müller, A. u. K. Müller, Tiere der Heimat. 3. Aufl. (239 u. 365 S.) Bonn, Straufs. Herabges. auf 20,00.
Dürigen, Bruno, Fremdländische Zierfische. Mit 22 Taf. u. 21 Textabb. 2. Aufl. (352 S.) Magdeburg, Creutz. 4,50.
Warburg, Prof. Dr., Lehrbuch der Experimentalphysik. 3. Aufl. (395 S.) Freiburg, Mohr. 7,00.
Schilling, Grundrifs der Naturgeschichte. 1. Tl. Tierreich. 18. Bearb. besorgt v. Prof. Dr. Reichenbach. (406 S.) Breslau, Hirt. Geb. 3,75.
Hampe, Prof. Dr., Tafeln zur qualitativen chemischen Analyse. 4. Aufl. Clausthal, Grofse. Geb. 4,80.
Krafft, Prof. Dr., Kurzes Lehrbuch der anorganischen Chemie. 3. Aufl. (500 S.) Wien, Deuticke. 9,00.

Medicus, Prof., Dr., Einleitung in die chemische Analyse. 3. Heft: Anleitung zur Gewichtsanalyse. 8. Aufl. (184 S.) Tübingen, Laupp. 2,80.
Nietzki, Prof. Dr., Chemie der organischen Farbstoffe. 3. Aufl. (344 S.) Berlin, Springer. Geb. 8,00.
Schollmeyer, Was mufs der Gebildete von der Elektrizität wissen? Gemeinverständliche Belehrung über die Kraft der Zukunft. 6. Aufl. (96 S.) Neuwied, Heufser. 1,50.
Thompson, Prof. S., Elementare Vorlesungen über Elektrizität u. Magnetismus. Deutsch v. Dr. Himstedt. 2. Aufl. (604 S.) Tübingen, Laupp. 7,00.
Schleichert, Anleitung zu botanischen Beobachtungen u. pflanzenphysiologischen Experimenten. Ein Hülfsbuch für den Lehrer beim botanischen Schulunterricht. 3. Aufl. (177 S.) Langensalza, Beyer. 2,25.
Hauck, Die galvanischen Batterien, Accumulatoren u. Thermosäulen. 4. Aufl. Wien. Hartleben. (320 S.) 3,00.
Grünwald, Die Herstellung und Verwendung der Accumulatoren in Theorie u. Praxis. Ein Leitfaden. 2. Aufl. (154 S.) Halle, Knapp. 3,00.

3. Geographie.

Schücking, L., u. Ferd. Freiligrath, Das malerische u. romantische Westfalen. Illustr. v. W. Schuch. 4. Aufl. bearb. v. Lev. Ludw. Schücking. Neue wohlfeile Ausg. Paderborn, Schöningh. In 15 Lfgn. à 0,60.
Hellwald, v., Die Erde u. ihre Völker. Ein geographisches Hausbuch. 4. Aufl. Durchgesehen v. Dr. Ule. Mit 397 Textillustr., 29 Extrabild. u. 20 Kart. Stuttgart, Union. Geb. 16,50.
Marsden, Mifs K., Eine Reise nach Sibirien. Übers. v. Marie v. Erbach. Neue wohlfeile Titelausgabe. (158 S.) Lpz., Friedrich. 3,00.



Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Schulgesetzgebung und Schulstatistik, Auszüge und Abdrücke aus Zeitschriften u. drgl.)

Bericht über die Verhandlungen der mathematisch-naturwissenschaftlichen Sektion der 44. Versammlung Deutscher Philologen und Schulmänner zu Dresden vom 29. Sept. bis 2. Okt. 1897.

Erstattet von Dr. A. Witting in Dresden.

Während den Bericht über die 43. Versammlung zu Köln (diese Zeitschrift 26. Jahrgang, S. 624—628) eine Reihe von berechtigten Klagen einleitete, ist es um so erfreulicher hier mit dem Bekenntnisse zu beginnen, dass den diesmaligen Verhandlungen der mathematisch-naturwissenschaftlichen Sektion ein lange und sorgfältig vorbereitetes, überaus reichliches Programm zu Grunde lag, welches allen Mitgliedern nach jeder Richtung hin fruchtbare Anregung bot und wofür den beiden Obmännern Herrn Geh. Hofrat Prorektor Dr. M. Krause, Prof. a. d. Tech. Hochschule zu Dresden und Herrn Prof. Dr. Böttcher, Rektor des Realgymnasiums zu Leipzig der lebhafteste Dank gebührt.

Die Vorträge und Demonstrationen fanden statt: am 29. Sept. Mittags 12—1 Uhr, 30. Sept. Vorm. 8—10 Uhr, Nachm. ½5—½7 Uhr, 1. Okt. Vorm. 8—½11 Uhr, Nachm. 3—6 Uhr. Aufserdem wurde am Donnerstag den 30. Sept. Abends 7 Uhr eine Hauptversammlung der naturwissenschaftl. Gesellschaft Jsis in der Tech. Hochschule abgehalten, an der viele Mitglieder unserer Sektion, einer liebenswürdigen Einladung folgend, teilnahmen, und über welche am Schlusse ebenfalls berichtet werden soll. Der Kürze halber folgen nunmehr die Referate über die Vorträge in chronologischer Reihenfolge.

Prof. Dr. Helm v. d. Techn. Hochschule zu Dresden: Über das Rechnen mit Mafseinheiten beim mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichte.

Der Vortragende beabsichtigte vor allem auf die Methodik des Verfahrens einzugehen und bemerkte dabei, dafs noch recht selten im Unterrichte mit Mafseinheiten gerechnet werde und dafs häufig sogar direkt Fehler mit unterlaufen, was an zwei Beispielen aus einer kürzlich veröffentlichten Abhandlung belegt wurde.

Die Ergebnisse seiner Darlegungen fafste er in die beiden Sätze zusammen:

1) Wenn man mit Mafseinheiten rechnet, versteht man darunter die Mafszahlen, die ihnen bei Messung durch eine beliebige neue Einheit zukommen.

2) Daher rechnet man mit ihnen nach der Berechnungsformel, durch welche überhaupt die gemessenen Grössen verknüpft sind.*)

---

*) Unsere Bitte, diese Sätze durch eine ausführlichere Darlegung zu beleuchten bezw. zu begründen, konnte der Vortragende wegen Mangel

Referat von Prof. J. C. V. Hoffmann aus Leipzig. Kurze Mitteilung über den Verlauf der Verhandlungen der Schwestersektion (No. 14 „Mathem. und naturw. Unterricht") bei der Naturforscher-Versammlung in Braunschweig vom 20.—25. Sept. d. J.

Der Sprecher teilte an der Hand des Programms dieser Sektion (vergl. den l. Jahrg. d. Z. Heft 6, S. 467 ff.) mit, welche Vorträge gehalten wurden und dafs die Sektion, aus Mangel an Teilnehmern,*) zumeist mit andern Sektionen, besonders der mathematischen und physikalischen, kombinirt werden mufste. Er schildert zugleich die dort erhaltenen Eindrücke, zumal auch die, welche er aus den Vorträgen über die höhere und höchste Mathematik empfangen hat. Gemäfs seiner in dem Artikel „Sollen die Sektionen u. s. w." (im 4. Heft des l. Jahrgangs) gegebenen Anregung, spricht er den Wunsch aus, dafs die diesseitige Sektion, die seines Erachtens für den Schulunterricht noch das meiste geleistet habe, bestehen bleibe und nicht, — wie in Frankfurt a. M. vorgeschlagen worden ist — nebst der jenseitigen eingehe. Ausführlicheres stellte Redner für den Bericht über jene Versammlung in d. Z. in Aussicht.

Rektor Prof. Dr. Böttcher aus Leipzig: Über bewegliche Schülermodelle zur Geometrie.

Der Vortrag ward erläutert durch zahlreiche wirklich gebrauchte Modelle; bei ihnen allen wars nicht sowohl auf das gefälligste Äufsere abgesehen, als auf solche Einfachheit, dafs die Schüler selber sie rasch und leicht fertigen konnten, und auf unmittelbare Fruchtbarkeit für den Unterricht. Darstellungen dieser Art sind vergleichbar der *„Physica pauperum"* oder den Freihand-Experimenten, wie sie neuerdings Prof. Schwalbe wieder zu Ehren gebracht hat.

Was ist zu halten von geometrischen Figuren und Modellen überhaupt? von Schüler-Modellen? von beweglichen Schülermodellen?

Die Wichtigkeit des Philosophenspruches: nil est in intellectu quod non antea fuerit in sensu ist für den geometrischen Unterricht zu jeder Zeit anerkannt worden — wenn auch nicht immer mit der That. Dem formenfrohen 15. und 16. Jahrhundert war die fortwährende Veranschaulichung geometrischer Betrachtungen selbstverständlich (Albr. Dürers „Unterweisung" — Guido Ubaldis Perspektive — die Artes geometricae jener Tage , . .). Technisch scheute man z. B. nicht drehbare Papierscheiben in gedruckten und gebundenen Büchern (Apianus); in der wissenschaftlichen Methodik mahnt noch Isaac Newton: geometrica geometrice! — Das ward gründlich anders in dem Jahrhundert nach ihm, dem der Analysten. — Erst mit dem neuen Aufschwung der Geometrie von Frankreich her (vorab der darstellenden und projectiven) wächst wieder die Lust am Zeichnen (Jac. Steiners Spott gegen das Konstruieren „blos mittelst der Zunge") und die Freude am Modellieren (in München und Leipzig durch Prof. Felix Klein — Modelle von Prof. Burmester — von Prof. Karl Rohn).

Mehr noch als die Forschung ist der geom. Jugendunterricht auf die Beihülfe der Sinne angewiesen (vergl. schon C. G. J. Jacobis Vorwort zu Buschs Vorschule der darst. G.). Doch haben hier Figuren und Modelle andere Zwecke und müssen auch anderer Art sein. Fremde Modelle wirken wenig; die Schüler müssen sie selber fertigen. Denn je einfacher desto besser: ein paar gebrochene Stücke steifen Papiers, einige Fäden oder dergl! Auch soll der Fantasie noch etwas zu thun bleiben.

---

an Zeit leider jetzt nicht erfüllen, hat uns aber in Aussicht gestellt später hierauf ausführlicher zurückzukommen. D. Red. d. Z.

*) Die Teilnehmerliste zeigte derer nur 14, unter denen noch zwei Buchhändler waren. Diese Zahl würde nach einer früheren Statuten-Bestimmung der Philologen-Versammlung nicht ausreichen zur Bildung einer „Sektion", die mindestens 20 Teilnehmer erfordert. D. Red.

Wie das sich machen lasse, ward nun vorgeführt im freien Anschlufs an den gewöhnlichen geom. Schulcurs von Anfang bis Ende. Weil sich aber der Hauptinhalt des Folgenden an die vorgezeigten einzelnen Modelle anschlofs, so ist eine kurze Wiedergabe nur in den äufserlichsten Umrissen möglich.

Schon in dem unerläfslichen Vorkurs, der nach Quarta gehört, der „Ouverture zum thematischen Reichthum der ganzen Geometrie auf der Schule", sind Modelle nicht zu entbehren. Denn die erste der drei Aufgaben, die dieser Vorkurs hat, ist ja, die Vorstellungen zu klären und zu richten, die der Knabe, halb unbewufst, aus seiner Umgebung — der körperlichen! — mitbringt. Da werden Körpernetze gebraucht. Vorgearbeitet ist durch das beliebte Zusammenkleben von Modellierkartons. — Bald regt sich das Verlangen — und das ist der zweite Zweck — das Angeschaute nachzubilden, die Lust zur exstructio und constructio. Die frühesten Constructionen vollziehen sich ohne Zirkel und Lineal, durch blofses Brechen von Papier — nur darf das wichtigste (häufig übersehene) Werkzeug planimetrischen Construierens nicht fehlen: eine plane Tafel zum Auflegen. Dabei werden, zunächst erfahrungsmäfsig anerkannt, symmetrische und centrische Figuren verwendet — etwa im Sinne von Henrici und Treutlein, Hubert Müller u. A. — Bei manchen dieser Aufgaben nun, z. B. dem Finden des Inkreiscentrums eines Dreiecks durch blofses Brechen, erlebt der Schüler Dinge, die sich von selber einstellen, oder auch von selber verbieten; und so wird er drittens angereizt, nach dem Warum zu fragen. — Schieben — Drehen — Wenden, und ihre sinnliche Darstellung.

Beim eigentlichen Construieren im Gebiete der Congruenz ist das „Decken" wircklich auszuführen. Dann kommen die geometrischen Örter (Fundörter), die meisten leicht darstellbar durch wirkliche Bewegung, vor allem schon bei Dreiecken, die unvollständig, nur durch zwei Stücke bestimmt sind. Nutzanwendung später, bei der Discussion z. B. des Cosinus-Satzes. Construction 1.) eines einzigen Punktes von vorgeschriebener Eigenschaft, 2.) beliebig vieler solcher Punkte, die festliegen und 3.) (synomym damit) der Bahn eines „Laufpunktes". — Flächengleichheit. Den Ausgangssatz von den inhaltsgleichen Parallelogrammen bringt ein hin und hergeschobenes Trapez schnell und sicher zum Bewufstsein. Streng analog damit später bei Prismen von gemeinsamem Querschnitt. Einfache Beweise durch Mosaikspiele: bei gleichbasigen und gleichhohen Dreiecken; bei neun congruenten Vierecken, die ein einziges (ähnliches) ergeben; Beweise des Pythagoreischen u. s. w. — Ähnlichkeit: Vier wichtige Lagen ähnlicher Dreiecke: Hauptlage — Drehlage — Wendelage — Drehwendelage. Drehbare Figuren mit constantem Quadrat auf der Kathete oder dem Hypotenusenlot, oder der Halbsehne u. s. w. — Trigonometrie Sinus-Tafel mit drehbarem Radius; bewegliche Figuren zur Discussion der Fundamentalsätze.

Stereometrie, als das Gebiet des Modells im eigentlichen Sinne. Diesen Namen verdient schon jedes gebrochene Blatt, von dem ein Stück in den Raum hinaus aufgerichtet wird. Anschaulichste Herleitung von Euler's Polyedersatze durch wirkliches Ausbreiten einer Oberfläche zum Netz; dieses kann für denselben Körper mancherlei Gestalt haben, immer aber giebts $(e-1)$ Schlitzkanten, $(f-1)$ Bruchkanten, zusammen k. — Einführung in die Trigonometrie des zw. sphär. Dreiecks durch ein (variables) Modell zweier zusammenstofsender Hausdächer. — Vom Modell der dreiseitigen Kugelpyramide (aus dem Kreissector) geht man gleichleicht zum Eckenraum einerseits, wie andrerseits zum sphärischen Dreieck über. — Cavalieris, Guldins Regel, etc. — Kugel und ihre Schnitte in allen möglichen Lagen!

Projection. In der darstellenden Geometrie soll der Schüler sein Blatt brechen und beim Studieren fortwährend aufrichten umlegen, um-

legen aufrichten. — Abwickeln, z. B. eines schräggeschnittenen Cylindermantels — Sinuscurve. — Schrägbilder im Sonnenlicht; Normal-Axonometrie; Centralprojection mit Kerze.

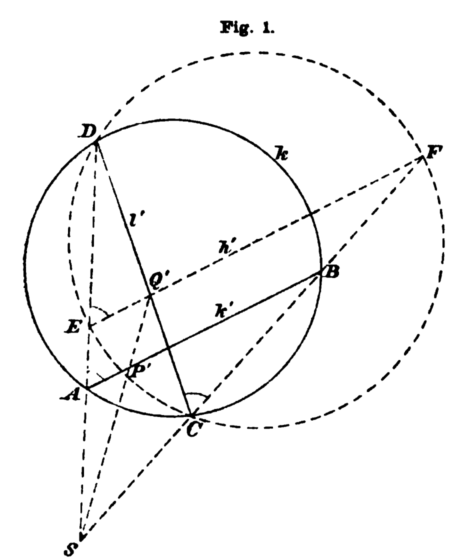
In der analytischen Geometrie, die zunächst zur Ebene zurückkehrt, wird natürlich an die geometrischen Örter angeknüpft: ein fester Punkt hat constante Coordinaten, ein Laufpunkt variable. — Allerhand Figurenreihen für Diskussionen. Selbsterdachte und angefertigte Instrumentchen zum Zeichnen von Kegelschnitten, Konchoiden, . . — Übergang von einer Figur zu einer affinen, wenn sich alle Coordinaten an einem beweglichen Modelle zugleich drehen u. s. w. —

Ausblicke auf bewegliche Modelle für Nachbargebiete: das Rechnen, die Erd- und Himmelskunde.

Der Vortrag schloſs mit einer doppelten Bitte: Viele Collegen huldigen ähnlichen Bestrebungen eines wirksamen Veranschaulichens; möchten sie sich nicht durch falsche Scham abhalten lassen, das von ihnen Erdachte bekannt zu geben. Wem aber solches Streben noch irgendwie verdächtig scheint, der mache ja den einen oder andern thatsächlichen Versuch; dann wird sich bald zeigen, ob auch viel Einzelnes vom Schüler vergessen werden mag, daſs er doch einmal in seinem Leben nicht anders gekonnt hat, als geometrische Dinge sich lebhaft und allseitig vorzustellen und geometrisch zu denken.

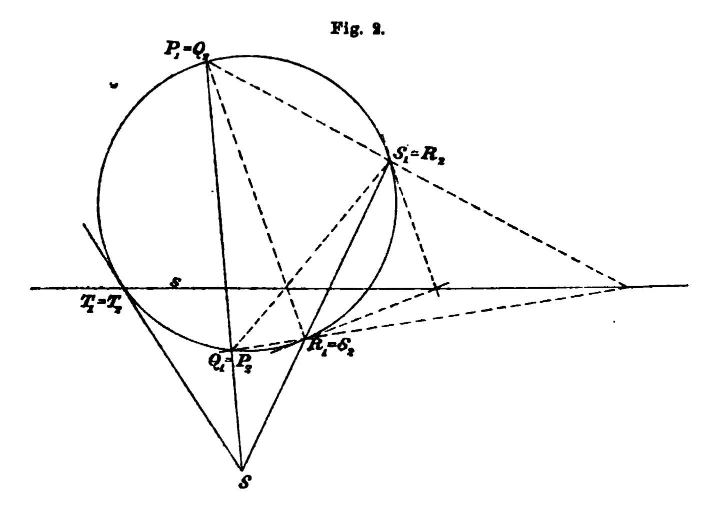
Prof. Dr. Rohn v. d. Techn. Hochschule zu Dresden: Anordnung räumlicher Beziehungen zur Ableitung planimetrischer Sätze. Nach Hervorhebung der Wichtigkeit einer räumlichen Anschauung für die verschiedensten Wissenszweige der Neuzeit entwickelte der Vortragende zunächst kurz, wie geeignet die Bewegungen: Verschiebung, Drehung, Verschraubung nebst deren Zusammensetzung für die Schulung der räumlichen Anschauung sind und wandte sich dann zum eigentlichen Thema, indem er zeigte, wie durch den Übergang von der räumlichen zur ebenen Perspektive leicht Sätze gewonnen werden können, deren Beweis in der Ebene schon ziemlich umständlich ist, und wie diese Verknüpfung von ebenen und räumlichen Figuren das Interesse der Schüler weckt und ihr Anschauungsvermögen bildet. Daran schloſs sich die Ableitung einiger Sätze aus der Kreislehre, insbesondere der Beziehung zwischen Pol und Polare und der Hinweis auf die Behandlung der Kegelschnitte durch Betrachtungen an räumlichen Figuren selbst und deren Projektion. Als Beispiel möge zuerst der Satz angeführt werden, daſs zwei beliebig in einer Ebene liegende Kreise perspektiv sind. Er folgt leicht daraus, daſs zwei Kreise einer Kugel (in doppelter Weise) auf einem Kegel liegen (s. Fig. 1). Projiciert man nämlich die Figur auf die durch die Mittelpunkte der Kugel und der beiden Kreise k und l bestimmten Ebene, so erscheint die Kugel als Kreis K und die beiden Kreise als dessen Sehnen $k' = AB$, $l' = CD$.

Fig. 1.



Der Schnittpunkt S von AD und CD ist dann die Spitze des (einen) Kegels. Denn wenn eine Mantellinie SP des durch S und k bestimmten Kegels die Ebene von l in Q trifft so liegt Q auf einem Kreise h ($h' = EF$), dessen Ebene zu k parallel ist und der der Kegelfläche angehört. Die Kreise h und l liegen aber auf einer Kugel, da die Endpunkte ihrer Durchmesser CD und EF auf einem Kreise liegen ($\sphericalangle E = \sphericalangle A = \sphericalangle C$). Daher schneiden sich l und h in Q und Q liegt somit auf l. Klappt man jetzt l in die Ebene von k um die gemeinsame Chordale beider Kreise, so erhält man zwei perspektive Kreise in dieser Ebene. Offenbar ist die Chordale die Axe dieser Perspektive, während das zugehörige Centrum in einen der beiden Ähnlichkeitspunkte dieser Kreise rückt. Sind speziell die beiden Kreise k und l gleichgroſs, so fallen sie nach der Drehung zusammen (s. Fig. 2). Hierbei entsprechen sich die beiden Schnittpunkte eines durch S gehenden Strahles wechselweise und da sich entsprechende

Fig. 2.



Gerade auf der Axe s der Perspektivität schneiden, so folgen sofort die Beziehungen zwischen Pol und Polare.

In der sich anschlieſsenden Diskussion wies Rektor Prof. Dr. Böttcher auf die Merkatorprojektion hin, sowie auf die praktische Ausführung der Deckung zweier kongruenter Landkarten durch Drehung um einen Punkt.

Prof. Dr. Pockeles v. d. Tech. Hochschule: Über neuere Methoden zur objektiven Sichtbarmachung der Ausbreitung elektrischer Schwingungen im Raume.

Die Schwingungen wurden, gemäſs der von A. Toepler in Bd. 46, S. 309 von Wied. Ann. beschriebenen Versuchsanordnung, durch die Entladung eines durch eine Influenzmaschine zu ladenden Doppelkondensators ausgelöst; der Oscillator, sowie der Resonator haben stabförmige Gestalt, wobei die günstigste Länge des letzteren nahe gleich der halben Wellenlänge ist. Nach A. Toepler werden nun die Potentialschwankungen an den Enden des Resonatorstabes mit Hülfe eines Elektroskopes sichtbar gemacht, bei welchem ein sehr leichter Aluminiumdraht zwischen zwei Metallcylindern pendelt, deren einer zur Erde abgeleitet ist und deren andrer durch die vom Resonatorende überspringenden kleinen Fünkchen geladen wird. Es lassen sich so die Absorption und Reflexion der elektrischen Wellen durch ein Drahtgitter, sowie durch Bildung stehender Wellen vor

einem reflektirenden Schirm leicht objektiv demonstrieren. — Eine zweite, äußerst empfindliche Methode zum Nachweis elektrischer Schwingungen beruht auf der von Lodge und Branly entdeckten Erscheinung, daß lockere Metallkontakte oder Metallpulver plötzlich eine starke Steigerung ihrer elektrischen Leitfähigkeit erfahren, wenn sie von elektrischen Wellen getroffen werden. Diese Widerstandsänderung wird sichtbar gemacht, indem der „Coheerer" (z. B. eine mit Kupferfeilspähnchen gefüllte Glasröhre) in den ein galvanisches Element enthaltenden Schließungskreis eines Vorlesungsgalvanometers eingeschaltet wird. Zur Erläuterung des im Coheerer stattfindenden Vorganges wurde gezeigt, wie die Glieder einer Stahlkette im Schließungskreise eines Teslatransformators successive zusammengeschweißt werden. Schließlich wies der Vortragende auf die Anwendung des Coheeres zu der Marconischen Telegraphie ohne Draht hin.

Dr M. Toepler v. d. Tech. Hochschule sprach zunächst über die Lichterscheinungen, die beim Durchgange von Funkenströmen durch evakuierte Glasröhren in diesen entstehen. Mit einem sorgfältig ausgepumpten Rohre zeigte er starke Röntgenstrahlen; die Erscheinung der Fluorescenz wurde durch einige Experimente mit verschiedenen, im elektr. Lichte fluorescierenden Flüssigkeiten erläutert. An einem zweiten, auf etwa $^1/_2$ mm Hg-Druck ausgepumpten, vom Strome einer starken Influenzmaschine durchflossenen Rohre zeigte er weiterhin die besonders von Goldstein genauer untersuchte mehrfache Schichtung und Strahlenbildung des Kathodenlichtes, sowie den ablenkenden Einfluß eines genäherten Magneten; das schön geschichtete Anodenlicht verlängerte sich hierbei in auffallender Weise, indem aus der Anode neue Schichten heraustraten. Hierauf projiciert der Vortragende eine Anzahl von Photogrammen geschichteter Entladungen in freier Luft, einer von ihm erst kürzlich aufgefundenen Erscheinung. Nebenbei machte Redner sodann noch auf einen einfachen Versuch aufmerksam, die Dielektricitätskonstante der Zwischenschicht eines Kondensators aus der Tonhöhe des Stromes der Entladungsfunken abzuschätzen, auch zeigte derselbe kurz die von A. Toepler (Wied. Ann. 28. 1886 S. 447) angegebenen Vorlesungsversuche zur Wellenlehre. Mit 32 großen durch eine 60-plattige Toepler'sche Influenzmaschine in rascher Folge geladenen Leydenerflaschen wurden weiterhin verschiedene Funkentypen bei gleichbleibender Schlagweite aber verschieden schneller Elektricitätszufuhr zu den Polen vorgeführt und schließlich ließs Vortragender Gleitfunken von mehr als 1 m Länge an Glasplatten entlang schlagen.

Geh. Hofrat Prof. Dr. Krause v. d. Tech. Hochschule: **Bemerkungen zum mathematischen Unterricht in der Oberprima der Realgymnasien.**

Die Bemerkungen bezogen sich auf die im Gesetze für die Oberprima vorgeschriebenen unendlichen Reihen. Redner führte zuerst zwei Gründe an, die für die ausgedehntere Behandlung dieses Gegenstandes angegeben werden können:

1.) die unendl. Reihen für sin x, cos x, etc. bringen einen erwünschten Abschluß für die Trigonometrie und andere Schultheorien, da nunmehr der Schüler erkennt, wie die so oft von ihm gebrauchten Funktionen resp. ihre Tabellen wirklich berechnet werden können.

2.) die zur Ableitung benutzten Methoden sind elementar und führen praktisch einfach, ohne große Schwierigkeiten zum Ziele; es ist von großer pädagogischer Bedeutung, daß der Schüler mit den dabei auftretenden Begriffen vertraut werde und den Schritt vom Naiven zum Kritischen selbst mache, den auch die Wissenschaft einst gethan habe.

Dagegen bemerkte Redner, daß es die Aufgabe und das Ziel der Schule ist, nur in sich abgeschlossene und durchsichtige Theorien zu bringen, in denen der Schüler selbständig arbeiten kann. Die Theorie der Reihen aber kann er nicht beherrschen, denn deren Grundlage ist der

Grenzbegriff insbesondere die Begriffe des unendlich Kleinen und unendlich Grofsen, deren Einübung und Eingewöhnung mehr Zeit erfordert, als die Schule jetzt gewähren kann und darf. Die unter Vermeidung der Differentialrechnung von der Schule angewandten Methoden sind, wenn kurz, ungenau; sind sie aber streng, so sind sie langatmig und langweilig. Von den Beispielen an denen der Vortragende nachweist, welch' grobe Fehler in weit verbreiteten elementaren Darstellungen enthalten sind, seien nur einige herausgegriffen. Da wird z. B. in der Formel

$$\cos nx = \cos^n x - n_2 \cos^{n-2} x \sin^2 x + n_4 \cos^{n-4} x \sin^4 x - + \cdots$$

$$nx = \alpha \text{ also } x = \frac{\alpha}{n}$$

gesetzt, und in der entstehenden Formel

$$\cos \alpha = \cos^n \frac{\alpha}{n} - n_2 \cos^{n-2} \frac{\alpha}{n} \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \cdot -$$

α festgehalten, während n über alle Grenzen wächst. Bei diesem Grenzübergange nun, bei dem das Zeichen „lim“ unentbehrlich ist, damit das Auge des Schülers nicht an unrichtige Gleichungen gewöhnt werde, wird $\lim \cos \frac{\alpha}{n} = 1$, $\lim \frac{\sin \frac{\alpha}{n}}{\frac{\alpha}{n}} = 1$, endlich aber auch $\lim \frac{n_r}{n^r} = \frac{1}{n!}$ gesetzt, was sofort als falsch erkannt wird, wenn man bei geradem n für r etwa den Wert $\frac{n}{2}$ einsetzt, den r ja sicher in der Reihe annimmt.

Dann wird aber ohne Skrupel die Voraussetzung gemacht, dafs wenn die Glieder einer unendlichen Reihe gewissen Grenzwerten zustreben, sich die Reihe selbst einer Grenze nähert, die der Summe jener Grenzwerte gleich ist — ein handgreiflicher Fehler, der nur beweist, wie schwer es ist sich daran zu gewöhnen, dafs alle Schlufsweisen, die bei endlichen Gröfsen gelten, nicht ohne weiteres auf unendliche Gröfsen ausgedehnt werden dürfen. Die vorstehend gekenntzeichneten Fehlschlüsse sind um so bedauerlicher und bedenklicher, als doch vorher an dem Beispiele

$$\lim \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e \text{ also nicht gleich } 1$$

gezeigt zu werden pflegt, dafs unendlich kleine Gröfsen nicht immer gegen endliche vernachlässigt werden dürfen. Eine weitere beliebte Methode besteht darin, dafs man eine Funktion einfach als Potenzreihe mit unbestimmten Koefficienten hinschreibt, ohne dafs man sich vorher überzeugt hat, dafs ein solcher Ansatz berechtigt ist. Bisweilen wird nun durch einen Grenzübergang eine andere Funktion erhalten, deren Potenzreihe noch anderweitig berechnet werden kann und durch Koefficientenvergleichung ergeben sich die unbekannten Koefficienten der ersten, angenommenen Reihe. Die Berechtigung zu dieser Vergleichung aber pflegt folgendermafsen dargethan zu werden: Ist $a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots = b_0 + b_1 x + b_2 x^2 + \cdots$, so folgt für $x = 0$ sofort $a_0 = b_0$; will man nun weiter, so mufs man zunächst durch x, also durch Null dividieren u. s. w. Dafs diese Schlufsweise falsch ist, folgt schon daraus, dafs dazu die beiden Potenzreihen nur für $x = 0$ übereinzustimmen brauchen.

Als zulässig und wünschenswert für die Schule empfahl der Vortragende aufser der geometrischen und der Binomialreihe besonders die Theorie der Maxima und Minima, die neuerdings für die preufsischen Realgymnasien vorgeschrieben ist, da dieselbe einen glücklichen Übergang von

der Mittelschule zur Hochschule vermittele und geeignet sei das Interesse des Schülers ganz besonders hervorzurufen und wachzuhalten.

In der Diskussion äufserten sich im Wesentlichen zustimmend Dir. Dr. Kiehl aus Rawitsch; Rector Prof. Dr. Örtel aus Dresden, der bestätigte, dafs zur Behandlung der Reihen für sin etc. gar keine Zeit sei; Prof. Dr. Heger aus Dresden, der daneben auf die Schwierigkeit der irrationalen Zahlen hinwies; Dir. Prof. Dr. Hausknecht aus Gleiwitz; Rector Prof. Dr. Böttcher aus Leipzig, der betonte, dafs die Schule zwei Aufgaben habe; sie solle 1.) in den Hauptbegriffen volle Klarheit schaffen, 2.) aber auch eine Aussaat für die Zukunft machen und bei solchen Ausblicken dürfe die volle Strenge fehlen. Geh.-Rat Prof. Dr. Krause schlofs sich dem an, stellte die Übereinstimmung der Versammlung fest, indem er aufserdem nochmals hervorhob, dafs die unendlichen Reihen in dieser Behandlungsweise wenig pädagogischen Wert haben. Da verschiedene Vorschläge, die Frage des Prima-Unterrichts der nächsten Versammlung in Bremen zu überlassen, keine Zustimmung fanden und Prof. J. C. V. Hoffmann aus Leipzig bemerkte, dafs der Verein zur Förderung des math. und physik. Unterrichts diese Frage schon in Angriff nehmen wolle, erklärte sich die Versammlung mit der folgenden, die Ergebnisse des Vortrages und der Diskussion zusammenfassenden Resolution des Rektors Prof. Dr. Böttcher aus Leipzig einverstanden:

Die Sektion spricht sich einmütig dahin aus, dafs im arithmetischen Unterricht der Prima die Lehre von den unendlichen Reihen thunlichst einzuschränken und durch fruchtbare Aufgaben, z. B. über Maxima und Minima, zu ersetzen sei.

Prof. Dr. Kalkowsky v. d. Techn. Hochschule: Über den Unterricht in Krystallographie mit Demonstrationen im mineralogischen Institut der Techn. Hochschule.

Nach der neueren Umgestaltung der Krystallographie ist bisher noch keine allgemein angenommene Darstellung in den Lehrbüchern zu finden, weil sich ein Widerstreit erhebt zwischen reiner Wissenschaft und pädagogischer Praxis. Der zur Überwindung dieser Schwierigkeit vorgeschlagene Weg ist folgender: Man beginnt mit den Formen, die den höchsten Grad von Symmetrie aufweisen und legt dabei nicht wirkliche Krystalle, sondern ideale Formen zu Grunde. Die Symmetrie-Eigenschaften werden mit einem Planspiegel, mit Winkelspiegeln und durch Drehung der Modelle anschaulich gemacht. Die sogenannten Meroëdrien müssen zunächst aus den Holoëdern abgeleitet werden, ehe auf ihre Selbständigkeit hingewiesen werden kann. Für die Bezeichnung der Formen sind die Naumann'schen Symbole ihrer Anschaulichkeit wegen vorzuziehen, obwohl in Zukunft in den wissenschaftlichen Werken die Miller'schen Indices allein herrschen werden. Beide Bezeichnungsweisen aber reichen aus, um die Formen zu bezeichnen, ohne ihnen nach ihrer sonst oft ganz unwesentlichen Gestalt besondere Namen zu geben. Durch Erläuterung der Kombinationen und durch Besprechung der Formen mit immer geringeren Graden der Symmetrie kommt man dann ganz von selbst zu der theoretisch richtigen Auffassung, dafs in der Krystallographie nicht sowohl die Körper, als die gegenseitige Lage der einzelnen Flächen zu berücksichtigen ist. Im Anschlusse an den Vortrag wurde dann noch die Veränderung der Lage der optischen Axen eines Gypskrystalles beim Erwärmen desselben mit Hilfe eines grofsen Projektionsapparates vorgeführt.

Rektor Prof. Dr. Böttcher aus Leipzig machte zwei Bemerkungen über das der geometrischen Ausbildung höchst förderliche Zeichnen von Krystallen.

1.) Das gewiesene Abbildungsverfahren hierfür ist die Schrägprojektion.

2.) Will man im Tesseral-System eine wohlgeordnete Übersicht über alle vollflächigen Körper bekommen, so darf man weder die Ecken des

(von Naumann einseitig bevorzugten) Oktaeders festhalten, noch auch die des (dual zugeordneten) Würfels; sondern es müssen für sämtliche Körper die gemeinsamen Kantenmitten von Würfel und Oktaeder (zugleich die Flächenmitten des Rhomben-Dodekaeders) beibehalten werden.

Dies veranschaulichten zwei Figurentafeln, wovon autographische Abzüge den Teilnehmern zur Verfügung standen.

Hierauf führte Herr Prof. Dr. Rohn die Anwesenden in den Sammlungsraum für darstellende Geometrie, wo er Erläuterungen zu einer Reihe von Modellen gab.

Der Nachmittag des 1. Oktober war wie der vorhergehende, der Physik gewidmet und zwar zeigte Herr Konrektor Prof. Dr. Henke aus Dresden den Neubau für den physikalischen und chemischen Unterricht am Annenrealgymnasium, der mit großer Liberalität von der Stadt äußerst zweckmäßig eingerichtet ist. Darauf führte Herr Prof. Dr. Looser aus Essen das von ihm konstruierte Differentialthermoskop vor. Da dasselbe allgemein bekannt sein dürfte und auch in dem Berichte von 1895 in dieser Zeitschrift ausführlich besprochen wurde, so seien hier nur kurz einige der neueren Versuche erwähnt, im Übrigen aber bemerkt, daſs der Vortragende über seine sinnreich ausgedachten Versuche demnächst in der Zeitschrift für physikalischen und chemischen Unterricht eingehend berichten wird. Die Versuche bezogen sich a) auf die kinetische Gastheorie, indem der Wärmeverbrauch beim Ausströmen komprimirter Luft demonstriert wurde; b) auf den experimentellen Nachweis des Joule'schen Gesetzes für feste und flüssige Körper, indem einmal gezeigt wurde, daſs die Wärmemengen den Widerständen, das andremal, daſs sie dem Quadrate der Stromstärke proportional sind; c) auf Wärmestrahlung mit Hülfe eines neuen Apparates, der die Benutzung des Differentialthermoskopes auch hier ermöglicht. Zwischen den einzelnen Gruppen von Experimenten Prof. Looser's zeigten Dr. Lohmann und Dr. Gebhardt aus Dresden in sehr instruktivem Vortrage, unterstützt von guten z. Theil von Schülern selbst angefertigten Apparaten, in welcher Weise sie alljährlich nach Abschluſs des Kapitels der Elektrostatik an einem schulfreien Nachmittage den Schülern der Untersekunda in etwa zweistündigem Vortrage eine Reihe systematisch geordneter Versuche vorführen, die das Gelernte auffrischen und erweitern. So wurden an einer die Pole einer gleichmäſsig gedrehten Toepler'schen Influenzmaschine verbindenden Hanfschnur die Begriffe des Potentials und des Potentialgefälles erläutert; ferner wurde die Abhängigkeit der Kapacität eines Kondensators vom Dielektrikum unter Anwendung der Lane'schen Maſsflasche dargethan, und eine ganze Reihe ähnlicher fundamentaler Versuche angestellt.

In der Hauptversammlung der Isis. am 30. Sept. Abends hieſs der Vorsitzende, Herr Prof. Dr. Helm zunächst die Mitglieder der math.-nat. Sektion willkommen. Hierauf sprach Herr Prof. Dr. Drude v. d. Techn. Hochschule: Über die für den Schulunterricht wichtigsten Richtungen der modernen Botanik. Als Ziele des botanischen Unterrichts in den höheren Schulen muſs der Fachmann betonen 1.) Achtung und Liebe zur botanischen Wissenschaft, 2.) die Überlieferung einer Reihe nützlicher Kenntnisse, 3.) die Vorbereitung einer guten, in mäſsigem Umfange gehaltenen Grundlage, auf der die Hochschule dann weiter bauen kann. Die Organbeschreibung und als Nutzanwendung die Bestimmung der Pflanzen kann nicht entbehrt werden, nur soll man sich auf die hauptsächlichsten Pflanzen der Umgebung beschränken, nicht das Linné'sche System benutzen und um den äuſseren Apparat möglichst zu reducieren, weniger auf wissenschaftliche Namensgebung als auf gute deutsche Namen achten. Redner gedachte dabei der dankenswerten Thätigkeit des deutschen Sprachvereins. Das Hauptgewicht soll auf Morphologie, Bio-

logie und Physiologie gelegt werden und dies geht um so gründlicher, weil man analoge Erscheinungen des Thier- und Pflanzenreiches auch im zoologischen Unterrichte besprechen kann, während chemische und physikalische Phänomene der Chemie und Physik, endlich aber Pflanzen, die für weite Gebiete charakteristisch sind, dem geographischen Unterrichte zuzuweisen sind. Insbesondere sollen die Schüler die Pflanzen der deutschen Kolonien kennen lernen. Redner schlofs seinen inhaltreichen Vortrag mit den drei Forderungen:

1.) Befreiung von unnötigen Formelkram und Namen,

2.) Belebung der Morphologie durch die Biologie, zugleich in der Zoologie,

3.) Fortführung in der Chemie, Physik und Geographie.

Hierauf sprach Herr Dr. Gravelius v. d. Techn. Hochschule: Über Wettertypen und Hochwasserprognose.

Nachdem Redner erläutert hatte, dafs die von den meteorologischen Stationen täglich herausgegebenen Wetterkarten nur für denjenigen Wert haben, der die Wege der Cyklonen und Anticyklonen kennt, erwähnte er, dafs man neuerdings zehn Wettertypen nach den Zugstrafsen der Cyklonen aufgestellt hat, dafs aber grofse Niederschläge aufserdem noch von dem Bodenrelief abhängig sind. Eine Hochwasserprognose aber wird nun erst möglich, nachdem der russische Meteorologe Rykatschew festgestellt hat, dafs jeder Flufs eine bestimmte und zu berechnende Regenmenge täglich nötig hat, um seine Höhe beizubehalten. Nimmt man die über dieses Maafs hinausfallende Regenmenge, das Übermafs, so erkennt man, dafs für jeden bis jetzt untersuchten Flufs die „Curve des Übermafses", der „Curve der Stromhöhe" analog geht, nur um einige Tage vorgeschoben. So kann man unter Benutzung dieser Methode z. B. für die Elbe in Pardubitz schon zwei Tage vor Eintritt einer Hochflut dieselbe vorhersagen.

Teilnehmerliste

(alphabetisch geordnet).

1. Prof. Dr. Abendroth, Konrektor, Dresden.
2. Prof. Achtert, Ratibor.
3. Prof. Dr. Baumgarten, Konrektor, Dresden.
4. Dr. Biedermann, Dresden.
5. Prof. Dr. Böttcher, Rektor, Leipzig.
6. Dr. Gebhardt, Dresden.
7. Dr. Hartenstein, Dresden.
8. Prof. Dr. Hausknecht, Direktor, Gleiwitz.
9. Prof. Dr. Heger, Dresden.
10. Dr. Heine, Ostrowo (Pr. Posen).
11. Prof. Dr. Helm, Techn. Hochschule, Dresden.
12. Prof. Dr. Henke, Konrektor, Dresden.
13. Dr. Herbing, Liegnitz.
14. Prof. J. C. V. Hoffmann, Redakteur etc., Leipzig.
15. Prof. Dr. G. Hoffmann, Dresden.
16. Dr. Hoyer, Dresden.
17. Ihle, Dresden.
18. Jobs, St. Wendel (Rhp.).
19. Prof. Dr. Kalkowsky, Techn. Hochschule, Dresden.
20. Dr. Kiehl, Direktor, Rawitzch.
21. Köhler, Altenburg.
22. Prof. Dr. Krause, Geh. Hofrat, Prorektor d. T. Hochschule, Dresden.
23. Prof. Dr. Krause, Chemnitz.
24. Dr. Lohmann, Dresden.
25. Prof. Dr. Looser, Essen.

26. Dr. Lorenz, Dresden.
27. Prof. Lungwitz, Berlin.
28. Dr. Merkel, Zittau.
29. Dr. Nath, Berlin.
30. Dr. Naetsch, Privatdoc. Techn. Hochschule, Dresden.
31. Neumann, Berlin.
32. Prof. Dr. Örtel, Rektor, Dresden.
33. Prof. Dr. Pockels, Techn. Hochschule, Dresden.
34. Dr. Reichardt, Dresden.
35. Prof. Dr. Reinhardt, Meifsen.
36. Dr. Richter, Leipzig.
37. Ritter, Öls in Schlesien.
38. Prof. Dr. Rohn, Techn. Hochschule, Dresden.
39. Prof. Sauer, Stettin.
40. Scheele, Dresden.
41. Prof. Dr. Schlundt, Greiz.
42. Schmidt, Wurzen.
43. Prof. Dr. Study, Univers., Greifswald.
44. Dr. Taube, Naumburg a. S.
45. Dr. Tauberth, Dresden.
46. Tempel, Dresden.
47. Dr. Toepler, Techn. Hochschule, Dresden.
48. Dr. Thöldte, Dessau.
49. Dr. Umlauf, Dresden.
50. Dr. von Vieth, Dresden.
51. Dr. Witting, Dresden.

51 Teilnehmer, davon 27, d. s. ca. 53%, also über die Hälfte, aus Dresden.

Antwortkasten.

Auf die Frage Nr. 92 in Heft 6, S. 478/9 betr. die Auflösung einer diophantischen Gleichung sind uns nicht weniger als 13 Antworten teils längere, teils kürzere, darunter sogar ein umfangreicher Aufsatz, eingesandt worden und zwar von N. i. B. (kleiner Art.), v. L. i. K., Sp. i. St., R. i. L., O. i. K., B. i. L., H. i. Q., Si. i. Fr., H. i. N.-Str., W. i. Fr., Σ' (anonym), Z. i. Wi. (d. Gl. u. C. d. harm. T., gröfserer Art.).

Wir haben diese Antworten dem Fragesteller Herrn H. i. S. (es mufs S. 477 heifsen S. nicht L!) zur Information zugesandt, da der für diese Antworten zugemessene Raum die Mitteilung so vieler nicht gestattet. Da diese Antworten aber sehr verschieden, teils mehr, teils weniger gründlich, z. T. auch originell sind, so werden wir eine Kritik derselben — natürlich ohne Nennung der Verfasser — veranlassen, da wir selbst gegenwärtig zu dieser Arbeit keine Zeit haben. Die Red.

Zur Abwehr.

Soeben lese ich in der Abhandlung des Herr Dr. Stammer, dafs ein Aufsatz des Herrn Prof. Hermes ihn angenehm berührt habe, „weil er den abweisenden Behauptungen Holzmüllers entgegentritt und dem Unterrichte in der Mathematik den Einflufs zuerkennt, den er auf das Ethische im Menschen, unabhängig von der Verbindung mit den Naturwissenschaften, ausübt“.

Mir ist es niemals eingefallen, das ethische Moment im mathematischen Unterricht abzuleugnen, ich habe lediglich behauptet, dafs die mathematischen Wahrheiten an sich (Lehrsätze z. B. wie der des Pytha-

goras) nichts mit der Ethik zu thun haben. Die Mathematik beschäftige sich lediglich mit der Begriffswelt der Quantität, sie sei eben nichts, als eine Gröfsenlehre.

Ich fordere Herrn Dr. Stammer auf, mir in meinen Schriften entsprechende Stellen nachzuweisen. Ist er dazu nicht im Stande, so handelt es sich mindestens um einen Irrtum.

Dafs der mathematische Unterricht sehr viel mit der Ethik zu thun hat, darüber würde ich mich sehr ausführlich äufsern können.

Hagen i. W., 1. Nov. 1897. Dir. Dr. Holzmüller.

Bei der Redaktion eingelaufene Druckschriften.

Oktober — November 1897.

Mathematik.

Bufsler, Elemente d. Mathematik. T. 1—2. 2. Aufl. Dresden-Berlin, Ehlermann. 1897.
— Mathem. Übungsbuch. 2. Aufl. Ebd.
Koppe-Diekmann, Geom. III. T. Analyt. Geometrie. Essen, Bädecker. 1897.
Schuster, Aufgaben f. d. Anfangsunterr. i. d. Geom. Oldenburg, Littmanns Verlag. 1897.
Meyer, *Laerobog i Trigonometri*. Kopenhagen, Lehmann u. Stage. 1897.
Streng, Praktische Anleitung z. Behandlung des Rechenunterr. in der Volksschule. 2. Bd. Wien Pichlers W. 1897.
Lieber (†) und Müsebeck, Aufgaben über kubische u. diophantische Gleichungen, Determinanten, Kettenbrüche, Kombinationslehre, höhere Reihen. Berlin, Simion. 1898.
Holl, (W.) Lehrbuch der Geometrie. 3. Aufl. neu bearb. von K. Holl. Stuttgart, Kohlhammer. 1897.
Bürklen, Lehrbuch der ebenen Trigonometrie. Heilbronn, Schröder. 1897.
Graf, Der Mathematiker Jacob Steiner von Utzensdorf. Ein Lebensbild u. s. w. (mit Portr. und Facsim.). Bern bei Wyss. 1897.
Curtze, *Petri Philomeni de Dacia in Algorismum vulgarem Johannis de Sacrobosco Commentarius. Hauniae.* 1897.

Naturwissenschaften.

Hann, Hochstetter, Pokorny, 5. Aufl. neu bearbeitet von Hann, Brückner u. Kirchhoff. II. Abt. Die feste Erdrinde u. ihre Formen. Prag-Wien-Leipzig, Tempsky-Freytag. 1898.
Die Fortschritte d. Physik i. J. 1896. (52. Jahrg.) III. Abt. Kosmische Phys., redig. v. Afsmann. Braunschweig, Vieweg u. S. 1897.
Kotzauer, 100jährige Irrtümer auf astron. u. naturw. Gebiete. Wien, Sonderverlag. 1896.
Violle, Lehrbuch d. Physik, deutsche Ausgabe von Gumlich, Jaeger, Lindeck, II. T. Akustik u. Optik. 2. Bd. Geometr. Optik. Berlin, Springer. 1897.
Börner, Lehrb. der Physik. 2. Aufl. Berlin, Weidmann. 1898.
Schwartze, Neue Elementarmechanik f. techn. Lehranstalten u. z. Selbstunterr. (Mit Vorw. von Releaux.) Braunschweig, Vieweg. 1897.
Günther, Handbuch d. Geophysik. 2. Aufl. 1. Bd. Lief. 5. Stuttgart, Enke. 1897.
Ernecke, Telegraphie ohne Draht nach Marconi. (Über elektrische Wellen etc.). Berlin, Gärtner. 1897.
Kraus, Grundrifs d. Naturlehre f. Lehrer- und Lehrerinnen-Bildungsanstalten. I. T. Physik. II. T. Chemie. Wien, Pichlers W. u. S. 1896/97.

Strafsburger, Das kleine botanische Praktikum f. Anfänger. 3. Aufl. Jena, G. Fischer. 1897.
Bley, Botanisches Bilderbuch f. Jung u. Alt. 1. T. (Flora der 1. Jahreshälfte.) 216 Pflanzenbilder i. Aquarelldruck auf 24 Taf. mit erl. Text von Berdrow. Berlin, Oppenheim. 1897.
Zernecke, Leitfaden für Aquarien- und Terrarienfreunde. Berlin, G. Schmidt (R. Oppenheim). 1897.
Frenkel, Anatomische Wandtafeln für den naturgeschichtlichen Unterricht an höhern Lehranstalten, Taf. III—IV mit Text. Jena, b. Gustav Fischer. 1897.
Poggendorff, biogr.-litter. Handwörterbuch III. Bd. (ed. Feddersen u. v. Oettingen). Lief. 10—13. Leipzig, Barth. 1897.

Zeitschriften, Programme, Jubiläumsschriften, Separat-Abdrücke etc.

Mathem. Annalen 49. Bd. 3.—4. Hft. — Nouv. Ann. d. Mathem. (Laisant et Antomari) XIV, Nov. 1897. — Periodico di Matematica (per Linsegnamento secondario) dal Lazzeri XII, 6. — Bolletino della Associatione „Mathesis“ II, 1—2. — Himmel u. Erde (Urania) X, 1—2. — Naturw. Rundschau (Sklareck) XII, 41—47. — Zeitschr. f. physik. u. chem. Unterr. (Poske) X, 6. — Geogr. Ztschr. (Hettner) III, 11. — Zeitschr. f. Rw. XXII, 10. — Unterrichtsblätter f. Mathematik und Naturw. III, 6. — Zeitschr. f. lateinlose h. Schulen IX, 1—2. — Die Umschau I, 42—49. — Allgem. d. Lehrer-Zeitg. Jahrg. 1897, no. 42—47. — Zeitschr. f. weibl. Bildung XXV, 20. — Jubiläums-Schrift für Prof. M. Schlegel, König Wilh.-Gymn. Berlin. — Separat-Abdr.: Holzmüller „Über einen Satz der Funktionentheorie etc. (aus d. Ztschr. f. Math. u. Phys.). — Holzmüller Zur Einführung d. Lehre vom Potential. (Aus Ztschr. für h. lateinl. Sch. IX, 2.)

Einsendungstermine der Beiträge für das Aufgaben-Repertorium.

Wir bringen die Termine, an denen die Beiträge für das Aufg.-Repert. seitens der Haupt-Redaktion d. Ztschr. an den Spezial-Redakteur des Aufg.-Repert. abgesendet werden, auf's Neue in Erinnerung (vergl. XIV, 272; XVI, 433; XVII, 480; XXII, 160; XXIV, 639;):

für Heft	1	(1. Jan.)	spätestens	bis	1.	November
„ „	2	(15. Febr.)	„	„	15.	Dezember
„ „	3	(1. April)	„	„	1.	Februar
„ „	4	(15. Mai)	„	„	15.	März
„ „	5	(1. Juli)	„	„	1.	Mai
„ „	6	(15. Aug.)	„	„	15.	Juni
„ „	7	(1. Okt.)	„	„	1.	August
„ „	8	(15. Nov.)	„	„	15.	September.

Später einlaufende Beiträge werden für das nächste Heft zurückgelegt, oder müssen, falls der Gegenstand schon erledigt ist, ganz fortbleiben. Es empfiehlt sich daher, die Manuskripte immer schon einige Tage vor dem jedesmaligen Absendungstermine einzusenden, da der betreffende Brief (mitunter sogar ein kleines Packet) schon so lange vorher zur Absendung bereit liegt. Es wird wiederholt darum gebeten, die Manuskripte nur einseitig und auf nicht zu dickes Papier zu schreiben. Da es für den Aufgaben-Redakteur bequem ist, die einzelnen Lösungen jede auf besonderem Blatte zu haben, so bittet die Redaktion, den losen Blättern immer einen Umschlag mit Aufschrift zu geben, etwa wie folgt: „Zum Aufgaben-Repertorium. Von Dr. X. i. Y. Auflösungen zu Nr. x, y, z etc. Neue Aufgaben 1—x“ oder ähnlich. —

Die Redaktion d. Zeitschrift.

Briefkasten.

A. Allgemeiner.

1) Wir ersuchen alle Mitarbeiter, welche für diese Zeitschrift Artikel eingesandt haben, und dieselben aus irgend einem Grunde zurückverlangen oder sich auch nur darnach erkundigen, sich der Postkarten mit Rückantwort zu bedienen oder in wichtigen bezw. dringenden Fällen (unter Beilegung des Rückportos) ihre Erkundigungs- oder Mahnbriefe einschreiben zu lassen. Es ist nicht selten vorgekommen, daſs Briefe an uns, oder auch von uns abgesandte, nicht angekommen (verloren gegangen) sind. Dies hat dann, vermutlich in der irrtümlichen Meinung es läge unsererseits grobe Nachlässigkeit oder böswillige Absicht vor, Rekriminationen veranlaſst, die völlig unberechtigt, ja sogar z. T. ehrenkränkend sind. Wir sind uns bewuſst, selbst in Fällen notgedrungener Abwehr die Mitarbeiter jederzeit anständig und höflich behandelt zu haben.

Da wir ungefähr 60 (sechzig!) gröſsere Artikel und mit den kleineren (Kl. Mitt., Sprechsaal etc.) ca. 100 auf Lager haben, die wöchentlich durch neue vermehrt werden, so wird man wohl die schwierige Lage, in der wir uns befinden, begreifen. Wenn nun vollends die Arbeitszeit, wie im verflossenen Jahre, durch eine längere Kur, durch Teilnahme an zwei wissenschaftlichen Versammlungen, an Schriftstellerjubiläen und einer Ortsausstellung, überdies durch Wohnungswechsel stark verkürzt wird, so ist, selbst bei genauester Buchführung und gröſster Aufmerksamkeit irgend ein Versehen sehr erklärlich und — verzeihlich. Dazu wolle man bedenken, daſs der Erwerb aus der Zeitschrift uns nicht gestattet ein Schreiberbureau zu halten und daſs die Red. d. Ztschr. oft ganze Vormittage nur auf Erledigung von Korrespondenzen (inklus. Bücherpackungen) verwenden muſs. Die Red. d. Ztschr. verlangt eben einen ganzen Mann oder einen Mann ganz.

2) Wir bitten wiederholt, Programme nur dann an uns zu senden, wenn wir darum nachsuchen oder wenn sie aus Orten stammen, für die wir Referenten nicht haben. — Mit Rücksicht auf unser Übermaſs von Beiträgen wolle man einstweilen gefälligst von mathematischen absehen; dagegen wären naturgeschichtliche erwünscht.

3) Man wolle gefälligst auf den eingesandten Manuskripten und ebenso auf allen Zuschriften a d. Red. immer die genaue Wohnungsadresse des Adressanten, gleichwie es auch die Redaktion auf ihren Zuschriften thut, angeben. Dies ist notwendig wegen der Korrekturfahnen, wegen Rücksendung von Manuskripten und Zusendung von Honoraren.

B. Spezieller.

M. i. W. Leider ist mit dem Druck immer noch nicht begonnen. — H. i. S. und einige andere: Die Rez.-Exempl. sind bereits unterwegs. — L. i. Z. Die Angelegenheit, in der Sie uns zielbewuſstes und energisches Auftreten — Sie brauchten einen kräftigeren Ausdruck — anraten, wird nach dem Gesetz erledigt. — O. i. P. Das ist Redaktionsgeheimnis. — J. i. K. Wir haben auch Ihr Manuskript, so wie einige andere, nicht erhalten und ist solches weder gebucht noch in den Mappen zu finden. — Th. i. Br. Der Bericht muſste leider auf d. n. Jahrg. verschoben werden. — Alle übrigen Anfragen werden brieflich erledigt.

Zeitschrift

für

mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht.

Ein Organ für Methodik, Bildungsgehalt und Organisation der exakten Unterrichtsfächer an Gymnasien, Realschulen, Lehrerseminarien und gehobenen Bürgerschulen.

(Zugleich Organ der Sektionen für math. und naturw. Unterricht in den Versammlungen der Philologen, Naturforscher, Seminar- und Volksschul-Lehrer; giebt auch Mitteilungen über den „Verein zur Förderung des Unterrichts i. d. Mathematik und i. d. Naturw.“)

Unter Mitwirkung

der Herren Prof. Dr. Bauer in Karlsruhe, Univ.-Prof. Dr. Frischauf in Graz, Dr. Günther, Prof. a. d. techn. Hochschule in München, Gymn.-Prof. Dr. Haas in Wien, Geh.-R. Dr. Hauck, Prof. an der techn. Hochschule in Berlin, Gewerbeschul-Dir. Dr. Holzmüller in Hagen, Gymnas.-Prof. v. Lühmann in Königsberg i/N., O.-Realschuldir. Dr. Schotten in Halle a/S. und Prof. Wertheim in Frankfurt a/M.

herausgegeben

von

J. C. V. Hoffmann.

Achtundzwanzigster Jahrgang.

8. Heft.

(Mit 2 Figuren im Text.)

Ausgegeben am 4. Januar 1898.



Leipzig,
Druck und Verlag von B. G. Teubner.
1897.

Einen Blick in das innere Leben der Völker zu thun, muß jedem Gebildeten ein reiner und erhabener Genuß sein. Wo aber offenbart sich die Volksseele? Nirgends deutlicher als in der Dichtung des Volkes, in seinen Liedern, seinen Sprichwörtern, seinen Sagen und Märchen. Und unter den Märchen wieder giebt es eine eigene Gruppe, die mir besonderer Beachtung wert zu sein scheint, und die ich deshalb, so weit es anging, zu einem Bande vereinigt habe. Es sind Märchen, die eine Deutung geben wollen, warum eine Naturerscheinung entstanden oder warum sie gerade so entstanden ist, wie wir sie sehen.

Man könnte sie naturforschende Märchen nennen. Freilich ist diese Naturforschung ganz wundersamer Art. Sie stammt nicht aus dem denkenden Kopfe, sondern aus dem empfindenden Herzen. Denn die Natur ist eng mit dem Gemütsleben des Volkes verwachsen. Seine Kenntnis von der Natur beruht allein auf der Liebe zu ihr und reicht nur gerade so weit, wie diese reicht. Ganz ebenso beruht die märchenhafte Naturdeutung auf liebevoller Betrachtung der Natur. Der Mann, dem auch das kleinste Kräutlein oder Tierlein als vollwichtiger Teil der großen Gottesschöpfung gilt, nimmt seine Umgebung nicht als etwas Gegebenes gedankenlos hin. Sie ist ihm des Nachsinnens wert, und er macht einen kleinen Schritt von der Betrachtung zur Erklärung. Nun kann und will aber das gewöhnliche Denken keine wahren, wissenschaftlichen Gründe für natürliche Erscheinungen ertifteln. Viel leichter ist eine märchenhafte Ursache gefunden, sie reizt den Künstlergeist, der im Volke schlummert. Und so entsteht das naturgeschichtliche Märchen.

In ihm vereinigt sich sinnige Beobachtung, dichterisches Fühlen und obendrein, und nicht zum wenigsten, herzlicher, echter Humor.

Angesichts des bedeutenden Umfangs der volkskundlichen Litteratur habe ich auf Vollständigkeit der Sammlung verzichtet*) und die Werke in fremden Sprachen von vornherein ausgeschlossen. Stets bin ich bestrebt gewesen, nur Volkstümliches zu sammeln, — was ich den vielgetadelten Büchern Beckenstedts entnommen habe, scheint mir nicht anfechtbar — und stets habe ich mich in allem Wesentlichen streng an die Quellen gehalten, sachliche Änderungen oder Ausschmückungen geflissentlich vermieden. Dagegen mußte ich oft stilistisch bessern, besonders dann, wenn die Quelle den Märchenton in der Erzählung verfehlt hatte.

Für den Fachmann soll dies Büchlein nichts sein, als eine bequeme Vereinigung weit verstreuten Materiales. Sodann aber hoffe ich, den Freunden der Volkskunde einen Lesestoff von wunderbarem Reize zu liefern und auch in weiteren Kreisen die Teilnahme für diese Bestrebungen zu wecken und zu beleben. Die Erforschung des Volkstums ist ja auf die Mitwirkung des großen Publikums angewiesen, und die Vereine für Volkskunde, die sich jener schönen patriotischen Aufgabe gewidmet haben, bedürfen seiner Hilfe. Denn fast ist es schon zu spät, die Reste des Volksglaubens und der Volkssitte zu sammeln. Bald werden, wie jüngst von berufener Seite gesagt wurde, die Schätze auf ewig versinken, wie der Hort der Nibelungen in den Fluten des alten Vater Rhein. — Auch an unsere Jugend habe ich gedacht, während das Büchlein entstand. Ich bin überzeugt, daß es ihr zur Freude gereichen wird. Und die Naturliebe, der es in den großen Städten an Gelegenheit fehlt,

*) Ich brauche kaum besonders zu versichern, daß ich für jede Mitteilung dankbar sein werde, die mich in den Stand setzt, meine Auslese zu erweitern. Zugleich benutze ich die Gelegenheit, eine Arbeit anzukündigen über „die Handwerker im Volksmunde“ und auch hierfür um gelegentliche Unterstützung zu bitten.

sich zu entfalten, kann dadurch vielleicht mehr gefördert werden, als durch den naturwissenschaftlichen Unterricht. Zu dessen Belebung werden die Märchen, wie volkskundliche Hinweise überhaupt, sicherlich beitragen. Auch sonst, glaube ich, wird die Sammlung der Schule willkommen sein.

Leipzig, im November 1897.

Dr. **Oskar Dähnhardt,**
Gymnasiallehrer zu St. Thomä.

Inhaltsverzeichnis.



Vorwort.

Die vorliegende Umarbeitung von Dr. E. Bardeys „Arithmetischen Aufgaben nebst Lehrbuch der Arithmetik" wurde durch die vorjährige Versammlung der sächsischen Realschullehrer zu Dresden veranlaßt. In der Abteilungssitzung jener Versammlung für Algebra sprach man sich zwar einstimmig für Beibehaltung des genannten vorzüglichen Lehrbuchs als Hilfsmittel bei dem arithmetischen Unterricht an den sächsischen Realschulen aus, doch wurde ebenso einmütig der Wunsch geäußert, es möchte das erwähnte Lehrbuch in einer Sonderausgabe den Verhältnissen der Realschulen noch besser angepaßt werden.

Da Herr Dr. E. Bardey sowohl, wie auch die Verlagsbuchhandlung von B. G. Teubner diesem Wunsche in bereitwilligster Weise entgegenkamen, so konnte die vorliegende Ausgabe entstehen, welche sich von den früheren Auflagen unterscheidet

1) durch eine kürzere und übersichtlichere Darstellung der in den einzelnen Kapiteln vorangestellten Theorie,

2) durch Weglassung der Kapitel, die in Realschulen gewöhnlich nicht behandelt werden, wie Potenzen mit negativen Exponenten, Bruchpotenzen, Kettenbrüche, Diophantische Gleichungen, Maxima und Minima, Graphische Darstellungen,

3) durch Sichtung der vorhandenen Aufgaben sowie durch Hinzufügung neuer, namentlich angewandter Aufgaben,

4) durch eine übersichtliche Zusammenstellung aller Hauptsätze in einem Anhange,

5) durch eine beigefügte Tafel der 5-stelligen Logarithmen aller Zahlen von 1 bis 10 809.

Manche der Dr. Bardeyschen Aufgaben, namentlich solche mit Einwohnerzahlen und Getreidepreisen, wurden abgeändert; andere Aufgaben wurden vom Herausgeber teils neu gebildet, teils den Jahresberichten der sächsischen Realschulen entnommen. Die vom Herausgeber abgeänderten oder neu gebildeten Aufgaben sind durch einen *, die den Jahresberichten der sächsischen Realschulen entnommenen Aufgaben durch ein † kenntlich gemacht.

Möge das Dr. Bardeysche Werk auch in der neuen Form zahlreiche Freunde finden!

Dresden, im März 1896.

Dr. H. Hartenstein.

Inhaltsverzeichnis.

An weit über 200 Gymnasien und Realschulen officiell eingeführt; in Berlin allein an 26 Gymnasien und Realschulen.

Gesammt-Verbreitung: 133,000 Exemplare.

Zur Einführung empfohlen. 

Rechenbuch

für

Gymnasien, Realgymnasien, Oberrealschulen, Realschulen

von

Chr. Harms, weil. Professor in Oldenburg, und **Dr. Albert Kallius,** Professor am Königstädtischen Gymnasium in Berlin.

18. Auflage.

Preis Mk. 2.75 elegant und solide gebunden.

Die „Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht“ schreibt gelegentlich des Erscheinens der 18. Auflage:

„Dieses bereits in 18. Auflage erschienene vorzügliche Rechenbuch gilt in Deutschland als eine Art Muster-Rechenbuch und darf auch als solches gelten . . . . . .“

Gebundene Probe-Exemplare behufs Prüfung nebst den Urtheilen praktischer Schulmänner über die Brauchbarkeit des Buches stehen gern gratis und franco zu Diensten und bitten wir gütigst direct von uns zu verlangen.

Oldenburg i. Gr. **Gerhard Stalling,** Verlagsbuchhandlung, gegründet 1789.

Verlag von B. G. Teubner in Leipzig.

Soeben erschien:

Mushackes deutscher Schul-Kalender

für das Schuljahr 1898/99. 47. Jahrgang.

Oster-Ausgabe 1898: v. 1. Jan. 1898 b. 30. April 1899 reichend.

16. In biegsamen Leinwandband gebunden ℳ 1.20.

Jährlich 2 Ausgaben: 1) Michaelis-Ausgabe: vom 1. September eines Jahres bis Ende des nächstfolgenden Jahres, und 2) Oster-Ausgabe: von Anfang eines Jahres bis zum 30. April des nächstfolgenden Jahres reichend.

Inhalt: Kirchl. und astronom. Kalender, Genealogie, Posttarif und Telegr.-Gebühren, Notizbuch für die Zeit 1) vom 1. September bis Ende des nächstfolgenden Jahres reichend, und 2) von Anfang eines Jahres bis 30. April des nächstfolgenden Jahres reichend, Lektionspläne für Direktoren und Lehrer, Ordinariatslisten, Censurlisten, Notizen für Konferenzen, verliehene, geliehene und neue Bücher, Adressen, 2 Bogen weißes, 1 Bogen gewürfeltes Papier u. s. w.

Die „Wochenschrift für klassische Philologie“, 1890 Nr. 40 (vom 1. Oktober), sagt über obigen Kalender:

„Einen alten Freund vertauscht man nicht wie einen alten Rock. So werden viele Gymnasiallehrer viel lieber ihren alten Mushacke beibehalten, als einen der zahlreichen neuen Konkurrenz-Taschenkalender in Gebrauch nehmen. Die vorliegende Ausgabe ist ganz geeignet, dem bewährten Genossen neue Freunde zu gewinnen . . .; auch der Preis ist herabgesetzt. Wir begrüßen die neue Ausgabe mit ganz besonderer Freude und möchten sie unsern Kollegen dringend empfehlen: sie zeichnet sich durch Zweckmäßigkeit und Gediegenheit nicht bloß vor ihren Vorgängern, sondern auch vor ähnlichen Kalendern höchst vorteilhaft aus.“

Im Verlage von B. G. Teubner in Leipzig ist erschienen:

Methodisches Lehrbuch

der

Elementar-Mathematik

von

Prof. Dr. Gustav Holzmüller,

Direktor der Gewerbeschule (Realschule mit Fachklassen) zu Hagen i. W.,
Mitglied der Kais. Leop. Carol. Akademie der Naturforscher.

Im engsten Anschluß an die Neuen Lehrpläne.

Allgemeine Ausgabe A. In drei Teilen. gr. 8. In Lnw. geb.

I. Teil, nach Jahrgängen geordnet und bis zur Abschlußprüfung der Vollanstalten reichend. Mit 142 Figuren im Text. 2. Auflage. [VIII u. 229 S.] 1895. n. ℳ 2.40.

II. — für die drei Oberklassen der höheren Lehranstalten bestimmt. Mit 210 Figuren im Text. 2. Auflage. [VII u. 291 S.] 1897. n. ℳ 3.—

III. — Lehr- und Übungsstoff zur freien Auswahl für die Prima realistischer Vollanstalten und höherer Fachschulen, nebst Vorbereitungen auf die Hochschul-Mathematik. Mit 160 Figuren im Text. [VIII u. 224 S.] 1895. n. ℳ 2.80.

Ausgabe B, für Gymnasien. In zwei Teilen. gr. 8. In Lnw. geb.

I. Teil, im Anschluß an die preußischen Lehrpläne von 1892 nach Jahrgängen geordnet und bis zur Abschlußprüfung der Untersekunda reichend. Mit 138 Figuren im Text. [VIII u. 228 S.] 1896. n. ℳ 2.40.

II. — im Anschluß an die preußischen Lehrpläne von 1892 nach Jahrgängen geordnet und bis zur Entlassungsprüfung reichend. [VIII u. 279 S.] 1896. n. ℳ 3.—

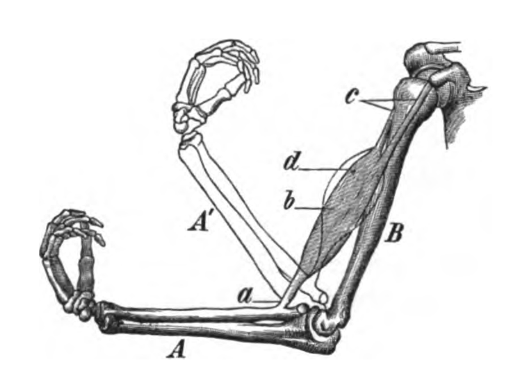
Dieses Buch ist in Preußen sofort nach dem Erscheinen durch Ministerial-Erlaß vom 16. Februar 1894 zur Einführung gelangt, ebenso auch in anderen Staaten.

Braunschweig, Gymn. M. C.
Bruchsal, Realschule
Chemnitz, öff. Handelslehranst.
Chur, Kantonschule
Elberfeld, Oberrealschule
Flensburg, Gymnasium
Gevelsberg, Realschule
Hagen, Realschule
—— Kgl. Maschinenbausch.
Hannover, Oberrealschule
Haspe, Rektoratschule
Helmstedt, Realschule
Herbede, Privatschule
Hildburghausen, Lehrersemin.
Hohenlimburg, Rektoratschule
Jüterbogk, Pädagogium
Karlsruhe i. B., Oberrealschule
—— Lehrerseminar II
Kreuznach, Realschule
Lähn, Pädagogium
Magdeburg, Maschinenbausch.
Meiningen, Realgymnasium
Naumburg, Realgymn., Realsch.
Neustrelitz, Gymnasium
Oppeln, Gymnasium
Quedlinburg, Realschule
Roßla a. H., Progymnasium mit Realschule
Rüngsdorf b. Bonn, Pädagog.
Saalfeld, Realgymnasium
Bad Sachsa a. H., Realschule
Schweidnitz, Gymnasium
Schwelm, Realschule
Seesen a. H., Realschule
Sobernheim, Progymnasium
Soltau, höh. Privatschule
Spielwigge bei Lüdenscheid, Knaben-Institut
Wetzlar, Gymnasium
Wittenberge, Realschule
Wolfenbüttel, Realschule
Zug, Kantonschule.

Die erste Auflage von Teil I ist in Jahresfrist vergriffen worden.

Die Verlagsbuchhandlung B. G. Teubner verfehlt nicht, auf diese Veröffentlichung besonders aufmerksam zu machen, und bittet bei beabsichtigtem Wechsel das hier angezeigte Methodische Lehrbuch der Elementar-Mathematik des Herrn Dir. Prof. Dr. Holzmüller bei der Wahl mit berücksichtigen zu wollen. Freiexemplare zur Prüfung behufs event. Einführung stehen den HH. Direktoren und Fachlehrern zu Diensten.

Verlag von Wiegandt & Grieben in Berlin.



Der

Bau des menschlichen Körpers

mit Rücksicht auf die Gesundheitspflege
dargestellt als

Leitfaden für den Unterricht

von

Professor Dr. Lensch
Oberlehrer am Königlichen Wilhelms-Gymnasium zu Berlin.

Zweite Auflage.

Mit 32 Bildern.

Lex. 8⁰. VIII, 84 Seiten. Preis M. 1.25.

Das Buch ist vom Preußischen Unterrichtsministerium als Schulbuch genehmigt.

w. S. g. u.

Ausstattung des Prospektes ist in Format, Druck und Papier gleich der des Buches.

Über die wichtigsten Grundsätze, nach denen der Leitfaden bearbeitet worden ist, besagt das Vorwort:

Jeder Unterrichtsgegenstand muß als Glied des gesamten Unterrichtsplanes behandelt werden.

Der Unterricht über den Bau des menschlichen Körpers bildet den Abschluß des Unterrichtes in der Tierkunde. Er hat also als die letzte Stufe dieses Unterrichtes die auf den vorhergehenden Stufen erworbenen Kenntnisse zu verwerten und zu vertiefen und erreicht beides zugleich, wenn er zur Förderung des Verständnisses der Organe des menschlichen Körpers die entsprechenden Organe der Tiere herbeizieht. Andererseits fördert er dieses Verständnis durch Ausführung einiger Versuche über Atmung, Schwerpunkt, Hebel, Linsen u. s. w. und weist dadurch auf den chemischen und physikalischen Unterricht hin.

Der Unterricht wirkt in dem Maße belehrend und erziehend, in welchem er die eigene Thätigkeit des Schülers in Anspruch nimmt.

Deshalb wird der Schüler durch Fragen und Aufgaben zum Beobachten und Vergleichen angeleitet und die selbsterarbeitete Erkenntnis wird möglichst dazu verwertet, daß er wichtige Gesundheitsregeln selbst auffindet. Daß aber fleißiges Beobachten und Nachdenken uns in der Erkenntnis unseres Körpers und dessen, was ihm nützt und schadet, weiterbringt, das sollen die geschichtlichen Angaben zum Bewußtsein bringen.

Da in den Besprechungen der ersten Auflage des Leitfadens, aus denen unten einiges abgedruckt wird, wesentlich nur der Mangel an erläuternden Bildern gerügt worden ist, so sind diese der neuen Auflage zugefügt. Der Leitfaden erhält dadurch eine größere Brauchbarkeit und wird jetzt mit Vorteil auch von denen gelesen werden, die sich selbst über ihren Körper und seine vernünftige Behandlung unterrichten wollen.

Die Österreichische Botanische Zeitschrift 1896 schreibt: Gegen ein solches Programm eines naturgeschichtlichen Schulbuches läßt sich wohl nichts einwenden, namentlich wenn es **mit Sachkenntnis und in klarer Darstellung,** wie sie uns in dem Leitfaden entgegentreten, **durchgeführt** erscheint.

Naturwissenschaftliche Wochenschrift: Die Lehre vom Bau des menschlichen Körpers ist unstreitig einer der wichtigsten Zweige des naturwissenschaftlichen Unterrichts. Sie vermittelt nicht nur die notwendige Kenntnis des eigenen Leibes, sondern gewinnt auch durch die damit zu verknüpfenden Gesundheitsregeln ein unmittelbar praktisches Interesse. Es ist indessen keineswegs leicht, aus dem überreichen Stoff, den die Wissenschaft von dem Bau und den Funktionen der menschlichen Organe darbietet, einmal die richtige knappe Auswahl zu treffen und dann das Ausgewählte dem Verständnis des Schülers anzupassen und mit seinem übrigen Wissen zu verknüpfen. In dieser Beziehung liegen noch recht wenig pädagogische Arbeiten vor. Auch die wenigen vorhandenen Leitfäden, welche in Schulen Verwendung finden können, sind im Grunde nicht viel mehr, als elementare Excerpte aus der Anatomie und Physiologie. **Als ein wertvoller Beitrag zu der Frage, welche Mittel und Wege eine methodische Durcharbeitung des besagten Stoffes einzuschlagen habe, ist nun der vorgenannte Leitfaden zu betrachten.**

Zeitschrift für math. u. naturw. Unterricht: Interessant sind die vergleichenden Betrachtungen zwischen Mensch und Tier, wie auch der Beigabe von Fragen, durch deren Beantwortung das Nachdenken des Schülers über die einzelnen Organe und ihre Verrichtungen geübt wird, nur zugestimmt werden kann. Erst dadurch werden dem Schüler die einzelnen Vorgänge nicht selten völlig klar.

Zeitschrift für das Gymnasialwesen: Im übrigen ist die Darstellung eine korrekte und dem Standpunkte des Schülers angepaßt.

Zeitschrift für das Realschulwesen, Wien: In neun Abschnitten (das Knochengerüst, die Muskeln u. s. w.) wird in knappen Sätzen das Wichtigere über die anatomischen und physiologischen Verhältnisse angeführt. . . . So wenig umfangreich das Büchlein, so wird es doch gute Dienste leisten können. **Die äußere Ausstattung ist recht gut.**

Jahresberichte für das höhere Schulwesen: Auf die primitiven Grundsätze der Gesundheitslehre, auf Schmarotzer, sowie einzelne Krankheitserscheinungen wird zwar nur kurz, aber mit richtigem Takte hingedeutet. Auch vermeidet Verf. den Gebrauch von Fremdwörtern, an denen die Anatomie und Physiologie überaus reich ist, thunlichst, ohne dieselben jedoch, wie es jetzt bisweilen beliebt wird, gleich mit Stumpf und Stiel auszurotten. . . . Im allgemeinen erscheint uns somit die Schrift von Lensch als **ein wohlgelungener Versuch**, den anthropologischen Unterricht für die Zwecke des Gymnasialunterrichts nach Inhalt und Umfang zu begrenzen.

Pädagogische Jahresberichte: In zahlreichen Fragen und anregenden Bemerkungen wird der Lernende zur eingehenden Beschäftigung mit dem Gegenstande angeleitet und auf die zur Pflege des Körpers und Erhaltung der Gesundheit nötigen Umstände hingewiesen, sodaß das Werkchen gewiß den Absichten des Verfassers entspricht und **als Schulbuch recht verwendbar** ist.

Evangelisches Monatsblatt für die deutsche Erziehung in Schule, Haus und Kirche: Wie das Buch praktischer Erfahrung entstammt, so wird es auch wohlthätig auf die Praxis wirken.

Reichsbote: Referent, der diesen Unterricht selbst seit einer Reihe von Jahren erteilt, hält Anlage und Ausführung des Buches für **durchaus zweckentsprechend.**

Kölnische Zeitung: **Das Schriftchen verdient Lehrern und Schülern angelegentlichst empfohlen zu werden.**

Die Post: **Das Buch kann jedem Gebildeten eine unterhaltende und aufklärende Lektüre sein.**

Druck von J. Windolff in Berlin.

Arendts Unterrichtsbücher für Chemie und Mineralogie.

Grundzüge der Chemie und Mineralogie. Enthaltend einen vollständigen Abrifs der Anorganischen und Organischen Chemie; ersteren berechnet für 93, letzteren für 75 Lektionen. Sechste sorgfältig durchgesehene und durch einen Abrifs der Mineralogie vermehrte Auflage mit 93 Krystallbildern, Edelsteinschliffen und nach der Natur gezeichneten Abbildungen von Mineralien und Gesteinen. (26 Bogen Text mit 271 in den Text eingeschalteten Abbildungen und einer Buntdrucktafel.) **Preis M. 3.—.**

Leitfaden für den Unterricht in der Chemie und Mineralogie. Ein auf das Notwendigste und Wissenswerteste beschränkter Abrifs nach Inhalt und Methode der Grundzüge. Sechste sorgfältig durchgesehene und vermehrte Auflage. (8 Bogen Text mit 115 Abbildungen.) **Preis M. 1.—.**

Arendts Unterrichtsbücher für Chemie sind dadurch charakterisiert, dafs

> **der ihnen zu Grunde liegende Lehrgang das ganze Gebiet des chemischen Unterrichts nach einer einheitlichen, in sich selbst abgeschlossenen, auf streng pädagogischen Grundsätzen ruhenden Methode behandelt.**

Es ist dabei der Übergang aus dem Einfachen zum Zusammengesetzten, aus dem Leichtverständlichen zum Schwierigeren, aus der Anschauungs- und Sprechweise des gewöhnlichen Lebens zu der in der Chemie gebräuchlichen Benennungs- und Bezeichnungsweise ganz allmählich angebahnt, und nichts wird vorausgesetzt, was der

... Arendt besitzt neben hervorragenden Fachkenntnissen ein hohes Verständnis der pädagogischen Gesetze und großes methodisches Geschick, weshalb seine Lehrbücher sich wesentlich von den meisten unterscheiden und geradezu als mustergültig angesehen werden können. Sie bieten eben nicht nur den Stoff, sondern führen uns auch Schritt für Schritt in die Behandlung desselben, daß selbst der noch wenig geübte Chemiker und Lehrer sich daraus Rat erholen und damit erfolgreich arbeiten kann. Im Interesse des naturkundlichen Unterrichts wünschen wir den bezeichneten Werkchen die weiteste Verbreitung ... *(Erziehungsschule.)*

... Wir halten es für unsere Pflicht, beide Bücher aufs wärmste zu empfehlen, und hegen die Hoffnung, daß sowohl die Lehrerwelt wie auch die Behörden die Überzeugung gewinnen, daß bei Benutzung jener Methode und jener Bücher dem deutschen Gymnasium zwei wöchentliche Chemiestunden während eines oder zweier Jahre gegeben, beziehungsweise nicht genommen werden dürfen, und sollte dabei auch allein die Erwägung den Ausschlag geben, daß, wie die Dinge jetzt liegen, der chemische Unterricht fast allein berufen ist, die Schüler mit der induktiven Methode vertraut zu machen. *(Literarisches Centralblatt.)*

Das sind wieder zwei ausgezeichnete Arbeiten von dem Schulmanne, der zuerst und nachhaltig Sturm lief gegen den dogmatischen chemischen Unterricht, der mit tüchtiger Sachkenntnis und feinem pädagogischen Takt den bezüglichen Stoff methodisch bearbeitet hat. . . . . Die in großer Zahl vorhandenen Abbildungen sind vortrefflich zu nennen.

(Allgem. Lehrerzeitung.)

... Wir können daher zum Schluß die beiden vorliegenden Schriftchen aufs wärmste empfehlen, in der vollsten Überzeugung, daß hier etwas Ausgezeichnetes dargeboten wird. *(Pädagog. Reform.)*

Beide Bücher sind nach den methodischen Prinzipien bearbeitet, welche der Verfasser bereits in seinem früher erschienenen Lehrbuche befolgt hat und welche allseitig als die einzig richtigen von der Kritik anerkannt sind. . . **Man greife zu und experimentiere und studiere nach diesen Büchern! Bessere Führer kann es nicht geben!**

(Thüring. Schulzeitung.)

Arendt, Bildungselemente und erziehlicher Wert des Unterrichts in der Chemie. M. 2.—.

... die in die Tiefe gehenden klassischen Betrachtungen ...

(Ztschft. f. math. u. naturw. Unterr.)

... Wir können zum Schlusse nur den Wunsch aussprechen, diese neue Ausgabe von Arendt's Bildungselementen möge in weitesten Kreisen der Lehrerwelt bekannt werden, damit dem darin vertretenen Unterrichtszweige ein vollständiger Platz im Unterrichtsplane gegeben werde oder erhalten bleibe.

(Pädagog. Jahresber.)

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Inhaltsverzeichnis.

*) Der Bericht über die gleichnamige Sektion der Naturforscher-Versammlung zu Braunschweig erscheint im 1. Heft des nächsten Jahrgangs. D. Red.

☛ **Man wolle die neue Wohnungs-Adresse der Redaktion beachten!**

Wir ersuchen unsere geehrten Herren Mitarbeiter, etwaige, den Aufsätzen beizufügende Figuren — gleichviel ob dieselben im Texte selbst oder auf besonderen Tafeln veröffentlicht werden sollen — im Interesse einer raschen und exakten Ausführung stets auf besonderen Blättern, wenn möglich in der gewünschten Grösse und in thunlichst präciser Zeichnung dem Manuskripte beilegen zu wollen.

Die Redaktion.

Diese Zeitschrift erscheint jährlich in 8 Heften zu je 5 Druckbogen; der Jahrgang kostet 12 Mark. Alle Buchhandlungen und Postanstalten nehmen Bestellungen an.

Für die Schrift-Leitung verantwortlich: **J. C. V. Hoffmann, Leipzig-Reudnitz,** Kohlgartenstr. 50, an den auch Beiträge, Bücher u. s. w. zu senden sind.

Druck und Verlag von B. G. Teubner in Leipzig, Poststraße 3.



